UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

ESCUELA DE POSGRADO

PROGRAMA DE DOCTORADO

DOCTORADO EN EDUCACIÓN

TESIS

EL MODELO DE KLAUSMEIER COMO ESTRATEGIA DE LA FORMACIÓN DE CONCEPTOS DE GEOMETRÍA EN LOS ESTUDIANTES DE LA IES. SAN ANDRÉS DE ATUNCOLLA 2016

PRESENTADA POR:

ZEIDA YRIS ESCOBEDO PEREZ

PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:

DOCTORIS SCIENTIAE EN EDUCACIÓN

PUNO, PERÚ

2017

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

ESCUELA DE POSGRADO

PROGRAMA DE DOCTORADO

DOCTORADO EN EDUCACIÓN

TESIS

EL MODELO DE KLAUSMEIER COMO ESTRATEGIA EN LA FORMACIÓN DE CONCEPTOS DE GEOMETRÍA EN LOS ESTUDIANTES DE LA IES "SAN ANDRÉS" DE ATUNCOLLA, 2016

PRESENTADA POR:

ZEIDA YRIS ESCOBEDO PEREZ

PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:

DOCTORIS SCIENTIAE EN EDUCACIÓN

APROBADA POR EL SIGUIENTE JURADO:

PRESIDENTE ....
Dr. FRANCISCO CHARAJA CUTIPA

PRIMER MIEMBRO ....
Dr. SALVADOR HANCCO AGUILAR

SEGUNDO MIEMBRO ....
Dr. ALFREDO CARLOS CASTRO QUISPE

ASESOR DE TESIS ....
Dr. BEKER MARAZA VILCANQUI

Puno, 12 de enero de 2017

ÁREA: Educación
TEMA: Modelo Klausmeier
LÍNEA: Evaluación de programas educativos

DEDICATORIA

A Dios, el creador del Universo, a la Virgen María y a Jesús

AGRADECIMIENTOS

Un profundo y sincero agradecimiento a:

A: la Escuela de Pos Grado de la Universidad Nacional del Altiplano de Puno y a sus autoridades que la conducen, por haber permitido a la interesada a seguir estudios de Pos Grado.

A: Los docentes del Doctorado en educación, por sus sabias enseñanzas, por brindarme su apoyo para lograr alcanzar un peldaño más como profesional.

A: Los jurados del presente trabajo de investigación: Dr. Francisco Charaja Cutipa, Dr. Salvador Hancco Aguilar y Dr. Alfredo Carlos Castro Quispe.

A: los compañeros de mi promoción del Doctorado en educación, por compartir valiosas experiencias en el que hacer de la investigación educativa.

A: La Institución Educativa Secundaria San Andrés de la ciudad de Atuncolla, por haber brindado a la interesada facilidades para la aplicación de los instrumentos de esta investigación.

A: los estudiantes de la Institución Educativa Secundaria San Andrés de la ciudad de Atuncolla, de la provincia de Puno por su valiosa colaboración.

A: todas las personas y amigos por haber apoyado en varios aspectos para la culminación del presente trabajo de investigación.

INDICE GENERAL

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

ÍNDICE DE CUADROS

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE ANEXOS

RESUMEN

La presente investigación, plantea como objetivo: determinar el nivel de aprendizaje en la formación de conceptos de geometría con la aplicación del modelo de Klausmeier en estudiantes de la Institución Educativa Secundaria San Andrés del distrito de Atuncolla, 2016. El enfoque (paradigma epistemológico) de investigación es cuantitativo, el tipo es experimental, el diseño es cuasi experimental. La muestra está conformada por 46 estudiantes distribuidos en dos grupos (un grupo experimental y otro de control repartidos con número similar de estudiantes). En la hipótesis se indica que el nivel de aprendizaje en la formación de conceptos de geometría se ubica en la escala de LOGRO PREVISTO con la aplicación del modelo de Klausmeier en estudiantes de la Institución Educativa Secundaria San Andrés del distrito de Atuncolla, 2016. Los resultados que se han obtenido evidencian que el modelo de Klausmeier es eficaz para la formación de conceptos de geometría. Se concluye afirmando que la aplicación del modelo de Klausmeier como estrategia metodológica mejoró, consolidó y desarrolló capacidades matemáticas, es decir, afianzó el nivel de aprendizaje de formación de conceptos de geometría (de los triángulos y cuadriláteros), debido a que la mayoría de estudiantes (47,8%) en la prueba de salida se ubicó en la escala de LOGRO DESTACADO, superando ampliamente a los resultados de la prueba de entrada, en la que la mayoría de estudiantes (95,7%) se ubicó en la escala EN INICIO.

Palabras clave: Estrategia, cuadrilátero, geometría, modelo, triángulo.

ABSTRACT

The objective of this research is to determine the level of learning in the formation of concepts of geometry with the application of Klausmeier's model in students of the San Andrés Secondary Educational Institution of the Atuncolla district, 2016. The approach (epistemological paradigm) of research is quantitative, the type is experimental and the design is quasi experimental. The sample is made up of 46 students divided into two groups (an experimental group and a control group with a similar number of students). In the hypothesis it is indicated that the level of learning in the formation of concepts of geometry is located in the scale of LOGRO PREVISTO with the application of the model of Klausmeier in students of the Secondary Educational Institution San Andrés of the district of Atuncolla, 2016. The results show evidence that the model of Klausmeier is effective for the formation of concepts of geometry. We conclude that the enforces of the Klausmeier model, as a methodological strategy improved, consolidated developed mathematical abilities, that is, it strengthened the learning level of formation of concepts of geometry (of triangles and quadrilaterals), because the majority of students (47.8%) in the final test was on the LOGRO DESTACADO scale, largely exceeding the results of the entrance test, in which the majority of students (95.7%) were on the EN INICIO.

Keyword: strategy, quadrilateral, geometry, model, triangle.

INTRODUCCIÓN

Desde el Ministerio de Educación, se plantea que: el conocimiento geométrico, es un componente matemático que aporta a la formación de un estudiante. Es una herramienta que permite describir el espacio e interactuar con él, y es considerado como una disciplina científica que descansa sobre importantes procesos de formación como el rigor la abstracción y la generalidad. La enseñanza de esta disciplina ha llevado a la construcción de modelos matemáticos, estrategias didácticas entre otros elementos que describen como se llega a los procesos de formación mencionados anteriormente.

La geometría está referida al cuerpo de conocimientos espaciales, brinda oportunidad de vivir experiencias para una adecuada percepción, imaginación, representación y simbolización del espacio, mediante exploraciones, investigaciones y discusiones que les ayuden a familiarizarse con la proyección, traslación y transformación

El modelo de Klausmeier describe cómo se lleva a cabo el desarrollo del razonamiento geométrico mediante la formación de conceptos y como se les puede acompañar para que avancen de un nivel a otro. El modelo divide el aprendizaje en cuatro niveles de razonamiento en cada uno de los cuales se plantean diferentes fases de aprendizajes de contenidos y habilidades que permiten a los estudiantes pasar de un nivel de pensamiento a otro más avanzado.

El modelo de Klausmeier estaba interesado en el estudio de los problemas de la enseñanza y el aprendizaje.

Para ello se basaba en la información empírica, es decir, en resultados obtenidos de investigaciones científicas. Según esa información, Klausmeier concluyo que la educación norteamericana era deficiente. Klausmeier pensaba que había que cambiar la escuela modificando la función del docente con el fin de hallar las necesidades cambiantes de los alumnos, de los padres y de la sociedad en general.

Guiado su modelo de conceptos mediante ejemplos y contraejemplos.

En los estándares Básicos de Matemáticas, propuestos por el Ministerio de Educación, se establece dentro del pensamiento espacial y sistemas geométricos, que un estudiante del primer grado de secundaria de educación básica debe: reconocer, identificar, clasificar, definir polígonos en relación con sus propiedades. De acuerdo a su madurez evolutiva y desde la mirada del Modelo de Klausmeier, un estudiante de este grado puede estar en el nivel de análisis, mediante ejemplos y contraejemplos.

La observación, a partir de la interacción con estudiantes de este grado, en la Institución Educativa Secundaria San Andrés, mostro que, sus análisis frente a un polígono estaban ligadas al trabajo con material concreto y a sus ideas previas. La clasificación estuvo limitada a la cantidad de lados, poniendo de manifiesto las dificultades para la comprensión de conceptos y la apropiación de propiedades y atributos de las figuras.

Surgen interrogantes que llevan a considerar que este escenario al igual que otros, requieren de intervenciones acordes a las necesidades de los estudiantes, estrategias didácticas fundamentales al desarrollo del pensamiento geométrico, mediante la formación de conceptos, que es un fin de la educación matemática y a los cambios en las prácticas educativas que ha venido impulsando los avances de la tecnología.

El modelo de Klausmeier, gracias a su carácter secuencial y didáctico, ha sido transversal en el momento de diseñar estrategias por el docente para el desarrollo del pensamiento geométrico, las experiencias de enseñanza basadas en él, han permitido el progreso por parte de los estudiantes en el campo de la geometría.

La geometría involucra tres procesos cognitivos, visualización, construcción y razonamiento que, aunque se desarrollan separadamente, su articulación confiere comprensión para la resolución de situaciones geométricas. Razón por la cual se hace necesario diseñar estrategias que privilegian las diferentes maneras de aprender a la luz de los tres procesos cognitivos antes mencionados. Particularizando en el proceso cognitivo de visualización, se rescata entre otros elementos, las habilidades de visualización y los subprocesos. Dichos elementos proporcionan a través de su descripción las acciones que manifiestan los estudiantes que van presentando avances en dicho proceso al momento de interactuar con una situación apoyada en geometría.

El presente trabajo de investigación está organizado en cuatro capítulos:

Capítulo I, trata del problema de investigación, en él se plantea, describe y se justifica el problema de acuerdo a los objetivos establecidos.

Capítulo II, se desarrolla el marco teórico donde se enfatiza los antecedentes más importantes, además del análisis de las concepciones del

Modelo de Klausmeier como estrategia en la formación de conceptos de geometría, igualmente en este capítulo se da a conocer, la hipótesis de investigación y el sistema de variables de estudio.

En el capítulo III, se describe el diseño metodológico de investigación, en el cual se enmarca dentro de lo experimental, se considera también la población y muestra, técnicas e instrumentos de recolección de datos, validación de instrumentos, plan de tratamiento de datos y el diseño estadístico.

Finalmente el capítulo IV, desarrolla el análisis e interpretación de los resultados obtenidos durante el proceso de investigación y culminando con las conclusiones, RECOMENDACIONES, bibliografía y los anexos correspondientes.

Por tanto entenderemos por estrategia de enseñanza a la habilidad para dirigir un método en la enseñanza de las matemáticas de manera que faciliten su aprendizaje a los estudiantes. La realidad del aula es lo suficientemente compleja como para que no sea sencillo dar recetas que resuelvan todos sus problemas, aunque lo que sí creo posible es ayudar a solucionar algunos de ellos.

Pensar que lo deseable es formar un estudiante creativo, crítico y no un simple repetidor mecánico de información.

CAPÍTULO I

PROBLEMÁTICA DE LA INVESTIGACIÓN

1.1. Planteamiento de la investigación

En PISA (2012), según las cifras del Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA) aplicada a 65 países, el Perú ocupó el último lugar en las tres materias, por consiguiente sigue con un pésimo desempeño en rendimiento escolar en las áreas de matemática, ciencias y comprensión de textos (El Comercio, 2013).

En matemática, obtuvo 368 puntos, ubicándose en una situación deficitaria, porque el estándar promedio de la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE), para matemática es de 494 puntos (El Comercio, 2013).

En Latinoamérica, Chile se ubica en mejor posición (puesto 51); siguen Uruguay (puesto 55); Brasil (puesto 58); Argentina (puesto 59) y Colombia (puesto 62) y el Perú se ubicó en el puesto 65. Estas cifras demuestran el lento avance educativo que se ha desarrollado en el país. No es que esto haya pasado en los últimos dos o cinco años, es producto de dos o más décadas (Contreras, 2013, pág. 65).

El Perú participó en las pruebas PISA los años 2000, 2009, 2012 y 2015; el año 2003 y 2006 no participó. Los resultados del 2015 aún no se conocen. Los resultados de los años en que el Perú participó son los siguientes:

Cuadro 1. Resultados de prueba PISA 2000

MATEMATICA	
PAIS	**PUNTOS**
1. Hong-Kong-China	560
2. México	387
3. Brasil	334
4. Perú	292

Fuente: OCDE, Aptitudes básicas para el mundo del mañana

Cuadro 2. Resultados de la prueba PISA 2009

MATEMATICA	
PAIS	**PUNTOS**
1. Shanghái (china)	600
2. Hong-Kong	555
3. México	419
4. Perú	365
5. Panamá	360
6. Kirguistán	331

Fuente: OCDE, Aptitudes básicas para el mundo de mañana

Cuadro 3. Resultados prueba PISA 2012

MATEMATICA	
PAIS	**PUNTOS**
1. Shanghái-China	**613**
2. Hong Kong-China	**561**
3. México	**413**
4. Perú	**368**

Fuente: OCDE, aptitudes básicas para el mundo de mañana.

