

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

ESCUELA DE POSGRADO

DOCTORADO EN ECONOMÍA Y POLÍTICAS PÚBLICAS



TESIS

**ANÁLISIS DE LA FUNCIÓN COBB-DOUGLAS QUE MEJOR OPTIMIZA LA
PRODUCTIVIDAD DE LA QUINUA ORGÁNICA EN LA REGIÓN PUNO**

PRESENTADA POR:

JUAN CRUZ LAURACIO

PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:

DOCTOR EN ECONOMÍA Y POLÍTICAS PÚBLICAS

PUNO, PERÚ

2018

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO
ESCUELA DE POSGRADO
DOCTORADO EN ECONOMÍA Y POLÍTICAS PÚBLICAS



TESIS

**ANÁLISIS DE LA FUNCIÓN COBB-DOUGLAS QUE MEJOR OPTIMIZA LA
PRODUCTIVIDAD DE LA QUINUA ORGÁNICA EN LA REGIÓN PUNO**

PRESENTADA POR:

JUAN CRUZ LAURACIO

PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:

DOCTOR EN ECONOMÍA Y POLÍTICAS PÚBLICAS

APROBADA POR EL SIGUIENTE JURADO:

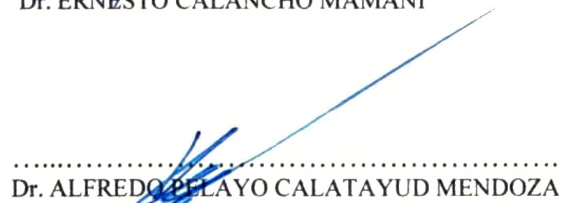
PRESIDENTE


.....
Dr. EUSEBIO BENIQUE OLIVERA

PRIMER MIEMBRO


.....
Dr. ERNESTO CALANCHO MAMANI

SEGUNDO MIEMBRO


.....
Dr. ALFREDO PELAYO CALATAYUD MENDOZA

ASESOR DE TESIS


.....
Dr. EDSON APAZA MAMANI

Puno, 4 de enero de 2019

ÁREA : Economía y Políticas Públicas

TEMA : Modelos de Optimización en la Producción Agrícola

LÍNEA: Modelos y Estilos de Gestión Empresarial

DEDICATORIA

A mis padres que fueron Marcelino y Tomasa, por haberme inculcado la perseverancia y la superación permanente en la vida y a mi hija Sandra Tatiana, es la razón que siempre me alienta a seguir superándome en la profesión que he optado.

AGRADECIMIENTOS

- A la Universidad Nacional del Altiplano, a la Escuela de Post Grado, por permitirme haber realizado mis estudios de Doctorado en Economía y Políticas Públicas.
- Al Dr. Edson Apaza Mamani, por haberme guiado de manera permanente y oportuna a través de su acertado asesoramiento, con sus conocimientos teóricos y prácticos en el presente trabajo de investigación, hasta concretizar el grado de Doctor, bastante anhelado.
- A todos los Docentes del Programa de Doctorado en Economía, de las diferentes asignaturas que supieron ilustrarnos sabios conocimientos en diversos temas de la ciencia económica, investigación y métodos cuantitativos.
- A los directivos de la Cooperativa de productores quinua orgánica de COOPAIN-Cabana, quienes brindaron facilidades y permitieron aplicar el instrumento de recopilación de información primaria, in situ.
- A los agricultores de quinua orgánica del distrito de Capachica, de igual forma a los productores de Ilave, quienes pacientemente brindaron información sobre el proceso de cultivo de la quinua orgánica.

ÍNDICE GENERAL

	Pág.
DEDICATORIA	i
AGRADECIMIENTOS	ii
ÍNDICE GENERAL	iii
ÍNDICE DE TABLAS	v
ÍNDICE DE FIGURAS	vi
ÍNDICE DE ANEXOS	vi
RESUMEN	viii
ABSTRACT.....	ix
INTRODUCCIÓN	1

CAPÍTULO I**REVISIÓN DE LITERATURA**

1.1. Marco teórico	4
1.1.1. La producción	4
1.1.2. La función de producción	5
1.1.3. Especificación del modelo econométrico	7
1.1.4. Estructura de tiempo en la toma de decisiones	8
1.1.5. Rendimientos de escala	9
1.1.6. Elasticidad de sustitución de factores	11
1.1.7. Teoría de los costos de producción	13
1.1.8. Homogeneidad	144
1.2. Antecedentes	155

CAPÍTULO II**PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

2.1. Identificación del problema	26
2.2. Enunciado del problema de investigación	29
2.2.1. Pregunta general	29
2.2.2. Preguntas específicas	29
2.3. Justificación	30
2.4. Objetivos.....	300
2.4.1. General.....	300
2.4.2. Especifico	300
2.5. Hipótesis	31
2.5.1. General.....	31

2.5.2. Específicas 31

CAPÍTULO III

MATERIALES Y MÉTODOS

3.1. Lugar de estudio..... 322
 3.2. Población 333
 3.3. Muestra 333
 3.4. Método de investigación..... 355
 3.5. Descripción detallada de métodos por objetivos específicos..... 366

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

CONCLUSIONES 633
 RECOMENDACIONES..... 655
 BIBLIOGRAFÍA 677
 ANEXOS 722

	ÍNDICE DE TABLAS	Pág.
1	Muestra probabilística estratificada, productores de quinua orgánica, de la Región Puno, 2015-2016.....	355
2	Estimación de los parámetros estadísticos de la función de producción cuadrática de quinua orgánica, Puno, 2015-2016.	411
3	Estimación de los parámetros estadísticos, de la función de producción lineal, de quinua orgánica, Puno, 2015-2016.	422
4	Estimación de los parámetros estadísticos, de la función de producción cúbica, de quinua orgánica, Puno, 2015-2016.	433
5	Estimación de los parámetros estadísticos, de la función de producción Cobb Douglas, de quinua orgánica, Puno, 2015-2016.	444
6	Prueba de multicolinealidad del modelo seleccionado de la función de producción quinua orgánica, Puno, 2015-2016.	455
7	Test de heteroscedastidad (test de White), del modelo seleccionado, de quinua orgánica, región Puno, 2015-2016.....	466
8	Test de corrección de heteroscedastidad, del modelo seleccionado, de quinua orgánica, región Puno, 2015-2016.....	477
9	Test de autocorrelación, del modelo seleccionado, de quinua orgánica, región Puno, 2015-2016.....	488
10	Tipos de agricultor de quinua orgánica, según tenencia de tierra, Puno, 2015-2016.	622

ÍNDICE DE FIGURAS**Pág.**

1. Tipos de productores de quinua en la región Puno.	22
2. Rendimientos a escala en la producción de quinua orgánica, región Puno, 2015-2016.....	555
3. Equilibrio del productor de quinua orgánica, con dos insumos variables que lleva a la maximización de beneficios, Puno, 2015-2016.	600

ÍNDICE DE ANEXOS	Pág.
1. Modelo translogaritmico.....	733
2. Optimización de la función de producción.....	744
3. Elasticidad de sustitución de factores, metodología de Henderson y Quant:	755
4. Instrumento de investigación, cuestionario aplicado a los productores de quinua orgánica.....	777
5. Datos de corte transversal, utilizado en las regresiones de la investigación.	822
6. Evidencias de recopilación de datos en Capachica, Cabana y El Collao-Ilave, en los meses de octubre, noviembre y diciembre de 2017.....	877
7. Información de las isocuantas, primera isocuanta que permite establecer el equilibrio del productor y las isocuantas 2 y 3 son para graficar las economías a escala.....	889
8. Información para graficar el isocosto, que permite determinar el equilibrio del productor de quinua orgánica por hectárea cultivada.	900
9. Relación de asociaciones de productores de quinua orgánica de la Cooperativa COOPAIN-CABANA	900
10. Relación de socios de la cooperativa COAINKAT-CAPACHICA Ltda.	911
11. Relación se socios de productores de quinua orgánica Tata Wilca – APROTAWI.....	933
12. Organismos certificadores de la quinua orgánica.....	944
13. Contenido de nutrientes de la quinua.....	955
14. Variedades comerciales de quinua en el Perú.....	966

RESUMEN

El trabajo de investigación tiene como objetivo general, analizar la función de producción que mejor optimiza la productividad y explicar su elasticidad de sustitución de factores, en la producción de quinua orgánica; el método de investigación es no experimental, transeccional, correlacional – causal, utiliza datos de corte transversal, recopilado a través de encuestas; correlacional – causal, la investigación es una relación causa - efecto entre variables independientes (inputs) y la variable dependiente (output); se ha analizado cuatro modelos econométricos: funciones lineal multivariable, cuadrática, cúbica y la función de producción de Cobb-Douglas, siendo esta última el modelo escogido, lo cual permite alcanzar los objetivos de la investigación y contrastar las hipótesis planteadas, al cual se le ha realizado los test de multicolinealidad, heterocedasticad y autocorrelación. Una vez especificado el modelo log-log cuyos parámetros de las variables: trabajo (jornal/ha.), capital (hrs./maq/ha.) y la tierra en una hectárea, presentan signo positivo, son consistentes estadísticamente y se corrobora con la teoría microeconómica de la producción; la elasticidad de sustitución entre factores productivos es positivo ($e_s=1.001$), significa que los factores capital y trabajo se pueden sustituir ante variaciones de sus precios relativos; el óptimo económico es ($Q=1439$ kg/Ha.) de quinua orgánica; la función presenta economías constantes a escala. Los factores productivos estadísticamente significativos que más influye en el nivel de producción de quinua orgánica son el capital (KT), trabajo (MO) y tierra (T), manteniendo fijas las demás variables (ceteris paribus); los beneficios económicos ascienden a la suma de S/. 4 492.00 Soles por hectárea cultivada en una campaña agrícola.

Palabras clave: Beneficios, costos, función, optimización, productividad, quinua orgánica.

ABSTRACT

The research work has a general objective to analyze the production function that best optimizes productivity and explain its elasticity of factor substitution in the production of organic quinoa; the research method is non-experimental, transectional, correlational-causal, uses cross-sectional data, collected through surveys; correlational-causal, the investigation is a cause-effect relationship between independent variables (inputs) and the dependent variable (output); four econometric models have been analyzed: multivariable linear, quadratic, cubic functions and the production function of Cobb-Douglas, the latter being the chosen model, which allows to reach the objectives of the research and to contrast the hypotheses proposed, which has been tested the multicollinearity, heteroscedasticity and autocorrelation tests. Once the log-log model has been specified, the parameters of the variables: work (wage/ha.), capital (hrs./maq/ha.), and land in one hectare, have a positive sign, are statistically consistent and are corroborated with the microeconomic theory of production; the elasticity of substitution between productive factors is positive ($e_s = 1.001$), it means that the capital and labor factors can be substituted before variations in their relative prices; the economic optimum is ($Q = 1439$ kg/Ha.) of organic quinoa; the function presents constant economies of scale. The statistically significant productive factors that most influence the level of production of organic quinoa are capital (KT), labor (MO) and land (T), keeping other variables fixed (*ceteris paribus*); the economic benefits amount to the sum of S/. 4 492.00 Soles per hectare cultivated in an agricultural campaign.

Keywords: Benefits, costs, production function, optimization, organic quinoa.

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de investigación tiene como objetivo, analizar la función de producción que mejor optimiza la productividad y explicar la elasticidad de sustitución de factores en la producción de quinua orgánica, con la finalidad de maximizar sus ganancias y mejorar el nivel de bienestar del agricultor, dentro de un marco de una agricultura sostenible conservando el medio ambiente; sobre la producción de quinua, según (Soto *et al.*, 2015) refieren que en el Altiplano y Valles interandinos se practican la tecnología tradicional en el cultivo de quinua, los procesos productivos son intensivo en mano de obra, con rotación de cultivos, escaso uso de insumos químicos, pero con bajos rendimientos; sin embargo, con el crecimiento de la demanda por la quinua, actualmente hay una disminución de la forma tradicional y una mayor preferencia por el cultivo mecanizado o tecnificado con inclusión de insumos químicos, pesticidas, con el cual buscan incrementar la productividad, este cambio puede originar un potencial impacto negativo en el medio ambiente, ocasionando erosión del suelo, contaminación de las aguas. Asimismo manifiesta que en Puno se han identificado prácticas inadecuadas que podría afectar al medio ambiente: incremento en uso de agroquímicos, quema de llantas y envases de plástico, fuegos artificiales entre otros para combatir fenómenos naturales como las granizadas y las fuertes heladas; además el incremento de la mecanización en los diferentes procesos, lo que ocasiona la erosión de los suelos frágiles y finalmente conlleva a la disminución del rendimiento.

El estudio tiene su importancia porque pretende analizar la tecnología de producción de la quinua orgánica en la Región Puno, se propone estudiar las dificultades que afrontan los productores respecto a la disminución de la productividad y baja calidad en comparación a los productores de otros departamentos como Arequipa, Ayacucho y Junín entre otros, por otro lado los agricultores enfrentan limitado acceso al financiamiento, capacitación y asistencia técnica por parte del gobierno; el trabajo contribuye al conocimiento científico tecnológico en los procesos productivos de la quinua orgánica, el estudio se fundamenta en las teorías microeconómicas de la producción, costos, beneficios entre otros; convirtiéndose en un aporte de conocimientos respecto a la teoría microeconómica específicamente en la Economía Agrícola. Finalmente contribuirá al mejoramiento del ingreso de los agricultores, por otro lado, en el manejo de una agricultura sostenible con la conservación del medio ambiente.

El estudio corresponde al área de ciencias económico empresariales, línea de investigación economía y desarrollo, cuyo objetivo es investigar analizar los sistemas de producción de la quinua orgánica en la región Puno, en la búsqueda del bienestar de los pequeños agricultores.

Para desarrollar la investigación se ha trabajado con una población de 1233 productores de quinua orgánica, de los distritos de Cabana, Capachica e Ilave, habiendo aplicado muestreo aleatorio estratificado por distritos, con una muestra total de 237 agricultores, a quienes se ha encuestado obteniendo información primaria de datos de corte transversal, sobre las diferentes etapas del proceso productivo; para estimar los modelos se ha aplicado el método de mínimos cuadrados ordinarios con el software Eviews-9, luego al modelo escogido de Cobb Douglas, con variables independientes capital (KT) medido en horas maquina por ha., trabajo (MO) en jornales por ha., y tierra (T) en hectáreas, en relación a la variable dependiente nivel de producto (Q) kilos de quinua por Ha.

Se ha realizado los test de violación de supuestos de multicolinealidad, heterocedasticidad y autocorrelación; seguidamente las pruebas de hipótesis individual con el estadístico t -Student y la F -Snedecor como hipótesis global del modelo.

La investigación está dividida en cuatro capítulos. El capítulo I se desarrolla la revisión de literatura, en la que contiene el marco teórico donde se sintetiza diferentes teorías de la producción de bienes y servicios, tipos y de función de producción, el corto plazo y el largo plazo en la función de producción, optimización de la producción, economías a escala, elasticidad de sustitución entre factor productivos, entre otros. Se encuentra también el estudio de los antecedentes, donde se ha abordado estudios relacionados a la productividad agrícola y también otras actividades de producción de bienes, tanto regional, nacional e internacional; los estudios previos han permitido proporcionar mayor soporte de conocimientos científicos y filosóficos sobre el cual se ha iniciado la presente investigación.

En el capítulo II se desarrolla el planteamiento de problema de investigación, en él se presenta la identificación del problema, del cual se ha extraído el enunciado de investigación y en base a ello se han elaborado el objetivo general y específicos, que son la brújula que guía el trabajo y la pruebas de hipótesis. Así mismo se presenta la justificación, en ella se señalan los motivos que han inducido a realizar la investigación.

En el capítulo III se ha desarrollado materiales y métodos de investigación, en él se describe el lugar de estudio, la población y método de muestreo aplicado, los instrumentos utilizados de obtención de datos; explica la metodología empleada, el tipo de investigación realizada.

El capítulo IV está abocado a la presentación de resultados y discusión: se analiza los resultados por cada objetivo específico, los parámetros del modelo de función de producción, análisis de la elasticidad de sustitución de factores, las economías a escala, análisis del óptimo económico, los costos de producción y las ganancias del productor de quinua orgánica.

Finaliza el trabajo con la presentación de conclusiones, las cuales están en relación directa con los objetivos y los aspectos centrales de estudio; por último, recomendaciones, la bibliografía y los anexos.

CAPÍTULO I

REVISIÓN DE LITERATURA

1.1. Marco teórico

1.1.1. La producción

Las empresas toman sus decisiones de producción, aquellas combinaciones de factores productivos que conduzca a la minimización de los costos (Pindyck y Rubinfeld, 2013). Asimismo, afirman que hay tres pasos: 1) **tecnología de la producción**: el cual describe cómo se pueden transformar los factores productivos (trabajo, capital y materias primas) en productos, la empresa puede obtener un determinado nivel de producción utilizando diferentes combinaciones de factores. Una empresa puede utilizar una cantidad considerable de trabajo y muy poco capital o puede construir una fábrica muy automatizada intensiva en capital y utilizando muy poco trabajo. 2) **Restricciones de costes**: indica que las empresas deben tener en cuenta los precios del trabajo, del capital y de otros insumos. La empresa debe producir de tal forma que minimice sus costos, que depende de los precios de los factores. 3) **Elecciones de los factores**: dada su tecnología de producción y los precios de los factores productivos, la empresa debe decidir qué cantidad va a utilizar de cada insumo.

Debertin (2012) afirma que el agricultor puede estar interesado en maximizar los beneficios, pero también puede tener otros objetivos, estos pueden ser: agrandar su finca, obtener una maquinaria más tecnificada, o reducir su deuda, asimismo, añade que una vez que decide qué producto o productos se van a producir, el agricultor debe decidir cómo se asignarán sus recursos disponibles entre los productos.

1.1.2. La función de producción

El objetivo de una empresa es transformar los insumos en productos: por ejemplo, los campesinos combinan su trabajo con semillas, tierra, lluvia, fertilizantes y maquinaria para producir. Los economistas se interesan en las decisiones que toman las empresas para alcanzar sus metas, han desarrollado un modelo abstracto de producción, en el cual la relación entre insumos y productos se formaliza por una función de producción de la forma: $q=f(K,L,M\dots)$, donde q representa la producción de un bien durante un periodo, K la maquinaria (capital) empleada durante el periodo, L las horas de trabajo (mano de obra) invertidas y M representa las materias primas (Nicholson & Snyder, 2011). Además, una función de producción describe la relación técnica que transforma los inputs (recursos) en outputs (productos) (Debertin, 2012), es decir, una función de producción representa la relación que existe entre los insumos y el producto; asimismo, menciona que las funciones de producción explican por ejemplo cuando se utiliza un nivel cero de insumos, la producción puede ser cero o, en algunos casos, puede obtenerse un nivel de producto sin insumos, y luego representa en forma general una función de producción del tipo:

$$y=f(x)$$

Donde, y es un *output* y x es un *input*, indica que matemáticamente los valores de x mayores o iguales que cero constituyen el dominio de la función y el rango de la función está constituido por cada nivel de output (y). La $f(x)$ podría tomar muchas formas específicas, ejemplo:

$$y = \sqrt{x}$$

Las empresas pueden transformar los insumos en productos de diversas formas utilizando distintas combinaciones de trabajo, materia prima y capital (Pindyck y Rubinfeld, 2013), indica también que la relación entre los factores productivos y la producción resultante puede representarse por una función de producción; afirma además que, una función de producción indica el máximo nivel de producción q que puede obtener una empresa con cada combinación específica de factores, las empresas utilizan una variedad de factores o insumos; para analizar con mayor facilidad se considera solo dos: el trabajo L y el capital K , expresa la función de producción de la siguiente forma: $q= F(K,L)$; por otro lado (Varian, 2010) indica que

la función de producción mide el volumen máximo de producción que puede obtenerse con una cantidad dada de factores. Supone la existencia de una función de producción con un solo factor, que se puede obtener un volumen de producción; afirma también que el concepto de función de producción puede utilizarse cuando hay varios factores; Ejemplo, si hay dos insumos, la función de producción está representada por $f(x_1, x_2)$ el cual mide la cantidad máxima del producto que puede obtenerse con x_1 unidades del factor 1 y x_2 del factor 2. Cuando se tiene este caso, existe un instrumento para representar las relaciones de producción que se llama isocuanta, la cual se define como el conjunto de todas las combinaciones posibles de los factores 1 y 2 que son necesarias para obtener una cantidad dada de producto. (p.366-367)

Una función de producción describe la relación técnica en la que se transforma recursos en producto y clasifica estos recursos en fijos o variables, en el caso de la función de producción con más de dos insumos, solo deben ser incluidos los insumos variables mas no los fijos (Debertin, 2012), menciona también que en la producción se incluyen solo aquellos insumos que el agricultor normalmente trataría como variables dentro del proceso productivo; en los cultivos, los insumos variables serian: semillas, fertilizantes, mano de obra a tiempo parcial con salario por hora, herbicidas e insecticidas; pero los insumos como los tractores y la maquinaria, el trabajo asalariado a tiempo completo y la tierra se trataría como insumo fijo y no se incluiría en la función de producción y los costos. Dice también, la categorización de los insumos como fijos o variables depende del uso que el agricultor podría hacer de las condiciones marginales. Sin embargo, dicho modelo no proporcionaría al agricultor ninguna información con respecto a preguntas tales como si ¿el alquiler de tierras adicionales sería rentable o no?, si el agricultor querría que el modelo proporcionara información con respecto a la cantidad de tierra que podría ser alquilada con un beneficio adicional, la tierra se puede tratar como factor variable, con un costo de alquiler por acre.

Rosales, Apaza y Bonilla (2004) desarrollaron modelos econométricos que tienen mayor uso en la economía agrícola, estas funciones de producción son: cuadrática, cúbica, raíz cuadrada, Cobb-Douglas, Leontief, CES, trascendental y translogaritmica. Por otro lado, presentan la teoría de costos para las funciones de producción: lineal, Leontief, Cobb-Douglas, y para la función CES. Afirman la

existencia de una relación dual entre la tecnología y su función de costos, ya que permite determinar la optimización desde el enfoque de maximización de los beneficios y del enfoque de minimización de costos; indican que todo ello es posible dentro de un sistema de economía de mercado. Por otro lado (Salvatore, 2009) refiere que una función de producción de un bien es una ecuación, tabla o gráfica que indica la cantidad máxima que puede producirse de dicho bien por unidad de tiempo, además considera un conjunto de insumos alternos, utilizando las mejores técnicas de producción.

1.1.3. Especificación del modelo econométrico

Cuando se plantea un modelo econométrico que implica la relación entre la variable dependiente y las variables independientes, primero se tiene un modelo matemático determinístico, pero la relación entre variables en la economía no es exacta, por lo que requiere incluir en el modelo una variable aleatoria- estocástica como refiere (Gujarati & Porter, 2013), en ese contexto cuando representa la función econométrica Keynesiana de consumo, en función al ingreso disponible, le agrega una variable aleatoria – estocástica (μ), sobre este último indica que esta variable aleatoria, representa a todos los factores que afectan a la variable dependiente en este caso (al consumo), pero que no se considera en el modelo en forma explícita. Asimismo, refiere que existen modelos lineales y no lineales, sobre este último representa de la siguiente forma:

$$Y_i = \beta_1 X_i^{\beta_2} + \mu_i,$$

Linealizando el modelo tenemos:

$$\ln Y = \ln \beta_1 + \beta_2 \ln X_i + \mu_i$$

Donde:

Y_i = variable dependiente

X_i = variable independiente

\ln = logaritmo natural

β_1, β_2 = parámetros

μ_i = variable aleatoria (estocástica)

1.1.4. Estructura de tiempo en la toma de decisiones

En la actividad empresarial en el contexto de una economía de mercado se presenta incrementos de la demanda, ante esto la empresa podría estar en la capacidad o no de reaccionar e incrementar su producto. (Parkin & Loría, 2010) afirman que las acciones que una firma pueden llevar a cabo para influir sobre la relación entre la producción y los costos, dependen de qué tan rápido se quiera actuar. Una empresa que planea cambiar su tasa de producción mañana tiene menos opciones que aquella que planea modificarla dentro de seis meses. Para analizar la relación entre la decisión de producción de una empresa y sus costos, se debe diferenciar entre dos estructuras de tiempo para la decisión: el corto plazo y el largo plazo, el **corto plazo** es una estructura de tiempo en donde las cantidades de algunos recursos son fijas (la tecnología, edificio y el capital) y el **largo plazo** es una estructura de tiempo donde las cantidades de todos los recursos pueden variar. (p.252); asimismo (Debertin, 2012) afirma que en la mayoría de las actividades de producción de bienes agrícolas requieren varios insumos, en tal sentido en una función de producción donde hay varios insumos, supone que todas menos una se mantienen constante, la función se expresaría:

$$y = f(x_1, |x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7)$$

En dicha función de producción el input x_1 se considera como insumo variable, mientras que los demás inputs se suponen (x_2, \dots, x_7) que se mantienen constantes, por lo que las unidades del insumo variable x_1 se agregan sobre unidades de los inputs que están fijas x_2, \dots, x_7 . Luego se pregunta ¿Cómo se puede determinar si algunos insumos deben tratarse como fijas o variables? frecuentemente, se considera que un insumo variable es controlado o modificado su nivel de uso por el administrador de la granja y el insumo fijo por alguna razón no está bajo su control. Esto implica que el agricultor tiene **tiempo** suficiente para ajustar la cantidad de insumo utilizada. Indica que los economistas agrícolas argumentan que, en el caso de la producción de cultivos, antes de la siembra, casi todos los insumos son variables; podrían alquilar tierras adicionales, comprar o vender maquinaria, entonces aquí es donde la toma de decisiones puede tener lugar. Una vez que comienza la plantación, más y más insumos previamente consideradas como variables se convierten en insumos fijos,

ejemplo la superficie cultivada una vez plantada en gran parte no puede ser alterada; agrega que, al comienzo de la cosecha, el único insumo variable es la mano de obra.

Varian (2010) refiere que en el **corto plazo** existe factores fijos, como por ejemplo la tierra de cultivo que no está en la capacidad de adquirir mayor cantidad y el agricultor tiene que conformarse con lo que tiene; sin embargo, en el **largo plazo** el agricultor podría comprar más tierras o vender una parte de lo que tiene; es decir, puede ajustar la cantidad del factor tierra con el fin de maximizar sus beneficios; por lo tanto, en el largo plazo pueden alterarse todos los factores de producción.

Pindyck y Rubinfeld (2013) afirman que las empresas tardan tiempo en ajustar los factores productivos el capital y trabajo, pueden tardar de uno a más años, las decisiones de producción en un periodo de tiempo corto por ejemplo uno o dos meses es improbable que la empresa pueda sustituir trabajo por capital. Si la empresa pudiera alterar el uso de la cantidad de capital y trabajo es importante distinguir el corto plazo y el largo plazo. El **Corto plazo** se refiere al periodo de tiempo en el que no es posible alterar las cantidades de uno o más factores de producción, entonces aquí existe un factor fijo; el **largo plazo** es el tiempo necesario para que todos los factores sean variables. Pero también indica que para cada caso es diferente el corto plazo y el largo plazo, por ejemplo, para un puesto callejero de limonada el largo plazo puede ser de uno o dos días solamente, y para una empresa petroquímica o de automóviles del largo plazo puede ser de cinco o diez años.

1.1.5. Rendimientos de escala

Debertin (2012) afirma que, en la función de producción Cobb Douglas, el producto no aumenta necesariamente ante aumentos en el nivel de insumos, la producción se expande según la velocidad de expansión del valor de los coeficientes: Si el valor de los coeficientes ($\sum\beta_i$) de la función es igual a 1, la producción aumenta a una velocidad **constante**. Si el valor de los coeficientes ($\sum\beta_i$) de la función es mayor que 1, la producción aumenta a una velocidad **creciente**. Si el valor de los coeficientes ($\sum\beta_i$) de la función es menor que 1, el producto aumenta a una velocidad **decreciente**. Indica sin embargo que las funciones de producción agrícola del tipo Cobb Douglas generalmente tienen rendimientos decrecientes a escala ($\sum\beta_i < 1$). (p.175)

Salvatore (2009), afirma que existe tres tipos de rendimientos a escala: i) rendimientos constantes a escala, significa que si todos los factores de la producción aumentan en una proporción determinada, la producción obtenida aumenta en la misma proporción, ii) rendimientos crecientes a escala se refieren a que si todo los factores aumentan en una proporción, la producción crece en una proporción mayor, y iii) rendimientos decrecientes a escala si la producción aumenta en una proporción menor al aumento de todos los insumos. (p.143)

Pindyck y Rubinfeld (2013) afirman que, en la producción de largo plazo, los rendimientos de escala es la tasa a la que aumenta la producción, cuando se incrementan los factores productivos proporcionalmente. Asimismo, existen tres casos: (a) rendimientos crecientes a escala, es cuando la producción se duplica con creces, cuando se duplican los factores, (b) rendimientos constantes de escala indica que la producción se duplica cuando se duplican los factores y (c) rendimientos decrecientes a escala, es cuando la producción puede no duplicarse cuando se duplican todos los factores.

Varian (2010) refiere que, en vez de incrementar un solo factor de producción, manteniendo fijas los demás insumos, se puede aumentar proporcionalmente la cantidad de todos los insumos, en ese contexto; si aumentamos cada uno de los insumos en el doble implicaría que el producto también incremente el doble, ello se denomina **rendimientos constantes de escala**; en ese contexto, manifiesta que es posible una tecnología tenga rendimientos constantes de escala y que cada uno de los factores tenga un producto marginal decreciente, además que este es el más frecuente. Sin embargo, pueda que ocurra otras formas, por ejemplo, **rendimientos crecientes de escala** esto es cuando el producto aumenta proporcionalmente mayor que el aumento en los factores:

$$f(tx_1, x_2) > tf(x_1, x_2) \quad t > 1$$

Finalmente, el caso de **rendimientos decrecientes a escala**, si se duplica el uso de cada uno de los factores como consecuencia el producto aumente, pero menos del doble, menciona que ello puede ocurrir en el caso que olvidamos algún insumo y se encuentra fijo, por lo tanto, este proceso pertenece al corto plazo.

$$f(tx_1, x_2) < tf(x_1, x_2) \quad t > 1$$

Nicholson y Snyder (2011) refiere que una función de producción presenta **rendimientos constantes a escala** si la duplicación de todos los insumos da como resultado una duplicación exacta de la producción; si la duplicación de todos los insumos no alcanza a duplicar la producción, se dice que la función de producción muestra **rendimientos decrecientes a escala** y finalmente si la duplicación de todos los insumos ocasiona que la producción aumente a más del doble, la función de producción **presenta rendimientos crecientes a escala**. Agrega además que los tipos de economías de escala experimentados en el mundo real podrían ser combinaciones muy complejas de los tres casos anteriores, una función de producción puede mostrar rendimientos crecientes para ciertos niveles y rendimientos decrecientes a escala para otros niveles de producción o simplemente no presenta economías de escala.

1.1.6. Elasticidad de sustitución de factores

Salvatore (2009), indica que otra característica de una función de producción es el grado de “facilidad” con la que se puede sustituir capital por trabajo. Esta característica depende más de la forma de una sola isocuanta que del mapa entero de isocuantas. Hasta aquí se supone que las empresas podían sustituir trabajo por capital y mantener la producción constante. El grado de facilidad para realizar esa sustitución varía, en algunos casos se puede hacer la sustitución fácil y rápidamente ante las circunstancias cambiantes de la economía. Añade, que la sustitución de factores se mide con la elasticidad de sustitución, es la razón del cambio porcentual de K/L ante un cambio porcentual de la RST a lo largo de una isocuanta. En el caso de las proporciones fijas, esta elasticidad es cero, porque K/L no cambia en el vértice de la isocuanta. En una situación de equilibrio, la elasticidad de sustitución técnica es:

$$\sigma = \frac{\Delta\% \left(\frac{K}{L}\right)}{\Delta\% RST} = \frac{\frac{\Delta\left(\frac{K}{L}\right)}{\frac{K}{L}}}{\frac{\Delta RST}{RST}} = \frac{\Delta\left(\frac{K}{L}\right) * RST}{\Delta RST * \left(\frac{K}{L}\right)}$$

La elasticidad de sustitución mide, la mayor o menor facilidad técnica con que puede sustituirse un factor por otro, manteniendo el nivel producto constante. Cuanto más fácilmente sustituibles son los factores entre sí, mayor será el valor de la elasticidad de sustitución, el numerador de la fracción será grande y el denominador pequeño.

Debertin (2012) refiere que las formas de las isocuantas pueden decir mucho sobre la naturaleza de las funciones de producción que las sustentan, asimismo, sobre la facilidad con que se pueden sustituir o no, un par de insumos. Hay casos extremos como dos insumos que pueden ser sustitutos perfectos y otro par de insumos que no pueden sustituirse, estas funciones de producción son pocas o rara vez utilizado por los economistas agrícolas. Los valores de la elasticidad de sustitución van desde cero a infinito, los insumos que no se sustituyen tiene una elasticidad cero, mientras que los insumos que se sustituyen entre sí en proporciones fijas en cualquier punto a lo largo de una isocuanta tienen una elasticidad infinita; asimismo, los valores cercanos a cero indican poca potencial de sustitución, los valores mayores a cero indican un potencial de sustitución. En ese contexto, Henderson y Quant (como se citó en Debertin, 2012) proporcionan un método para calcular elasticidades de sustitución basada en primeras y segundas derivadas de una función de producción:

$$f_1 = \frac{\partial y}{\partial x_1} = MPP_{x_1} \text{ Producto marginal de insumo } x_1$$

$$f_2 = \frac{\partial y}{\partial x_2} = MPP_{x_2} \text{ Producto marginal de insumo } x_2$$

$$f_{11} = \frac{\partial^2 y}{\partial x_1^2} = \text{pendiente de } MPP_{x_1}$$

$$f_{22} = \frac{\partial^2 y}{\partial x_2^2} = \text{pendiente de } MPP_{x_2}$$

$$f_{12} = f_{21} \text{ por el teorema de Young} = \frac{\partial^2 y}{\partial x_1 \partial x_2}$$

Luego la fórmula para calcular la elasticidad de la sustitución es:

$$e_s = \frac{[f_1 f_2 (f_1 x_1 + f_2 x_2)]}{[x_1 x_2 (2f_{12} f_1 f_2 - f_1^2 f_{22} - f_2^2 f_{11})]}$$

Indica que la ecuación hace posible calcular la elasticidad de sustitución en un punto particular de una isocuanta para cualquier función de producción. Existen otras medidas de elasticidad de sustitución tales como de *Allen* (o *AES*) de *McFadden* y otra que se llama medida de *Morishima*, sin embargo todas estas definiciones son

iguales a la ecuación de elasticidad de sustitución de Henderson y Quant, cuando se trabaja solo con dos insumos (Debertin, 2012).

1.1.7. Teoría de los costos de producción

Nicholson y Snyder (2011) afirma que el costo contable es lo que se pagó efectivamente por los insumos, a pesar de que hayan sido pagados hace mucho tiempo, y el costo económico es la remuneración que el recurso recibiría en su mejor uso alternativo. Definen los costos económicos de: trabajo, capital y servicios empresariales, los costos del trabajo para el contador es el pago de las empresas por concepto de sueldos y salarios y es un gasto corriente por tanto un costo de producción. Los economistas consideran que el pago de salarios es un costo explícito: los servicios de trabajo (horas-hombre) se adquieren mediante el pago de una renta salarial por hora y que esta renta es la cantidad que los trabajadores ganarían en una mejor alternativa de empleo. Costos de capital, los servicios de capital se miden en horas-máquina. Los contadores, para calcular los gastos de capital, utilizan el precio histórico de una máquina y aplican una regla de depreciación para determinar la cantidad del precio original de la máquina que serían costos corrientes. Indica que el monto pagado por la máquina es un costo hundido (costo que no se recupera), los economistas se centran en el costo implícito de una máquina, es decir, lo que un tercero estaría dispuesto a pagar por su uso. Por lo tanto, el costo de una hora-máquina es la renta de alquiler de esa máquina en la mejor alternativa de uso. Si la empresa continúa utilizando la máquina, renuncia implícitamente al alquiler que el tercero estaría dispuesto a pagar por su uso. Se trata de la renta que la empresa debe pagar por hacer uso de la máquina durante una hora. (p.245)

Varian (2010), afirma que las empresas para maximizar sus beneficios, tienen que minimizar el costo de los insumos (w_1 y w_2), luego establece una función de costos, se denomina **isocosto**:

$$w_1x_1 + w_2x_2 = C$$

Donde

w_1, w_2 = costo de factores productivos en el mercado

x_1, x_2 = factores productivos

C = Costo total

Luego se deduce

$$x_2 = \frac{C}{w_2} - \frac{w_1 x_1}{w_2}$$

Es la ecuación de la recta de isocosto, cuya pendiente es $-w_1/w_2$ y la ordenada en el origen es C/w_2 , refiere que todos los puntos sobre la recta tienen el mismo costo C y cuanto más arriba estén las rectas los costos son mayores. Cuando se usa dos factores, el punto de minimización de costos es el lugar de tangencia entre la isocuantas con el isocosto, es decir, la pendiente de la isocuantas debe ser igual a la pendiente de la curva isocosto, de otra forma la relación técnica de sustitución debe ser igual a la relación de precios de los factores:

$$-\frac{PM_1(x_1^*, x_2^*)}{PM_2(x_1^*, x_2^*)} = RTS(x_1^*, x_2^*) = -\frac{w_1}{w_2}$$

Geométricamente, la minimización de los costos:

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{w_1}{w_2} = -\frac{PM_1(x_1^*, x_2^*)}{PM_2(x_1^*, x_2^*)}$$

Luego se tiene el comportamiento de la empresa minimizadora de costos, cuando los precios de los factores varían y la producción permanece constante:

$$\Delta w_1 \Delta x_1 + \Delta w_2 \Delta x_2 \leq 0$$

1.1.8. Homogeneidad

Chiang y Wainwright (2006) afirma que una **función es homogénea** de grado r si la multiplicación de cada una de las variables independientes por una constante j altera el valor de la función en la proporción j^r , es decir, si:

$$f(jx_1, \dots, jx_n) = j^r f(x_1, \dots, x_n)$$

Asimismo, presenta los siguientes tipos de homogeneidad de funciones:

Homogeneidad de grado cero, si a una función dada le multiplicamos por j , a la ecuación:

$$f(x, y, w) = \frac{x}{y} + \frac{2w}{3x}$$

Obtenemos:

$$f(jx, jy, jw) = \frac{jx}{jy} + \frac{2(jw)}{3(jx)} = \frac{x}{y} + \frac{2w}{3x} = f(x, y, w) = j^0 f(x, y, w)$$

El valor de la función no es afectado por los cambios proporcionales iguales en todas las variables independientes.

Homogénea de grado uno o de primer grado cuando multiplicamos cada variable por j también altera la función en exactamente j veces:

$$g(x, y, w) = \frac{x^2}{y} + \frac{2w^2}{x}$$

$$g(jx, jy, jw) = \frac{(jx)^2}{jy} + \frac{2(jw)^2}{(jx)} = j \left(\frac{x^2}{y} + \frac{2w^2}{x} \right) = jg(x, y, w)$$

Homogénea de grado dos, en este caso cuando se duplica todas las variables independientes, cuadruplica el valor de la función. Se tiene la siguiente función:

$$h(x, y, w) = 2x^2 + 3yw - w^2$$

$$h(jx, jy, jw) = 2(jx)^2 + 3(jy)(jw) - (jw)^2 = j^2 h(x, y, w)$$

Añade que en el estudio de las funciones de producción es ampliamente usado las funciones homogéneas de grado uno, a estos se le denomina funciones linealmente homogéneas.

1.2. Antecedentes

- a. Cortázar y Montañó (2011), estudiaron la tecnología de producción del algodón, en Juárez – México, determinando la relación existente entre el producto y el uso de los factores productivos: agua, trabajo, el suelo, maquinarias, financiamiento, asistencia técnica, cambios climáticos y otros, ha utilizado estadística de 20 años, encontrando el modelo *Cobb Douglas*. Concluye que: (a) el sector agrícola es esencial para el desarrollo de una nación, (b) la información oficial es incompleta e insegura (c) no existe un ambiente de competencia que incentive a mejorar las condiciones de la parcela o la tecnología utilizada, debido que la participación no es representativa y

que el poder sobre el mercado es mínimo (d) son muchos los factores que afectan a la productividad del algodón: falta de agua, semilla de bajo costo, etc.; la función de producción *Cobb Douglas* que halló fue:

$$\ln Q = \ln \beta + \alpha \ln K + \beta \ln L + U$$

$$\ln Q = -4.15172 + 0.9467 \ln K + 0.4012 \ln L + U$$

$$t = (-3.9377) \quad (9.5893) \quad (0.4012) \quad R^2 = 65\%$$

Donde: K es capital y L es trabajo, del modelo se deduce que la producción de algodón es intensiva en maquinaria porque su elasticidad es mayor a la del factor trabajo y es más productivo que el trabajo, agrega que la función de producción tiene rendimientos crecientes a escala, porque la suma de los coeficientes es mayor uno (1.35). Por otro lado, en la actividad de producción agrícola tipo orgánico (Zamilpa, 2014) estudió la agricultura orgánica en México comparando con la experiencia de la Unión Europea, en los aspectos de producción, mercado doméstico y externo, consumo de productos orgánicos y finalmente las políticas públicas que fomentan la agricultura orgánica, ha utilizado el método científico hipotético deductivo a la vez inductivo; el diseño de la investigación fue exploratorio, descriptivo, correlacional y explicativo. Concluye que el fortalecimiento del sector orgánico depende del impulso a la producción mediante apoyos de desarrollo y de la diversificación de los mercados de exportación, de la atracción y fomento del consumo y del diseño de las políticas agrícolas integrales para el sector orgánico de México.

- b. Eguiguren (2009) estudió la elasticidad precio de la demanda de energía a nivel industrial de Chile, y la elasticidad de sustitución entre la energía y el resto de los factores productivos (capital y trabajo), utilizó datos panel del 2001 a 2007. Propone una forma de estimar la elasticidad de sustitución entre factores, que es la elasticidad de sustitución de Morishima-*MES*; concluye que todos los factores productivos que se utilizan en el sector manufacturero de Chile son sustitutos, es decir (capital, trabajo y energía), se pueden sustituir uno al otro.
- c. Considine y Mount (como fue citado en Eguiguren, 2009) manifiesta que una forma de calcular la elasticidad de sustitución entre dos factores es el modelo de Allen-Uzawa, denominado también Allen Elasticity of Substitution (*AES*). Presentan la siguiente ecuación:

$$A_{ij} = C \frac{\frac{\partial^2 C}{\partial P_i \partial P_j}}{\left(\frac{\partial C}{\partial P_i}\right)\left(\frac{\partial C}{\partial P_j}\right)} \quad i \neq j$$

Donde, C es costo total, P_i precio del factor i , P_j precio del factor j . La AES intenta ser una aproximación, para el caso en que existen más de dos factores en la función de producción, en comparación a la elasticidad de sustitución introducida por *Hicks* para el caso de una función de producción de dos factores productivos.

- d. Blackorby y Russell (como se citó en Eguiguren, 2009) indican que el modelo de elasticidad de sustitución de Allen- Uzawa (AES), no es adecuado debido que: (i) la AES no es una medida la curvatura de la isocuanta y por lo tanto no mide la facilidad de sustitución, (ii) no proporciona información sobre las participaciones relativas de los factores y (iii) no puede ser interpretado como una *TMS* o como una derivada (logarítmica) de una razón de cantidades respecto de una razón de precios. Por lo tanto, recomiendan usar la elasticidad de sustitución de Morishima (*MES*) que cumple con las condiciones mencionadas.

$$\sigma_{ij} = \frac{P_i \partial^2 C / \partial P_i \partial P_j}{\left(\frac{\partial C}{\partial P_j}\right)} - \frac{P_j \partial^2 C / \partial P_i^2}{\left(\frac{\partial C}{\partial P_i}\right)}$$

$$\sigma_{ij} = n_{ij} - n_{jj}$$

Afirman que la *MES* entrega información sobre el cambio en la razón de las participaciones de i y j cuando cambia la razón de precios de i y j (más bien, cuando cambia el precio de j , dejando constante el precio de i). Una propiedad de la *MES* es que es asimétrica ($\sigma_{ij} \neq \sigma_{ji}$). Un cambio en p_j tiene efecto tanto en la cantidad óptima de i (reflejado en n_{ij}), como en la cantidad óptima de j (reflejado en n_{jj}). σ_{ij} es por lo tanto una medida del cambio neto en la razón de las cantidades de i y j . En cambio, σ_{ji} refleja el cambio neto de la razón de las cantidades de i y j al variar la p_i , dejando constante p_j .

- e. Portillo *et al.* (2015) estudiaron la función de producción cúbica y su aplicación en la agricultura de pequeña escala de México, indica que la función de producción Cobb-Douglas es apropiado para el análisis de producción a gran escala, en la agricultura comercial y en la producción industrial. En el caso de una función de producción de un solo factor que suele tener un rango de rendimientos crecientes

seguido por una etapa de rendimientos decrecientes positivos los cuales posteriormente se vuelven negativos, indican que la forma más sencilla de representar tal situación es la ecuación cúbica o polinomio de tercer grado. Presenta la producción de maíz con un solo insumo variable, el nitrógeno:

$$Y = \alpha_0 + \alpha_1 N + \alpha_2 N^2 + \alpha_3 N^3$$

Donde, Y es la producción/ha., de maíz, N es kilo de nitrógeno/ha., α_0 es el intercepto; α_1 , α_2 y α_3 son los parámetros. Como resultado encuentra una dosis de nitrógeno de 100 kg/ha, que genera el máximo producto medio. Concluye que la función de producción cúbica, permite identificar los niveles de uso de insumos variables para obtener la máxima ganancia de su inversión, en una agricultura de pequeña escala.

- f. Mcfadden y Miranowski (2016) estudió sobre el cambio climático y el incremento de la productividad en el cultivo de maíz y soya, en Iowa, Illinois y Nebraska, refieren que la bioeconomía podría contribuir a mitigar la degradación del medio ambiente, para lo cual hay que disminuir la erosión del suelo y el uso de productos químicos tóxicos; ha utilizado la función de producción Cobb-Douglas, con datos panel, para i estados y t años; el modelo linealizado es:

$$\log(y_{it}) = \log(A_{it}) + \sum_j \alpha_{ijt} \log(X_{ijt}) + \varepsilon_{it}$$

Donde:

Y_{it} = rendimiento de maíz o soya. Para: i estados y t años

A_{it} = Tecnología neutral de Hicks. Para: i estados y t años

X_{ijt} = j -ésima factor productivo. Para: i estados y t años

α_{ijt} = producto marginal del insumo j -esimo

Realizaron un análisis con el modelo de regresión dinámica Bayesiana, donde incluye como variables explicatorias al clima, nitrógeno y otros insumos. Concluye que sí hubo el cambio climático durante 1970-1990 (lluvia, calor y heladas) que afectan a la productividad de los cultivos; sin embargo, pronostican decrecimiento en la productividad del maíz y la soya; recomendaron traslado a otras regiones con mejores climas, asimismo la rotación de cultivo entre soya y maíz para mejorar la producción.

- g. Castellanos, Martinez, Beatriz, Martinez M., y Rendon (2006) estudiaron la región confidencial para el óptimo económico de una función de producción Cobb-Douglas, para dos variables: $Y_t = \theta_1 x_1^{\theta_2} x_2^{\theta_3} + e_t$, donde $t=1,2,\dots,n$; aplicando el método de mínimos cuadrados ordinarios luego la prueba de *Wald* en modelos no lineales, para probar la significancia de los coeficientes; estudiaron la obtención del máximo ingreso neto o beneficio de la empresa, para lo cual establecieron la siguiente ecuación: $I = P_y Y - C$, donde I es el ingreso neto, P_y precio del producto y C costo de los insumos, manifiestan que la mayor diferencia entre el ingreso y los costos de producción se denomina **óptimo económico**. Asimismo, indican que una condición necesaria para que el beneficio I sea un máximo es: $\frac{dI}{dx_j} = 0 \quad j=1,2,\dots,p$.
- h. Rebollar, Callejas y Guzmán (2018) en una investigación experimental, determinaron el **nivel óptimo técnico (NOT)**, en la producción de leche en el Sur de México, utilizando una función de producción Cobb-Douglas con dos variables:

$$Y = \beta_0 x_1^{\beta_1} x_2^{\beta_2} \mu_i, \text{ luego la ecuación linealizada es:}$$

$$\text{Log}(y) = \text{log}(\beta_0) + \beta_1 \text{log}(x_1) + \beta_2 \text{log}(x_2) + \text{log}(u_i)$$

Donde, Y es la producción de leche, β_0 es la ordenada al origen, β_1 coeficiente de la variable alimento concentrado, β_2 coeficiente de la variable forraje; x_1 alimento concentrado, x_2 forraje y μ_i el error aleatorio. Para optimizar la función de producción sujeto a un presupuesto (isocosto) ha aplicado el método de multiplicador de Lagrange. Como resultado obtuvieron que la producción de leche tiene rendimientos decrecientes de escala ($\beta_1+\beta_2$), el óptimo técnico es de 353.8 litros.