Como se observa, en matemáticas el Perú se ubica en último lugar, salvo en el 2009 en que se superó a dos países. Sólo se superó en tres puntos del 2009 al 2012 (365 a 368 puntos); el incremento fue más significativo de 292 puntos en 2000 a 368 puntos en 2012; pero aun así el Perú sigue siendo el último a nivel internacional.

Por otro lado, los resultados de la prueba ECE del 2015, también son evidencia del nivel de desarrollo de capacidades del área de matemática.

Cuadro 4. Resultados de la ECE 2015 a nivel nacional de los estudiantes de 2º de secundaria del área de matemática, Perú.

PREVIO AL INICIO	EN INICIO	EN PROCESO	SATISFACTORIO
37,6%	40,6%	12,7%	9,5%

Fuente: Resultados de la prueba ECE 2015

Como se observa en los resultados de la prueba ECE 2015 a nivel nacional, en el Perú los estudiantes de 2º de secundaria en el área de matemática alcanzaron un 9,5% con respecto a la escala satisfactoria, es decir son pocos los estudiantes que lograron aprendizajes esperados al finalizar el VI ciclo y pocos están preparados para afrontar los retos del aprendizaje del ciclo siguiente. Por otro lado, el 40,2% de los estudiantes alcanzaron la escala En Inicio, es decir, la mayoría de estudiantes no lograron los aprendizajes esperados al finalizar el VI ciclo ni demuestran haber consolidado los aprendizajes del ciclo anterior. Sólo logran realizar tareas poco exigentes respecto de lo que se espera para el VI ciclo.

Es imprescindible determinar cuáles fueron las causas que originaron los buenos o malos resultados, puede ser posible que las dificultades de los estudiantes se deba, por ejemplo, a la deficiente aplicación de las estrategias didácticas por parte del docente, quizá los aprendizajes esperados fueron demasiado complejos en relación con el nivel de desarrollo de los estudiantes, o puede ser también que los instrumentos de evaluación estuvieron mal elaborados y peor aplicados. La certeza que tengamos de estos y otros elementos ayuda a elegir las estrategias más pertinentes para tomar una decisión sobre qué hacer para mejorar el aprendizaje (Guía de evaluación del aprendizaje, 2007).

Una de las causas de los resultados deficientes en matemática es que la práctica pedagógica en el Perú se dirige a la asignación de un número de ejercicios para ser desarrollados por los estudiantes sin interesar si se comprendió la teoría o los CONCEPTOS DE GEOMETRIA. A esta realidad se suma el hecho de la existencia de una discordancia entre la realidad y el desarrollo de las sesiones de aprendizaje, trayendo como consecuencia altas tasas de desaprobados en el área de matemática.

Muchos docentes sobre todo de primaria y secundaria, no aceptan esta cruda realidad, indicando que no es cierto, señalando que algunos estudiantes destacan en matemáticas, incluso manifiestan que somos campeones mundiales, pero la preocupación es por aquellos estudiantes que tienen dificultades por aprender esta área. Supongamos que se tiene 31 estudiantes en el salón, hay dos estudiantes que destacan, ellos no son el problema pero si los 29.

Para superar este problema, se debe reflexionar y contribuir mediante el uso de la creatividad e innovación, presentando estrategias pedagógicas como el modelo de Klausmeier con la finalidad de desarrollar el pensamiento geométrico del estudiante.

En cuanto a los resultados de la prueba ECE del 2015 en la Región Puno, se observa la siguiente información:

Cuadro 5. Resultados de la ECE 2015 a nivel regional de los estudiantes de 2º de secundaria del área de matemática, Puno.

PREVIO AL INICIO	EN INICIO	EN PROCESO	SATISFACTORIO
48,8%	37,5%	8,6%	5,1%

Fuente: Resultados de la prueba ECE 2015

Como se observa, son pocos los estudiantes del 2º de secundaria de la Región Puno que se ubican en el Nivel satisfactorio con un 5,1% con respecto al área de matemática de la prueba ECE, lo cual indica que son muy pocos los estudiantes que lograron los aprendizajes esperados al finalizar el VI ciclo entonces son la minoría que están preparados para afrontar los retos de aprendizaje del ciclo siguiente.

De igual modo se observa que la mayor parte de los estudiantes del 2º de secundaria de la Región Puno se encuentran en la escala Previo al Inicio con un 48,8%, en los resultados de la prueba ECE 2015 a nivel regional en el área de matemática, concluyendo que la mayor parte de los estudiantes no lograron los aprendizajes necesarios para estar en el nivel En Inicio.

En la Región Puno, se incentiva regularmente el desarrollo de capacidades matemáticas, pero esporádicamente. No se ayuda al estudiante a pensar matemáticamente, sino a memorizar fórmulas y tips útiles sólo para determinados problemas o ejercicios matemáticos. Una de las evidencias empíricas de lo mencionado es el hecho de que en el último concurso convocado por la UGEL Puno sólo 6 estudiantes (7%) de 87 (93%) superaron la calificación vigesimal de 10 puntos (UGEL Puno, 2015).

El docente no solo debe destacar cognitivamente, sino también debe saber llegar al estudiante en el proceso de enseñanza y aprendizaje, desarrollando competencias, consolidando el aprendizaje a partir del entorno y de los estímulos culturales, así como de las condiciones internas y externas provenientes de la institución educativa, de los agentes educativos y de la realidad misma. Cada estrategia metodológica de enseñanza pertenece a una teoría de aprendizaje y que muchos profesores se esfuerzan por adoptar los métodos más dinámicos y activos que favorezcan el aprendizaje significativo;

muchas veces los estudiantes presentan conceptos memorizados antes que conceptos adquiridos de forma expresiva; los métodos utilizados en la enseñanza tradicional aún persisten en las instituciones educativas de la Provincia de Puno del Departamento de Puno.

Se observa que en la Institución Educativa Secundaria San Andrés del distrito de Atuncolla y provincia de Puno, los bajos niveles de aprendizaje del área de matemática, consecuencias negativas de la memorización de conceptos y las propiedades, no presentan la formación significativa de los conceptos fundamentales de matemática, los cuales generan dificultades posteriores cuando requieren utilizar dichos conceptos para nuevos aprendizajes en niveles de educación superior y en la solución de problemas de matemática.

El papel del educador consiste en lograr que el estudiante aprenda y logre su desarrollo integral (físico, afectivo, cognitivo) por lo tanto no consiste solo en transmitir información ni siquiera de conocimiento, sino presentarlos en forma problemática Y creativa, situándolos en un contexto y poniendo los problemas en perspectiva, de manera que el estudiante pueda establecer nexos entre lo que aprende y la realidad en que se sitúa.

En la actualidad se impulsa un modelo educativo que se centre, no en el profesor, como el modelo tradicional, tampoco en el alumno como se llegó a proponer en algunas escuelas de tipo activo. Hoy se busca centrar el modelo educativo en el aprendizaje mismo. El cual deberá ser perseguido y propiciado por el docente, implicando en ello todo su profesionalismo.

La función del docente no puede reducirse ni a la simple transmisión de información, ni a la de facilitador del aprendizaje. Antes bien, el docente se constituye en un mediador en el encuentro del alumno con el conocimiento. En esta mediación el profesor orienta y guía la actividad mental constructiva de sus estudiantes, a quienes proporciona ayuda pedagógica ajustada a su competencia.

Por lo manifestado se plantean las siguientes interrogantes:

1.2. Enunciado del problema de investigación

1.2.1. Problema general

¿Cuál es el nivel de aprendizaje en la formación de conceptos de geometría con la aplicación del modelo de Klausmeier en estudiantes de la Institución Educativa Secundaria San Andrés del distrito de Atuncolla, 2016?

1.2.2. Problemas específicos

a) ¿Cuál es el nivel que los estudiantes alcanzan al **reconocer** un triángulo y cuadrilátero con la aplicación del modelo de Klausmeier como estrategia metodológica?
b) ¿En qué medida los estudiantes **identifican** las propiedades de un triángulo y cuadrilátero con la aplicación del modelo de Klausmeier como estrategia metodológica?
c) ¿Qué nivel alcanzan los estudiantes al **clasificar** un triángulo y cuadrilátero con la aplicación del modelo de Klausmeier como estrategia metodológica?

d) ¿En qué medida los estudiantes **definen** un triángulo y cuadrilátero con la aplicación del modelo de Klausmeier como estrategia metodológica?

1.3. Justificación de la investigación

Los argumentos, motivaciones o principios sustanciales que respaldan las razones por las que se realiza esta investigación (Córdova, 2013) se dividen en dos aspectos: **la importancia** (el por qué de la investigación) y **la utilidad** (el para qué de la investigación) (Charaja, 2011, pág. 103).

En cuanto a la **importancia**, la investigación es **original** debido a que el problema que se plantea es inédito en el contexto del distrito de Atuncolla, busca aportar aspectos novedosos con la aplicación de una estrategia metodológica: el Modelo de Klausmeier (Portillo & Roque, 2003, pág. 24); en otras palabras, se pretende desarrollar un estudio distinto, innovador y creativo.

Para ello se revisaron antecedentes, se revisó bibliografía variada, con la finalidad de identificar estudios previos y precisar los alcances y limitaciones (Vara, 2012).

La investigación es **creativa** porque contiene el estilo del tesista, los aportes son innovadores, estableciendo nuevas discusiones, nuevas alternativas de estudio, intentando abrir nuevos caminos en la formación de conceptos en la geometría. Una de las evidencias de la originalidad en todo el proceso de la investigación, es que se cita constantemente la información que se tomó de otras fuentes; oponiéndonos al plagio, y a la vulneración de la creatividad y originalidad.

Por otro lado, el problema es vigente (Portillo & Roque, 2003) porque se establece un lazo de diálogo entre la realidad y necesidades del investigador autor y del investigador lector, es decir la necesidad de su contemporaneidad en el tiempo y en el ambiente.

El problema de la deficiencia de la formación de conceptos en geometría es actual, por ello se requiere un replanteamiento de la realidad, sobre todo en el distrito de Atuncolla, donde las evidencias empíricas salen a la vista (Gomez, 1992).

La actualidad de este tema o tópico despierta el interés de conocimiento y está referida a un problema que no ha sido solucionado desde hace décadas y que tiene presencia o repercusión (Sancho, 2014).

Por otra parte, la investigación fue **factible** de realización (Portillo & Roque, 2003), porque existió acceso a la Institución Educativa Secundaria San Andrés de Atuncolla, lugar donde se recogió la información y se desarrolló la experimentación. También fue factible porque existió disponibilidad de recursos financieros, humanos y materiales, los cuales determinarán, en última instancia, la concreción de los resultados y la presentación final de esta investigación (Rojas, 2013, pág. 79).

De igual modo para la ejecución de la investigación en la institución mencionada se consideró la viabilidad legal, técnica, de gestión, y medioambiental.

En lo que concierne a la **utilidad**, la investigación es conveniente a los propósitos académicos de la Institución Educativa Secundaria San Andrés de

Atuncolla; de igual modo el sentido de la urgencia y funcionalidad por consolidar capacidades vinculadas a la formación de conceptos en geometría es muy favorable.

Respecto a la relevancia, la investigación presenta un impacto positivo y trascendente, debido a que se plantea la aplicación de una estrategia metodológica: el modelo de Klausmeier, que se proyecta a otros escenarios y otros tiempos en el aspecto científico y social. Científico porque busca dar un aporte para ampliar el conocimiento científico del problema (Portillo & Roque, 2003, pág. 24) y social porque la investigación busca contribuir al bienestar social de los estudiantes, padres de familia, docentes y personas involucradas en el problema (Portillo & Roque, 2003, pág. 24). Pero los directos beneficiados con los resultados son los estudiantes, con quienes de concretó una situación de proyección social (Hernández, Fernández, & Baptista, 2010).

En relación a las **implicaciones prácticas**, la aplicación del modelo de Klausmeier pudo resolver problemas en la formación de conceptos, previno y corrigió errores en reconocimiento, identificación, clasificación y definición del triángulo y cuadrilátero, mejoró la eficacia y eficiencia de la formación de conceptos, entre otros aspectos (Vara, 2012). Por ello, la investigación presentó un impacto potencial práctico; por consiguiente, debe ser considerado como antecedente indispensable para otras investigaciones en la misma línea de indagación (Córdova, 2013).

Sobre el **valor teórico**, la investigación llenó vacíos en ciertos conocimientos, sobre todo contextuales; permitió conocer más sobre el comportamiento de las variables. De igual modo permitió encontrar nuevas ideas o hipótesis para futuras investigaciones(Córdova, 2013).

Finalmente, la utilidad metodológica, estuvo vinculada al aporte de innovadores instrumentos de medición (pruebas escritas, listas de cotejo, rúbricas, fichas de observación), pormenorizadas técnicas de análisis (sobre todo en los resultados) (Vara, 2012). Los instrumentos fueron confiabilizados a partir de una prueba piloto y mediante la aplicación del coeficiente de Cronbach (Córdova, 2013).

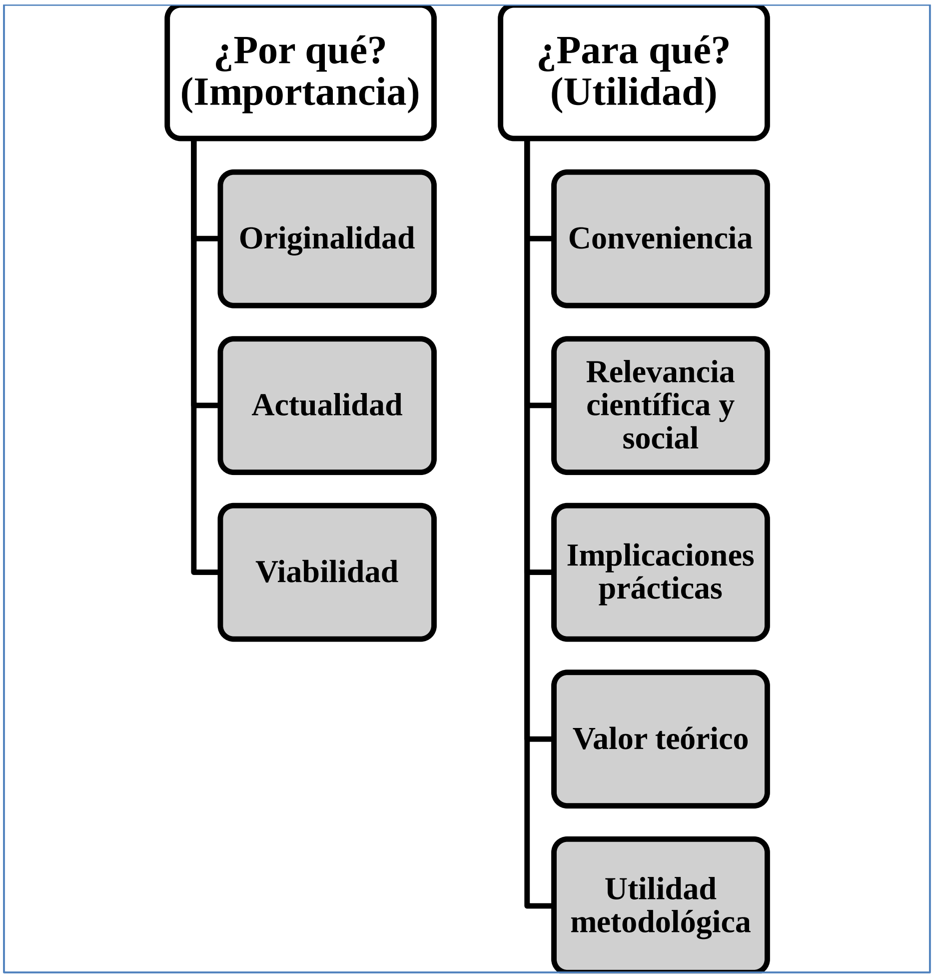


Figura 1. Criterios utilizados en la justificación de la investigación

1.4. Limitaciones de la investigación

1.4.1. Validez interna

Las limitaciones de la presente investigación estuvieron relacionadas al grado en que el experimento excluyó las explicaciones alternativas de los resultados, es decir, al grado en que la manipulación de la Variable Independiente fue responsable de todos los cambios en la Variable Dependiente.

Los aspectos alternos de la Variable Independiente que explicaron los resultados fue una amenaza para la validez interna. De esta forma, la validez interna fue un mínimo básico sin el cual el experimento no hubiera estado abierto a múltiples explicaciones alternativas. Por otro lado se cuenta sólo con dos variables, hecho que no resta la validez interna de la investigación, ya que es sabido que cuantas más variables entran en un diseño van restando validez interna.Las amenazas de la validez interna fueron:

a) Historia-maduración

La historia experimental es todo lo que le ocurrió a los estudiantes desde que entraron en la sesión experimental hasta que la abandonaron.

La metodología exigió que sea igual para todos los grupos, pero que en algunos momentos los acontecimientos que ocurrieron en los grupos no ocurren en otros. Estas diferencias no se podrían atribuir a la manipulación de la variable independiente sino a la historia. Aparte fue difícil establecer los criterios de confiabilidad para saber cuáles fueron las actividades que debieron realizar el grupo de control para ser efectivamente un grupo de control. El problema de la maduración se refiere a los procesos internos de los sujetos experimentales (Aniorte, 2015).

b) Administración de la prueba de entrada

La aplicación de la prueba de entrada antes de iniciar el experimento pudo influir sutilmente en la conducta de los estudiantes; conocimiento previo, sensibilización, sean cuales sean las causas se pudieron confundir con cambios que produjeron la variable independiente en los resultados finales. Teóricamente, esta influencia solo se produce cuando la prueba de entrada afecta a dos o más grupos experimentales de distinta manera. En el caso de la presente investigación pudo ocurrir esa influencia con la aplicación de la prueba de entrada (Aniorte, 2015).

c) Instrumentación

Las mediciones a través de los instrumentos pueden no ser iguales en todos los casos, introduciendo un sesgo en los resultados, debido a que se producen sesgos personales en el experimentador y a que los instrumentos no pueden ser confiables ni válidos. En la presente investigación, los instrumentos pasaron por un proceso de confiabilidad, aunque es recomendable que existan muchas pruebas (Aniorte, 2015).

d) Análisis estadístico

Las limitaciones en cuanto al análisis estadístico se da cuando los grupos están formados por estudiantes que han obtenido puntuaciones extremas en alguna variable. Esta situación no sucedió de forma extrema, aunque sí existieron promedios alejados de la media normal, traducidos en el coeficiente de variación (Aniorte, 2015).

e) Selección diferencial

No se conocieron los criterios de selección de los dos grupos, ya que la Institución Educativa no tiene pleno conocimiento de las características de cada grupo. Es importante conocer este aspecto, debido a que muchas veces los grupos que conforman una muestra no son iguales en una investigación experimental (Aniorte, 2015).

f) Mortalidad experimental

Está relacionada con la selección diferencial, que se da cuando al principio del experimento ambos grupos son iguales o similares y a lo largo del mismo, los sujetos lo van abandonando.

Solo es un problema si el abandono no es una variable controlada. En el caso de la presente investigación, las ausencias y deserciones, no ocurrieron, no obstante en la prueba de entrada y salida no hubo mayores problemas en lo que concierne a ausentismo (Aniorte, 2015).

También el tamaño muestral afecta a la validez interna. En la presente investigación la muestra es pequeña, sin embargo la validez interna no es afectada porque la población también es pequeña.

1.4.2. Validez externa

Por otro lado, en cuanto a la validez externa se observó la extensión y forma en que los resultados del experimento pudieron ser generalizados:

a) La interacción de la prueba y la variable independiente

Los estudiantes durante la experimentación fueron sometidos a procesos que los condicionaron a realizar determinadas acciones a las que no están acostumbrados, mediante las pruebas escritas y la concreción de la variable independiente (a través de sesiones de aprendizaje) (Aniorte, 2015).

b) La interacción entre la selección y la variable independiente

Los estudiantes que formaron parte del experimento fueron muestras restringidas, de una población restringida, lo que pudo provocar que los resultados únicamente se apliquen a ella.

Sin embargo si se extendiera la misma metodología de experimentación a otras realidades, los resultados pueden ser diferentes, pero sin una variación excesiva (Aniorte, 2015).

c) Los efectos reactivos de los procesos experimentales

La situación experimental fue artificial, y pudieron darse respuestas, que en una situación natural no se dan.

No hay ninguna manera de eliminar totalmente las amenazas de la validez externa. Sólo la primera de ellas puede ser eliminada, suprimiendo los procesos que la causan.

En los otros dos se encuentran algunas soluciones parciales, como mejorar la representatividad de la muestra y grupos (Aniorte, 2015).

1.5. Objetivos de la investigación

1.5.1. Objetivo general

Determinar el nivel de aprendizaje en la formación de conceptos de geometría con la aplicación del modelo de Klausmeier en estudiantes de la Institución Educativa Secundaria San Andrés del distrito de Atuncolla, 2016.

1.5.2. Objetivos específicos

a) Identificar el nivel que los estudiantes alcanzan al **reconocer** un triángulo y cuadrilátero con la aplicación del modelo de Klausmeier como estrategia metodológica.

b) Estimar en qué medida los estudiantes **identifican** las propiedades de un triángulo y cuadrilátero con la aplicación del modelo de Klausmeier como estrategia metodológica.

c) Analizar el nivel que alcanzan los estudiantes al **clasificar** un triángulo y cuadrilátero con la aplicación del modelo de Klausmeier como estrategia metodológica.

d) Evaluar en qué medida los estudiantes **definen** un triángulo y cuadrilátero con la aplicación del modelo de Klausmeier como estrategia metodológica.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes de la investigación

Corberan (1996) en la investigación: "Análisis del concepto de área de superficies planas. Estudio de su comprensión por los estudiantes desde primaria a la universidad" plantea como objetivo: determinar el nivel de comprensión del concepto de área de superficies planas. El tipo de investigación es experimental. El diseño es cuasi-experimental. Se arriba a la siguiente conclusión: "todos los estudiantes de la muestra manifestaron haber estudiado el concepto de área, solo en el último ciclo de E.G.B. (Educación General Básica) cursos de 6°, 7°, 8°. Únicamente un grupo de los dos de 3° de E.M. (Educación Media) indicaron que habían visto algo sobre el área en el curso anterior. Se ha detectado una evaluación en la comprensión de los distintos aspectos del concepto de área a estudio por parte de los estudiantes en relación a su nivel académico. La formación matemática de un estudiante ha sido un factor decisivo en la gradual mejora de la comprensión por parte del estudiante del concepto de área, por el contrario la formación humanista del alumno no se ha manifestado como un factor relevante en la mejora de esta comprensión, como puede deducirse de los deficientes resultados obtenidos por los estudiantes de C.O.U. (Curso de Orientación Universitaria) estos estudiantes poseen al menos los mismos conocimientos matemáticos que los de 2° de B.U.P (Bachillerato Unificado polivalente) y además han cursado un año escolar más que estos; y sin embargo sus resultados han sido inferiores a los obtenidos por los de 2°. Sin embargo, pensamos que la actitud negativa que los estudiantes de C.O.U. (Curso de Orientación Universitaria) (alumnos que han elegido la opción de letras) poseen hacia la matemática.

Fernández (2011) en la investigación: "Una aproximación ontosemióticaa la visualización y el razonamiento espacial" plantea como objetivo: determinar las características ontosemióticas a la visualización y el razonamiento espacial. El tipo de investigación es experimental y el diseño es cuasi experimental. Se arriba a la siguiente conclusión: "el uso del enfoque ontosemiótico sobre el conocimiento matemático, en particular los tipos de objetos y procesos propuestos, permitirá operativizar nociones cognitivas usadas en las investigaciones sobre habilidades, imágenes, esquemas, etc. y aportara con explicaciones complementarias de los conflictos de los sujetos al resolver tareas".

Van Hiele (1957) en el estudio: "El problema de la comprensión en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría" plantea como objetivo: determinar la implicancia del problema de la comprensión en conexión sobre el aprendizaje de la geometría. La investigación es de tipo experimental y el diseño es cuasi experimental. Se concluye afirmando que es muy importante saber cómo experimenta el propio estudiante la comprensión. La adquisición de la comprensión en muchas esferas de la materia que tienen que ver con el rango de los comportamientos y las aptitudes de un ser humano es una de las necesidades básicas de la vida. Más aun nuestra propia necesidad interna nos impulsa a ello, la conciencia de la comprensión adquirida es una experiencia interna memorable y nos da un sentimiento de poder y de satisfacción. Si de curso en curso, no vemos signos de desarrollo de la comprensión, podemos asumir con seguridad que el estudiante no tiene contacto con la asignatura. Puede haber muchas razones, como por ejemplo: puede ser que estamos presentando la asignatura en unidades separadas, demasiado pequeñas, que no tiene suficiente cohesión evidente entre ellos; puede ser que estamos operando en un nivel de pensamiento que está más allá del entendimiento del alumno, y en tercer y último lugar, puede que la propia asignatura no tenga ningún lugar en el mundo propio del estudiante. Sin embargo, si nos acordamos constantemente de basar nuestra presentación de la asignatura en el fin fundamental del material visual, entonces habla poco reflejo de que el estudiante pierda contacto con ella. La influencia es de gran importancia para la didáctica general.

Méndez (2006) en el estudio: “Análisis de los conocimientos geométricos preuniversitarios y su influencia en la formación de los alumnos de las escuelas técnicas”, plantea como objetivo: determinar cómo influyen los conocimientos geométricos preuniversitarios en la formación de los alumnos de las escuelas técnicas. La investigación es de tipo descriptivo y de diseño explicativo. Se arriba a la siguiente conclusión: las deficiencias observadas en los conocimientos geométricos de los alumnos al ingresar a la UPM, obedecen, en prácticamente su totalidad, no a la calidad intelectual ni a las características intrínsecas de estos, sino al sistema educativo en el que se han ido formando; siendo tales deficiencias un fiel reflejo de las imperfecciones mantenidas del mismo. En general durante los cinco años de estudio, el nivel de conocimiento geométrico bien adquirido de los alumnos que ingresan a la UPM es bajo, como se deriva, tanto de los porcentajes de respuestas acertadas totales, como del valor medio de su calificaciones asociadas, nunca supera a 6 puntos sobre 10, y siempre infieren en la nota misma anualmente exigida por el ingreso en los centros. Entonces la calidad de la enseñanza es uno de los factores que interviene con mayor peso específico en los resultados académicos de la asignatura de matemáticas.