- i. Reyes (2008) estudió la determinación de una función de producción de maíz, aquella que optimice la productividad (optimo técnico), a partir de los insumos nitrógeno (N), fosforo (P_2O_5) y potasio (K_2O); la investigación fue experimental en 40 parcelas, cada uno con un aproximado de $100 m^2$, ha determinado una función de producción cuadrática que se ajusta a la producción experimental del maíz:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 N + \beta_2 (P_2O_5) + \beta_3 (K_2O) + \beta_4 N^2 + \beta_5 (P_2O_5)^2 + \beta_6 (K_2O)^2 + \beta_7 NPK + \mu_i$$

Para obtener el óptimo técnico ha desarrollado el procedimiento del producto marginal para cada factor productivo, luego igualando a cero:

$$\frac{dY}{dN} = 0, \quad \frac{dY}{dP_2O_5} = 0, \quad \text{y} \quad \frac{dY}{dK_2O} = 0$$

Como resultado del **óptimo técnico** obtuvo un nivel de producción de 101.86 qq/ha de maíz, utilizando los insumos: 50.98 kg de nitrógeno (N/ha), 100 kg de fosforo ($P_2O_5/ha.$) y 100 kg de potasio (K_2O); asimismo halló el **óptimo económico** de 97.57 qq/ha., de maíz, utilizando los siguientes insumos: 23.2 kg de nitrógeno (N/ha), 100 kg de fosforo ($P_2O_5/ha.$) y 100 kg de potasio (K_2O)

- j. Perdomo y Lee (2011) estudiaron el problema de la productividad del sector cafetero de Colombia, estimando una función de producción que explica el comportamiento de los pequeños, medianos y grandes productores, y el análisis de economías a escala y la **eficiencia técnica**. Plantea una función de producción econométrica:

$q_i = f(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, x_{4i}, \beta) + \eta_i$, donde $\eta_i = v_i - \mu_i$ y q_i es la cantidad de producción anual de café por finca, medido en arrobas; x_1, x_2, x_3, x_4 , son los insumos utilizados en la producción del café (tierra, trabajo, fertilizantes y maquinaria); β representa el vector de los parámetros; para estimar los coeficientes han utilizado la técnica de máxima verosimilitud para obtener parámetros eficientes, insesgados y consistentes. Entre varios tipos de funciones de producción, han seleccionado la función de producción translogarítmica Minflex Laurent, debido que se ajustó a los diferentes tamaños de productores, además presenta un valor del criterio Akaike (1.178) siendo el menor, comparado con el de las otras funciones convencionales y flexibles. A partir de la función translogarítmica obtienen la eficiencia técnica (ET) o nivel óptimo técnico del producto, es una cantidad ideal que quisieran alcanzar cada agricultor; el cual resulta mayor al nivel de producción real o valor observado de café. Concluyen que: (i) en el caso de pequeños y medianos agricultores de café, el factor tierra tiene mayor significancia, seguido por el uso de los fertilizantes y luego por la maquinaria, además presentan rendimientos crecientes a escala, ineficiencia técnica y estocástica; (ii) para el caso de grandes productores (empresas), mayor significancia tiene el factor trabajo, no siendo así para el factor tierra, además presentan rendimientos decrecientes a escala y eficiencia técnica e ineficiencia estocástica.

- k. Mercado (2012), estudió sobre el rendimiento de la quinua orgánica, analizando dos tipos de tecnologías: en la tecnología tradicional, los procesos de la preparación, la siembra, labores culturales y la cosecha se realiza intensivo mano de obra; mientras en la tecnología intermedia, algunas actividades del proceso productivo se realizan empleando maquinarias. Por otro lado, estudió los métodos de combinación de los factores productivos, entre ellos los abonos orgánicos, experiencias en gestión, certificación, exportación comercial de *quinua orgánica* y zonificación agroecológica de los agricultores de la zona de Ilave, Acora y Platería (Asociación Tata Wilca). Concluye que el rendimiento en la tecnología intermedia fue en promedio de 1200 kg/ha, con un costo total de producción de S/ 2029.00; en el caso de la tecnología tradicional calculado en un rendimiento de 1100 -1200 kg/ha con un costo de producción de S/ 1802.50.
- l. Calla (2014) estudió el sistema de comercialización y márgenes de ganancia por cada agente (productor, intermediario y consumidor), de la quinua orgánica en la Cooperativa Agroindustrial-Cabana (COOPAIN); concluye que los agentes de comercialización son primero el productor, segundo la cooperativa y tercero constituido por el mercado interno del país que viene a ser el Cusco, y el mercado externo por los países Estados Unidos, Francia y Alemania; además que el margen de ganancia bruta es del 38.81% del cual el 61.19% corresponde al productor.
- m. Soto *et al.* (2015) identificaron los siguientes tipos de agricultores de quinua para Puno: pequeños agricultores los que cultivan menos de 3 ha., medianos agricultores aquellos que cultivan hasta 10 ha., y grandes agricultores aquellos que cultivan más de 10 ha.; indican además que los pequeños agricultores son de subsistencia y/o familiares. A la región Puno divide en tres zonas de producción: San Román (zona norte), Lampa (zona centro) y Chucuito (zona sur).

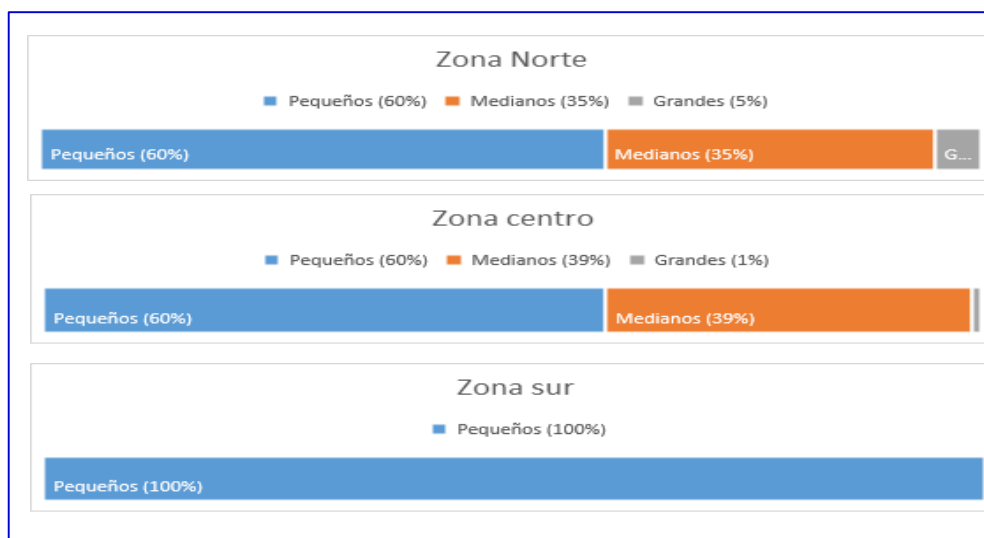


Figura 1. Tipos de productores de quinua en la región Puno.

Fuente: Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura (IICA), 2015

n. Mounirou y Balogoun (2016) estudiaron sobre la productividad de la soya para la comunidad de Savé–Benín–África Occidental, aplicando el modelo de Cobb – Douglas por el método econométrico de máxima verosimilitud, planteándose como variables independientes: la semilla (kg/ha), fertilizante (kg/ha), insecticida (L/ha), trabajo (hombre/día/ha), el capital (suma de la *D* lineal de equipos que duran mayor a un año y valor de compra de equipos que duran menos de un año) y la superficie cultivada (ha); utilizaron datos de corte transversal de una muestra de 66 productores de soya. Como resultado obtuvo la función de producción Cobb-Douglas linealizado, log-lineal:

$$\begin{aligned} \ln(Prod_i) = & -2.71 + 0.175\ln(Sem_i) + 0.157\ln(Engr_i) + 1.101\ln(Insec_i) \\ & + 1.102\ln(Trav_i) + 0.290\ln(Capi_i) - 0.240\ln(Sup_i) \end{aligned}$$

La suma de las elasticidades de los factores de producción es mayor a uno, el cual significa que la función de producción de la soya en la Comuna de Savé presenta rendimientos crecientes a escala; indican que se puede mejorar el rendimiento de la soya sin aumentar la combinación de insumos, es decir, con la influencia de variables cualitativas como la capacitación de productores que no se encuentra en el modelo. Por otro lado (Chipana, *et al.*, 2014) estudiaron la influencia de los factores productivos: tierra (X_1), semilla (X_2), maquinaria agrícola (X_3) y mano de obra (X_4)

en la producción del *tarwi*¹ (*lupinus mutabilis*) en la región Norte de Bolivia; asimismo, la influencia del nivel de escolaridad combinado con cada uno de los insumos en la productividad del *tarwi*; determinando la función de producción de Cobb Douglas $Y = e^{0.46} X_1^{-0.13} X_2^{0.92} X_3^{-0.02} X_4^{0.02}$. Como resultado encontró que los insumos tierra y maquinaria presentan una relación inversa frente al producto, lo que significaría que los incrementos unitarios en estos insumos conducen a que la productividad marginal sea negativa; por otro lado, los factores semilla y mano de obra presentan una relación directa con el producto (Y); refieren que la elasticidad global del modelo es 0.78.

- p. Ramírez (2013) analizó la eficiencia técnica, distributiva y económica² de la producción de arroz en la región central de Colombia; para estimar el nivel de producción ha utilizado el modelo Cobb Douglas, paramétrico determinístico porque no requiere de un supuesto sobre el término error (μ), las variables explicativas del modelo son: semilla en kg (X_1), nitrógeno en kg (X_2), mano de obra en horas (X_3), maquinaria en horas (X_4) y tierra en ha (X_5); con datos de corte transversal a 85 productores, luego por el método de *MCO* corregido, ha establecido la función de producción:

$Y = e^{2.061} X_1^{0.154} X_2^{0.135} X_3^{0.239} X_4^{0.085} X_5^{0.381}$, los coeficientes tienen el signo esperado, son significativos, con un coeficiente de determinación $R^2 = 99.8\%$, y la elasticidad global del modelo 0.994, lo cual presenta economías constantes de escala. Concluye que los productores pueden incrementar la productividad, reducir los costos y aumentar los beneficios.

- q. Clavijo y Ardila (2015) investigaron sobre la eficiencia económica en la producción de cacao, estimando una frontera de producción paramétrica determinística (modelo de función de producción, supone que $\mu=0$, término error truncado), aplicando el modelo Cobb-Douglas, considerando como variable dependiente (Y) la producción de cacao y las variables independientes: cantidad de mano obra familiar (X_1), cantidad de mano de obra contratada (X_2), cantidad de fertilizante orgánico e

¹ *Tarwi* también conocido como chocho o lupino, es un grano con un valor nutricional excepcional por su gran cantidad de proteínas, vitaminas y minerales (<http://camp.ucss.edu.pe/blog/tarwi-proyecto-fundochipta/>)

² La eficiencia técnica, distributiva y económica; se refiere a la optimización de la producción y maximización de ganancias.

inorgánico (X_3); los datos fueron de corte transversal en una muestra de 55 agricultores, con el método de *MCO* estimaron los parámetros de la ecuación, comparando luego con el de *MCO* corregido, cuyo resultado es:

$\ln Y = e^{4.833} + 0.130 \ln X_1 + 0.050 \ln X_2 + 0.203 \ln X_3$, los signos de los coeficientes son los esperados y son significativos, el coeficiente de determinación $R^2=50.7\%$, la elasticidad global es 0.36, significa que el modelo presenta rendimientos decrecientes a escala.

- r. Toro *et al.* (2010) estudiaron sobre los modelos econométricos para desarrollar funciones de producción en la actividad ganadera (crecimiento animal y producción de leche), el objetivo del trabajo fue explorar diferentes técnicas de aplicación de funciones de producción en la actividad pecuaria, entre modelos lineales y modelos no lineales dentro de este último la función de producción Cobb-Douglas ($Y = AX_1^\alpha X_2^\beta$), donde Y es la cantidad de producto, A es un parámetro constante de eficiencia, α y β son las elasticidades y X_i son los factores productivos; afirman que el valor de A es diferente según el tamaño de la empresa, y depende de la tecnología, del acierto de empresario y de factores aleatorias. Concluye que en el sistema ganadero el que mejor se ajusta es la función Cobb Douglas porque es una herramienta eficaz para la gestión y toma de decisiones, explica el comportamiento del producto en relación a las variables, la ley de rendimientos decrecientes y economías de escala.
- s. Morales, Rebollar, Hernández y Gonzales (2015), estudiaron la determinación del óptimo técnico y económico en el cultivo de papa, en el estado de México, tipo de investigación experimental, utilizaron un modelo de función de producción cúbica, tiene como variable dependiente la cantidad de producto que está función de los insumos: difosfato de amonio, fosfonitrato y cloruro de potasio; formulando una función por cada insumo. Concluye que el nivel de óptimo económico es menor al nivel de óptimo técnico.
- t. Soto *et al.* (2015) indican que la quinua (*Chenopodium quinoa* Willd) es un grano alimenticio originario de los andes peruanos y de la Región Andina de América del Sur, es una planta herbácea de la familia de las Chenopodiaceae que alcanza un tamaño de 0.5 a 3.0 m de altura, las semillas son las que contienen un gran valor alimenticio; estos son pequeños gránulos con diámetros de entre 1.8 y 2.2 mm, de

color variado: blanco, café, amarillo, rosado, gris, rojo y negro; sobre los tipos de la quinua, (Apaza, Cáceres, Estrada y Pinedo, 2013) han realizado un estudio para la FAO, INIA y MINAGRI, quienes formularon un *Catálogo de variedades comerciales de quinua en el Perú*, en el cual mencionan 20 variedades de quinua que son comercializados (ver Anexo 13). Continuando con (Soto *et al*, 2015) sobre el alto valor nutricional de la quinua, además su adaptabilidad a diferentes condiciones agroecológicas (plasticidad genética), tolerancia a suelos salinos, resistencia a temperaturas extremas y a la poca disponibilidad de agua. El contenido proteico varía desde un 12% hasta un 20% en algunas variedades, con una composición balanceada de aminoácidos similar a la caseína (proteína de la leche animal), vitaminas y minerales esenciales (calcio, magnesio, zinc y hierro), así como polifenoles y fibra dietética. Asimismo, la Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura–FAO, afirma que el valor nutricional de la quinua ha sido básicamente reconocido por su proteína de alta calidad, rica en aminoácidos esenciales y por su contenido de carbohidratos, produciendo bajos índices de glicemia y en general una mejor calidad nutricional y funcional respecto a granos de cereales como maíz, avena, trigo y arroz (ver anexo 12)

CAPÍTULO II

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1. Identificación del problema

Soto *et al.* (2015)³ refieren que en el Altiplano y valles interandinos se practican la tecnología tradicional en el cultivo de quinua, los procesos productivos son intensivo en mano de obra, con rotación de cultivos, escaso uso de insumos químicos, pero con bajos rendimientos; sin embargo, con el crecimiento de la demanda por la quinua, actualmente hay una disminución de la tecnología tradicional y una mayor preferencia por el cultivo mecanizado o tecnificado con inclusión de insumos químicos, pesticidas, con el cual buscan el incremento de la productividad; este cambio podría originar un potencial impacto negativo en el medio ambiente, ocasionando erosión del suelo, contaminación de las aguas; de igual forma los procesos de escarificado y lavado de la quinua son potencialmente contaminantes del aire y el agua, se tiene que adoptar estrategias de mitigación. En Puno se han identificado prácticas inadecuadas que podría afectar al medio ambiente: incremento en uso de agroquímicos, quema de llantas y envases de plástico, fuegos artificiales entre otros para combatir las granizadas y las fuertes heladas; además el incremento de la mecanización en los diferentes procesos, ocasiona la erosión de los suelos frágiles y finalmente conlleva a la disminución del rendimiento.

En cuanto a la producción de quinua en el departamento de Puno, periodo 2001-2014 es creciente, con una tasa del 6.70%, sin embargo, hay departamentos que han crecido en mayor porcentaje, ejemplo Arequipa en 44.4% y Ayacucho 18.40% (Soto *et al.*, 2015).

³ Los autores han realizado un estudio de la producción y el mercado de quinua en el Perú para el “Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura – IICA”

La Región Puno es el primer productor de quinua en el Perú, cuyas provincias El Collao, Azángaro, Chucuito, Puno y San Román, producen el 81% del total regional; asimismo refieren que los distritos de Cabana e Ilave son los más resaltantes en la producción orgánica certificada (Casafranca y Pahuachon, 2014), manifiestan que existe limitaciones, por ejemplo en el distrito de Cabana no dispone de un sistema de riego tecnificado para atender las necesidades hídricas en tiempos de sequía, esperan en su mayoría las precipitaciones pluviales, otros tipos de fuentes como ríos, vertientes, lagunas y aguas subterráneas que son aprovechadas a través de sistemas artesanales o manuales como pozos, zanjas de filtración, andenes; de igual forma existe déficit de agua en distrito de Ilave; otra dificultad es que reciben limitada asistencia técnica de los organismos gubernamentales.

Los productores de Cabana e Ilave no disponen de tecnología ni maquinaria especializada para el proceso productivo, no tienen capital ni herramientas de apoyo necesarias, no reciben apoyo del gobierno; una limitada tecnología implica baja productividad, esto conlleva a generar incrementos en los costos; existe carencia de conocimientos tecnológicos trabajando con técnicas artesanales (Casafranca y Pahuachon, 2014).

Respecto al comercio internacional de la quinua (UNESCO, 2017) refiere que el Perú es el primer exportador de quinua a nivel mundial, sin embargo, actualmente hay países que han empezado a cultivar la quinua, ejemplo en Europa, Estados Unidos y China, es decir, se está intentando producir quinua fuera del lugar de su hábitat ancestral; esto sería por la creciente demanda internacional de la quinua.

Según el Ministerio de Agricultura y Riego (MINAGRI, 2017) refiere que la disminución de los precios de la quinua de S/ 7.88 en el 2014 a S/ 3.99 en el 2016, debido al aumento de la oferta en el año 2014, impulsando el incremento de exportación de quinua convencional producidos con aplicación de insumos químicos, por las regiones de Arequipa y la Libertad entre otros; lo cual ha impactado negativamente a la buena imagen y en las exportaciones de la quinua orgánica de Puno hacia EE.UU, rechazando algunos embarques de quinua con contenidos de plaguicidas.

Los agricultores de quinua orgánica, presentan algunas limitaciones al no conocer sobre la relación que existe entre las variables independientes (insumos) y la variable dependiente (producto), por lo tanto, no saben cómo mejorar la productividad; en ese contexto se presentan diferentes funciones de producción:

Función de producción cuadrática, cuyas características de ésta función según (Rosales *et al.*, 2004) no presenta homogeneidad, se puede calcular elasticidad de producción de cada factor, la elasticidad de sustitución no es constante y la ecuación es compleja en su presentación. La función cuadrática es una forma polinómica y es aditiva no es multiplicativa (Debertin, 2012) si no se incluyen los términos de interacción (cuadrado de una variable), habrá un efecto aditivo, pero no sinérgico en el producto como resultado de un aumento en el nivel de uso de los insumos. En la siguiente función $Y = a + bx_1 + cx_1^2 + dx_2 + ex_2^2$, el producto marginal del insumo x_1 es $x_1 + 2cx_1$, no se relaciona con x_2 , para maximizar (o minimizar) la primera derivada sería $x_1 + 2cx_1 = 0$; sin embargo, no hace sinergia con el insumo x_2 no obstante que se encuentra dentro de las variables explicativas. Por otro lado, la función cuadrática nos muestra que existe un producto autónomo, lo que significaría que habrá producción aun sin utilizar factores productivos (parámetro a), por lo que esta función de producción no sería adecuada para optimizar la productividad de quinua orgánica en Puno; agregado a ello el escaso uso de este tipo de procedimientos en trabajos de investigación en la economía agrícola.

Tenemos la función de producción lineal multivariable $Q = \beta_0 + \beta_1KT + \beta_2MO + \beta_3T + \beta_4SEMI$, en este caso la productividad marginal de cada variable es igual al coeficiente, tenemos por ejemplo el producto marginal del factor capital ($PM_{kt} = \partial Q / \partial KT = \beta_1$), es una constante, su elasticidad de sustitución es indeterminado (α) como refiere (Álvarez, Arias y Orea, 2003), no cumple con la ley de rendimientos decrecientes. Por otro lado, no es adecuado para aplicar el procedimiento de la elasticidad de sustitución entre factores, propuesta por Henderson y Quant, se requiere la segunda derivada, la misma que no se puede estimar.

En cuanto al modelo de función de producción cúbica, existen pocos estudios que hayan utilizado el modelo de ecuación cúbica, se tiene el estudio del proceso productivo de pequeños agricultores de México, en la cual realizaron una comparación de la ecuación cúbica y Cobb- Douglas, (portillo et al, 2015) manifiestan que el modelo de función de producción cúbica se ajusta a los pequeños agricultores, y Cobb Douglas debe ser aplicado en la producción a gran escala, cuya producción se destina a la comercialización.

En el uso de la función de producción Cobb-Douglas, antes de seleccionar el modelo, cabe presentar lo señalado por (Griffin, Montgomery y Rister, 1987) quienes refieren que la determinación de una verdadera forma funcional, de una relación entre variables

explicativas y la variable dependiente es imposible, para escoger un modelo se puede asumir algunos criterios que se agrupan en cuatro categorías: que permita contrastar la hipótesis, haya posibilidad de estimar los parámetros, la disponibilidad de datos, la existencia de técnicas estadísticas- econométricas y finalmente su aplicación, es decir, si la ecuación resultante se va a usar para la simulación o para optimizar; bajo estas consideraciones la función de producción Cobb Douglas, es la que permite cumplir con dichos criterios y luego aplicar el método de optimización.

Ante los problemas de optimización de la productividad de quinua orgánica, la necesidad actual de satisfacer la demanda nacional e internacional con un producto orgánico, libre de sustancias agroquímicas, pesticidas y otras sustancias que contaminan el suelo, las aguas; debiendo practicar una agricultura sostenible; preservando el medio ambiente; además por los problemas de disminución de la rentabilidad, surge la necesidad de plantear el siguiente problema de investigación.

2.2. Enunciado del problema de investigación

2.2.1. Pregunta general

¿Cuál es la función de producción que mejor optimiza la productividad de la quinua orgánica y permite explicar la elasticidad de sustitución de factores, en la Región Puno, 2015 – 2016?

2.2.2. Preguntas específicas

- a. ¿Cuál es la función que mejor optimiza la productividad de la quinua orgánica y que factores influyen en la cantidad de producción?
- b. ¿Cuál es la elasticidad de sustitución entre factores productivos, ante variaciones del precio de los mismos?
- c. ¿Qué tipo de rendimientos a escala presenta la función de producción de quinua orgánica?
- d. ¿Cuál es el óptimo económico, en la producción de quinua orgánica por una hectárea cultivada?
- e. ¿Cómo es la participación de los pequeños y grandes agricultores en la producción de quinua orgánica?

2.3. Justificación

La quinua es un alimento único, que desde hace 5000 años hasta en la actualidad se viene cultivando en la zona del altiplano puneño, en los alrededores del lago Titicaca (MINAGRI, 2017), en las últimas décadas ha adquirido una importancia internacional debido a sus cualidades nutricionales y por ser producto orgánico libre de sustancias agroquímicos, lo cual conlleva al aumento del precio del producto tanto en el interior del país como en el exterior, por ende mejora los ingresos de los pequeños agricultores que se encuentran en situación de pobreza.

El estudio pretende aplicar una metodología científica en el análisis de la tecnología de producción de la quinua orgánica en la Región Puno, se propone a estudiar el problema que afrontan los productores de la quinua orgánica en la región, en relación a la baja productividad y baja calidad en comparación a los productores de otros departamentos como Arequipa, Ayacucho y Junín entre otros, por otro lado los agricultores enfrentan limitado acceso al financiamiento, capacitación y asistencia técnica por parte del gobierno; el presente trabajo de investigación contribuye al conocimiento científico tecnológico en los procesos productivos de la quinua orgánica, el estudio se fundamenta en las teorías microeconómicas de la producción, costos, beneficios entre otros; convirtiéndose en un aporte de conocimientos para la Economía Agraria. Finalmente contribuirá al mejoramiento del ingreso de los agricultores, por otro lado, en el manejo de una agricultura sostenible con la conservación del medio ambiente.

2.4. Objetivos

2.4.1. General

Analizar la función de producción que mejor optimiza la productividad y explicar su elasticidad de sustitución de factores, en la producción de quinua orgánica en la Región Puno, periodo 2015-2016.

2.4.2. Especifico

- a. Analizar la función de producción que mejor optimiza la productividad de la quinua orgánica y los factores productivos que influyen en el producto.
- b. Explicar la elasticidad de sustitución entre factores productivos, ante variaciones del precio de los insumos.