2.2. Sustento teórico

2.2.1. El modelo de Herbert J. Klausmeier como estrategia

Herbert J. Klausmeier es reconocido internacionalmente como un líder importante en la mejora de la educación mediante la investigación. Recibió el B.S. en 1940 y el M.S. en 1947 de la Universidad del Estado de Indiana. Luego de haber sido galardonado por la Universidad de Stanford en 1949, fue miembro del cuerpo docente de la Universidad del norte del colorado 1949-1952, y la Universidad de Wisconsin, Madison, 1952- 1986.

Después de retirarse, continuó sus actividades académicas y en los últimos años llevó a cabo un estudio profundo de las religiones del mundo y del humanismo, llegando a ser un reconocido humanista siendo miembro de las dos organizaciones nacionales humanistas de los Estados Unidos.

2.2.1.1. El Modelo de Adquisición de Conceptos

Este modelo es una estrategia de enseñanza inductiva diseñada para estudiantes de todas las edades con el fin de reforzar su comprensión de los conceptos y la práctica de la evaluación de hipótesis. “También consolida la configuración de habilidades, la formación de actitudes y disposiciones y los métodos y estrategias de pensamiento” (Safio, 2001, pág. 12). En suma, es un modelo que está influido por el constructivismo.

La adquisición de conceptos depende de la presencia de algunos factores, entre los que destacan:

> La experiencia previa del aprendiz, la heterogeneidad de contextos, la dinámica del uso de ejemplos y no ejemplos del concepto, la información no pertinente que se incluya en la instancias de ejemplificación, la cantidad de ejemplos presentados y el uso práctico del concepto. (Gonzáles, 2005, pág. 39)

2.2.1.2. Concepto

Se refiere a la construcción o representación mental que define la esencia de algo, expresado mediante la palabra.

Proviene del latín "*conceptus"*, a la vez de "*concipere",* cuyo significado hace una "clara referencia al resultado del acto de la concepción o generación de la mente en su alejarse de la inmediatez de las impresiones sensibles y de las representaciones particulares y en su llegada a una significación universal" (D'Amore, 2001, pág. 3).

Según Bruner et al., (1978) citado por Gonzáles (2005), para descifrar el significado de concepto en el área de matemática, es necesario:

> Acudir a una de sus desinencias: "*conceptualizar*", que implica una clasificación de estímulos que presentan características comunes y constituye un proceso mediante el cual cosas, objetos, acontecimientos, personas, etc., perceptualmente diferentes, son organizados en clases que permiten responder a los estímulos del medio como elementos de alguna de dichas clases y no en términos de su unicidad. (pág. 40)

Lo mencionado significa que la conceptualización involucra la ejecución de las actividades mentales de discriminación, abstracción y generalización.

2.2.1.3. Funciones de los conceptos

Castillo (1983) señala que:

> Los conceptos, una vez adquiridos, dotan al sujeto de una eficaz herramienta para enfrentar a su ambiente. En efecto,

> mediante los conceptos el hombre logra superar las particularidades específicas de la inmensa cantidad de estímulos, discriminativamente diferentes, que percibe y reacciona ante ellos como miembros de una clase y no como unidades aisladas; como consecuencia de esto se produce una notable simplificación del ambiente; reduciéndose, por tanto, la cantidad de energía necesaria para enfrentarlo" (pág. 48).

A través de la formación de conceptos, el hombre logra reducir la complejidad del entorno que lo circunda, ya que aprende a responder a cada ejemplo en función de los atributos generales de la clase a la cual pertenece en lugar de las propiedades particulares del elemento en cuestión.

En resumen, mediante los conceptos el sujeto obtiene una representación simplificada y generalizada de la realidad, lo cual posibilita la comunicación interpersonal.

Además al simplificar y uniformar el ambiente, los conceptos facilitan el aprendizaje por recepción y la solución significativa de problemas, liberan del ambiente físico al pensamiento, al aprendizaje y a la comunicación haciendo posible la adquisición de ideas abstractas sin recurrir a experiencias empíricas concretas (Ausubel, 1980).

2.2.1.4. Estrategias para la enseñanza de conceptos

Las estrategias para enseñar conceptos pueden ser agrupadas en tres grandes clases:

- Deductivas

- Inductivas
- Mixtas

Las primeras se caracterizan porque, a partir de una descripción o definición del concepto, exigen al aprendiz que identifique ejemplos; las segundas, siguen una trayectoria opuesta; a partir de instancias especificas se llega a la expresión conceptual abstracta; las mixtas son una combinación de las dos anteriores.

2.2.1.5. Modelo de Klausmeier basado en el método inductivo

Como la estrategia del modelo de Klausmeier se basa en el método inductivo, es preciso abordar el método designado.

Osborne y Gilbert (1979) afirman que la manera más eficaz de explorar el dominio de un concepto por parte de un estudiante es proponerle un conjunto de instancias positivas y negativas, para que las categorice en ejemplos o no ejemplos del concepto y pedirle que de las razones que justifican cada categorización. Además, los ejemplos y los no ejemplos deben mostrar marcadas semejanzas en cuanto a sus atributos no críticos.

Por su parte Menchinskaya (1969) en relación a las condiciones de dominio de un concepto, aporta evidencias que demuestran que, para poder usar los conceptos correctamente, el sujeto debe estar enterado de las propiedades esenciales del concepto así como también de todas las posibles variaciones de los rasgos no esenciales y cuales varían de un objeto a otro.

Un individuo que desea usar apropiadamente un concepto, debe estar en capacidad de identificar propiedades de un triángulo y cuadrilátero.

Mc Donald (1959), informa que los conceptos son aprendidos más fácilmente cuando se los usa en aprendizaje de nuevos contenidos y que el reforzamiento frecuente es un importante factor en el aprendizaje de conceptos.

Clark (1971), también comparte el criterio de la habilidad clasificatoria como señal y evidencia objetiva de dominio de un concepto.

En efecto, este autor sostiene que el logro de un concepto habilita para clasificar como ejemplos y no ejemplos del concepto, un cumulo de instancias que han sido dadas.

2.2.1.6. Visión general del Modelo de Klausmeier

Está vinculada a la clase centrada en el concepto, un concepto puede estar relacionado a otros dos o más conceptos, siendo esta relación llamada de principio. Un principio es un constructo mental en la medida en que los individuos atribuyen significados o interpretaciones a él.

Es también una entidad pública, pues hay interpretaciones y significados compartidos y aceptados por la sociedad, el concepto es entonces un pensamiento que se puede expresar con palabras, para definir una imagen matemática puesta a nuestra visualización (D'Amore, 2001).

Al enseñar los conceptos de triángulo y cuadrilátero, el docente precisa en primer lugar la identificación del nivel en que el estudiante puede formar tales conceptos, entonces el docente comienza explicando el procedimiento para el modelo en base a ejemplos y contraejemplos.

2.2.1.7. Estructura social del Modelo de Klausmeier

Es aquella estructura donde los estudiantes se sienten libres de pensar y aportar. Al respecto, Tolstoy, en su idea educativa propone el principio fundamental de la libertad, según él nada era obligatorio en la escuela, así que los estudiantes tenían la más amplia libertad para atender o no las explicaciones, para asistir o no a clase, los exámenes eran concebidos por Tolstoi como estorbos para el estudio, su ideal era una escuela abierta a todos, sin programas ni reglamentos impuestos, basada en el método que resulte más agradable a los estudiantes (Tolstoy, 2003).

> Ninguno lleva nada consigo; ni libro ni cuaderno; nunca se les impone deberes que cumplir en casa. Y no solo el estudiante no lleva en las manos, sino que tampoco lleva nada en la cabeza. No lleva más que a sí mismo, su naturaleza impresionable, y la certeza de que la escuela será hoy tan alegre como ayer. No piensa en la clase hasta el momento en que esta comienza. (Tolstoy, 2003, pág. 26)

Para ser válida, toda acción educativa debe ir necesariamente precedida de una reflexión sobre el hombre y de un análisis del medio de vida concreto del hombre concreto, a quien uno quiere educar.

> El hombre llega a ser sujeto mediante una reflexión sobre su situación, sobre su ambiente concreto, mientras más reflexiona sobre la realidad, sobre su opinión concreta, mas “emerge”, plenamente consciente comprometido, dispuesto a intervenir

respecto a la realidad para cambiarla. (Vergara, 2005, pág. 166).

El respeto hacia los demás es el espíritu del procedimiento.

Puesto que si se pone en práctica el valor moral del respeto hacia los demás, el aspecto intelectual incrementara tanto en el estudiante como en nuestra sociedad, fomentando la paz, el dialogo, la concientización para el bien común de toda la humanidad.

2.2.1.8. Metas del Modelo de Klausmeier

Según Corberan(1996), las metas fundamentales del modelo son las siguientes:

- Enseñanza y aprendizaje de conceptos
- Requerimiento de conocimientos previos
- Es más eficaz para el enriquecimiento de conceptos que para el aprendizaje inicial
- Puede ser utilizado como revisión y ayuda en la comprensión de relaciones

2.2.1.9. Principales planteamientos para la solución de problemas

2.2.1.9.1. Jean Piaget

Fue quien desarrollo una teoría del desarrollo cognitivo del niño. Para Piaget, la inteligencia se desarrolla en base a estructuras, las cuales tienen un sistema que presenta leyes o propiedades de totalidad; su desarrollo se inicia a partir de un estado inicial en una marcha hacia el equilibrio cuya última forma es el estado adulto; el desarrollo psíquico será el resultado del pasaje de un estadio de menor equilibrio a otros cada vez más complejos y equilibrados; es decir; en base a nociones de estructura, génesis o estado inicial y equilibrio.

Piaget sostiene que el conocimiento es producto de la acción que la persona ejerce sobre el medio y este sobre él; para que la construcción de conocimientos se dé, se genera un proceso de asimilación, incorporación, organización y equilibrio. Desde esta perspectiva, el aprendizaje surge de la solución de problemas que permiten el desarrollo de los procesos intelectuales (Piaget, 1971).

Cuadro 6. Estadios del desarrollo de la inteligencia

ESTADIOS	EDAD	CARACTERISTICAS
Estadio sensorio motor	Nacimiento hasta 2 años	En el niño se produce la adquisición del control motor y el conocimiento de los objetos físicos que lo rodean.
Periodo Pre operacional	De los 2 a los 7 años	Adquiere habilidades verbales y empieza a elaborar símbolos de los objetos ya que puede nombrar, pero en sus razonamientos ignora el rigor de las operaciones lógicas.
Estadio operacional concreto	De los 7 a los 12 años	Cuando sea capaz de manejar conceptos abstractos como los números y de establecer relaciones, estadio que se caracteriza por un pensamiento lógico; el niño trabajara con eficacia siguiendo las operaciones lógicas, siempre utilizando símbolos referidos a objetos concretos y no abstractos, con lo que aún tendrá dificultades.
Periodo operacional formal	De 12 a 15 años	Por último, en el que se opera lógica y sistemáticamente con símbolos abstractos, sin una correlación directa con los objetos del mundo físico.

Fuente: Brito (1996)

2.2.1.9.2. Jerome Bruner

Enfatiza el contenido de la enseñanza y del aprendizaje, privilegiando los conceptos y las estructuras básicas de las ciencias por ofrecer mejores condiciones para potenciar la capacidad intelectual del estudiante.

Indica que la formación de conceptos en los estudiantes se da de manera significativa cuando se enfrentan a una situación problemática que requiere que evoquen y conecten, con base en lo que ya saben, los elementos de pensamiento necesarios para dar una solución.

Bruner alude a la formulación de las hipótesis, mediante reglas que pueden ser formuladas como enunciados condicionales y que, al ser aceptada, origina la generalización.

Esto significa establecer relaciones entre características, reorganizar y aplicar al nuevo fenómeno. Insiste en que los estudiantes pueden comprender cualquier contenido científico siempre que se promueva los modos de investigar de cada ciencia, en aprendizaje por descubrimiento.

Bruner afirma con contundencia que el alumno no ha de descubrir por sí mismo la estructura de aquello que va a aprender, sino que requiere de ciertas activaciones activas.

En este tipo de aprendizaje el individuo tiene una gran participación.

El instructor no expone los contenidos de un modo acabado, su actividad se dirige a darles a conocer una meta que ha de ser alcanzada y además de servir como mediador y guía para que los individuos sean los que recorran el camino y alcancen los objetivos propuestos.

En otras palabras, el aprendizaje por descubrimiento es cuando el instructor le presenta todas las herramientas necesarias al individuo para que este descubra por sí mismo lo que desea aprender. Constituye un aprendizaje bastante útil, pues cuando se lleva a cabo de modo idóneo, asegura un conocimiento significativo y fomenta hábitos de investigación y rigor en los individuos.

2.2.1.9.3. Lev Semionovich Vigotsky

Su aporte fundamental es que la concepción de aprendizaje ocurre en interacción con el entorno social y cultural, y la mente o la conciencia es producto de la cultura o de la historia social.

Es una tendencia que promueve la educación a través de la interacción dialéctica e inserción social que permite la evolución de la mente. Se centra fundamentalmente, en el desarrollo de las funciones psicológicas superiores, mediante el uso de herramientas simbólicas o culturales como el lenguaje.

Según esta concepción es opuesta a la oposición genética Piagetiana, el conocimiento no se construye de modo individual, sino en contacto social; el aprendizaje es el motor del desarrollo cognitivo, por lo tanto, el proceso de enseñanza – aprendizaje es el que antecede, guía, pone en marcha y adelanta el desarrollo cognitivo.

Lo fundamental del enfoque de Vygotsky consiste en considerar al individuo como el resultado del proceso histórico y social donde el lenguaje desempeña un papel esencial.

Desarrollo de la inteligencia: factor clave es el lenguaje, Vygotsky señala que la inteligencia se desarrolla gracias a ciertos instrumentos o herramientas psicológicas que el alumno encuentra en su medio ambiente (entorno), entre los que el lenguaje se considera como herramienta fundamental (Vigotsky, 1988). Esta herramienta amplían las habilidades mentales como la atención, memoria, concentración, etc.

a) Zona de Desarrollo Próximo

Esto significa, en palabras del mismo Vygotsky, “la distancia entre el nivel de desarrollo, determinado por la capacidad para resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración de otro compañero más capaz”

ZDP se basa en la relación entre habilidades actuales del niño y su potencial. Un primer nivel, el desarrollo actual del niño, consiste en trabajar y resolver tareas o problemas sin la ayuda de otro, con el nombre de nivel de desarrollo real, sería este nivel basado en lo que comúnmente es evaluado en las escuelas. El nivel de desarrollo potencial es el nivel de competencia que un niño puede alcanzar cuando es guiado y apoyado por otra persona. La diferencia o brecha entre esos dos niveles de competencia es lo que se llama ZDP.

2.2.1.9.4. David Ausubel

El origino y difundió la teoría del "Aprendizaje Significativo", para Ausubel el factor principal del aprendizaje es la estructura cognitiva que posee el sujeto.

La teoría del aprendizaje significativo de Ausubel contrapone este tipo de aprendizaje al aprendizaje memorístico. Solo habrá aprendizaje significativo cuando lo que se trata de aprender se logra relacionar de forma sustantiva y no arbitraria con lo que ya conoce quien aprende, es decir, con aspectos relevantes y preexistentes de su estructura cognitiva. Esta relación o anclaje de lo que se aprende con lo que constituye la estructura cognitiva del que aprende, fundamental para Ausubel, tiene consecuencias trascendentes en la forma de abordar la enseñanza. El aprendizaje memorístico, por el contrario, solo da lugar a asociaciones puramente arbitrarias con la estructura cognitiva del que aprende. El aprendizaje memorístico no permite utilizar el conocimiento de forma novedosa o innovadora. Como el saber adquirido de memoria está al servicio de un propósito inmediato suele olvidarse una vez que este se ha cumplido.

Según Ausubel, los conocimientos no se encuentran ubicados arbitrariamente en el intelecto humano. En la mente del hombre hay una red orgánica de ideas, conceptos, relaciones, informaciones, vinculadas entre sí. Cuando llega una nueva información, esta puede ser asimilada en la medida que se ajuste bien a la estructura conceptual preexistente, la cual sin embargo, resultara modificada como resultado del proceso de asimilación. (Ausubel, 1986)

2.2.1.9.5. El arte de resolver problemas de Polya

George Polya, considera 4 etapas en el proceso de resolución de problemas. Dicho proceso se inicia, siempre, en la comprensión del enunciado o contenido del problema. Si no se entiende un problema ¿Cómo se lo puede resolver? Luego debe concebirse una estrategia o plan para resolverlo.

El siguiente paso es ejecutar metódica y sistemáticamente el plan, hasta llegar a la solución. Finalmente, debe examinarse su consistencia. En todos estos pasos, será necesario actuar con una visión retrospectiva, es decir, tratando de lograr meta cogniciones.

PRIMERO: comprende el problema. ¿Y qué significa comprender un problema? Para comprender un problema será necesario responder estas preguntas básicas:

¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿Es insuficiente? ¿Redundante? ¿Contradictoria?

SEGUNDO: conciba un plan, encuentre la relación entre los datos y las incógnitas. De no encontrar una relación inmediata, considere problemas auxiliares. Obtenga finalmente un plan de solución que puede lograrse si, previamente, se ha tomado en cuenta los siguientes aspectos:

¿Se ha encontrado un problema semejante? O ¿ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?

TERCERO: ejecute un plan, consiste en implementarlo y desarrollarlo según lo previsto, sin embargo es importante tener en cuenta las siguientes consideraciones:

Al ejecutar un plan de la solución compruebe cada uno de los pasos ¿puede ver claramente que el paso es correcto? ¿Puede demostrarlo?

CUARTO: examine la solución obtenida, estos preceptos son, entonces, descompuestos hacia el nivel “molecular”

Posteriormente otros investigadores desarrollan las ideas de Polya, de varias maneras.

Se mencionó fundamentos teóricos de pedagogos, filósofos psicólogos interesados en contribuir con la mejora de la enseñanza aprendizaje, por lo tanto se tomara también para la investigación bases importantes como la maduración neurológica de Jean Piaget, el descubrimiento de Bruner y desarrollar de esta manera la creatividad y la imaginación, el aprendizaje en grupos de trabajo puesto que el aprendizaje el social de Vygotsky, así como el desarrollo del pensamiento crítico y divergente de Klaus Meyer

2.2.1.10. El Modelo de Klausmeier y el pensamiento creativo

La operación básica de la actividad creativa es la búsqueda de alternativas. El pensamiento creativo o pensamiento lateral está con relación a la búsqueda de alternativas respecto de lo que existe; es la capacidad que permite generar ideas novedosas e interesantes para resolver problemas que plantea la vida cotidiana y académica. La creatividad es importante en la medida que nos permite ver las cosas y las situaciones desde diferentes perspectivas, nos saca de lo rutinario, otorga sentido y variedad a nuestra vida; supone salir de lo rutinario y lo establecido para encontrar nuevas formas, mejores estilos y mayor flexibilidad ante lo instituido. La importancia de su práctica radica en que al automatizar los procesos y habilidades del pensamiento creativo, los estudiantes pueden transferirlo a la solución de problemas educativos.

El pensamiento crítico y pensamiento creativo son importantes para desarrollar el modelos de Klausmeier ya que este modelo requiere de su práctica para la construcción de nuevos conocimientos, siguiendo una serie de pasos tomando también como base los fundamentos teóricos del constructivismo y sus representantes, esto conseguirá mejorar de manera sustancial el aprendizaje y la enseñanza de la geometría, mejorando el nivel de aprendizaje de los estudiantes logrando mejores logros de aprendizaje, el pensamiento se desarrollará de manera increíble porque sabrá argumentar ante un razonamiento geométrico, desarrollará su pensamiento espacial en tres dimensiones, verá en las figuras geométricas muchas propiedades y podrá resolver problemas con mayor facilidad.

2.2.1.11. El Modelo de Klausmeier y el pensamiento crítico

Si bien Klausmeier idea jerarquías para consolidar el pensamiento crítico (D'Amore, 2001), la experiencia, la duda, la incógnita sobre algún concepto y el afán por descubrir lo que esconde, ayuda a definir objetivamente un concepto.

En esta misma línea de pensamiento se encuentra Paul(2003) citado por León (2006), quien refiere que:

> El pensamiento crítico consiste en el arte del escepticismo constructivo, es decir la desconfianza o duda de la verdad que nos presentan como tal. (El escéptico es aquel que no cree a ciegas en determinadas cosas y, por tanto, tiene que seguir indagando, encontrando otros caminos, investigando, verificando, etc.). (pág. 7)

Cuando el estudiante desarrolla su pensamiento crítico, significa que ha consolidado su formación de conceptos geométricos, dándole una definición precisa a un objeto visto o propuesto por el docente.

En resumidas cuentas, el pensamiento crítico es una capacidad de gran complejidad que se alcanza con el desarrollo de las habilidades propias del razonamiento, tales como la observación a partir de la cual se puede identificar, comparar, describir y clasificar; es decir, será necesario la intervención de un conjunto de capacidades específicas para resolver un problema.

Si en los procesos pedagógicos se promueve el análisis, la reflexión y la evaluación de todo lo que se aprende, si se aprende a contrastar la propia conciencia moral con el contexto en el que se vive, si se promueve actividades orientadas a desarrollar el pensamiento crítico, cada estudiante estará en mejores condiciones para examinar, reflexionar y contrastar su posición personal e incluso colectiva, que le permita tomar decisiones acertadas que lo beneficien o que mejoran su comunidad, aun cuando deba enfrentar la presión que el entorno ejerza sobre él.

2.2.1.12. Método inductivo para la formación de conceptos

Es aquel método que obtiene conclusiones generales a partir de las premisas particulares (Rodríguez, Barrios, & Fuentes, 1984).

Se trata del método más usual, en el que pueden distinguirse cuatro pasos esenciales: la observación de los hechos para su registro, la clasificación y el estudio de estos hechos, la derivación inductiva que parte de los hechos y que permite llegar a una generalización; y la contrastación.

Esto supone una primera etapa de observación, análisis y clasificación de los hechos.

Posteriormente se logra postular una hipótesis que brinda una solución al problema planteado.

Una forma de llevar a cabo el método inductivo es dar a conocer una propuesta mediante diversas observaciones de los sucesos u objetos en estado natural, de tal modo que pueda surgir una conclusión que resulte general para todos los eventos de la misma clase. Sin embargo este modo de dar a conocer debe obedecer a un plan pedagógico estructurado según el contexto de los estudiantes.

Según Klausmeier (1980) citado por D’Amore (2001) divide el aprendizaje de los conceptos en cuatro niveles:

a) Nivel Concreto o reconocimiento: el estudiante reconoce figuras planas simples en un conjunto de figuras con diferentes características.

b) Nivel Identidad: el estudiante identifica detalladamente las propiedades de un objeto ya visto, pero en condiciones diferentes.

c) Nivel Clasificatorio: la condición para que el estudiante forme un concepto en el nivel clasificatorio es que él debe antes desarrollar el nivel identidad fundamentando que el mismo debe generalizar que dos o más cosas son equivalentes y pertenecen a la misma clase.

d) Nivel formal o de definición: este es el nivel más elevado dentro de la formación de conceptos donde el estudiante es capaz de hacer definiciones, llevando en consideración los atributos definidores, ejemplos y contraejemplos y las relaciones entre los conceptos, demostrando objetividad en su respuesta (pág. 7).

A través de sus trabajos, Klausmeier (1980) citado por León (2006) dio importancia a una diversidad de ejemplos, contraejemplos y atributos definidores en el aprendizaje de conceptos.

Los estudiantes al ser sometidos a ejemplos y contraejemplos, llevan en consideración los atributos relevantes e irrelevantes del concepto.

Entre los atributos irrelevantes del concepto se encuentran las achuras, bordas espesas, orientación en la página y tamaño, así la figura de abajo, representa un triángulo con achuras (atributo irrelevante para definir el triángulo).

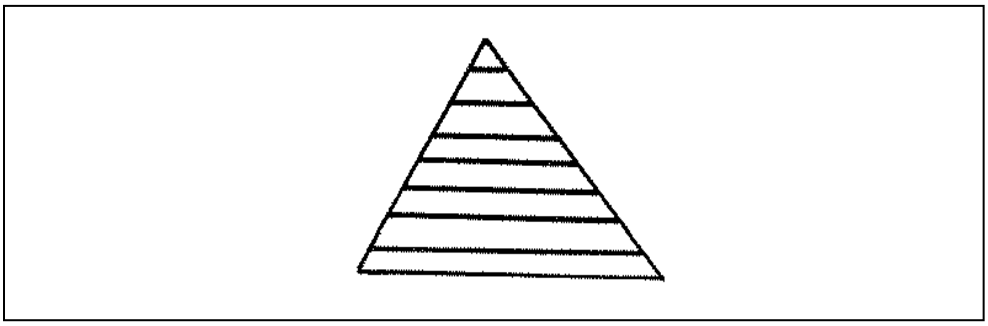


Figura 2. Definición de triángulo mediante la presentación de la imagen

Pero también es importante notar que un concepto puede estar relacionado a otros dos o más conceptos, siendo esta relación llamada "de principio". Un principio es un constructo mental en la medida en que los individuos atribuyen significados o interpretaciones a él.

Es también una "entidad pública", pues hay interpretaciones y significados compartidos y aceptados por la sociedad. Según Klausmeier (1980) gran parte del conocimiento que orienta el comportamiento del individuo está formado por afirmaciones de relaciones.