- c. Determinar y analizar los rendimientos a escala en la función de producción de quinua orgánica.
- d. Analizar el nivel de óptimo económico, por hectárea cultivada de quinua orgánica.
- e. Determinar la participación de pequeños y grandes agricultores en la producción de quinua orgánica

2.5. Hipótesis

2.5.1. General

La función de producción que mejor optimiza la productividad de quinua orgánica y explica la elasticidad de sustitución de factores, es la de Cobb-Douglas, un tipo especial de la función translogaritmica.

2.5.2. Específicas

- a. La función de producción que mejor optimiza la productividad de la quinua orgánica es la de Cobb-Douglas, donde el producto está en relación directa a los factores productivos.
- b. La función de producción de quinua orgánica, presenta una elasticidad de sustitución positiva, entre factores productivos.
- c. La función de producción de quinua orgánica presenta rendimientos constantes a escala.
- d. El agricultor de quinua orgánica, optimiza su producción cuando la relación de producto marginal de sus factores es igual a la relación de los costos unitarios de dichos factores.
- e. Los productores de quinua orgánica están constituidos en gran porcentaje por pequeños agricultores.

CAPÍTULO III

MATERIALES Y MÉTODOS

3.1. Lugar de estudio

La investigación se realizó en el ámbito de la Región Puno, a los productores de quinua orgánica certificada⁴, ubicados en: provincia de Puno distrito de Capachica (Cooperativa Agraria e Industrial Kapac-Tika) con 500 productores; provincia de San Román, distrito de Cabana (Cooperativa Agroindustrial Cabana-COOPAIN) con 692 productores y en la provincia de El Collao – Ilave (Tatawilca-APROTAWI) con 41 productores. Población total es de 1233 productores.

El distrito de Cabana se encuentra situado al oeste de la Provincia de San Román, en la zona central del departamento de Puno y en la parte sur del territorio peruano. Se halla sobre una altitud de 3 901 m.s.n.m. el periodo de precipitaciones pluviales comprende los meses de enero, marzo y parte de abril; los meses de mayo a noviembre en su mayoría son de periodo seco, con fuertes heladas por las noches. Según Climat-Data.Org, la temperatura promedio anual en Cabana es 8.3 °C, la mínima es de -4.3 °C ocurre en el mes de julio y la temperatura máxima es de 18.3 °C en noviembre; la precipitación más alta se da en el mes de enero con 148 mm., en promedio. En el aspecto social (Ceplan, 2017) indica que la pobreza monetaria en Cabana es 35.2% y la pobreza extrema es de 9.6%.

El distrito de Capachica se encuentra localizada en la provincia de Puno, al nor-este de la ciudad de Puno, sobre una altitud de 3,880 m.s.n.m., por el lado Este se encuentra el Lago Titicaca. El clima en el distrito de Capachica es similar a la de Cabana, según Climat-

⁴ Los organismos certificadores son: FAIRTRADE – Comercio justo, BIOLATINA y BCS ÖKO GARANTIE

Data.Org la temperatura promedio anual es de 7.9 °C, el mínimo es de -1.4 °C ocurre en el mes de Julio y el máximo es 15.1 °C entre el mes de octubre y noviembre, la precipitación pluvial más elevada se da en el mes de enero con 178 mm., en promedio. Sobre la situación socio económico, (Ceplan, 2017) menciona que la pobreza en Capachica es de 60.6% y la pobreza extrema es 22.8%.

El distrito de Ilave se encuentra en la provincia de El Collao a una distancia de 50 km de la ciudad de Puno, sobre los 3 850 m.s.n.m., el clima es igual que en todo el altiplano puneño; según Climat-Data.Org la temperatura promedio es de 8.4 °C, la mínima es de menos 0.8 °C en el mes de junio, y la máxima es de 15.7 °C en diciembre; la precipitación pluvial más elevada es en el mes de enero con 168 mm., según el (Ceplan, 2017) la pobreza en Ilave es del 36.8% y la pobreza extrema es del 10.3%.

3.2. Población

La población está constituida por tres áreas de productores de quinua orgánica más representativas de la región Puno: Cabana (692), Capachica (500) e Ilave (41), productores.

3.3. Muestra

Se ha aplicado el método de muestreo probabilístico estratificado, al respecto (Hernández, Fernandez, & Baptista, 2014) indica que el muestreo probabilístico estratificado es que la población se divide en grupos o segmentos y se elige una muestra para cada segmento.

Para determinar el tamaño de la muestra global de la población finita se ha utilizado la siguiente formula:

$$n = \frac{Z_{\alpha/2}^2 \overline{pq} N}{Z_{\alpha/2}^2 \overline{pq} + e^2 (N - 1)}$$

Donde:

n_0 = tamaño de la muestra

N = Población: 1233

p = probabilidad de éxito: 0.50

q = probabilidad de fracaso: 0.50

e = error muestral aceptable: 0.05

α = nivel de significancia: 0.05

Z = distribución normal estándar: $Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{\frac{0.05}{2}} = Z_{0.025}$, ubicamos en la tabla Z el valor crítico

de $Z_{0.025} = 1.96$

Con 95% de nivel de confianza, reemplazando valores tenemos:

$$n_0 = \frac{1.96^2(0.5)(0.5) * 1233}{1.96^2(0.5)(0.5) + (0.05)^2(1233 - 1)} = 293.8$$

Luego se ha realizado la corrección por finitud, aplicando la siguiente regla.

Si $\frac{n_0}{N} < 10\%$, no se realiza la corrección

Si $\frac{n_0}{N} > 10\%$, se realiza la corrección

Por lo tanto $\frac{n_0}{N} = \frac{293.08}{1233} = 0.2377$, el cual es mayor al 10%, por lo tanto, se realiza la corrección a la muestra:

$$n = \frac{n_0}{1 + \frac{n_0}{N}} = \frac{293.08}{1 + \frac{293.08}{1233}} = 237$$

Luego se determina el tamaño de muestra para cada estrato (en este caso para cada área de estudio):

$$fh = \frac{n}{N} = \frac{237}{1233} = 0.1922$$

Tabla 1

Muestra probabilística estratificada, productores de quinua orgánica, de la Región Puno, 2015-2016.

Estrato	Nombre de la asociación	Total, población por sector (N)	Muestra =$N*fh$
1	Asociación Coopain-Cabana	692	133
2	Aprotawi Tatawilca- Ilave	41	8
3	Kapac - Tika de Capachica	500	96
Total		1233	237

3.4. Método de investigación

El método de investigación es no experimental, transeccional, correlacional – causal, transeccional porque los datos se han recopilado en un momento dado a través de encuestas; es correlacional – causal, debido que la investigación es una relación causa-efecto entre variables independientes y la variable dependiente. Asimismo, como indica (Mendoza, 2014) los economistas utilizan la metodología inductiva, deductiva y la metodología hipotético-deductiva; la inducción se basa en transitar de un hecho particular a un enunciado universal, que es la hipótesis o teoría y la deducción en este caso parte de una teoría y se deducen hipótesis los cuales son conocimientos teóricos.

La información se obtuvo realizando encuestas en tres zonas señaladas como productores de quinua orgánica, a continuación, se describe la cantidad de socios encuestados, el periodo de tiempo, número de colaboradores empleados, entre otros:

- En el distrito de Cabana se ha encuestado a 133 socios, para lo cual desde el mes de octubre del 2017 se ha realizado visitas en varias oportunidades a las oficinas de la Cooperativa *COOPAIN*-Cabana, solicitando permiso para la toma de información, accediendo recién para el mes de diciembre del mismo año; las encuestas han sido aplicadas durante la primera y segunda semana del mes de diciembre, empleando tres colaboradores más el investigador.
- En el distrito de Capachica se ha encuestado a 96 productores, durante las dos últimas semanas del mes de noviembre 2017, en las comunidades donde se cultivan la quinua orgánica: Hilata, Isañura, Escallani, Chillora, Toctoro y Capano; para la toma de encuestas se ha empleado cinco colaboradoras, básicamente estudiantes universitarios que proceden de las comunidades del distrito de Capachica – Puno.

- A los 8 productores de la Asociación de APROTAWI – Ilave, durante la tercera semana de diciembre del 2017, se aplicó la encuesta a dos agricultores de Ilave, cuatro en el distrito de Platería y dos en el distrito de Acora; habiéndose empleado tres colaboradores, estudiantes universitarios procedente de dichas zonas.

3.5. Descripción detallada de métodos por objetivos específicos

Para el primer objetivo específico

a) Descripción de variables

Considerando el modelo econométrico de una función de producción, en la cual la variable dependiente está en función de las variables explicativas, ésta última constituida por diversos factores productivos y una variable aleatoria del error, se presentan los siguientes:

Variable dependiente

Q = es la cantidad en kilos de producción de quinua orgánica por hectárea de terreno.

Variables independientes o explicativas

KT = Factor productivo capital representado por el empleo de maquinaria en el proceso productivo, medido en horas maquina por hectárea

MO = Insumo mano de obra o trabajo, empleado en el proceso productivo, medido en jornales por hectárea.

T = Factor productivo tierra, medido en términos de una hectárea de terreno cultivable.

EST = Insumo estiércol, abono orgánico, medido en kilos por hectárea.

BI = insumo biol, abono orgánico, medido en litros por hectárea.

Tipos de funciones de producción

Con las variables que se ha identificado se plantea el modelo econométrico de la uncción de producción de quinua orgánica, que a continuación se mencionan:

- ✓ Modelo de función de producción cuadrática
- ✓ Modelo de función de producción lineal multivariable

- ✓ Modelo de función de producción cúbica
- ✓ Modelo linealizado de Cobb- Douglas

b) materiales, equipos, instrumentos, insumos entre otros.

Instrumento: para recopilar información primaria, datos de corte transversal, se ha formulado un cuestionario (Anexo 4) que contiene 28 interrogantes, con seis ítems: información general, preparación de suelo, siembra, labores culturales, cosecha y procesamiento; para aplicar la encuesta a los productores de quinua orgánica, en las zonas de Cabana, Ilave y Capachica; según el método de muestreo estimado previamente.

Material y equipos: se ha utilizado material de escritorio, para el procesamiento de información y demás trabajos se usa equipo de cómputo (lap top o pc), cámara fotográfica entre otros.

Software: Para procesar la información recopilada a través de la encuesta se emplea *Excel-2016*, por otro lado, a fin de elegir la función de producción que mejor se ajusta al estudio, se utiliza el Software *Eview-9*, empleando la metodología de *MCO* se corre la regresión y luego se estima los parámetros de los modelos econométricos de las funciones de producción anteriormente establecidos.

c) Aplicación de prueba estadística inferencial

Una vez elegido el modelo econométrico de la función de producción de quinua orgánica, para verificar la significancia individual de los parámetros de las variables, se realiza la prueba estadística de *t-Student*, y para verificar la significancia estadística global de las variables explicativas se aplica la prueba de *F- Snedecor*; para lo cual se puede analizar las probabilidades de cada coeficiente, fijando un nivel de significancia del 1%, 5% y 10%, con un nivel de confianza del 99%, 95% y 90%; asimismo en el análisis e interpretación de la bondad de ajuste del modelo, R^2 .

Se realizarán exámenes ex post al modelo elegido: de multicolinealidad, test de *Whait* para la heteroscedasticidad y prueba de *Durbin- Watson* par la autocorrelación.

Para el segundo objetivo específico

Una vez que ya se tiene la función de producción adecuadamente especificado, luego para estimar la elasticidad de sustitución de factores se aplica la ecuación propuesta por Henderson y Quant:

$$e_s = \frac{[f_1 f_2 (f_1 x_1 + f_2 f_2)]}{[x_1 x_2 (2f_{12} f_1 f_2 - f_1^2 f_{22} - f_2^2 f_{11})]}$$

Donde:

f_1 y f_2 son las primeras derivadas, o también son la producción marginal de los insumos 1 y 2.

f_{11} , f_{22} , f_{12} , son las segundas derivadas de la función de producción establecida.

Si e_s resulta positivo se trata de dos insumos posibles de sustituirse uno por el otro

Si e_s resulta negativo se trata de dos insumos complementarios.

Para el tercer objetivo específico

Dada la función de producción econométrica que se ha seleccionado de Cobb Douglas: $q = A * KT^{\beta_1} MO^{\beta_2} T^{\beta_3}$, se estima los parámetros β_i a través del método de MCO, luego con dichos parámetros se formula tres tipos de ecuaciones, que según la teoría de rendimientos de escala, nos conduce a establecer el tipo de rendimiento, que tendría para el caso de producción de quinua orgánica en la región Puno:

$B_1 + B_2 + B_3 = 1$, rendimientos constantes a escala

$B_1 + B_2 + B_3 > 1$, rendimientos crecientes a escala

$B_1 + B_2 + B_3 < 1$, rendimientos decrecientes a escala

Para el cuarto objetivo específico

Para hallar óptimo económico se aborda primero el óptimo técnico de los insumos de capital (KT) y mano de obra (MO), se efectúa la derivada de la cantidad de producto respecto a cada uno de los insumos, para ello en cada caso hay que mantener fijo un factor productivo:

Para obtener el óptimo físico del factor capital: $PM_{kt} = \frac{\partial q}{\partial KT} = 31$

Par obtener el óptimo físico del factor trabajo: $PM_{MO} = \frac{\partial q}{\partial MO} = 5$

Luego para determinar el **óptimo económico**, se ha estimado las cantidades óptimas de capital (KT) y trabajo (MO), manteniendo constante la variable tierra (T); para lo cual se ha desarrollado la metodología de optimización de Lagrange, problema dual de minimización de costos; uniendo la función de producción con la función de costos:

Función de producción: $Q = 184.7KT^{0.244053}MO^{0.323527}T^{0.532229}$

Ecuación de costo total: $C = 34*MO + 57*KT$

Seguidamente para optimizar planteamos el Lagrange:

$$\mathcal{L} = 34MO + 57KT - \lambda(207.32KT^{0.2441}MO^{0.3235} - 1438.96)$$

Realizando la derivada parcial respecto a cada factor, igualando a cero, para luego aplicar la condición de optimización y los procedimientos algebraicos, se obtiene las cantidades óptimas; la condición es: $\frac{PM_{MO}}{PM_{KT}} = \frac{w}{r}$ o $\frac{PM_{MO}}{w} = \frac{PM_{KT}}{r}$, donde: PM_{MO} , PM_{KT} producto marginal del trabajo y del capital respectivamente; w salario del trabajo y r renta del capital.

Para el quinto objetivo específico

Para establecer los tipos de agricultores de la quinua orgánica en Puno, se clasifica en tres tipos: pequeños agricultores aquellos que tienen menos de 3 ha., medianos agricultores menor a 10 ha., y grandes agricultores a los que tienen mayor a 10 ha., para ello se utiliza la base de datos del muestreo, tomando la variable tierra (T). Se presenta en una tabla con números absolutos y porcentuales y con un gráfico de tipo jerárquico.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El objetivo de la investigación es analizar la función de producción que mejor optimiza la productividad de la quinua orgánica, además explicar la elasticidad de sustitución de factores, en el ámbito de la región de Puno, para la campaña agrícola de 2015- 2016; debido que existe el interés de conocer el proceso productivo, en las etapas de la prelación de la tierra, siembra, labores culturales y cosecha; asimismo la técnica de combinación de los insumos, que conlleve a maximizar beneficios económicos, en el marco de un sistema de agricultura sostenible, preservando el medio ambiente, que contribuya además a incrementar sus ingresos y mejorar el nivel de vida de los pequeños y medianos agricultores.

Seguidamente se presentan los resultados y la discusión para cada objetivo específico, del presente trabajo de investigación:

Primer paso para el estudio, es la selección del modelo o función de producción adecuada, que permita explicar la optimización de la producción de quinua orgánica y la elasticidad de sustitución de factores, en la Región Puno; por lo tanto, se ha analizado en base a la teoría de producción agrícola con un insumo variable y con más de dos insumos variables, asimismo tomando en cuenta los diferentes trabajos de investigación agropecuaria, tanto nacionales así como del extranjero, relacionados a la optimización de la producción, en ese contexto, se presenta y explica cada uno de las funciones:

Tabla 2

Estimación de los parámetros estadísticos de la función de producción cuadrática de la quinua orgánica, Puno, 2015-2016.

Variable	Coefficiente	Error estándar	t	
C	-165.630	46.130	-3.590	
KT	62.087	11.165	5.561	***
MO	3.858	3.259	1.184	
SEMI	44.277	20.821	2.127	**
EST	0.017	0.069	0.248	
KT ²	-0.520	0.331	-1.568	
MO ²	0.004	0.010	0.412	
SEMI ²	0.268	0.318	0.841	
EST ²	0.000	0.000	0.775	

Relevancia estadística a los niveles de: (**)5% y (***)1%, significancia.

$$R^2 = 98\% \quad F = 1541 \quad \text{Durbin-watson} = 1.298$$

En la tabla 2, se presenta la función de producción cuadrática, para la quinua orgánica, donde la variable dependiente es la cantidad de producto en kg/ha y las variables explicativas: el capital (*KT*), mano de obra (*MO*), semilla (*SEMI*) y el estiércol (*EST*); solo los parámetros del capital y de la semilla son significativos al 1% y 5% respectivamente, los demás no son significativos; la constante es negativo ($C=-165.6$) lo que significaría que en el caso de que el empleo de los insumos sea nula, la cantidad de producción sería negativo, este hecho no concuerda con la teoría clásica de la producción, asimismo manteniendo fijo los factores capital, semilla y estiércol; pero la mano de obra como un factor variable, solamente por encima de los 43 jornales la producción sería positiva. El coeficiente de determinación es 0.98, es decir, el 98% de la variabilidad del producto es explicado por los insumos capital, mano de obra, semilla y el estiércol; el modelo presenta un coeficiente de determinación R^2 y F altas y valores de t bajos, por lo tanto el modelo presenta multicolinealidad.

Por otro lado, el modelo cuadrático es escaso en los trabajos de investigación de la optimización de producción agrícola, sin embargo, se encontró la “determinación de una función de producción en maíz, a partir del nitrógeno, fósforo y potasio” (Reyes, 2008) aplica una función de producción cuadrática, investigación de tipo experimental, con

datos panel. El presente trabajo de investigación se diferencia por ser no experimental y con datos de corte transversal, en ese contexto el modelo cuadrático no optimiza la productividad de quinua orgánica, porque es una función de producción solo aditiva y no multiplicativo (Debertin, 2012), lo cual significa que ante incrementos en alguno de los insumos, no genera sinergia en el sistema como un todo que podría mejorar la productividad y no presenta la condición de homogeneidad.

Tabla 3

Estimación de los parámetros estadísticos, de la función de producción lineal, de quinua orgánica, Puno, 2015-2016.

Variable	Coefficiente	Error estándar	t	
C	-329.804	32.1878	-10.2463	
KT	59.263	5.9139	10.0209	***
MO	4.456	0.9623	4.6302	***
T	-631.142	184.4352	-3.4220	***
SEMI	112.615	17.0852	6.5914	***

Relevancia estadística a los niveles de: (***)1%, significancia.

$$Q = -329.8 + 59.26KT + 4.456MO - 631.14T + 112.61SEMI$$

En la tabla 3, muestra la función de producción lineal multivariable, la variable dependiente es la cantidad de producto (Q), las variables explicativas, capital (KT), mano de obra (MO), tierra (T) y semilla ($SEMI$); la constante o el intercepto es negativo, esto implica que si se emplea cero insumos, la cantidad de producto sería negativo, este hecho según la teoría de la producción de corto plazo no es consistente, porque si el empresario no emplea ninguna cantidad de algún insumo, entonces el producto debería ser cero. La variable tierra (T) presenta signo que no está de acuerdo con la teoría microeconómica de producción de corto plazo, si el productor incrementa la tierra en una hectárea, la cantidad de producto se haría cada vez negativo. Estadísticamente a un nivel de significancia del 1% y de manera individual las variables son significativos, de forma conjunta es igualmente significativo cuya probabilidad (p) es cero; el coeficiente de determinación es 98%, dichos indicadores serían los adecuados, pero el modelo, no cumple con la ley de rendimientos decrecientes, asimismo no es posible aplicar y estimar el valor de la elasticidad de sustitución entre factores, para ello se requiere la segunda derivada, la

misma que no se podría calcular; cabe añadir que son escasos los estudios de optimización de producción agrícola con este tipo de función o modelo, por lo tanto, este modelo no podría ser aplicado para optimizar la productividad de la quinua orgánica.

Tabla 4

Estimación de los parámetros estadísticos, de la función de producción cúbica, de quinua orgánica, Puno, 2015-2016.

Variable	Coficiente	Error estandar	t	
C	98.610	62.440	1.579	
KT	46.190	33.386	1.384	**
KT ²	0.123	2.425	0.051	*
KT ³	-0.004	0.037	-0.121	*
MO	23.923	8.577	2.789	***
MO ²	-0.197	0.072	-2.747	***
MO ³	0.000	0.000	1.293	**
SEMI	-103.270	35.434	-2.914	*
SEMI ²	7.058	2.343	3.013	*
SEMI ³	0.093	0.051	1.821	*
EST	0.142	0.485	0.292	*
EST ²	0.000	0.000	-0.183	*
EST ³	0.000	0.000	-2.314	**

Relevancia estadística a los niveles de: (*) 10%, (**)5% y (***)1%, significancia.

$$R^2=0.98 \quad F= 1337$$

La tabla 4, muestra la función de producción cúbica cuyos parámetros individualmente, tales como la mano de obra (*MO*) y semilla (*SEMI*) son estadísticamente significativos al 5% y 1%, de nivel de significancia respectivamente; los demás coeficientes o parámetros no son significativos; de manera global parece ser significativo la probabilidad del *F*-Snedecor es cero, por lo tanto, se genera controversia entre las *t* y *F* estadísticos; por otro lado existen escasos estudios que hayan utilizado el modelo de función de producción cúbica en la optimización productiva; sin embargo se encontró el trabajo de (Portillo *et al.*, 2015) quien aplicó la función cúbica para optimizar la producción del maíz, solo con una variable independiente el nitrógeno (*N*), no hay combinación con otros insumos, al igual que en el modelo cuadrática ésta es también investigación de tipo experimental, con datos panel; refiere que el modelo de función de producción cúbica se ajusta a los pequeños agricultores y la de Cobb Douglas debe ser aplicado en la producción a gran escala, cuya producción se destina a la comercialización; al respecto tengo mi

discrepancia, porque la función de producción cúbica es una función clásica, muy sencilla con una sola variable explicativa, no permite analizar el proceso de combinación de factores productivos para obtener un nivel de producto, la actividad agrícola por más orgánica que ésta sea, su producción requiere la combinación de varios insumos o factores productivos, por lo tanto no es adecuado aplicar en la optimización del proceso productivo de la quinua orgánica.

Tabla 5

Estimación de los parámetros estadísticos, de la función de producción Cobb-Douglas, de quinua orgánica, Puno, 2015-2016.

Variable	Coefficiente	Error estandar	t	
C	5.2187	0.445	11.715	
LKT	0.2441	0.039	6.309	***
LMO	0.3235	0.104	3.097	***
LT	0.5322	0.115	4.636	***

Relevancia estadística a los niveles de: (***)1% de significancia.

$$R^2 = 94\% \quad F=1276 \quad d= 1.67$$

La tabla 5, muestra la función de producción Cobb Douglas, es un modelo linealizado log-log, cuyos parámetros de las variables capital (KT), mano de obra (MO) y tierra (T), presentan signo positivo, tienen relación directa con el nivel de producción, este resultado es lo esperado en concordancia con la teoría microeconómica de función de producción, los coeficientes o parámetros del modelo representan la elasticidad individual de cada factor, por ejemplo si el factor tierra aumenta en 10% entonces el producto aumentaría en 5.3%; por otro lado la suma de los parámetros es la elasticidad global de la función de producción este indicador es del 1.09 para el modelo escogido; estadísticamente los parámetros de manera individual son significativos a un nivel de significancia del 1%; el coeficiente de determinación es del 0.94, significa que el 94% de la variabilidad del volumen de producción de la quinua orgánica está influenciada por las variaciones de los factores productivos capital, mano de obra y tierra, manteniendo los demás variables fijos, con un estadístico de Durbin-Watson del 1.67, este último indica que el modelo presenta problema de autocorrelación. Por lo tanto, para especificar adecuadamente el modelo escogido, se realiza las pruebas de multicolinealidad, heterocedasticidad y autocorrelación:

El problema de multicolinealidad ocurre cuando se presenta t estadístico bajo, esto como consecuencia del error estándar elevado, la bondad de ajuste R^2 elevado, podría ser superior al 0.9, de igual forma el estadístico F es significativo; es una señal de multicolinealidad (Gujarati y Porter, 2010), además que la multicolinealidad se presenta en niveles o grados de dificultad; por otra lado indica que se puede adoptar la regla práctica de *Klein*, que sugiere que la multicolinealidad puede ser un problema complicado solamente si la R^2 obtenida de una regresión auxiliar es mayor que la R^2 global. La tabla 6, nos muestra el test de multicolinealidad, expresado en una regresión auxiliar de logaritmo de capital LKT en función de logaritmo de mano de obra LMO :

Tabla 6

Prueba de multicolinealidad del modelo seleccionado de la función de producción quinua orgánica, Puno, 2015-2016.