Si se le presenta a un estudiante un triángulo como la figura X, variando la posición de los triángulos como en la figura Y, él o ella debe reconocer que es la misma figura. Entonces, este hecho significa que el estudiante consolidó el concepto en el nivel identidad:

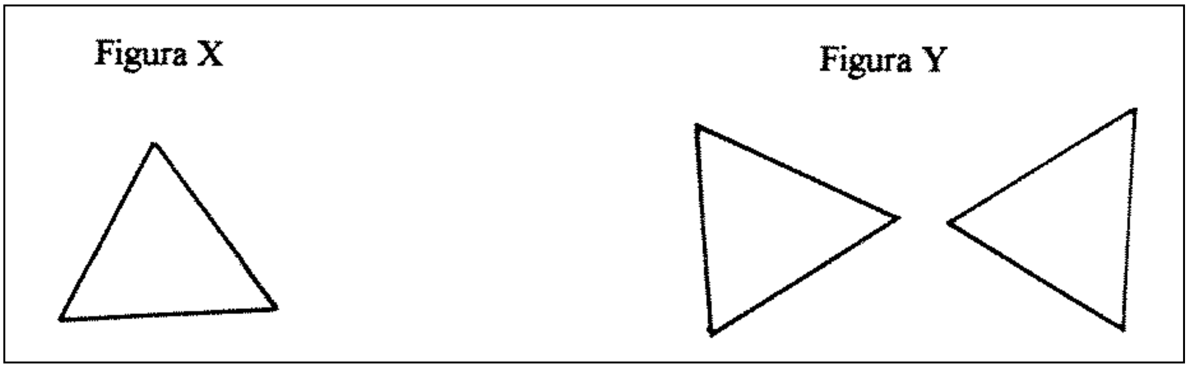


Figura 3. Variación de posición de triángulos

Por otro lado, un estudiante forma el concepto de triángulo en el nivel clasificatorio cuando frente a varios tipos de triángulos, el los reconoce como figuras pertenecientes a una misma clase.

En el nivel formal el estudiante debe reconocer ejemplos y contra ejemplos de triángulos y saber sus atributos definidores como triángulo y una figura plana formada por segmentos de rectas con tres ángulos.

El dominio de los conceptos matemáticos es una parte esencial de la capacitación matemática de un estudiante, efectivamente, un concepto matemático establece un tipo de generalización efectuada a partir de ciertas clases de datos. Si el estudiante no llega a dominarlo plenamente, esto es, si no llega a consolidarlo en su mente, independientemente de los hechos, objetos o circunstancias que han contribuido a su formación, serán muy limitados los cálculos y operaciones mentales que pueda realizar con los objetos matemáticos referidos por el concepto.

2.2.1.13. Función del docente en el Modelo de Klausmeier

El docente actúa como mediador afectivo y cognitivo en el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

> Su rol de mediador se evidencia cuando guiado por su intencionalidad, cultura y sentimientos organiza situaciones de aprendizaje y les imprime significado, es decir, las ubica en el contexto de los estudiantes y propicia que estos las incorporen en su quehacer diario, convirtiendo en usuales estos elementos (Tanca, 2001, pág. 14).

Klausmeier (1980) refiere que el docente guía a sus estudiantes a formar hipótesis más que simples opiniones y observaciones. De igual modo Corbeta (2003) señala que:

> El docente ayuda a los estudiantes a identificar las hipótesis aceptables y las que no lo son. Vuelve estudiantes analíticos y críticos sobre si se acepta o no una determinada hipótesis. Una hipótesis es una proposición que implica una relación entre dos o más conceptos, que se coloca en un nivel inferior de abstracción y de generalidad respecto a la teoría y que permite una traducción de la teoría en términos empíricamente controlables. (pág. 76)

Al finalizar la Educación Básica Regular se espera que, respetando la diversidad humana, los estudiantes:

> Muestren el desarrollo y consolidación de su pensamiento crítico y reflexivo, es decir, presenten el uso permanente del pensamiento divergente; entendido como la capacidad de discrepar, cuestionar, emitir juicios críticos, afirmar y argumentar sus opiniones y analizar reflexivamente situaciones distintas. (MINEDU, 2009, pág. 33).

En otras palabras, es de raigal importancia el desarrollo de la criticidad y de la reflexión en relación a los conceptos. Priestley (1996) citado por León (2006) sostiene al respecto, que:

> El pensamiento crítico es la forma como procesamos información. Permite que el estudiante aprenda, comprenda, practique y aplique información. Así entendemos por pensamiento crítico el procedimiento que nos capacita para procesar información.
>
> El pensamiento crítico se interesa por el manejo y el procesamiento de la información que se recibe incentivándonos a construir nuestro propio conocimiento y a la comprensión profunda y significativa del contenido del aprendizaje y, lo que es aún más importante, la aplicación de esas facultades de procesamiento en las situaciones de la vida diaria. (pág. 8)

La esencia del procedimiento es: sugerir y formular hipótesis, analizar sus características para aceptar o rechazar y por ultimo identificar y aceptar mejor o más adecuado concepto a partir de ejemplos y contraejemplos.

El Modelo de Klausmeier también involucra aspectos del pensamiento creativo, que se presenta cuando una persona trata de transformar o adaptarse al medio ambiente (Delgado, 2007).

Según Sánchez (1999) citado por Delgado (2007) manifiesta que:

> El pensamiento creativo es una capacidad que se forma y desarrolla a partir de la integración de los proceso psicológicos cognitivos y afectivos y que predispone a toda persona a organizar respuestas originales y novedosas frente a una situación determinada o problema que debe resolverse, dejando de lado soluciones conocidas y buscando alternativas de solución que lleven a nuevos resultados o nuevas producciones. (pág. 7).

2.2.2. Formación de conceptos

Gonzáles (2005) indica que “a través de la formación de conceptos, el estudiante logra reducir la complejidad del entorno que lo circunda, ya que aprende a responder a cada elemento en función de los atributos generales de la clase a la cual pertenece en lugar de las propiedades particulares del elemento en cuestión” (pág. 42).

Por su parte Ausubel (1980) citado por Gonzáles (2005) refiere que mediante los conceptos el estudiante:

> Obtiene una representación simplificada y generalizada de la realidad, lo cual posibilita la comunicación interpersonal. Además, al simplificar y uniformar el ambiente, los conceptos

> facilitan el aprendizaje por recepción y la solución significativa de problemas, liberan del ambiente físico al pensamiento, al aprendizaje y a la comunicación haciendo posible la adquisición de ideas abstractas sin recurrir a experiencias empíricas concretas. (pág. 44)

2.2.2.1. Estrategia de enseñanza para la formación de conceptos

En términos didácticos se llama estrategias de enseñanza “a los diferentes procedimientos, acciones y ayudas flexibles, posible de adaptar contextos y circunstancias que utiliza el docente para promover aprendizajes significativos en los estudiantes” (Almeyda, 2006).

Tanca (2001), por su lado señala que:

> La estrategia se define como procesos ejecutivos mediante los cuales se eligen, coordinan y aplican las habilidades. Son procesos que sirven de base para la realización de tareas intelectuales; se trata pues, de una secuencia de actividades planificadas para conseguir un aprendizaje. (pág. 28)

En relación a la enseñanza de conceptos geométricos en las instituciones educativas de nivel secundario tiene como antesala un nutrido trabajo intuitivo, fundamentalmente de elementos de geometría espacial.

Así, el pensamiento geométrico en el estudiante se potencia a través de sus conocimientos, habilidades, capacidades teniendo como base situaciones de su entorno que desarrolla a través de su imaginación y creatividad que le servirá para enfrentar y resolver problemas de la vida

2.2.2.2. Desarrollo del pensamiento geométrico

Según Duval (2001) el pensamiento geométrico se desarrolla a través de tres capacidades:

- Vista espacial
- representación espacial
- imaginación espacial

El pensamiento geométrico implica explorar conscientemente el espacio y comparar los elementos observados y formular leyes generales para resolver problemas, en esta tarea existen etapas que los estudiantes deben interiorizar.

> El aprendizaje de conocimientos geométricos en escolares abarca dos grandes momentos: una etapa sensoperceptual, y otra que ocurre cuando el estudiante empieza a interiorizar para desarrollar su capacidad geométrica.
>
> La interiorización requiere de una voluntad explícita de reflexionar sobre lo observado a ahí comienza el papel de la escuela para ayudar a estudiantes y niñas a tomar conciencia de sus experiencias geométricas y a poner en marcha su pensamiento geométrico lo que provoca su reflexión. (Galindo, 1996, pág. 83)

Según lo planteado en los lineamientos curriculares de matemáticas. El desarrollo del pensamiento espacial (geométrico) es considerado como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones y sus diversas traducciones a representaciones materiales.

> Los sistemas geométricos se construyen a través de la exploración activa y la modelación del espacio tanto para la situación en la que los objetos que se encuentran como cuando se encuentran en movimiento.
>
> Esta construcción se entiende como un proceso cognitivo de interacciones, que avanza desde un espacio intuitivo o sensorio motor(que se relaciona con la capacidad practica de actuar en el espacio, manipulando objetos, localizando situaciones en el entorno y efectuando desplazamientos, medidas, cálculos espaciales, entre otros), a un espacio conceptual o abstracto, relacionado con la capacidad de representar internamente el espacio, reflexionando y razonando sobre propiedades geométricas, tomando sistemas de referencia y prediciendo los resultados de "manipulaciones" mentales. (Alsina, 1998, pág. 56)

Este proceso de construcción del espacio, está condicionado e influenciado tanto por las características cognitivas individuales como por la influencia del entorno físico, cultural, social e histórico; por lo tanto, el estudio de la geometría en la escuela, debe favorecer estas interacciones.

Se trata de actuar y argumentar sobre el espacio ayudándose con modelos y figuras, con palabras del lenguaje ordinario, con gestos y movimientos corporales.

Para desarrollar el pensamiento geométrico en el estudiante se debe tener en cuenta lo siguiente:

- El estudiante debe observar el entorno para luego interpretarlo matemáticamente.
- El estudiante debe vivenciar situaciones a través de su propio entorno.
- El estudiante debe manipular los objetos.
- El estudiante debe aprender la matemática jugando.
- El estudiante debe verbalizar las acciones.

La geometría involucra tres procesos cognitivos, la visualización, la construcción y el razonamiento, los cuales pueden ser realizados separadamente, “Sin embargo, estas tres clases de procesos cognitivos están cercanamente conectados y su sinergia es cognitivamente necesaria para la competencia en geometría”(Duval, 2001, pág. 34). En esta investigación se dio énfasis al proceso cognitivo de visualización.

La visualización es un proceso matemático que está relacionado con el hecho que a partir de la observación de una representación, es posible generar conclusiones, comunicar y llegar a resolver situaciones.

Torregrosa y Quesada (2007) citando a Hitt (2007), destaca que:

> La visualización matemática tiene que ver con el entendimiento de un enunciado y la puesta en marcha de una actividad, que si bien no llevara a la respuesta correcta si puede conducir al resolutor a profundizar en la situación que se está tratando. Una de las características de esta visualización es el vínculo entre representaciones para la búsqueda de la solución a un problema determinado. (pág. 18)

Por su parte Cantoral y Montiel (2001)manifiestan que “la visualización es la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual” (pág. 54).

Debido a las características propias del contexto, en esta investigación se tomó como principal referencia a Gutiérrez (2006) quien manifiesta con respecto a la visualización que “es la clase de razonamiento basado en el uso de elementos visuales o espaciales (mentales o físicos) que se ponen en juego en la resolución de problemas o en la demostración de propiedades” (pág. 59) .

Para fundamentar este proceso cognitivo, Gutiérrez (2006) refiere que la visualización está constituida por cuatro elementos: imágenes mentales, representaciones externas, procesos de visualización y habilidades de visualización.

> Una imagen mental es cualquier clase de representación cognitiva de un concepto matemático o propiedad, por medio de elementos visuales o espaciales, una representación externa es cualquier clase de representación gráfica de

> conceptos o propiedad incluyendo dibujos, bosquejos, diagramas, entre otros, que ayuda a crear o transformar imágenes mentales y a hacer razonamiento visual, un proceso de visualización es una acción mental o física en donde las imágenes mentales están involucradas, y las habilidades de visualización, son aquellas que los individuos deben adquirir y perfeccionar para interpretar los procesos necesarios con imágenes mentales, en la resolución de un problema. (Caballero, 2006, pág. 51)

En el presente informe de investigación se abordaron únicamente las habilidades y los procesos de visualización.

2.2.2.3. Fundamentos del aprendizaje de la geometría

La geometría está presente en diversos espacios de la actividad humana, tales como actividades familiares, sociales, cultuales o en la misma naturaleza. El uso de la geometría permite entender el mundo que nos rodea, ya sea natural o social.

La geometría se ha incorporado en las diversas actividades humanas, de tal manera que se ha convertido en clave esencial para poder comprender y transformar nuestra cultura. Es por ello que la sociedad necesita de una cultura matemática (geometría) para aproximarse, comprender y asumir un rol transformador en el entorno complejo y global de la realidad contemporánea, esto significa desarrollar en los ciudadanos habilidades básicas que permitan desenvolverse en la vida cotidiana, relacionarse con su entorno, con el mundo del trabajo, de la producción de textos matemáticos creativos, dinámicos donde el estudiante se sienta contento con el área de matemática (León, 2006).

En este siglo la matemática ha alcanzado un gran progreso, invade hoy más que nunca la practica total de las creaciones del intelecto, de tal manera que se ha transformado una matemática constructiva humana y con múltiples asociaciones.

Actualmente las aplicaciones matemáticas ya no representan un patrimonio solo para la física, ingeniería o astronomía, también para los campos científicos.

La finalidad de la matemática en el currículo es desarrollar formas de actuar y pensar matemáticamente en diversas situaciones que permitan al estudiante interpretar e intervenir en la realidad a partir de una intuición, planteando supuestos, haciendo inferencias, deducciones, argumentaciones, demostraciones, formas de comunicar y otras habilidades, así como el desarrollo de métodos y actitudes útiles para ordenar, cuantificar, medir hechos y fenómenos de la realidad, e intervenir sobre ella conscientemente (Delgado, 2007).

La matemática ya no es solo ciencia de números sino más bien es una manera de pensar, haciendo trabajar al cerebro, mediante sus estructuras cognitivas y abstractas.

La geometría es parte fundamental de la cultura del hombre. Resulta difícil encontrar contextos en los que la geometría no aparezca en forma directa o indirecta.

La enseñanza de la geometría es también importante ya que nuestro lenguaje verbal diario posee muchos términos geométricos, como el punto, la recta, el plano. Si nosotros debemos comunicarnos con otros acerca de la ubicación, el tamaño o la forma de un objeto la terminología geométrica es fundamental, por otra parte la geometría es una de las partes de las matemáticas más próxima a la realidad que nos rodea y es por ello por lo que su enseñanza es imprescindible, sobre todo en las primeras etapas educativas.

Su enseñanza es fundamental además ya que gracias a la geometría el estudiante adquiere un criterio al escuchar, leer y pensar, ya que cuando el alumno estudia geometría deja de aceptar a ciegas proposiciones e ideas y se le enseña a pensar de forma clara y critica, antes de hacer conclusiones.

La geometría, que originalmente surgió, como toda ciencia se propone abordar la observación de las características de la tierra y el mundo que nos rodea.

La geometría se encarga principalmente de analizar las formas de las cosas, para posteriormente realizar una medición de cada una de sus características y cualidades, teniendo distintas formas de realizarse e inclusive los más variados instrumentales, donde seguramente nos familiarizaremos con el uso del compás para poder realizar y mensurar figuras circulares perfectas, como también la regla, entre otros materiales didácticos.

Sus campos de aplicación tienen una muy amplia variedad, desde la hora de crear diseños industriales, hasta su quizá más conocida aplicación en la Arquitectura e Ingeniería, sea para brindar distintas propiedades a las construcciones.

Esto además nos ayudara a la hora de poder realizar dibujos artísticos, aprendiendo una gran variedad de conceptos acerca de composición y perspectiva, como también de los recursos artísticos para lograr un diseño lo más realista posible, mejorando la representación de la realidad en el papel.

La matemática no solo es la herramienta mediante el cual se han estructurado y llegado a desarrollar los conocimientos científicos, como la física, la química, las ciencias de la naturaleza y la tecnología, sino que también es aplicable a otras ciencias, como la economía y las ciencias sociales.

Las ciencias, en general, nacen de un conjunto de hechos observados. Estas observaciones son cualitativas en primera instancia, pasan seguidamente a ser medidas y proponen relaciones sistemáticas de condiciones por las que se obtienen conclusiones cuantitativas que dan origen a las leyes científicas.

La matemática tiene un uso tanto en la escuela como en las actividades de la vida cotidiana. En el trabajo y en momentos recreativos el estudiante debe llegar a conocer y dominar una serie de conceptos y estrategias para comprender la realidad en la que está inmerso. Las capacidades que despliega el estudiante toman sentido cuando están incluidas en las actividades que involucran visualización espacial, representaciones cualitativas, cuantitativas y predictivas (MINEDU, 2009).

La matemática debe desarrollar en los estudiantes la capacidad para plantear y resolver problemas, si queremos contar en el futuro con ciudadanos productivos. El desarrollo de la capacidad de resolución de problemas es la espina dorsal en la enseñanza de la matemática en el nivel secundario, y obliga a que algo tan evidente sea enfatizado. Sin embargo, tan importante como la capacidad de resolver problemas que relacionan figuras planas y solidos geométricos, argumentando y comunicando los procesos de solución y resultados utilizando el lenguaje matemático es de saber plantearlos creativamente (León, 2006).

La geometría está referida al cuerpo de conocimientos espaciales que se expresan en diversas formas, estructuras y relaciones. Brinda la oportunidad de vivir experiencias para una adecuada percepción, imaginación, representación y simbolización del espacio, mediante exploraciones, investigaciones y discusiones que les ayuden a familiarizarse con la localización, proyección, traslación y transformación.

El conocimiento geométrico posibilita representar y resolver problemas en otros aspectos de la matemática y en situaciones del mundo real; posibilitando la integración en el área misma de matemática, así como en otras áreas curriculares.

La educación en geometría permite describir relaciones, razonar y demostrar a partir de las nociones y creencias que tiene el estudiante para desarrollar y alcanzar un orden simbólico, jerárquico, racional y lógico del conocimiento geométrico (León, 2006).

2.2.2.4. El Modelo de Van Hiele para la enseñanza de la geometría

La investigación que realizaron los hermanos Van Hiele se centró en los niveles de razonamiento y en el papel del proceso enseñanza aprendizaje en la geometría. Este modelo propone cinco niveles para describir los logros de aprendizaje en los estudiantes.

Cuadro 7. Niveles de razonamiento

NIVEL 0	Visualización y reconocimiento	• El objeto se percibe como una unidad sin diferenciar sus atributos y componentes. • Considerar figuras exclusivamente por su apariencia.
NIVEL 1	Análisis	• Se ven figuras por sus componentes y se descubren propiedades de clases de figuras. • Experimentando con figuras y objetos pueden establecer nuevas propiedades
NIVEL 2	Deducción informal	• Se relacionan de forma lógica propiedades previamente descubiertas; es decir, se reconocen propiedades derivadas de otras. • Se describen las figuras de manera formal, se señalan las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir.
NIVEL 3	Deducción formal	• Se demuestran teoremas de forma deductiva.
NIVEL 4	Rigor	• Se establecen teoremas dentro de diferentes sistemas axiomáticos

Fuente: Elaboración propia en función a la propuesta de los hermanos Van Hiele

Se considera este modelo de Van Hiele para la enseñanza de la geometría, porque tiene similitud con respecto al modelo de Klausmeier.

2.2.2.4.1. El constructivismo

El aprendizaje constructivista constituye la superación de los modelos de aprendizajes cognitivos. El constructivismo educativo propone un paradigma donde el proceso de enseñanza se percibe y se lleva a cabo como un proceso dinámico, participativo e interactivo del sujeto, de modo que el conocimiento sea una autentica construcción operada por la persona que aprende. (Por el sujeto cognoscente). El constructivismo hunde sus raíces en postulados filosóficos, psicológicos y pedagógicos, en muchos casos divergentes. No obstante, comparten la importancia de la actividad mental constructiva del alumno. La idea principal es que el aprendizaje humano se construye. La mente de las personas elabora nuevos significados a partir de la base de enseñanzas anteriores.

Tres son los representantes de esta teoría de aprendizaje centrada sobre todo en la persona en sí, sus experiencias previas que le llevan nuevas construcciones mentales, cada uno de ellos expresa la construcción del conocimiento dependiendo de si el sujeto interactúa con el objeto del conocimiento, (Piaget); si lo realiza con otros (Vygotsky) o si es significativo para el sujeto (Ausubel)

2.2.2.5. Habilidades de visualización en la geometría

Gutiérrez (2006) habla de ocho habilidades de visualización, las cuales son:

- Coordinación motriz de los ojos
- Identificación visual
- Conservación de la percepción

- Reconocimiento de posiciones en el espacio
- Reconocimiento de relaciones en el espacio
- Discriminación visual
- Memoria visual
- Rotación mental

a) Coordinación motriz de los ojos

Es la habilidad para coordinar la visión con el movimiento del cuerpo. "Es la percepción visual de las características del objeto en su manifestación dinámica" (Del Grande, 1994, pág. 78).

b) Identificación visual

Es el acto visual de identificar una figura por aislamiento en un contexto complejo dado (Del Grande, 1994).

c) Conservación de la percepción

Involucra el reconocimiento de ciertas figuras geométricas presentadas en una variedad de medidas, colores texturas y posiciones en el espacio y su discriminación como figuras geométricas semejantes (Del Grande, 1994).

d) Reconocimiento de posiciones en el espacio

Es la habilidad para relacionar un objeto en el espacio con uno mismo (el observador) o con otro objeto que actúa como punto de referencia. Involucra la discriminación de figuras mediante la inversión y rotación de las mismas (Del Grande, 1994).

e) Reconocimiento de las relaciones espaciales

Es la habilidad para imaginar dos o más objetos en relación con uno mismo o en relación entre ellos (Del Grande, 1994).

f) Discriminación visual

Es la habilidad para identificar las semejanzas y diferencias entre varios objetos (Del Grande, 1994).

g) Memoria visual

Es la habilidad para recordar las características de objetos que no están a la vista y relacionar sus características con otros objetos que estén a la vista o no (Del Grande, 1994).

h) Rotación mental

Es la habilidad para producir imágenes mentales dinámicas y para visualizar una configuración en movimiento (Del Grande, 1994).

Por otra parte Bishop (1983) redefine dos procesos que deben ser entendidos como habilidades; pero la argumentación encaja mejor en la categoría de procesos, dado que involucra información de las acciones a ponerse en práctica así, los dos procesos redefinidos a considerar, son:

La habilidad para interpretar información figurativa: involucra el conocimiento de convenciones y vocabulario espacial usado en el trabajo geométrico, graficas, cuadros, y diagramas de todos los tipos e incluye la lectura e interpretación de estas(Bishop, 1983).

La habilidad para procesamiento visual: implica la visualización, la interpretación de relaciones abstractas y datos no figurativos en términos visuales, la manipulación y la transformación de unas representaciones visuales e imágenes visuales en otras (Bishop, 1983).

Ejemplo:

Habilidades visuales pueden ser:

I. ¿Cuál de estas figuras es un cuadrilátero?

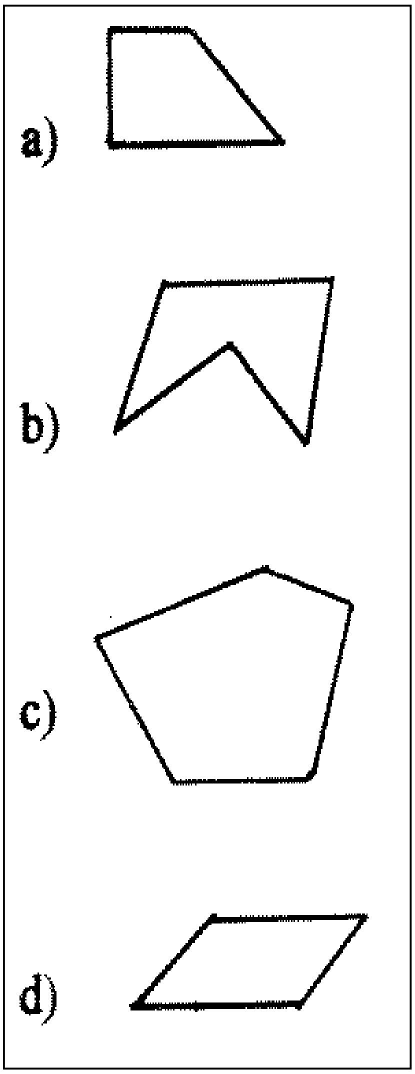


Figura 4. Ítem para identificar el cuadrilátero

2.2.3. Ejecución curricular según klausmeier para la formación de conceptos de triángulos

TRIÁNGULOS

NIVEL 1: RECONOCEN

En dicho nivel, los estudiantes perciben los triángulos y cuadriláteros de una manera general, considerando que se caracterizan por los siguientes aspectos:

1.1. Reconocen características, de triángulos por sus elementos constitutivos, tres lados, tres vértices, tres ángulos.

1.2. Establecen las diferencias y similitudes entre triángulos, usando términos como este lado es adyacente a un ángulo obtuso, este lado es adyacente a un ángulo agudo.

1.3. Comienzan a percibir las características propias de cada tipo de triángulo

1.4. Precisan un triángulo según sus lados

1.5. Precisan un triángulo según sus ángulos un tipo de triángulo específico independiente de la posición y en un conjunto de triángulos.

1.6. Reconocen un tipo de triángulo específico independiente de la posición y en un conjunto de triángulos.

1.7. Reconocen un triángulo de acuerdo con sus propiedades.

NIVEL 2: IDENTIFICAN

2.1. En este nivel los estudiantes identifican relaciones de propiedades sobre triángulos

2.2. Los estudiantes identifican propiedades de figuras planas por ejemplo un triángulo

2.3. Identifican figuras con simetría axial y simetría puntual

2.4. Los estudiantes identifican y establecen relaciones de paralelismo y perpendicularidad entre rectas y segmentos

2.4. Identifican polígonos regulares e irregulares en triángulos

2.5. Los estudiantes identifican la traslación, rotación y reflexión de figuras geométricas planas respecto a un eje de simetría.