Variable	Coefficiente	Error estándar	t	
C	-1.665	0.131	-12.752	
LMO	0.887	0.033	26.921	***

Relevancia estadística a los niveles de (***) 1%, de significancia.

$$LKT = -1.665 + 0.887 * LMO$$

Una vez realizado la regresión auxiliar entre el capital (KT) como variable dependiente en función a la variable mano de obra (MO), cuyo resultado de bondad de ajuste es menor ($R^2=75.5\%$) al R^2 global 94%; por lo que refiriendo a la regla de *Klein* podemos decir que el modelo no presenta problemas de multicolinealidad entre sus variables explicativas, sin embargo (Gujarati y Porter, 2010) afirman que el problema de multicolinealidad se reduce cuando la función de regresión es polinómica, precisamente la función de producción Cobb Douglas es de tipo no lineal, con lo cual cumple también con esta condición.

La siguiente tabla 7, nos muestra la prueba de heteroscedastidad, es una característica que puede presentar el término de perturbación estocástica de un modelo econométrico y que implica que sus varianzas no son iguales para todas las observaciones, además la heterocedasticidad del error es una violación al supuesto del modelo clásico de regresión lineal de homocedasticidad (Diaz y Llorente, 2013), por otro lado (Wooldridge et al., 2010) indica que la heterocedasticidad no ocasiona sesgo ni inconsistencia en los

estimadores *MCO* de los parámetros, mientras que omitir una variable importante sí tendrá este efecto; sin embargo afirman que los estadísticos empleados en las pruebas de hipótesis (*t* y *F*) bajo los supuestos de Gauss-Márkov ya no son válidos en presencia de heterocedasticidad; por lo tanto se hace necesaria realizar el test de *White*, regresionando la variable dependiente $RESID^2$ y como variables independientes los logaritmos al cuadrado de: capital $(LnKT)^2$, mano de obra $(LnMO)^2$ y el factor productivo tierra $(LnT)^2$.

Tabla 7

Test de heteroscedastidad (test de White), del modelo seleccionado, de quinua orgánica, región Puno, 2015-2016.

Variable	Coefficiente	Error estándar	t	
C	0.051	0.033	1.530	
LKT ²	-0.011	0.005	-2.056	***
LMO ²	0.004	0.003	1.275	**
LT ²	-0.003	0.011	-0.271	*

Relevancia estadística a los niveles de: (*) 10%, (**) 5% y (***)1%, significancia.

Probabilidades encontradas:

- Prob. $F(3.233) = 0.0186$
- Prob. $Chi\text{-Square}(3) = 0.0192$

La prueba de *White*, utilizando el estadístico *F*, con 5% de nivel de significancia con grados de libertad ($k-1, n-k$)

Luego se plantea las hipótesis: Hipótesis nula: H_0 =No hay heterocedasticidad y la Hipótesis alterna: H_1 = existe heterocedasticidad.

Realizando la prueba estadístico, el valor crítico ($F = 2.63$), que se ha encontrado en la tabla de distribución estadístico *F*, contrastado con el calculado en la regresión test de *White* $F = 3.39$, cae en la región de rechazo de la hipótesis nula, entonces se deduce que en el modelo hay presencia de heterocedasticidad. De otra forma, los *p*-valores de ($F=0.0186$) y ($Chi=0.0192$), son menores al 0.05, por lo tanto, decimos que en el modelo hay presencia de heteroscedasticidad. Para corregir este problema, se realiza con el método robusto de la heteroscedasticidad mediante el método de *White*, en Eviews-9; donde la variable dependiente es logaritmo del producto (*LQ*) y las variables

independientes son el logaritmo natural de los insumos (*LKT*, *LMO* y *LT*), luego el resultado de la corrección se encuentra en la tabla 8.

Tabla 8

Test de corrección de heteroscedastidad, del modelo seleccionado, de quinua orgánica, región Puno, 2015-2016.

Variable	Coefficiente	Error estándar	t	
C	5.2187	0.40631	12.8441	
LKT	0.2441	0.04380	5.5720	***
LMO	0.3235	0.09413	3.4371	***
LT	0.5322	0.10743	4.9543	***

Relevancia estadística a los niveles de: (***)1%, significancia.

En la tabla 9, se tiene el test de autocorrelación, generalmente es un problema relacionado a los datos de series de tiempo, es decir, el error de un periodo depende del error del pasado, la autocorrelación en el tipo de información de corte transversal se llama autocorrelación espacial, esto significa que los shocks de una determinada región de donde se toma la información podría afectar a otras (Castro y Rivas, 2010); es importante mencionar que la prueba de Durbin-Watson (*d*) supone la normalidad para el término de error (Gujarati y Porter, 2010). Se ha realizado la prueba de autocorrelación para el modelo seleccionado: Planteando la hipótesis nula H_0 : No hay autocorrelación positiva ni autocorrelación negativa. Con un nivel de significancia del 1%, el ($d=1.67$) calculado cae en la zona de indecisión, por lo tanto, rechazamos de todas formas la hipótesis nula, aceptamos que existe la sospecha de autocorrelación positiva. Por lo tanto, se ha desarrollado una prueba, para descartar el problema de autocorrelación, aplicando el test de *Breusch-Godfrey*; en la cual la variable dependiente es el residuo (*RESID*) en función de los variables independientes logaritmos del factor capital (*LKT*), mano de obra (*LMO*) y factor tierra (*LT*) y los rezagos 1 y 2.

Tabla 9

Test de autocorrelación, del modelo seleccionado, de quinua orgánica, región Puno, 2015-2016.

Variable	Coefficiente	Error estándar	t	
C	-0.3306	0.4601	-0.7186	
LKT	0.0276	0.0390	0.7071	**
LMO	0.0669	0.1075	0.6220	**
LT	-0.1040	0.1199	-0.8673	**
RESID(-1)	0.1612	0.0704	2.2891	*
RESID(-2)	0.1291	0.0663	1.9456	*

Relevancia estadística a los niveles de: (**)5%, significancia.

Donde:

$$R^2 = 0.043043 \quad \text{Coeficiente de Durbin-Watson} = 2.0094$$

Se plantea las siguientes hipótesis: H_0 : los errores no están autocorrelacionados y H_1 : los errores están autocorrelacionados.

Luego el valor de prueba de ajuste R^2 es del 0.043043, implica que los residuos no están correlacionados, además con un nivel de significancia del 1%, con tres variables explicativas, y $n = 237$, verificado en la tabla del estadístico DW límite inferior $d_L = 1.67$ y límite superior $d_U = 1.7$, valor del estadístico Durbin–Watson es del 2.009, bastante cercano a 2, por lo tanto, podemos concluir que se ha corregido el problema de autocorrelación.

Luego de haber realizado los test correspondientes y aplicado las técnicas pertinentes para su corrección, finalmente tenemos la función de producción especificada.

$$lQ = e^{5.21874} + 0.244053LKT + 0.323527LMO + 0.532229LT$$

$$ee = \quad (0.0438) \quad (0.09413) \quad (0.107427)$$

$$t = \quad (5.57198) \quad (3.4371) \quad (4.9543)$$

$$F = 1276 \quad d \text{ corregido} = 2.009$$

$$R^2 = 0.94$$

Luego el antilogaritmo es:

$$Q = 184.7KT^{0.244053}MO^{0.323527}T^{0.532229}$$

Por lo tanto, la función de producción que mejor optimiza la productividad de la quinua orgánica es la de Cobb-Douglas, este hallazgo se ha confirmado con diferentes trabajos de investigación dentro de la actividad agropecuaria, se tiene el trabajo de (Mounirou y Balogoun, 2016) quien estudió la producción de soya en la comunidad de Savé–Benín–África Occidental, mencionan que el productor combina los factores de producción: semilla, fertilizante, insecticida, mano de obra, capital y área sembrada para obtener un nivel de producto; indicando que este modelo conduce a la eficiencia a los productores de la soya, lo cual tiene concordancia con la presente investigación. Asimismo se ha encontrado una investigación sobre el proceso productivo de “tarwi” en el Norte de Bolivia (Chipana *et al.*, 2014) aplicaron la función de producción Cobb-Douglas, utilizando cuatro factores productivos: tierra, semilla, maquinaria y mano de obra; como resultado fue que los parámetros de los factores tierra y maquinaria presentan signo negativo, lo cual significa productividad marginal negativo, es decir, ello implicaría que incrementos porcentuales de dichos factores lleva a que el volumen de producción disminuya; no estoy de acuerdo con esta relación inversa de los dos factores, porque según la teoría clásica de función de producción, la empresa debe producir en la etapa II, donde el producto marginal del insumo es decreciente pero positivo. En la misma línea de investigación (Ramírez, 2013) analizó la eficiencia técnica, distributiva y económica de la producción de arroz en la región central de Colombia, utilizando la función de producción Cobb-Douglas, concluye que los productores en base a dicho modelo pueden incrementar la productividad, reducir los costos y aumentar los beneficios; estoy de acuerdo con esta afirmación de igual forma refuerza el resultado del presente trabajo de investigación en lo concerniente a la aplicación del modelo Cobb-Douglas, que optimiza la productividad de la quinua orgánica. Asimismo (Clavijo y Ardila, 2015) en su trabajo sobre la eficiencia técnica y económica en la producción del cacao en Colombia, para determinar la productividad utilizaron la función de producción Cobb-Douglas, analizando la tecnología con la combinación de variables independientes: mano de obra familiar, mano de obra contratada y los fertilizantes; considero que es relevante la aplicación del modelo, porque permitió el análisis con dos o más insumos variables; este modelo encontró la posibilidad de mejorar la eficiencia técnica y económica de la producción del cacao y el uso de los recursos productivos para el agricultor promedio.

Pruebas de hipótesis del modelo de regresión seleccionado.

Una vez que se ha realizado las pruebas y corrección de los problemas de multicolinealidad, heterocedasticidad, y autocorrelación, a la función de producción seleccionado de Cobb-Douglas, que viene a ser un caso de la función de producción Translogaritmica (Debertin, 2012), seguidamente se ha realizado las pruebas de hipótesis correspondientes:

a) Prueba de hipótesis estadístico *t-Student***Para la variable capital (*KT*)**

Hipótesis nula $H_0: \beta_1 = 0$, la variable capital (*KT*) no influye en el nivel de producción de la quinua orgánica.

Hipótesis alterna $H_1: \beta_1 \neq 0$, que la variable (*KT*) si influye en el nivel de producción de quinua orgánica.

La prueba de significancia del parámetro de la variable capital (*KT*), con un nivel de significancia $\alpha=5\%$, con $n-k$ grados de libertad ($g.l.=233$), realizado la prueba de hipótesis con la distribución *t-Student* de dos colas $t_{(\alpha/2)}=0.025$, luego se ha verificado en la tabla de distribución *t* el valor critico de 1.96; luego el valor de la *t* calculada es 5.57, cae en la región de rechazo de la hipótesis nula, aceptando la hipótesis alterna de que el parámetro de la variable capital (*KT*) es diferente a cero, entonces el parámetro de la variable es significativo.

Para la variable mano de obra (*MO*)

Hipótesis nula $H_0: \beta_1 = 0$, la variable mano de obra (*MO*) no influye en el nivel de producción de quinua orgánica.

Hipótesis alterna $H_1: \beta_1 \neq 0$, la variable mano de obra (*MO*) si influye en el nivel de producción de quinua orgánica.

Con nivel de significancia del 5%, con $n-k$ grados de libertad ($g.l.=233$), verificado la tabla de distribución *t-Student*, el valor critico es de *t* es 1.96; por otro lado, el valor de *t* calculado es 3.44, este valor cae en la región de rechazo de la hipótesis nula, entonces rechazamos la H_0 y aceptamos la hipótesis alterna H_1 de que la variable mano de obra influye en la producción de quinua orgánica.

Para la variable mano de obra (T)

Hipótesis nula $H_0: \beta_1 = 0$, la variable tierra (T) no influye en el nivel de producción de quinua orgánica.

Hipótesis nula $H_0: \beta_1 \neq 0$, la variable tierra (T) si influye en el nivel de producción de quinua orgánica.

De igual forma utilizando nivel de significancia del 5%, con $n-k$ de libertad ($g.l.=233$), una vez contrastado con la tabla de t -Student, el valor crítico de t es 1.96; contrastado con el valor calculado de t que es 4.95, cae en la región de rechazo de la hipótesis nula, por lo tanto, rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la hipótesis nula de que la variable tierra tiene influencia en el nivel del producto de la quinua orgánica.

La significancia individual de cada variable explicativa viene reforzada por las probabilidades de cada parámetro a un nivel de significancia del 5%, por lo que se rechaza la hipótesis nula que los β_i sean igual a cero.

b) Prueba de hipótesis estadístico global de F - *Snedecor*

Es una prueba de significancia global, se plantea las siguientes hipótesis:

Hipótesis nula: $H_0: \beta_1 = \beta_2 = 0$

Hipótesis alterna: $H_1: \beta_1 \neq \beta_2 \neq 0$

Con un nivel de significancia de $\alpha=5\%$ y un nivel de confianza de $1-\alpha = 0.95$, los grados de libertad son:

$k-1 = 4 - 1 = 3$ g.l. del numerador

$n-k = 237 - 4 = 233$ g.l. del denominador

El F - *Snedecor* de la tabla es 2.37, contrastando con el valor de F calculado que es del 1275.98, cae en la región de rechazo de la hipótesis nula, por lo tanto, aceptamos la hipótesis alterna de que en forma global los coeficientes son significativos.

Para determinar la elasticidad de sustitución de factores, en la función de producción seleccionado para la quinua orgánica de la Región Puno, se ha aplicado la metodología de Henderson y Quant, cuya fórmula está basada en las primeras y segundas derivadas que se pueda realizar sobre una función de producción como dice (Debertin, 2012), la función de producción puede ser translogaritmica, Cobb-Douglas u otro en el cual se

pueda efectuar las derivadas mencionadas. Luego tenemos la ecuación de elasticidad de sustitución de Hernderson y Quant:

$$e_s = \frac{[f_1 f_2 (f_1 K T + f_2 M O)]}{[K T * M O (2 f_{12} f_1 f_2 - f_1^2 f_{22} - f_2^2 f_{11})]}$$

Utilizamos la función de producción de quinua orgánica escogida, para efectos de aplicar la fórmula de la elasticidad de sustitución, en este caso solamente con dos factores productivos capital (KT) y mano de obra (MO), manteniendo constante la variable tierra (T):

$$Q = 207.32 K T^{0.2441} M O^{0.3235}$$

Aplicando las primeras derivadas en la función de producción, tenemos:

$$f_1 = \frac{\partial Q}{\partial K T} = 50.6068 M O^{0.3235} K T^{-0.7559}$$

$$f_2 = \frac{\partial Q}{\partial M O} = 67.068 K T^{0.2441} M O^{-0.6765}$$

Aplicando las segundas derivadas en la función de producción, tenemos:

$$f_{11} = \frac{\partial^2 Q}{\partial K T^2} = -38.2537 M O^{0.3235} K T^{-1.7559}$$

$$f_{22} = \frac{\partial^2 Q}{\partial M O^2} = -45.372 K T^{0.2441} M O^{-1.6765}$$

Luego tenemos:

$$f_{12} = f_{21} \text{ por el teorema de Young} = \frac{\partial^2 Q}{\partial M O * \partial K T}$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial M O * \partial K T} = 16.371 M O^{-0.6765} K T^{-0.7559}$$

Se ha reemplazado los resultados de las primeras y segundas derivadas en la ecuación de elasticidad de sustitución de factores productivos, propuesto por Henderson y Quant, efectuando las operaciones algebraicas (ver Anexo 3) arribando al siguiente resultado:

$$e_s = \frac{277504682.5}{277473683.4} = 1.0001$$

Lo que implica que la función de producción de quinua orgánica presenta elasticidad de sustitución de factores mayor a cero, es positivo, entonces los factores de producción capital y la mano de obra, para el caso específico de la producción de quinua orgánica

son insumos sustitutorios, al respecto (Debertin, 2012) indica que los valores de e_s cercanos a cero indican poca potencial de sustitución y los valores mayores a cero indican un potencial de sustitución.

Por el tipo de función de producción de Cobb Douglas, la elasticidad de sustitución en este caso, es constante en cualquier punto de la curva de isocuantas, sin embargo, es posible la sustitución de factores ante variaciones del precio relativo de los insumos productivos, manteniendo el mismo nivel de producción.

La elasticidad de sustitución de factores, puede diferir significativamente entre empresas agrícolas, por ejemplo puede haber pocos sustitutos de mano de obra en la producción de tabaco, algunas empresas pueden ser intensivos en mano de obra o intensivos en el uso del capital (Debertin, 2012).

Existen escasos trabajos sobre la estimación de elasticidad de sustitución de Morishima en la producción agrícola, se ha encontrado un estudio sobre la demanda de energía en el sector industrial de Chile, elasticidad precio de la demanda de energía y la elasticidad de sustitución entre factores de (Eguiguren, 2009), para ello utilizó una función *logit multinomial* sin embargo manifiesta también que otros utilizan la función *translog* de los costos de producción; ha estimado la elasticidad de sustitución de factores e_s positiva, y afirma que todos los factores productivos (capital, trabajo y energía) son sustitutos; tiene concordancia con la presente investigación, a su vez se sustenta en la teoría microeconómica de la función de producción con dos insumos variables, además en un sistema de economía de mercado de los factores productivos, si el precio de un factor productivo varía, entonces es razonable sustituir por otro cuyo precio es bajo, para mantener el mismo nivel de producción con el objeto de tomar decisiones y luego obtener el óptimo económico; este hecho es relevante en el sentido que la función de producción Cobb Douglas presenta elasticidad de sustitución de factores positivo.

Se ha estimado la función de producción de quinua orgánica, cuyas elasticidades individuales para cada insumo son positivos, la función de Cobb Douglas como indica (Debertin, 2012) es multiplicativa y no aditiva, lo que permite que ocurra una situación de sinergia cuando se combinan insumos. La elasticidad total de la función de producción indica la capacidad de respuesta del producto ante cambios en el conjunto de insumos (capital, trabajo y tierra); esto depende del valor de elasticidad total, si es mayor, menor

o igual a uno, puede ocurrir rendimientos crecientes, decrecientes o rendimientos constantes a escala, respectivamente. Dada la siguiente función de producción:

$$Q = e^{5.21874}KT^{0.2441}MO^{0.32353}T^{0.5322}$$

La suma de elasticidades individuales es: $0.2441+0.32353+0.5322= 1.09$, entonces la elasticidad global es bastante cercano a la unidad, lo que implica que la producción de quinua orgánica en la Región Puno presenta rendimientos constantes a escala, es decir, aumento proporcional en los insumos el volumen de producción aumentaría en la misma proporción; al respecto (Debertin, 2012) refiere que las funciones de producción agrícola del tipo Cobb Douglas generalmente presentan coeficiente (elasticidad global) de producción menor a uno, entonces tendrían rendimientos decrecientes a escala, por otro lado (Varian, 2010) indica que es posible que una tecnología tenga rendimientos constantes de escala y que cada uno de los factores tenga un producto marginal decreciente, afirma además que este es el más frecuente. Sin embargo, en el estudio sobre la tecnología de producción del algodón realizado por (Cortázar y Montaña, 2011) encontraron la función de producción Cobb Douglas, con elasticidad global mayor a uno, lo cual significaría rendimientos crecientes a escala en la tecnología de producción del algodón, dicho resultado probablemente es adecuado para dicho producto, debido que su proceso productivo y factor climatológico (naturaleza) es diferente a la de quinua orgánica. En el mismo contexto, en una investigación sobre la productividad del “*tarwi*” en el Norte de Bolivia por (Chipana *et al.*, 2014) utilizaron la función de producción Cobb Douglas, encontrando que la elasticidad global del modelo fue 0.78 y afirman que la función de producción para el *tarwi* tiene rendimientos crecientes a escala; se discrepa con dicha afirmación, debido que la teoría microeconómica de economías de escala con el modelo Cobb Douglas, refiere que si la elasticidad global de la función es menor a 1 entonces se trata de rendimientos decrecientes a escala. En el estudio sobre la eficiencia técnica del arroz en Colombia (Ramírez, 2013) también utilizó la función de producción Cobb-Douglas, obteniendo elasticidad global del modelo 0.994 cifra que se redondea a 1, por lo tanto, afirman que la función de producción para el arroz presenta rendimientos constantes a escala, existe concordancia con este resultado, da sostenibilidad a los encontrados en el presente trabajo, además se apoya en la teoría de rendimientos a escala con el modelo Cobb Douglas.

La figura 2, nos muestra las economías de escala, que el productor de quinua orgánica de la Región Puno, podría experimentar, pero ello está sujeto al comportamiento del mercado, es decir, la demanda por el producto y la capacidad de reacción del agricultor.

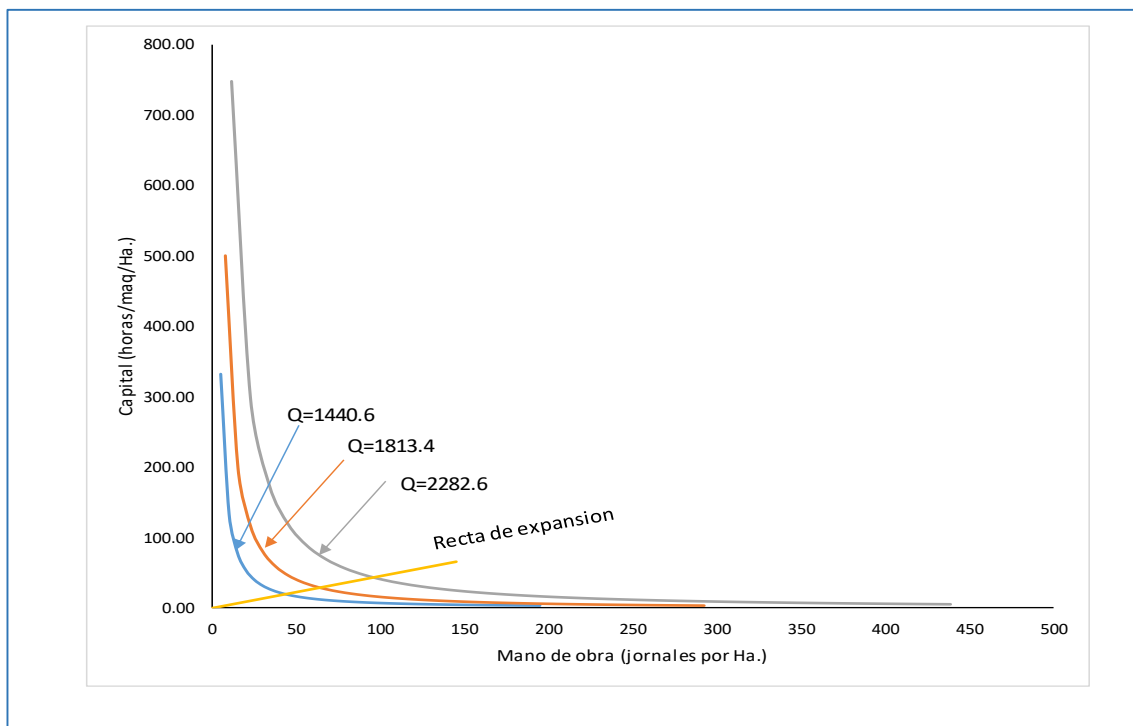


Figura 2. Rendimientos a escala en la producción de quinua orgánica, región Puno, 2015-2016.

Para determinar el óptimo económico es importante empezar analizando el nivel de óptimo técnico (*NOT*) en la producción de quinua orgánica en base a los insumos capital (*KT*) y mano de obra (*MO*) manteniendo constante la variable tierra (*T*), para el cual primeramente, tenemos la función de producción estimada:

$$Q = 207.32KT^{0.2441}MO^{0.3235}$$

Se ha calculado la cantidad de maquinaria agrícola (*KT*) que conduce a optimizar el producto, para ello la variable mano de obra se mantiene constante, reemplazando por su promedio estadístico, tenemos que $\overline{MO} = 72.544$ jornales.

$$Q = 207.32KT^{0.2442}(72.544)$$

$$Q = 828.983KT^{0.2441}$$

Luego realizando la primera derivada, que es igual al producto marginal, de la siguiente manera:

$$\frac{\partial Q}{\partial kt} = PM_{KT} = 0.2441 * 828.983KT^{0.2441-1}$$

Para optimizar se ha igualado el producto marginal del capital a un valor 20, de la siguiente forma ($PM_{KT}=20$), tenemos:

$$PM_{kt} = 202.3548KT^{-0.7559} = 20$$

$$KT = \left(\frac{20}{202.3548} \right)^{\frac{-1}{0.7559}}$$

Como resultado se tiene que el $KT= 21.4$ horas máquina por hectárea cultivada, es la cantidad de capital o maquinaria que permitiría alcanzar el nivel de producto deseado de quinua orgánica en 1751 kilos por hectárea:

$$Q = 828.98 * 21.4^{0.2441} = 1751 \text{ Kilos de quinua orgánica/ha.}$$

De igual forma tenemos la cantidad de trabajo (MO) que lleva a la optimización deseada del producto, en este caso la variable capital se mantiene constante, reemplazando igual que el anterior por su promedio estadístico $\overline{KT} = 9.5764$ horas máquina por hectárea de cultivo.

$$Q = 207.32 * 9.5764^{0.2441}MO^{0.3235}$$

$$Q = 359.7945MO^{0.3235}$$

Luego aplicando la primera derivada, que es igual al producto marginal del trabajo:

$$\frac{\partial Q}{\partial MO} = PM_{MO} = 0.3235 * 359.7945MO^{-0.6765}$$

Para optimizar se ha igualado el producto marginal del trabajo a un valor cinco ($PM_{MO}=5$), tenemos:

$$PM_{mo} = 116.3935MO^{-0.6765} = 5$$

$$MO = \left(\frac{5}{116.3935} \right)^{\frac{-1}{0.6765}}$$

Luego la mano de obra ($MO= 105$) jornales por hectárea cultivada, que permitiría alcanzar el nivel óptimo de producto de quinua orgánica en 1621 kilos por hectárea, de la siguiente forma:

$$Q = 359.7945(105)^{0.3235} = 1621 \text{ Kilos de quinua orgánica por hectárea.}$$

Posteriormente se ha determinado el nivel de óptimo económico, en este caso utilizando el modelo de función de producción para dos insumos variables, a través del método de optimización de Lagrange, para lo cual se ha formulado la ecuación de costo total (isocosto) de producción de quinua orgánica en una hectárea de cultivo, teniendo en cuenta que el costo de mano de obra es del $w = S/ 34.00$ Soles el jornal y el costo del capital es $r = S/ 57.00$ Soles/horas máquina; estos valores corresponden al promedio del mercado de factores, bajo el supuesto de competencia perfecta en el área rural donde se ha realizado el estudio. En la metodología de Lagrange se toma en cuenta la función de producción elegida y estimada, que viene a ser la isocuanta del modelo:

$$Q = 184.7KT^{0.2441}MO^{0.32353}T^{0.5322} \text{ Función de producción}$$

Con esa función de producción se ha calculado la cantidad de producto total de la quinua orgánica:

$$Q = 184.7 * (9.5764)^{0.2441}(72.544)^{0.3235}(1.2424)^{0.5322} = 1438.96,$$

Tenemos 1438.96 kilos del producto de quinua orgánica por hectárea cultivada, para lo cual se ha utilizado el promedio de las cantidades de cada factor productivo:

$$\overline{KT} = 9.5764, \text{ factor capital horas maquina por hectárea de cultivo}$$

$$\overline{MO} = 72.544, \text{ factor trabajo en jornales por hectárea de cultivo}$$

$$\overline{T} = 1.2424, \text{ factor tierra}$$

Luego se ha formulado el lagrangeano de optimización de la producción (minimización de costos):

$$L = 34MO + 57KT - \lambda(207.32KT^{0.2441}MO^{0.3235} - 1438.96)$$

Habiendo realizado la condición de primer orden, derivadas parciales para cada insumo, una vez que se tiene el producto marginal de los insumos se aplica la siguiente regla de optimización (Anexo 2):

$$\frac{PM_{MO}}{PM_{KT}} = \frac{w}{r}, \text{ donde:}$$

PM_{MO} y PM_{KT} son la productividad marginal de mano de obra y producto marginal del capital respectivamente.

w = costo del trabajo, remuneración por jornal de trabajo

r = costo de capital, pago por el empleo de maquinaria horas maquina por/ha.

Con el procedimientos de optimización se ha estimado los niveles de óptimo económico para la mano de obra ($MO=42.9$ jornales por ha.) y para el capital ($KT=19.3$ horas máquina/ha.), con esta combinación de factores manteniendo los demás factores (sinsumo) constantes, el productor agrícola obtiene 1439 kilos por hectárea, este nivel es la que lleva a maximizar los beneficios del agricultor de quinua orgánica.

El nivel de producción obtenido se aproximan a lo encontrado por (Mercado, 2012), en su estudio sobre el rendimiento de la producción de quinua orgánica, en la zona de Ilave-Puno, al respecto indica que empleando la tecnología intermedia el rendimiento fue en promedio 1200 Kg/ha, esto significa empleo de maquinaria en pequeña proporción en algunos procesos productivos, con un costo total de producción de S/ 2029.00; por otro lado para la tecnología tradicional, es decir, proceso de producción intensivo en mano de obra, el rendimiento fue entre 1100 a 1200 kg/ha., con un costo de producción de S/1802.50.

El óptimo técnico agrícola es un nivel de producción por cada hectárea de cultivo, que el productor desearía obtener, en cambio el óptimo económico es el nivel o cantidad de producto que realmente obtiene y le permite lograr sus ingresos; en ese marco conceptual, se ha encontrado el estudio de (Reyes, 2008) sobre la productividad del maíz, ha encontrado las cantidades de insumos (nitrógeno, fosforo y potasio) que maximizan el nivel de producto (óptimo técnico) en 101.86 quintales por hectárea, y por otro lado el nivel de producción que maximiza los beneficios (optimo económico) el cual es 97.57 quintales por hectárea; nos muestra que el óptimo económico es menor al óptimo técnico, concuerda con los antecedentes teóricos. Dentro de la economía agropecuaria (Rebollar, Callejas y Guzmán, 2017) en el trabajo con la función de producción Cobb-Douglas para determinar la eficiencia económica de leche, refiere que encontró un óptimo técnico de 353.8 litros de leche por vaca/2 meses, en este caso discrepo sobre el concepto empleado del “óptimo técnico”, este resultado corresponde al óptimo económico, porque ésta

cantidad de producto es lo que realmente obtiene y pone en venta, lo cual conduce a maximizar sus beneficios económicos; sin embargo concuerda con la presente investigación, sobre la metodología de la función de producción Cobb-Douglas y el proceso de optimización de Lagrange en la producción agropecuaria. Trabajando con el modelo de función de producción cúbica, en la productividad de la papa en México (Morales, Rebollar, Hernández y Gonzales, 2015) encontraron que el nivel de óptimo económico es menor al nivel de óptimo técnico; el resultado es concordante con algunos antecedente, la diferencia con el presente trabajo es el modelo de función de producción, se ha desarrollado con el modelo Cobb-Douglas, método de optimización dual (minimización de costos) lagrangeano.

En el enfoque de función de producción de largo plazo todos los factores son variables, capital, mano de obra, materia prima, entre otros, como refiere (Varian, 2010) en el largo plazo pueden alterarse todos los factores de producción, el agricultor podría comprar más tierras o vender una parte de lo que tiene, es decir, puede ajustar la cantidad del factor tierra con el fin de maximizar sus beneficios. Entonces se ha analizado los rendimientos de la producción de la quinua orgánica bajo la teoría de producción de largo plazo, en la cual los factores mano de obra (*MO*) y la maquinaria (*KT*), ambos son variables; se ha aplicado la teoría de isocuantas y los isocostas, con la metodología de Lagrange de optimización de la función de producción (minimización de costos). En la figura 3 nos muestra la optimización de la producción, el punto de equilibrio del productor de quinua orgánica, donde la pendiente de la curva de isocosto es igual a la pendiente de la curva de la isocuanta, en ese punto la producción óptima es $Q = 1439$ kilos por hectárea cultivada, con un costo total de S/ 2559 representado por la recta de isocosto. Analizando matemáticamente el punto en la que se maximiza los beneficios corresponde a la siguiente regla (Varian, 2010):

$$\frac{PM_{MO}}{PM_{KT}} = \frac{w}{r}$$

$$\frac{1.32582KT}{MO} = \frac{34}{57} = 0.5965^5$$

⁵ Para calcular, en el lado derecho de la ecuación se reemplaza con los valores óptimos de la cantidad de capital ($KT=19.3$) y trabajo ($MO=42.9$).

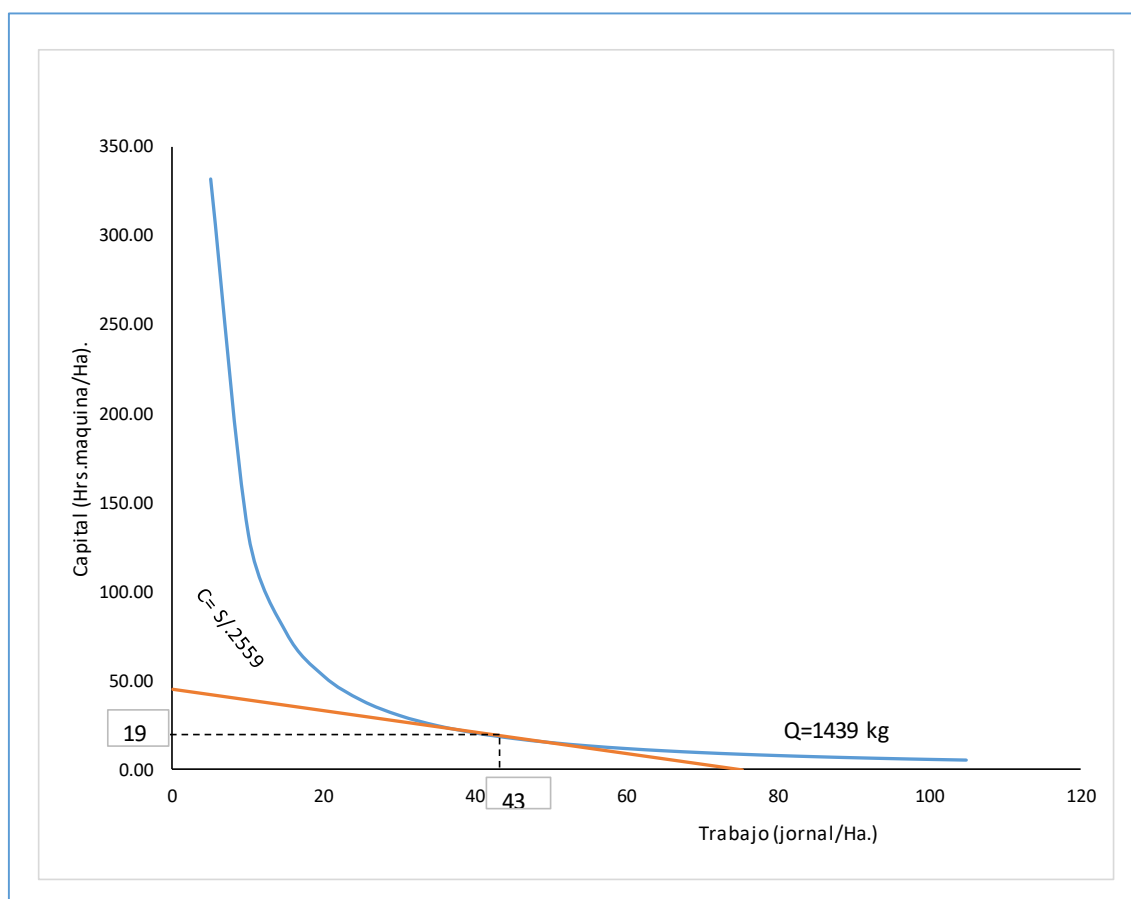


Figura 3. Equilibrio del productor de quinua orgánica, con dos insumos variables que lleva a la maximización de beneficios, Puno, 2015-2016.

La figura 3, nos muestra también el proceso productivo de la quinua orgánica que es intensivo en mano de obra, la elasticidad de la producción del factor mano de obra es mayor al del capital, si se incrementa en 10% la mano de obra, la producción aumenta en 3.2%, en cambio sí se incrementa en la misma proporción el uso de maquinaria el producto aumenta en 2.4%. En este contexto, en el trabajo de investigación sobre la eficiencia técnica, distributiva y económica del arroz en Colombia por (Ramírez, 2013) encontró resultado similar al presente trabajo, donde el empleo de la mano de obra (elasticidad =0.24) es mayor al uso del recurso maquinaria agrícola (elasticidad=0.08), coincido con este resultado, ello implicaría que el cultivo del arroz es también intensivo en mano de obra. Asimismo, en el trabajo de la productividad de “tarwi” en Bolivia (Chipana *et al*, 2014) hallaron que el empleo del factor mano de obra (elasticidad=0.02) es mayor y positivo en comparación del uso de la maquinaria agrícola (elasticidad= -0.02), es negativo; de igual forma esto significa que la producción de este grano es intensiva en mano de obra; estos resultados confirman los hallazgos en la productividad de la quinua orgánica.

A partir de la minimización de costos, se ha optimizado la productividad de la quinua orgánica, luego se ha estimado los ingresos con un precio de S/ 4.90 soles en el mercado de la quinua orgánica, luego restando los costos totales se ha calculado los beneficios totales por una hectárea cultivada, en la región Puno:

$$\text{Beneficios} = \text{Ingreso} - \text{costos}$$

$$\text{Ecuación de costo: } CT = w*MO + r*KT = 34*42.9 + 57*19.3 = \text{S/ } 2559.00 \text{ Soles}$$

$$\text{Ingreso: } I = P*Q^6 = 4.90*1439 = \text{S/ } 7051 \text{ Soles}$$

$$\text{Beneficios} = 7051 - 2559 = \text{S/ } 4492.00$$

Esto nos muestra que el agricultor de quinua orgánica, obtiene beneficios económicos por un monto de S/ 4 492.00, por cada hectárea de cultivo, en una campaña agrícola, y si el pequeño agricultor que cultiva un cuarto de hectárea, los beneficios serán proporcionales; la función de Cobb Douglas y el procedimiento de Lagrange, optimiza mejor la productividad de la quinua orgánica, aporta soluciones para el proceso productivo, en las decisiones del mejor empleo de los factores productivos.

El modelo Cobb Douglas, ha sido planteado como una relación entre el nivel de producto y los insumos tales como: maquinaria agrícola, mano de obra, semilla, tierra y abono orgánico; habiendo realizado diferentes regresiones el modelo econométrico finalmente ha quedado solo con tres factores (maquinaria agrícola, mano de obra y tierra) significativos, más una variable aleatoria- estocástica (μ); sobre este último (Gujarati y Porter, 2013) indican que la variable aleatoria, representa a todos los factores que afectan a la variable dependiente pero que no se considera en el modelo en forma explícita y son fijas, dentro de estos se encuentra los factores climatológicos (temperatura, precipitaciones pluviales y heladas entre otras); de igual forma (Debertin, 2012) en la generalización de la función de producción Cobb-Douglas ($Y = AX_1^{\beta_1}X_2^{\beta_2}$), refiere que en la empresa agrícola existen insumos variables (X_1 y X_2) que están bajo el control del administrador, los insumos restantes se tratan como fijas y el parámetro tecnología (A) se considera el impacto de los factores fijos, que no está bajo el control del agricultor; dentro de este último se encuentra la variable clima. Bajo estos supuestos se optimiza la productividad de la quinua orgánica; el factor clima no es controlable por el agricultor de

⁶ P es el precio de un kilo de quinua orgánica, al cual los productores o socios venden al acopiador (ejemplo COOPAIN-Cabana), precio promedio de S/. 4.90 Soles el kilo.
 Q es la cantidad estimada de producto óptimo de quinua orgánica: 1439 kilos por Ha cultivada.

quinua, y no podría tomar ninguna decisión sobre la situación climatológica que se presente durante la campaña agrícola e influya positiva o negativamente en la producción.

Se ha determinado los tipos de agricultores según tenencia de tierra para el cultivo de quinua orgánica en el ámbito de la investigación: de los 237 muestreados 214 agricultores que viene a ser el 90%, están dentro del tipo de pequeños agricultores con menos de 3 hectáreas de cultivo, 23 agricultores, que es el 10% son medianos agricultores con tierras de cultivo de quinua orgánica entre 3 a 10 hectáreas; finalmente no se ha encontrado grandes agricultores, es decir, productores que poseen más de 10 hectáreas de cultivo de quinua orgánica.

Tabla 10

Tipos de agricultor de quinua orgánica, según tenencia de tierra, Puno, 2015-2016.

Tipo agricultor	Cabana		Capachica		Ilave		Total	
	Cantidad	%	Cantidad	%	Cantidad	%	Cantidad	%
Pequeño agricultor	112	84	96	100	6	75	214	90
Mediano agricultor	21	16	0	0	2	25	23	10
Grandes agricultores	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	133		96		8		237	100

Estos resultados concuerdan con el estudio efectuado por (Soto *et al.*, 2015) del Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura (IICA), refieren que en la zona norte (San Román) solo el 5% son grandes agricultores, en la zona centro (Lampa) es del 1% y en la zona sur (Chucuito) todos son pequeños agricultores con menores de 3 ha., de cultivo de quinua orgánica, y que estos últimos son de subsistencia y/o cultivos familiares.

CONCLUSIONES

- La función de producción que mejor optimiza la productividad de la quinua orgánica es la de Cobb-Douglas, asimismo los factores de producción que influyen positivamente en el nivel de producto son la mano de obra (*MO*), capital (*KT*), tierra (*T*), a un nivel de significancia del 1% cuyas probabilidades son cercano a cero, lo que implica que son significativos; el coeficiente de determinación es del 94%. Para seleccionar la función de producción se ha realizado las regresiones de cuatro modelos econométricos (cuadrática, multivariable, cúbica y Cobb-Douglas), luego de obtener los parámetros y sus indicadores estadísticos en cada caso; se ha revisado investigaciones previas aplicados en la actividad de la economía agropecuario, encontrando que los modelos cuadrática y cúbica existen en escasa cantidad, básicamente en investigaciones agropecuarias de tipo experimental; de igual forma el modelo lineal multivariable es mínimo en su aplicación.
- La función de producción de quinua orgánica en la Región Puno presenta un valor de elasticidad de sustitución entre factores del 1.0001, siendo positiva esto implica que los factores de producción capital (*KT*) y mano de obra (*MO*) son insumos sustitutorios, lo cual significa que ante variaciones del precio relativo de los mismos se puede sustituir un insumo por el otro y mantenerse en el mismo nivel de producción. Para ello se ha desarrollado la metodología de Henderson y Quant, efectuando las primeras derivadas y luego las segundas derivadas de la función de producción Cobb Douglas, posteriormente el resultado de las derivadas se ha reemplazado en la fórmula establecida, tanto en el numerador y denominador, realizando operaciones algebraicas se obtuvo el resultado.
- La producción de quinua orgánica en la Región Puno, en el largo plazo, presenta rendimientos constantes a escala, el indicador es 1.09 redondeando es igual a la

unidad, esto implica que un aumento proporcional en los insumos o factores productivos, el nivel de producto aumentaría en la misma proporción. Para ello previamente se ha realizado la regresión del modelo log lineal, con factores estadísticamente significativos, encontrando los parámetros para luego expresar en forma de antilogaritmo, las potencias de cada una de las variables independientes se suman ($\sum \beta_i$), y aplicamos la teoría de rendimientos a escala, puede ser mayor, menor o igual a uno.

- El nivel del óptimo económico, es decir, el nivel de producción obtenida y vendida es de 1439 kilos por hectárea de cultivo de quinua orgánica (blanca, roja, negra) lo cual permite maximizar los beneficios del productor, utilizando una combinación de factores productivos: maquinaria agrícola (factor capital= KT) en la cantidad de 19.3 horas/máquina/ha., y factor mano de obra (MO) en la cantidad 42.9 jornales por hectárea, manteniendo constante los demás factores productivos; obtiene beneficios económicos por un monto de S/ 4 492.00 Soles, en una campaña agrícola (ingresos son de S/ 7 051.00 Soles y el costo total de S/ 2 559.00 Soles). Para determinar el óptimo económico es el resultado del sistema de optimización de Lagrange que se ha formulado utilizando la función de producción previamente establecido, sujeto a una restricción de los isocostos, este proceso tiene que cumplir la condición de que la relación de las productividades marginales es igual a la relación del precio de los insumos.
- Se ha determinado que en la región Puno el 90% son pequeños agricultores con menos de 3 hectáreas de cultivo, el 10% son medianos agricultores con tierras de cultivo entre 3 a 10 hectáreas y no se registran grandes agricultores de quinua orgánica con cultivos mayores a 10 hectáreas. Para ello se ha contabilizado y clasificado dentro de la muestra (Anexo 4) a los productores según el tamaño de terreno que dispone en el periodo bajo investigación.

RECOMENDACIONES

- Se recomienda que en todo el proceso productivo desde la preparación de suelos, siembra, labores culturales, hasta la cosecha; se utilice una tecnología consistente en la combinación de factores productivos, que permita maximizar sus beneficios económicos; por ejemplo una combinación de jornales de mano de obra, con el empleo de maquinaria agrícola, asimismo los demás insumos orgánicos, tales como estiércol de ganado, compost, biol, entre otros; esta tecnología de cultivo pueda evitar la degradación de los suelos y preservar el medio ambiente para las futuras generaciones; que los terrenos agrícolas del Altiplano Puneño, sigan siendo productivas, cabe añadir que el cultivo de la quinua orgánica es una actividad económica de gran trascendencia en la región Puno, cuyo producto ecológico por sus cualidades alimenticias y nutricionales es ampliamente reconocido, tanto en el interior del país así como en el exterior.
- Se recomienda que el agricultor de quinua orgánica de la región Puno, ante la variación del precio relativo de los factores, puede sustituir un insumo por otro, en este caso mayor empleo de mano de obra (jornales/ha.) a cambio de menor cantidad de uso de maquinaria agrícola (horas/maquina/ha.) que permite maximizar sus beneficios del productor campesino; este procedimiento según la función de producción y la metodología de Henderson y Quant no altera el nivel óptimo económico del producto.
- Se recomienda que en el largo plazo el productor de quinua orgánica de la región Puno, puede aumentar en un porcentaje el empleo de todos los factores productivos, incluido el factor tierra y los abonos orgánicos, manteniendo constante el clima y otras variables que no se encuentran bajo el control del agricultor; lo que conllevaría incrementos del producto en la misma proporción;

esto implica que el nivel de producción de quinua orgánica incrementa de manera constante.

- Se recomienda al productor de quinua orgánica, para que pueda maximizar sus beneficios económicos, en su proceso productivo utilice tecnologías que conlleve a la conservación de suelos y al cuidado de los demás elementos del medio ambiente, en ese contexto, la cantidad de mano de obra debería ser 43 jornales/ha, y el uso de maquinaria agrícola debería ser 19 horas/máquina/ha.; nulo de pesticidas o sustancias químicas; además con ese procedimiento cumple las exigencias de los organismos certificadores (Okogarantie-BCS, Fairtrade y Biolatina) y de la demanda externa e interna del país por el producto orgánico.

BIBLIOGRAFÍA

- Apaza, Cáceres, Estrada, y Pinedo (2013). *Catálogo de variedades comerciales de quinua en el Perú*. Recuperado de: www.fao.org/3/a-as890s.pdf.
- Ariel, D., Ortiz, A., & Rinderman, R. S. (2015). *Desafíos y prioridades de la agricultura orgánica en México, mirando a la unión europea*. México D.F.: Ed. López Gámes.
- Álvarez, A., Arias, C., & Orea, L. (2003). *Introducción al análisis empírico de la producción*. Universidad de Oviedo. 142.
- Calla, R. (2014). *Agentes y márgenes de comercialización de quinua orgánica en Cabana* (Tesis de pregrado). Facultad de Ciencias Agrarias – UNAP, Puno.
- Casafranca, & Pahuachón, M. (2014). Factores que limitan la competitividad de las asociaciones de productores quinua orgánica. *Ciencias Empresariales de La Universidad de San Martín de Porres*, 5(2), 36–48.
- Castellanos, M., Martínez, Á., Beatriz-Colmenares, C., Martínez, M. Á., & Rendón, G. (2006). Región confidencial para el óptimo económico de una función de producción Cobb-Douglas. *Agrociencia*, 40(1), 117–124.
- Castro y Rivas (2010). *Econometría aplicada*. Lima. Universidad del Pacífico.
- Clavijo, M. A., & Ardila, P. A. (2015). *Eficiencia Económica en la Producción de Cacao en Rionegro-Santander. (Tesis pregrado). Universidad Santo Tomás, Bucaramanga.* Recuperado de <http://repository.usta.edu.co/bitstream/handle/11634/1066/2015-ClavijoLemus%2CMairaAlejandra-Trabajodegrado.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

- Cortázar, A., & Montaña, M. C. E. E. (2011). *La función Cobb Douglas en la producción de algodón del Valle de Juárez: Aplicación a factores definidos e interpretación específica de resultados*. Juárez - México. No. 3
- Chiang, A. C., & Wainwright, K. (2006). *Métodos fundamentales de economía matemática*. México D.F.: Ed. McGraw-Hill.
- Chipana, G., Trigo, R., Bosque, H., Jacobsen, S., Mercado, G., Callisaya, I., ... Condori, J. (2014). Los factores productivos y la educación en la producción de tarwi en el Altiplano Norte de Bolivia. *SciELO*, 42–48.
- Debertin, D. L. (2012). *Agricultural Production Economics Agricultural Production Economics Second Edition*. Lexington, Kentucky: Ed. Universidad de Kentucky.
- Diaz y Llorente. (2013). *Econometría*. Madrid: Ediciones Pirámide
- Eguiguren, B. (2009). *Estimación de una demanda de energía para el sector Industrial de Chile, y sus elasticidades de sustitución*. (Tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica de Chile.
- Organización de las naciones Unidas para la Alimentación y la agricultura (2018) *Plataforma de información de la quinua*. Recuperado de: <http://www.fao.org/in-action/quinoa-platform/quinoa/alimento-nutritivo/es/>
- Gujarati y Porter (2010). *Econometría*. México D.F.: McGraw-Hill
- Gujarati y Porter (2013). *Econometría*. (M. Hill, Ed.), Mc Graw Hill (5th ed., Vol. 53). México D.F. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>.
- Griffin, R., Montgomery, J., & Rister, M. (1987). Selecting Functional Form in Production Function Analysis. *Western Journal of Agricultural ...*, 12(2), 216–227. Recuperado de <http://www.jstor.org/stable/40987872>
- Hernández, S., Fernández, C., & Baptista, L. (2014). *Metodología de la Investigación*. México D.F.: Interamericana Editores, S.A.
- Mendoza, W. (2014). *Como investigan los economistas*. Lima. (Fondo Editorial PUCP, Ed.).

- Mercado, C. (2012). *"Caracterización de tecnologías del cultivo de quinua orgánica en la asociación de productores Tata Wilca-Puno"*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional del Altiplano.
- MINAGRI, D.P. (2013). *La Quinua Producción y Comercio del Perú*. Boletín, 8. Recuperado de <http://www.quinuainternacional.org.gob>
- Morales, J. L., Rebollar, S., Hernández, J., & González, F. de J. (2015). Determinación del óptimo técnico y económico en el cultivo de papa de temporal. *Paradigma Económico*, Año 7, N°1, 87–106.
- Mounirou, I., & Balogoun, I. (2016). Estimation of stochastic frontier of the technical efficiency of the soybeans production's determinants in Benin: the case of the commune of Savé. *Full Length Research Paper*, 4(4), 410–420.
- McFadden, J. R., & Miranowski, J. A. (2016). Climate change: Challenge and opportunity to maintain sustainable productivity growth and environment in a corn-soybean bioeconomy. *AgBioForum*, 19(2), 92–111.
- Nicholson, W., & Snyder, C. (2011). *Microeconomía intermedia y su aplicación*. México D.F.: Ed. Cengage.
- Parkin, M., & Loría, E. (2010). *Microeconomía*. México. Ed. Pearson Education. Recuperado de <https://economia-aplicada.wikispaces.com/file/view/Michael+Parkin+MICRO.pdf>
- Perdomo, J. A., & Hueth, D. L. (2011). Funciones de producción, análisis de economías a escala y eficiencia técnica en el eje cafetero colombiano: Una aproximación con frontera estocástica. *Revista Colombiana de Estadística*, 34(SPEC. ISSUE 2), 377–402. <https://doi.org/10.2139>
- Pindyck Daniel; L. Rubinfeld, R. S. (2013). *Microeconomía*. Madrid, España: Pearson Education.
- Portillo, Pérez, Figueroa, Godínez, Pérez y Barrios (20015). La función de producción cúbica y su aplicación en la agricultura. *Revista, mexicana de agronegocios, volumen (37)*, 1-24.

- Ramirez, A. (2013). *Análisis de eficiencia económica de fincas arroceras: una aplicación de una función determinística de ingresos brutos frontera*. Revista Lebre, 213–240.
- Rosales, R., Apaza, E., & Bonilla, A. (2004). *Economía de la producción de bienes agrícolas. Teoría y aplicaciones*. Documento CEDE. Universidad de Los Andes. Colombia., 34, 2–64.
- Rebollar, S., Callejas, N., & Guzmán, E. (2018). *La función Cobb-Douglas de la producción semintensiva de leche en el sur del Estado de México*. Análisis Económico, XXXIII.
- Reyes, J. (2008). *Determinación de una Función de Producción en Maíz (Zea mays) a partir de Nitrógeno Fósforo y Potasio*. (Tesis pregrado) Universidad Zamorano. Honduras
- Salvatore, D. (2009). *Microeconomía*. México D.F.: Editorial McGraw-Hill.
- Soto, E., Mercado, W., Estrada, R., Repo, R., Diaz, F., & Diaz, G. (2015). *El mercado y la producción de quinua en el Perú*. Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura (IICA). Lima, Perú: Iica (1ra ed.)
- Toro, P., García, A., Aguilar, C., Acero, R., Perea, J., & Vera, R. (2010). *Modelos Econométricos Para El Desarrollo De Funciones De Producción*. Documentos de Trabajo Producción Animal y Gestión, 1, 3–54.
- UNESCO (2017). *Sembrar quinua orgánica para reducir la pobreza en los Andes*. Recuperado de http://www.unesco.org/new/es/lima/communities/single-view/news/sembrar_quinua_organica_para_reducir_la_pobreza_en_los_ande/
- Varian, H. R. (2010). *Microeconomía intermedia*. Barcelona, España: A. Editor S. Bosch.
- Wooldridge, J. M., (2010). *Introducción a la econometría Revisión técnica*. México D.F. Editorial Cengage Learning
- Zamilpa, J. (2014). *Fortalecimiento del sector orgánico de México: aprendiendo de la experiencia de la unión europea*. (Tesis de doctorado). Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, México

Zamilpa, J., Ayala, D., & Rindermann, R. S. (2015). *Desafíos y prioridades de la agricultura orgánica en México, mirando a la unión europea*. México D.F. Cámara de Diputados.



ANEXOS

Anexo 1. Modelo translogaritmico

$$Q = AKT^{\beta_1}MO^{\beta_2}e^{\frac{\gamma}{2}(\ln KT * \ln MO)}$$

Si, $\gamma=0$ se convierte en el modelo *Cobb-Douglas*

$$LQ = e^{5.21874}KT^{0.2441}MO^{0.32353}T^{0.5322}$$

Luego tenemos los promedios de:

Capital (\overline{KT}) = 9.5764, horas maquina por hectárea

Mano de obra (\overline{MO}) = 72.544, jornales por hectárea

Tierra (\overline{T}) = 1.2424, hectárea de tierra para cultivo

Para calcular el nivel de producto de quinua orgánica, se reemplaza valora medios en la ecuación:

$$Q = 184.7 * (9.5764)^{0.2441}(72.544)^{0.32353}(1.2424)^{0.5322} = 1439, \text{ kilos de quinua orgánica por hectárea.}$$

Para determinar la **ecuación de isocuanta**, la variable T se mantiene constante y trabajamos solo con capital y mano de obra:

$$Q = 184.7 * (KT)^{0.2441}(MO)^{0.32353}(1.2424)^{0.5322}$$

$$Q = 207.32 * (KT)^{0.2441}(MO)^{0.32353}$$

Expresamos KT en función de MO , para ello $Q=1439$, efectuando las operaciones algebraicas tenemos:

$$KT = \left(\frac{1439}{207.32MO^{0.32353}}\right)^{\frac{1}{0.2441}}$$

Anexo 2. Optimización de la función de producción.

Formulamos el Lagrange, para ello primero formulamos la ecuación de isocosto

$$C = 34MO + 57KT$$

$$L = 34MO + 57KT - \lambda(297.32KT^{0.2441}MO^{0.3235} - 1439)$$

Condición de primer orden

$$\frac{\partial L}{\partial MO} = 34 - \lambda(67.068KT^{0.2441}MO^{-0.6765}) = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial KT} = 57 - \lambda(50.568KT^{-0.756}MO^{0.3235}) = 0 \dots\dots\dots(2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 207.32KT^{0.2441}MO^{0.3235} - 1439 = 0 \dots\dots\dots(3)$$

Dividimos ecuación I y II

$$\frac{\lambda(67.068KT^{0.2441}MO^{-0.6765})}{\lambda(50.568KT^{-0.756}MO^{0.3235})} = \frac{34}{57}$$

Efectuando las operaciones correspondientes tenemos la ecuación de expansión de producción

$$MO = 2.222666KT \dots\dots (4)$$

Luego en la ecuación III se reemplaza la ecuación (4), y se obtiene los óptimos económicos:

$$KT = 19.3 \text{ horas maquina por hectárea}$$

$$MO = 42.9 \text{ jornales por hectárea cultivada.}$$

Anexo 3. Elasticidad de sustitución de factores, metodología de Henderson y Quant:

$$e_s = \frac{[f_1 f_2 (f_1 KT + f_2 MO)]}{[KT * MO (2f_{12} f_1 f_2 - f_1^2 f_{22} - f_2^2 f_{11})]}$$

Para ello se tiene la ecuación de función de producción, con dos variables independiente:

$$Q = 207.32 KT^{0.2441} MO^{0.3235}$$

Primeras derivadas en la función de producción:

$$f_1 = \frac{\partial Q}{\partial KT} = 50.6068 MO^{0.3235} KT^{-0.7559}$$

$$f_2 = \frac{\partial Q}{\partial MO} = 67.068 KT^{0.2441} MO^{-0.6765}$$

Segundas derivadas en la función de producción, tenemos:

$$f_{11} = \frac{\partial^2 Q}{\partial KT^2} = -38.2537 MO^{0.3235} KT^{-1.7559}$$

$$f_{22} = \frac{\partial^2 Q}{\partial MO^2} = -45.372 KT^{0.2441} MO^{-1.6765}$$

Luego tenemos:

$$f_{12} = f_{21} \text{ por el teorema de Young} = \frac{\partial^2 Q}{\partial MO * \partial KT}$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial MO * \partial KT} = 16.371 MO^{-0.6765} KT^{-0.7559}$$

Primero se resuelve el **numerador** de la ecuación de elasticidad de sustitución de factores, realizando operaciones algebraicas tenemos: $f_1 f_2 (f_1 KT + f_2 MO)$

$$f_1 f_2 = 3394.41 MO^{-0.353} KT^{-0.5118}$$

$$f_1 KT + f_2 MO = \frac{484.66 MO^{0.3235}}{KT^{0.7559}} + \frac{4865.53 KT^{0.2441}}{MO^{0.6765}}$$

Luego reemplazando las dos ecuaciones anteriores en:

Se utiliza valores promedios de: KT y MO

$$f_1 f_2 (f_1 KT + f_2 MO) = \frac{1645134.75 MO + 16515603.69 KT}{MO^{1.0295} KT^{1.2677}}$$

Segundo se resuelve el **denominador** de la ecuación de elasticidad de sustitución de factores: $KT * MO (2f_{12} f_1 f_2 - f_1^2 f_{22} - f_2^2 f_{11})$

$$2f_{12}f_1f_2 = 2 \left(\frac{16.371}{MO^{1.0295}KT^{1.2677}} \right) \left(\frac{3394.41}{MO^{0.353}KT^{0.5118}} \right) = \frac{111139.77}{MO^{1.0295}KT^{1.2677}}$$

$$f_1^2f_{22} = \left(\frac{50.6068MO^{0.3235}}{KT^{0.7559}} \right)^2 \left(-\frac{45.372KT^{0.2441}}{MO^{1.6765}} \right) = -\frac{116199.88}{KT^{1.2677}MO^{1.0295}}$$

$$f_2^2f_{11} = \left(\frac{67.068KT^{0.2441}}{MO^{0.6765}} \right)^2 \left(-\frac{38.2537MO^{0.3235}}{KT^{1.7559}} \right) = -\frac{172069.73}{MO^{1.0295}KT^{1.2677}}$$

Reemplazando las ecuaciones anteriores en:

$$KT * MO(2f_{12}f_1f_2 - f_1^2f_{22} - f_2^2f_{11})$$

$$= 694.71 \left(\frac{111139.77}{MO^{1.0295}KT^{1.2677}} + \frac{116199.87}{MO^{1.0295}KT^{1.2695}} + \frac{172069.73}{MO^{1.0295}KT^{1.2695}} \right)$$

$$= \frac{277473683.4}{MO^{1.0295}KT^{1.2677}}$$

Juntando numerador y el denominador tenemos:

$$e_s = \frac{\frac{1645134.75MO+16515603.69KT}{MO^{1.0295}KT^{1.2677}}}{\frac{277473683.4}{MO^{1.0295}KT^{1.2677}}}$$

Simplificando y reemplazando valores promedios de ($MO=72.544$) y ($KT=9.5754$), tenemos:

$$e_s = \frac{277504682.5}{277473683.4} = 1.0001$$

Anexo 4. Instrumento de investigación, cuestionario aplicado a los productores de quinua orgánica.



**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO
ESCUELA DE POSGRADO
DOCTORADO EN ECONOMÍA Y POLÍTICAS PÚBLICAS**

CUESTIONARIO PARA REALIZAR EL “ANÁLISIS DE LA FUNCIÓN COBB-DOUGLAS QUE MEJOR OPTIMIZA LA PRODUCTIVIDAD DE LA QUINUA ORGÁNICA”

Estimado (a) participante

El presente cuestionario tiene como propósito recabar información sobre los diferentes trabajos que se realizan en el cultivo y producción de la quinua orgánica. Le solicitamos que pueda responder de manera fidedigna y confiable, esta información que se recabe tiene por objeto la realización de un trabajo de tesis.

No hace falta su identificación personal, solo es de interés los datos que pueda aportar de manera sincera y la colaboración que pueda brindar a feliz término la presente recolección de información.

¡Muchas gracias por su colaboración!

INFORMACION GENERAL

Apellidos y nombres:.....

Provincia: distrito:Asociación..... Comunidad

Nivel o años de estudios:

- 0. Sin primaria ()
- 1. Primaria incompleta ()
- 2. Primaria completa ()
- 3. Secundaria incompleta ()
- 4. Secundaria completa ()
- 5. Superior ()

Edad:

Sexo:

ETAPA DE PREPARACION DE SUELOS

1. ¿cuántos años ha descansado el terreno antes de sembrar quinua orgánica?
1. Sin descanso: () 2. Uno a dos años: () 3. Más de dos años: ()

2. ¿Utiliza rotación de cultivos para sembrar la quinua orgánica? indique el orden

- 1) Papa - quinua - cebada ()
- 2) Papa – quinua – haba ()
- 3) Papa - tarwi – quinua ()
- 4) Sin rotación ()
- 5) Otras formas:

3. Número de personas que preparan el suelo, jornales y costo por jornal de cada trabajador:

N° Personas	Cantidad de jornales	Pago por jornal (S/.)

4. ¿Utiliza, yunta o tractor para preparar el suelo, y qué trabajo realiza?

- Yunta trabajo que realiza
- Tractor trabajo que realiza
- Otro

5. ¿Ha recibido alguna capacitación, indique de que institución?

- Del gobierno ()

Tema de capacitación	N° de horas	Fecha y lugar

- Empresas, otras instituciones:

Tema de capacitación	N° de horas	Fecha y lugar

6. ¿Ha recibido algún financiamiento, de que instituciones y que adquirió?

Institución	Monto en S/.	Insumo que pago con el préstamo

7. ¿Cuántos jornales/horas, de yunta ha utilizado para preparar el suelo?

N° de yuntas	N° de jornales	N° horas	Costo unitario

8. ¿Cuántas horas de tractor ha utilizado para preparar el suelo?

N° horas	Costo por hora

ETAPA DE LA SIEMBRA (instalación)

9. ¿Cuál es el área o tamaño de terreno, en la que ha sembrado la quinua orgánica, el año 2016?

- () Una hectárea
- () Media hectárea
- () Un cuarto de hectárea
- () Parcela de metros cuadrados aproximadamente
- () Otras:

10. ¿Qué cantidad de semilla ha utilizado para sembrar en el área de terreno que nos ha mencionado?

- () 2 kilos () 3 kilos () 4 kilos () 5 kilos
- () 6 kilos () 10 kilos () 11 kilos () 12 kilos
- () Otras cantidades ¿Cuánto?

11. ¿Cuál es el tipo o nombre de semilla de quinua orgánica?, y ¿cuál es su costo por kilo?

- () Blanca de Juli, costo por Kilo: () Kancolla, costo por kilo:
 () Negra Collana, costo por kilo: () Salcedo INIA, costo por kilo:.....
 () ILLpa INIA, costo por kilo: () Otro, costo Kilo:

12. ¿Qué cantidad de abono orgánico ha utilizado y cuánto cuesta cada uno?

Tipo de abono orgánico	Cantidades y Unidad de medida			Costo unitario S/	Costo total S/.
	Saco	Kg.	Litro		
Estiércol de ganado					
Humus					
Compost					
Biol					
Guano de isla					
Otros					

13. Cantidad de personas, número de jornales y costo de jornal por cada trabajador; en la siembra:

Cargo	Nº de jornales	Pago por un jornal (S/.)

14. ¿Cuántas horas de tractor ha utilizado para sembrar la quinua y cuál es su costo?

Horas de tractoreo	Costo por hora

15. ¿Con que agua riega el cultivo de quinua orgánica?

- a) Lluvia
 b) Riego:
 - Tipo de riego:
 - Cantidades por día: Costo S/.....
 - Cantidades semanales: Costo S/.....

ETAPA DE LABORES CULTURALES (Durante el desarrollo de la planta de quinua)

16. ¿Señale, qué trabajos se realizan en esta etapa?

- a) d)
 b) e)
 c) f)

17. Cantidad de personas, número de jornales y costo por jornal:

Cargo	Nº de jornales	Costo por un jornal S/.

18. ¿Utiliza alguna máquina para el aporque, para deshierbar u otra labor en el cultivo y cuánto cuesta?

ETAPA DE LA COSECHA

19. ¿Qué trabajos se realizan en esta etapa?

- a)
- b)
- c)
- d)

20. Cantidad de personas y jornales que ha empleado en la cosecha:

Cargo	Nº de jornales	Costo unitario S/.

21. Horas de máquina (trilladora) que ha utilizado y costo por hora:

Horas de máquina o tractor	Costo por hora

ETAPA DE PROCESAMIENTO (Preselección)

22. ¿Qué trabajos se realizan en esta etapa?

- a)..... d)
- b)..... e)
- c)..... f)

23. Cantidad de personas y jornales que ha empleado en la etapa de procesamiento:

Cargo	Nº de jornales	Costo unitario

24. ¿Cuántas horas de máquina y el tipo de máquina ha utilizado?

Horas máquina	Costo por hora

25. ¿Cómo ha preseleccionado la quinua orgánica?, mencione en orden de importancia:

- I..... IV.....
- II..... V.....
- III..... VI.....

26. ¿Qué cantidad de quinua orgánica, ha cosechado en la campaña agrícola 2016, a qué precio lo vendió?



Tipo de quinua orgánica	Unidad de medida	Cantidad	Precio de venta por Kg. (S/.)
Blanca de Juli			
Negra Collana			
ILLpa INIA			
Kancolla			
Salcedo INIA			
Otro tipo			

27. ¿Dónde y a quien ha vendido la producción de quinua orgánica?
- () Feria (indique el lugar):
 - () Cooperativa o asociación (indique cual):
 - () Empresa acopiadora (indique el nombre):
28. ¿Del total de la cosecha, indique que cantidad ha destinado para su propio consumo?
-

Anexo 5. Datos de corte transversal, utilizado en las regresiones de la investigación.

OBSER	Q	T	MO	KT	SEMI	EST	COM	BI
	Kg/ha	ha	Jornal/ha	Hrs/máq/ha	Kg/ha	Kg/ha	Kg/ha	Lit/ha
1	600	1	52	6.5	12	1500	5000	208
2	1200	1	67	7	12	1500	5000	208
3	1000	1	64	5	12	1500	5000	200
4	120	0.25	12	2	6	375	1250	50
5	800	1	65	8	12	1500	5000	208
6	1000	1.5	105	1	18	2250	7500	312
7	300	0.25	14	4.5	7	375	1250	55
8	500	1	56	6.5	14	1500	5000	207
9	550	0.5	32	3	8	750	2500	55
10	350	0.2	13	3	3	300	1000	41
11	3000	1.5	108	10	22	2250	7500	312
12	2200	2	130	2	25	3000	10000	416
13	200	0.25	13	1	3	375	1250	502
14	300	0.25	12	3	4	375	1250	502
15	1250	1	65	8	12	1500	5000	208
16	1200	1	58	5	13	1500	5000	208
17	400	0.5	34	4	7	750	2500	96
18	1000	0.5	32	5	8	750	2500	104
19	5000	4.5	120	44	50	6750	22500	936
20	1200	1	65	8	12	1500	5000	208
21	1200	1	66	8	12	1500	5000	208
22	2400	2	110	16	24	3000	10000	416
23	300	0.25	15	2	3	375	1250	52
24	1200	1	57	8	12	1500	5000	208
25	2400	2	120	16	24	3000	10000	416
26	2400	2	125	16	24	3000	10000	416
27	1200	1	64	8	12	1500	5000	208
28	2400	2	126	16	24	3000	10000	416
29	2400	2	130	16	24	3000	10000	416
30	3600	3	165	24	36	4500	15000	624
31	1200	1	65	8	12	1500	5000	208
32	2400	2	124	16	24	3000	10000	416
33	1200	1	58	8	12	1500	5000	208
34	1200	1	59	8	12	1500	5000	208
35	1200	1	65	8	12	1500	5000	208
36	1200	1	65	8	12	1500	5000	208
37	3600	3	180	24	36	4500	15000	624
38	4800	4	240	32	48	6000	20000	832
39	4800	4	250	32	48	6000	20000	832
40	2400	2	110	16	24	3000	10000	416
41	2400	2	110	16	24	3000	10000	416
42	1200	1	65	8	12	1500	5000	208
43	600	0.5	32	4	6	750	2500	104
44	600	0.5	32	4	6	750	2500	104
45	600	0.5	32	4	6	750	2500	104
46	600	0.5	32	4	6	750	2500	104
47	300	0.25	16	2	3	375	1250	52
48	1200	1	65	8	12	1500	5000	208
49	600	0.5	32	4	6	750	2500	104
50	6000	4	240	36	48	6000	20000	832
51	4500	3	180	27	36	4500	15000	624
52	3000	2	110	18	24	3000	10000	416

53	3000	2	110	18	24	3000	10000	416
54	10500	7	400	63	84	10500	35000	1456
55	10500	7	400	63	84	10500	35000	1456
56	3000	2	110	18	24	3000	10000	416
57	7500	5	300	45	60	7500	25000	1040
58	7500	5	300	45	60	7500	25000	1040
59	7500	5	300	45	60	7500	25000	1040
60	600	1	52	6.5	12	1500	5000	208
61	1200	1	67	7	12	1500	5000	208
62	1000	1	64	5	13	1500	5000	200
63	120	0.25	16	2	6	375	1250	52
64	800	1	65	8	12	1500	5000	208
65	1000	1.5	105	5	18	1500	7500	312
66	300	0.25	14	4.5	7	375	1250	52
67	500	1	56	6.5	14	1500	5000	208
68	550	0.5	32	3	8	750	2500	102
69	350	0.2	13	3	3	300	1000	42
70	3000	1.5	108	10	22	2250	7500	312
71	2200	2	130	2	25	3000	10000	416
72	200	0.25	13	1	3	375	1250	52
73	300	0.25	12	3	4	375	1250	52
74	1250	1	65	15	12	1500	5000	208
75	1200	1	58	5	13	1500	5000	200
76	400	0.5	34	4	7	750	2500	52
77	1000	0.5	32	4	8	750	2500	52
78	5000	4.5	120	40	50	6750	22500	936
79	480	0.5	32	4	6.5	750	2500	104
80	510	0.5	30	3	6	750	2500	104
81	240	0.25	13	2	5	375	1250	52
82	490	0.25	16	2	5	375	1250	52
83	250	0.25	15	3	5	375	1250	52
84	220	0.25	14	3	5	375	1250	52
85	980	1	65	5	12	1500	5000	208
86	254	0.25	17	1.5	3	375	1250	52
87	1000	1	66	6	14	1500	5000	208
88	230	0.25	16	2	4	375	1250	52
89	200	0.25	14	2	5	375	1250	52
90	488	0.5	32	3.5	7	750	2500	104
91	200	0.25	12	3	4	375	1250	52
92	490	0.5	33	4	7	750	2500	104
93	980	1	65	7	13	1500	5000	205
94	1000	1	62	7.8	12	1500	5000	208
95	245	0.25	12	2	3	375	1250	52
96	1000	1	65	7	14	1500	5000	208
97	450	0.5	32	3	7	750	2500	95
98	489	0.5	30	3	7	750	2500	104
99	255	0.25	16	2	3	375	1250	52
100	490	0.5	32	4	6.5	750	2500	104
101	250	0.25	15	2	3	375	1250	52
102	200	0.25	14	2	3	375	1250	52
103	475	0.5	33	4	6.5	750	2500	104
104	250	0.25	15	2	4	375	1250	52
105	495	0.5	66	3.5	7	750	2500	95
106	220	0.25	14	2	5	375	1250	52
107	950	1	65	6	12	1500	5000	208
108	340	0.25	14	2	3	375	1250	45

109	1000	1	65	8	12	1500	5000	208
110	1000	1	64	7	12	1500	5000	208
111	500	0.5	31	3.5	6	750	2500	104
112	1000	1	65	7.5	12	1500	5000	208
113	1020	1	62	7.8	12	1500	5000	208
114	450	0.5	31	3.5	7	750	2500	100
115	380	0.5	32	4	6.5	750	2500	100
116	260	0.25	13	2	5	375	1250	50
117	250	0.25	14	2.5	5	375	1250	45
118	260	0.25	13	3	5	375	1250	55
119	488	0.5	32	4	10	750	2500	90
120	200	0.25	15	2	5	375	1250	52
121	265	0.25	14	2	5	375	1250	52
122	260	0.25	15	2	4	375	1250	52
123	490	0.5	30	3.5	7	750	5000	95
124	250	0.25	15	2	5	375	1250	52
125	250	0.25	16	3	5	375	1250	52
126	260	0.25	14	1	5	375	1250	50
127	255	0.25	13	2	5	375	1250	52
128	550	0.5	32	5	6.5	750	5000	104
129	450	0.5	33	4	10	750	5000	104
130	230	0.25	15	2	5	375	1250	52
131	250	0.25	16	3	5	375	1250	52
132	450	0.5	33	3.5	8	750	2500	104
133	230	0.25	16	2	5	375	1250	40
134	499	0.5	32	4	7	750	2500	104
135	220	0.25	15	2	5	375	1250	50
136	265	0.25	14	2	5	375	1250	50
137	260	0.25	13	3	5	375	1250	50
138	270	0.25	13	2	5	375	1250	50
139	1000	0.5	32	3.5	10	750	2500	104
140	200	0.2	12	1	4	300	1000	41
141	540	0.5	32	5	8	750	2500	104
142	540	0.5	30	4	7	750	2500	104
143	510	0.5	33	4	7	750	2500	104
144	550	0.5	24	4	8	750	2500	104
145	600	1	52	6.5	12	1500	5000	208
146	1200	1	67	7	12	1500	5000	208
147	1000	1	64	5	13	1500	5000	208
148	120	0.25	12	2	6	375	1250	52
149	800	1	65	8	12	1500	5000	208
150	1000	1.5	105	4	18	2250	7500	312
151	300	0.25	14	2.5	7	375	1250	52
152	500	1	56	6.5	14	1500	5000	208
153	550	0.5	32	3	8	750	2500	104
154	350	0.2	13	3	3	300	1000	41
155	3000	1.5	108	10	22	2250	7500	312
156	2200	2	130	2	25	3000	10000	416
157	200	0.25	13	1	3	375	1250	41
158	300	0.25	12	3	4	375	1250	41
159	1250	1	65	8	12	1500	5000	208
160	1200	1	58	5	13	1500	5000	208
161	400	0.5	34	3	7	750	2500	95
162	1000	0.5	32	4	8	750	2500	100
163	5000	4.5	120	28	50	6750	22500	400
164	1200	1	65	8	12	1500	5000	208

165	1200	1	66	8	12	1500	5000	208
166	2400	2	110	16	24	3000	10000	416
167	300	0.25	15	2	3	750	1250	52
168	1200	1	57	8	12	1500	5000	208
169	2400	2	120	16	24	3000	10000	416
170	2400	2	125	16	24	3000	10000	416
171	1200	1	64	8	12	1500	5000	208
172	2400	2	126	16	24	3000	10000	416
173	2400	2	130	16	24	3000	10000	416
174	3600	3	165	24	36	4500	15000	624
175	1200	1	65	8	12	1500	5000	208
176	2400	2	124	16	24	3000	10000	416
177	1200	1	58	8	12	1500	5000	208
178	1200	1	59	8	12	1500	5000	208
179	1200	1	65	8	12	1500	5000	208
180	1200	1	65	8	12	1500	5000	208
181	3600	3	180	24	36	4500	15000	624
182	4800	4	240	32	48	6000	20000	832
183	4800	4	250	32	48	6000	20000	832
184	2400	2	110	16	24	3000	10000	416
185	2400	2	110	16	24	3000	10000	416
186	1200	1	65	8	12	1500	5000	208
187	600	0.5	32	4	6	750	2500	104
188	600	0.5	32	4	6	750	2500	104
189	600	0.5	32	4	6	750	2500	104
190	600	0.5	32	4	6	750	2500	104
191	300	0.25	16	2	3	375	1250	52
192	1200	1	65	8	12	1500	5000	208
193	600	0.5	32	4	6	750	2500	104
194	6000	4	240	36	48	6000	20000	832
195	4500	3	180	27	36	4500	15000	624
196	3000	2	110	18	24	3000	10000	416
197	3000	2	110	18	24	3000	10000	416
198	10500	7	400	63	84	10500	35000	1456
199	10500	7	400	63	84	10500	35000	1456
200	3000	2	110	18	24	3000	10000	416
201	7500	5	300	45	60	7500	25000	1040
202	7500	5	300	45	60	7500	25000	1040
203	7500	5	300	45	60	7500	25000	1040
204	980	1	52	6.5	12	1500	5000	208
205	1200	1	67	7	12	1500	5000	208
206	1000	1	64	5	13	1500	5000	208
207	350	0.25	12	2	6	375	1250	52
208	800	1	65	6	12	1500	5000	208
209	1000	1.5	105	4	18	2250	7500	312
210	300	0.25	14	2.5	7	375	1250	52
211	500	1	56	6.5	14	1500	5000	208
212	550	0.5	32	3	8	750	2500	104
213	350	0.2	13	3	3	300	1000	41
214	3000	1.5	108	10	22	2250	7500	312
215	2200	2	130	2	25	3000	10000	416
216	200	0.25	13	1	3	375	1250	41
217	300	0.25	12	3	4	375	1250	40
218	1250	1	65	8	12	1500	5000	208
219	1200	1	58	5	13	1500	5000	205
220	400	0.5	34	3	7	750	2500	104



221	1000	0.5	32	4	8	750	2500	104
222	5000	4.5	120	28	50	6750	22500	936
223	1000	1.5	105	4	18	2250	7500	312
224	300	0.25	14	2.5	7	375	1250	52
225	500	1	56	6.5	14	1500	5000	208
226	550	0.5	32	3	8	750	2500	104
227	350	0.2	13	3	3	300	1000	42
228	3000	1.5	108	10	22	2250	7500	312
229	2200	2	130	2	25	3000	10000	416
230	200	0.25	13	1	3	375	1250	42
231	300	0.25	12	3	4	375	1250	42
232	1250	1	65	15	12	1500	5000	208
233	1200	1	58	5	13	1500	5000	208
234	400	0.5	34	3	7	750	2500	104
235	1000	0.5	32	4	8	750	2500	103
236	5000	4.5	120	28	50	6750	22500	936
237	1200	1	65	8	12	1500	5000	208

Anexo 6. Evidencias de recopilación de datos en Capachica, Cabana y El Collao-Ilave, en los meses de octubre, noviembre y diciembre de 2017.

Imagen 1. Encuesta casa por casa, aplicada en el distrito de Capachica



Imagen 2. Encuesta aplicada en el distrito de Cabana COOPAIN



Imagen 3. Quinoa orgánica, color negro – collana, en pleno secado después del proceso de lavado; en la Cooperativa COOPAIN- Cabana, San Román Juliaca



Anexo 7. Información de las isocuantas, primera isocuanta que permite establecer el equilibrio del productor y las isocuantas 2 y 3 son para graficar las economías a escala.

ISOCUANTA 1		ISOCUANTA 2		ISOCUANTA 3	
Mano de obra	Capital	Mano de obra	Capital	Mano de obra	Capital
5	331.63	7.50	499.77	11.3	749.2
10	132.34	15.00	199.45	22.5	299.0
15	77.33	22.50	116.53	33.8	174.7
20	52.81	30.00	79.59	45.0	119.3
25	39.29	37.50	59.22	56.3	88.8
30	30.86	45.00	46.51	67.5	69.7
35	25.16	52.50	37.91	78.8	56.8
40	21.08	60.00	31.76	90.0	47.6
45	18.03	67.50	27.17	101.3	40.7
50	15.68	75.00	23.63	112.5	35.4
55	13.82	82.50	20.83	123.8	31.2
60	12.32	90.00	18.56	135.0	27.8
65	11.08	97.50	16.69	146.3	25.0
70	10.04	105.00	15.13	157.5	22.7
75	9.16	112.50	13.81	168.8	20.7
80	8.41	120.00	12.68	180.0	19.0
85	7.76	127.50	11.70	191.3	17.5
90	7.20	135.00	10.84	202.5	16.3
95	6.70	142.50	10.09	213.8	15.1
100	6.26	150.00	9.43	225.0	14.1
105	5.87	157.50	8.84	236.3	13.3
110	5.52	165.00	8.31	247.5	12.5
115	5.20	172.50	7.84	258.8	11.7
120	4.91	180.00	7.41	270.0	11.1
125	4.66	187.50	7.02	281.3	10.5
130	4.42	195.00	6.66	292.5	10.0
135	4.20	202.50	6.34	303.8	9.5
140	4.01	210.00	6.04	315.0	9.1
145	3.82	217.50	5.76	326.3	8.6
150	3.66	225.00	5.51	337.5	8.3
155	3.50	232.50	5.28	348.8	7.9
160	3.36	240.00	5.06	360.0	7.6
165	3.22	247.50	4.86	371.3	7.3
170	3.10	255.00	4.67	382.5	7.0
175	2.98	262.50	4.49	393.8	6.7
180	2.87	270.00	4.33	405.0	6.5
185	2.77	277.50	4.17	416.3	6.3
190	2.67	285.00	4.03	427.5	6.0
195	2.58	292.50	3.89	438.8	5.8

Anexo 8. Información para graficar el isocosto, que permite determinar el equilibrio del productor de quinua orgánica por hectárea cultivada.

ISOCOSTO 1°

$$CT=34*MO + 57* KT$$

$$CT= 2558.7$$

MO	KT
75.26	0
42.9	19.3
0	44.89

Anexo 9. Relación de asociaciones de productores de quinua orgánica de la Cooperativa COOPAIN-CABANA

DELEGADOS DE BASES COOPAIN-CABANA

N°	ASOCIACION	REPRESENTANTE
1	Huancarani	Maruja Bedoya Hilasaca
2	San Isidro	Tomas H. Charres Rios
3	ASPEPROACO	Lola alejo Flores
4	Los Kollas	Cesar Gallegos Coila
5	Yapuskachi	Pedro Escobedo Madariaga
6	C. Vizallani	Victor F. Salcedo Flores
7	Musoc ILLary	Hilario Cuno Marin
8	Vizallani 1	Delia L. Cuno Medina
9	Pharara	Roger Miranda Soto
10	Silarani	Justina Vilca Quispe
11	Canteria	Karina A. Quispe Charca
12	APAC Cieneguillas	Pedro Castillo Gutierrez
13	Santa Rosa	Eva Equiapaza Torres
14	San Cristobal	Adelaida Castillo Gutierrez
15	APPEC Cabanillas	Idelfonso Colca Cabana
16	Cuinchaca	Juana Quispe Mamani
17	Civil Cabana	Ruth E. Hidalgo Ruiz

Anexo 10. Relación de socios de la cooperativa COAINKAT-CAPACHICA Ltda.

**COOPERATIVA AGRARIA E INDUSTRIAL KAPAC TIKA - CAPACHICA Ltda.
"COAINKAT - CAPACHICA LTDA."**

Nº	APELLIDOS Y NOMBRES	ASOCIACION	COMUNIDAD/C.P.
1	TAQUILA LIMACHI, Roberto	MUSOC TARPUY	HILATA
2	COYLA QUISPE, Alejandro	MUSOC TARPUY	HILATA
3	COYLA QUISPE, Daniel	MUSOC TARPUY	HILATA
4	MAMANI TORRES, Magna	MUSOC TARPUY	HILATA
5	PARILLO PANCCA, Secundina Victoria	MUSOC TARPUY	HILATA
6	PONCE CAHUARI, Víctor	MUSOC TARPUY	HILATA
7	QUISPE ESCARCENA, Paula Isidora	MUSOC TARPUY	HILATA
8	QUISPE QUISPE, Teófila	MUSOC TARPUY	HILATA
9	TORRES DE MAMANI, María Glorinda	MUSOC TARPUY	HILATA
10	PANCCA QUISPE, Raquel	MUSOC TARPUY	HILATA
11	TURPO PARI, Teodoro Marcelino	MUSOC TARPUY	HILATA
12	COILA PEREZ, Sandra	MUSOC TARPUY	HILATA
13	PANCCA JIVERA, Aquilino	MUSOC TARPUY	HILATA
14	CUELA QUISPE, Verónica	MUSOC TARPUY	HILATA
15	PACOMPIA CALATAYUD, Pelagio F.	MUSOC TARPUY	HILATA
16	QUISPE CHOQUE, Nemia Juliana	MUSOC TARPUY	HILATA
17	PACOMPIA PAUCAR, Juana	MUSOC TARPUY	HILATA
18	VELASQUEZ AZA, Victoriana Cipriana	MUSOC TARPUY	HILATA
19	QUISPE DE BELIZARIO, Gregoria	MUSOC TARPUY	HILATA
20	PACOMPIA PAUCAR, Ignacia Juana	MUSOC TARPUY	HILATA
21	GALINDO QUISPE, Teófila	MUSOC TARPUY	HILATA
22	HUMPIRI VELÁSQUEZ, Isaura	MUSOC TARPUY	HILATA
23	HUMPIRE MENDOZA, Pablo	MUSOC TARPUY	HILATA
24	HUMPIRE PANCCA, Margarita	MUSOC TARPUY	HILATA
25	VELASQUEZ PARI, Wilfredo	COAINKAT	HILATA
26	QUISPE LUQUE, Julia Claudia	COAINKAT	HILATA
27	APAZA QUISPE, Febronio Guillermo	ALTO VALLECITO	ESCALLANI
28	TICONA QUISPE, Maglen	CHOJELA KANTUTANI	ESCALLANI
29	MAMANI TICONA, Magdalena Isidora	CHOJELA KANTUTANI	ESCALLANI
30	QUISPE PARI, Marina	CHOJELA KANTUTANI	ESCALLANI
31	MACHACA GALARZA, Sandra Gladys	CHOJELA KANTUTANI	ESCALLANI
32	QUISPE UMIÑA, Norma V.	CHOJELA KANTUTANI	ESCALLANI
33	UMIÑA MAMANI, Alicia	CHOJELA KANTUTANI	ESCALLANI
34	UMIÑA MAMANI, Flavio Plácido	CHOJELA KANTUTANI	ESCALLANI

35	COILA TIPO, Julia	CHOJELA KANTUTANI	ESCALLANI
36	COILA QUISPE, Vilma Gabriela	CHOJELA KANTUTANI	ESCALLANI
37	AMANQUI TICONA, Basilica	AGROFORESTAL LUCERO	ISAÑURA
38	CAHUARI PANCCA, Isabel	AGROFORESTAL LUCERO	ISAÑURA
39	CUELA CALATAYUD, Leonardo	AGROFORESTAL LUCERO	ISAÑURA
40	PARI CURO, Ricardo	AGROFORESTAL LUCERO	ISAÑURA
41	PARILLO MAMANI, Doroteo	AGROFORESTAL LUCERO	ISAÑURA
42	PARILLO MACHACA, Efraín	AGROFORESTAL LUCERO	ISAÑURA
43	CAHUARI DE CARRION, María	AGROFORESTAL LUCERO	ISAÑURA
44	YANA MACHACA, Tomas	APAC	CHILLORA
45	YANA TICONA, Cipriano Nilo	APAC	CHILLORA
46	PAUCAR PACOMPIA, Monica	APAC	CHILLORA
47	QUISPE QUISPE, Justa Rufina	APAC	CHILLORA
48	MACHACA PAUCAR, Serafin	APAC	CHILLORA
49	MENDOZA PANCCA, Tiburcio	APAC	CHILLORA
50	QUISPE QUISPE, Melchor	APAC	CHILLORA
51	PAUCAR MAMANI, Juana Felicia	APAC	CHILLORA
52	MACHACA QUISPE, Nolberto	APAC	CHILLORA
53	HUAHUALUQUE HUANCA, Ignacio	ASPATURVIC	CHILLORA
54	YAGUNO DE QUISPE, Leonarda	ASPATURVIC	CHILLORA
55	CURO DE YAGUNO, Donata	ASPATURVIC	CHILLORA
56	PONCE BUSTINCIO, Máxima	NUEVA GENERACION	CHILLORA
57	YANA GUTIERREZ, Tereza R.	NUEVA GENERACION	CHILLORA
58	FLORES INQUILLA, Vicente	SAN JUAN	HILATA
59	GRANDE UMIÑA, Mariano Benito	APAATRI	ISAÑURA
60	MAMANI CAHUARI, Sebastián Fabián	APAATRI	ISAÑURA
61	PARI CHURATA, Juan Pastor	APAATRI	ISAÑURA
62	PAUCAR CAHUARI, Carlos	APAATRI	ISAÑURA
63	PAUCAR ROJO, Rafael	APAATRI	ISAÑURA
64	DIAS DE TIPO, Faustina	APAATRI	ISAÑURA
65	YANA CHATA, Susana Candida	APAATRI	ISAÑURA
66	PAREDES PACOMPIA, Ana	APAATRI	ISAÑURA
67	MAMANI DE CURO, Andrea	APAATRI	ISAÑURA
68	QUISPE PAUCAR, Gladys Beatriz	APAATRI	ISAÑURA
69	PANCA VELARDE, Luis Beltrán	SUMAC AYLLU	CAPANO
70	APAZA CARRION, Modesto Edilberto	ALTO VALLECITO	ESCALLANI
71	APAZA CARRION, Rubén F.	ALTO VALLECITO	ESCALLANI
72	APAZA CARRION, Alfonso	ALTO VALLECITO	ESCALLANI
73	ZAPANA MAMANI, Marleny	CHOJELA KANTUTANI	ESCALLANI

74	COILA QUISPE, Pulciano	AGROFORESTAL LUCERO	ISAÑURA
75	PARILLO MAMANI, Teodosia	AGROFORESTAL LUCERO	ISAÑURA
76	PAUCAR CHATA, Mauro	AGROFORESTAL LUCERO	ISAÑURA
77	TICONA PACOMPIA, Leocadio	APAC	CHILLORA
78	CHAVEZ PANCA, Dionicia	APAC	CHILLORA
79	BELIZARIO QUISPE, Alejandro	APAC	CHILLORA
80	COILA MAMANI, Julia	APAATRI	ISAÑURA
81	PANCCA CAHUARI, Martina	APAATRI	ISAÑURA
82	AQUISE APAZA, María	APAATRI	ISAÑURA
83	PACOMPIA YERVA, Rosa	APAATRI	ISAÑURA
84	QUISPE DE YANA, Mercedes	APAATRI	ISAÑURA
85	PAUCAR MAMANI, Juliana	APAATRI	ISAÑURA
86	CURO MENDOZA, Andrés A.	APAATRI	ISAÑURA
87	PAUCAR PANCA, Luis	ASPATURVIC	CHILLORA
88	QUISPE YANQUI, Guillermo Eloy	ASPATURVIC	CHILLORA
89	PONCE QUISPE, Estebán	NUEVA GENERACION	CHILLORA
90	PANCCA PARILLO, Faustino	NUEVA GENERACION	CHILLORA
91	PONCE LAQUISE, Simón	SAN JUAN	HILATA
92	QUISPE PACOMPIA, Luis Efrén	SUMAC AYLLU	TOCTORO
93	PANCCA GIVERA, Lorgia	SUMAC AYLLU	CAPANO
94	PACO PANCA, María	SUMAC AYLLU	TOCTORO
95	VELASQUEZ QUISPE, Pedro José	KAPAC T'KA	HILATA
96	PANCCA QUISPE, Antonio	MUSOC TARPUY	HILATA

Anexo 11. Relación se socios de productores de quinua orgánica Tata Wilca –
APROTAWI.

N°	NOMBRES Y APELLIDOS
1	Mariano Natividad Alca Huanca
2	Felix Cutipa Ajahuana
3	Nicasio Calisaya Mamani
4	Juan Pedro Chambilla Cutipa
5	Luciano Quispe Quispe
6	Alfonso Ramos Flores
7	Emilio Cutipa Apaza
8	Natividad Clemente Ticona
9	Angelino Machaca Lauracio
10	Horacio Condori Ecobar
11	Rosa Aquino de Quispe
12	Cristobal Ramos Lupaka
13	Lorenzo Quispe Ticona

- 14 Jose Alberto Espillico Ticona
 - 15 Pablo Cuchillo Lopez
 - 16 Placida Candelaria Pacco Callata
 - 17 Martin Lareca Yanapa
 - 18 Martin Escobar Flores
 - 19 Teresa Ramos Flores
 - 20 Miguel Ticona Quispe
 - 21 Susana Ticona Huancuni
 - 22 Gilberto Ccalla Jaecca
 - 23 Marcelino Ccallo Navarro
 - 24 Tito Isaias Flores Jarecca
 - 25 Aleja Jayo Ichuta
 - 26 Rosa Ccallo Jayo
 - 27 Juan Navarro Ccallo
 - 28 Jorge Mamani Navarro
 - 29 Zacarias Navarro Limachi
 - 30 Maria elena Navarro Jayo
 - 31 Teodoro Cutipa Flores
 - 32 Rosario Mamani de Condori
 - 33 Juana Chana Alave
 - 34 Norma Quispe Callohuar
 - 35 José Flores Huanacuni
 - 36 Chancaqui Aroapaza Clavitea
 - 37 Francisco Navarro Ccallo
 - 38 Rafael Escobar flores
 - 39 Jorge Apaza Orocollo
 - 40 Cesario Butrón Coaquira
-

Anexo 12. Organismos certificadores de la quinua orgánica





Anexo 13. Contenido de nutrientes de la quinua

Nutriente	Unidad	Valor por 100 Gr
Agua	g	13,28
Energía	Kcal	368
Energía	KJ	1539
Proteína	g	14,12
Lípidos Totales (grasa)	g	6,07
Cenizas	g	2,38
Carbohidratos por diferencia	g	64,16
Fibra total dietaria	g	7,00
Almidón	g	52,22
Calcio, Ca	mg	47,00
Fierro, Fe	mg	4,57
Magnesio, Mg	mg	197,00
Fósforo, P	mg	457,00
Potasio, K	mg	563,00
Sodio, Na	mg	5,00
Zinc, Zn	mg	3,10
Cobre, cu	mg	0,59
Manganeso, Mn	mg	2033,00
Selenio, Se	µg	8,50

Fuente: <http://www.fao.org/in-action/quinoa-platform/quinoa/alimento-nutritivo/es/>

Anexo 14. Variedades comerciales de quinua en el Perú

Nombre de la variedad	Zonas de producción
INIA 431 - Altiplano	Altiplano, Costa
INIA 427 - Amarilla Sacaca	Valles Interandinos
INIA 420 - Negra Collana	Altiplano, Valles Interandinos, Costa
INIA 415 - Pasankalla	Altiplano, Valles Interandinos, Costa
Ilpa INIA	Altiplano
Salcedo INIA	Altiplano, Valles Interandinos, Costa
Quillahuaman INIA	Valles Interandinos
Ayacuchana INIA	Valles Interandinos
Amarilla Marangani	Valles Interandinos
Blanca de Juli	Altiplano
Blanca de Junín	Valles Interandinos, Costa
Cheweca	Altiplano
Huacariz	Valles Interandinos
Hualhuas	Valles Interandinos
Huancayo	Valles Interandinos
Kankolla	Altiplano
Mantaro	Valles Interandinos
Rosada de Junín	Valles Interandinos
Rosada Taraco	Altiplano
Rosada de Yanamango	Valles Interandinos

Fuente: Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la
Agricultura- FAO Perú - 2013