NIVEL 3: CLASIFICAN

3.1. Los estudiantes clasifican triángulos a partir de conceptos e imágenes mentales

3.2. Los estudiantes clasifican polígonos de acuerdo a sus características

3.3. Clasifica polígonos regulares e irregulares en triángulos

3.4. Clasifican los estudiantes el área de regiones poligonales relación entre el área y el perímetro de figuras planas

3.5. Los estudiantes clasifican triángulos y sus formulas de modo objetivo.

NIVEL 4: DEFINEN

4.1. Definen polígonos triángulos de acuerdo a sus características y de esta manera mejoran su nivel de comprensión y mantiene fija la atención pues fomenta el estudio activo.

4.2. Los estudiantes definen propiedades de figuras planas como triángulos y de esta manera desarrollan la capacidad de análisis y de la síntesis

4.3. Los estudiantes definen relaciones entre las familias de triángulos, a partir de las propiedades de estos de tal forma capta la idea general y la estructura de las partes en estudio

4.4. Los estudiantes comentan y luego definen con todos sus compañeros lo que es un triángulo y desarrollan su actitud de perseverancia en la tarea en equipo por el bien común y el buen sentido de la organización para desarrollar su pensamiento crítico.

4.5. El estudiante define lo que es un triángulo y demuestra su nivel de comprensión al estructurar de forma lógica las ideas del tema de triángulos desarrollando su pensamiento argumentativo

Las habilidades del pensamiento de alto nivel como el pensamiento crítico, se pueden mejorar mediante la práctica y la ejercitación y no hay ninguna prueba concluyente para suponer que esas habilidades surjan automáticamente como resultado del desarrollo o la maduración, o de un estímulo de aprendizaje cualquiera, ni siquiera en la perspectiva conductista, una de las más contundentes en aseverar el aprendizaje a partir de un impulso (Klausmeier, 1977).

2.2.4. Ejecución curricular del modelo Klausmeier para la formación de cuadriláteros

NIVEL 1: RECONOCEN

1.1. Reconocen a los cuadriláteros basándose en sus elementos constitutivos 4 lados, 4 vértices, 2 diagonales, 4 ángulos

1.2. Establecen diferencias y similitudes entre los cuadriláteros usando el lenguaje coloquial

1.3. Los estudiantes reconocen polígonos de acuerdo a sus características

1.4. Reconocen la gráfica del desarrollo de diversos cuerpos geométricos

1.5. Reconocen los estudiantes el perímetro y el área de figuras poligonales

NIVEL 2: IDENTIFICAN

2.1. Los estudiantes en el desarrollo de su aprendizaje identifican propiedades de cuadriláteros y lo determinan en una familia de cuadriláteros

2.2. Identifican que un cuadrilátero puede estar compuesto por triángulos.

2.3. Los estudiantes identifican en una configuración compleja cuadriláteros, atendiendo a sus propiedades.

2.4. A partir de una construcción de cuadriláteros los estudiantes identificas diversos tipos de cuadriláteros

2.5. Identifican en situaciones reales a un cuadrilátero señalando su área y perímetro utilizando las medidas de longitud, masa y capacidad del sistema métrico decimal

NIVEL 3: CLASIFICAN

3.1. Clasifican figuras geométricas planas

3.2. Clasifican cuadriláteros de acuerdo a sus características

3.4. Clasifican figuras geométricas planas

3.5. Clasifica polígonos regulares e irregulares

NIVEL 4: DEFINEN

4.1. Los estudiantes se comunican matemáticamente siendo capaces de dar una definición de lo que es un cuadrilátero explicando sus características detalladamente.

4.2. Los estudiantes definen perímetros y áreas de figuras poligonales en cuadriláteros

4.3. Define polígonos regulares e irregulares

4.4. El estudiante define formulas geométricas de cuadriláteros

4.5. Define conceptos clave acerca de cuadriláteros.

Klausmeier (1980) sostiene que la observación, la inferencia y la predicción son procesos cognitivos y que hay un desempeño eficaz cuando las personas saben distinguir los ejemplos de los contraejemplos enumerar los criterios respectivos y enfrentarse formalmente de diversas maneras a los conceptos de triángulos y cuadriláteros en todo proceso.

> Este modelo es una estrategia de enseñanza inductiva diseñada para estudiantes de todas las edades con el fin de reforzar su comprensión de los conceptos y la práctica de la evaluación de hipótesis.
>
> Es un modelo que está influido por el constructivismo, es un enfoque pedagógico que explica la forma en que los seres humanos nos apropiamos del conocimiento. (Brito, 1996, pág. 93)

En consecuencia, según la posición constructivista, el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción del ser humano, esta construcción se realiza con los esquemas que la persona ya posee (conocimientos previos), en definitiva todo aprendizaje constructivo supone una construcción que se realiza a través de un proceso mental que conlleva a la adquisición de un conocimiento nuevo.

El desarrollo no es la simple acumulación de datos, experiencias, discreta y aislada sino el proceso esencial y global en función del cual la persona puede explicar y valorar cada aprendizaje particular.

Las ideas principales de la concepción constructivista acerca del aprendizaje escolar se pueden agrupar en cuatro puntos:

- Importancia de los conocimientos previos.
- Teniendo en cuenta de que todo conocimiento nuevo debe estar anclado en las estructuras previas de los educandos.
- Asegurar la construcción del aprendizaje significativo.
- El educando es el responsable último, el aprendizaje no excluye la necesidad de ayuda externa.

El constructivismo “se ha transformado en la piedra angular del edificio educativo contemporáneo, recibiendo aportes de importantes autores, entre los que citaremos a Piaget, Vygotsky, Ausubel y Bruner” (Sedna, 2008, pág. 39).

Según Farias (2008), el enfoque constructivista guarda relación directa con el enfoque cognitivo, por ello sus representantes son los mismos. Jerome Bruner estudió los procesos cognitivos, especialmente la relación entre la percepción y el pensamiento.

También desarrolló un modelo de enseñanza de los procesos cognitivos: la evolución ontogenética, el aprendizaje y la enseñanza que tuvo y mantiene una influencia muy notoria para los pedagogos contemporáneos.

Por su parte Jean Piaget, mediante la escuela genética, explica el aprendizaje en términos de asimilación (incorpora nueva información en la estructura mental), acomodación (transforma la información que tenía) y equilibración (progreso de las estructuras cognitivas). También explica la evolución de las estructuras cognitivas, a través de las etapas: sensorio-motor, pre-operacional, operacional concreto, operacional formal.

David Ausubel incorpora tres conceptos claves: la memorización comprensiva, la funcionalidad del aprendizaje concepto de inclusores. Finalmente, Lev Semionovich Vygotsky, considera al individuo como el resultado del proceso histórico y social donde el lenguaje desempeña un papel esencial. Para él el conocimiento es un proceso de interacción entre el sujeto y el medio, pero el medio entendido social y culturalmente, no solamente físico, como lo considera primordialmente Piaget.

Klausmeier ha realizado varias investigaciones sobre la formación y enseñanza de conceptos. Él a través de sus trabajos define un concepto como: información ordenada sobre las propiedades de una o más cosas, objetos, eventos o procesos, que tiene cualquier cosa o clase de cosas capaz de ser diferenciada o relacionada con otras cosas o clases de cosas (Klausmeier, 1980).

2.2.5. Etapas del modelo Klausmeier para la formación de conceptos geométricos sobre triángulos

Este modelo sugiere seguir el siguiente procedimiento para la enseñanza de triángulos.

I. RECONOCIMIENTO DE UN TRIÁNGULO

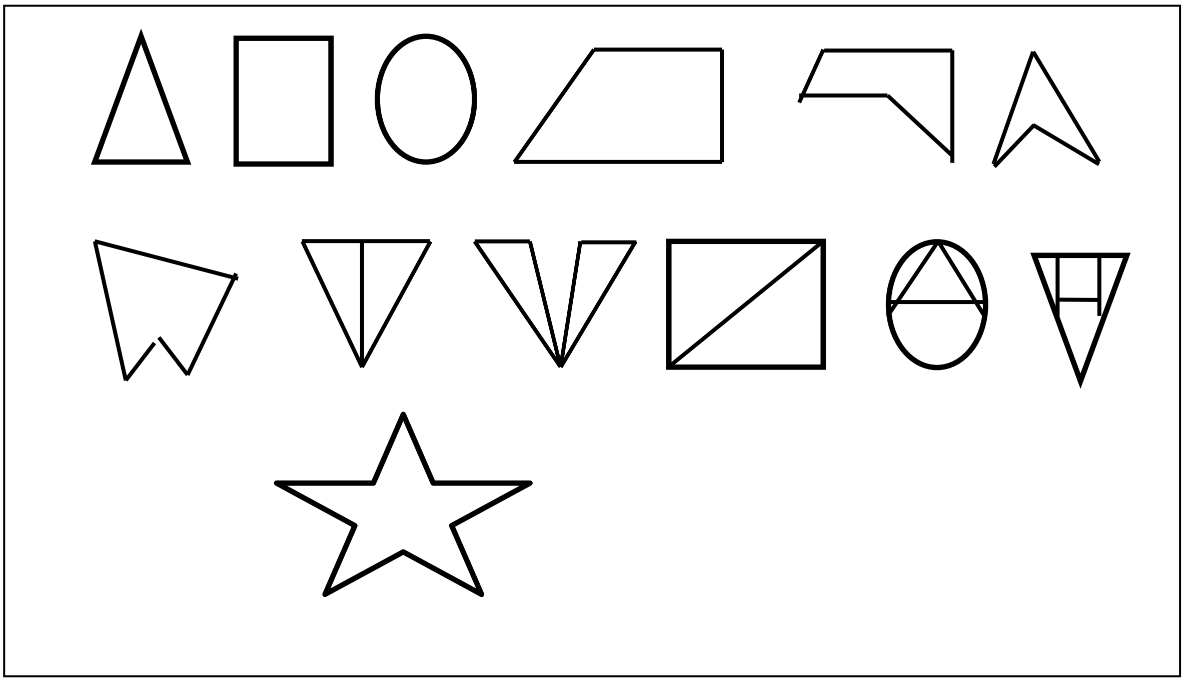


Figura 5. Modelo para reconocer el triángulo

II. IDENTIFICACIÓN DE PROPIEDADES DE TRIÁNGULOS

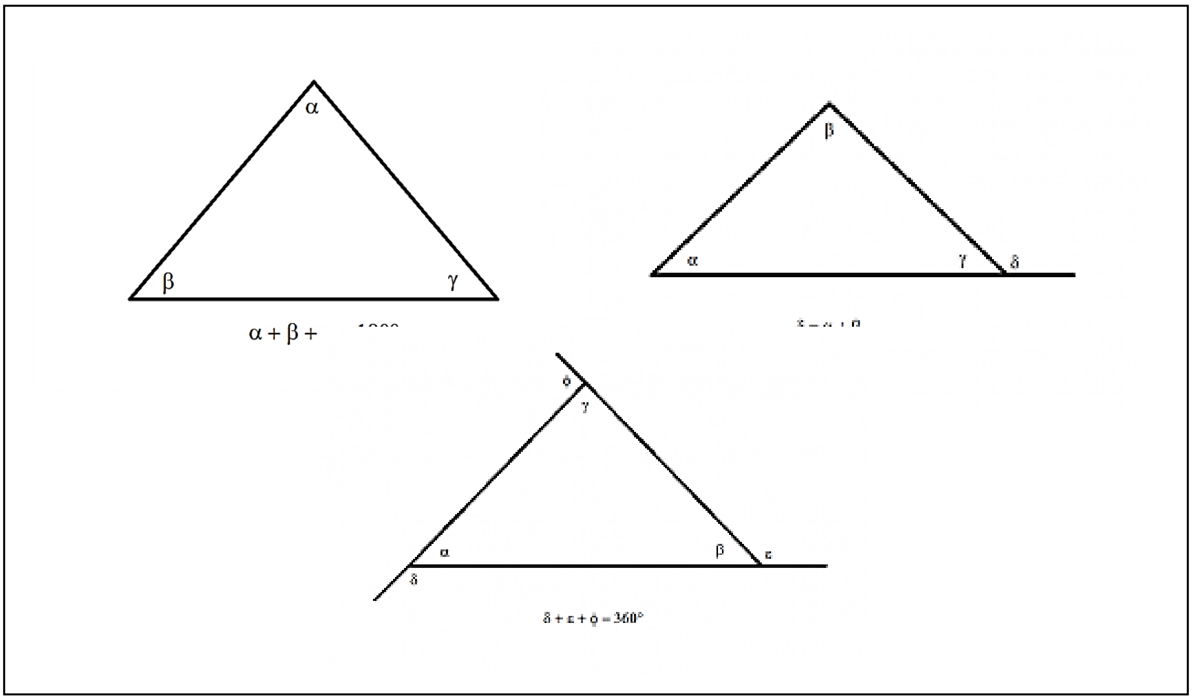


Figura 6. Modelo para identificar propiedades de triángulos

III. CLASIFICACIÓN DE TRIÁNGULOS

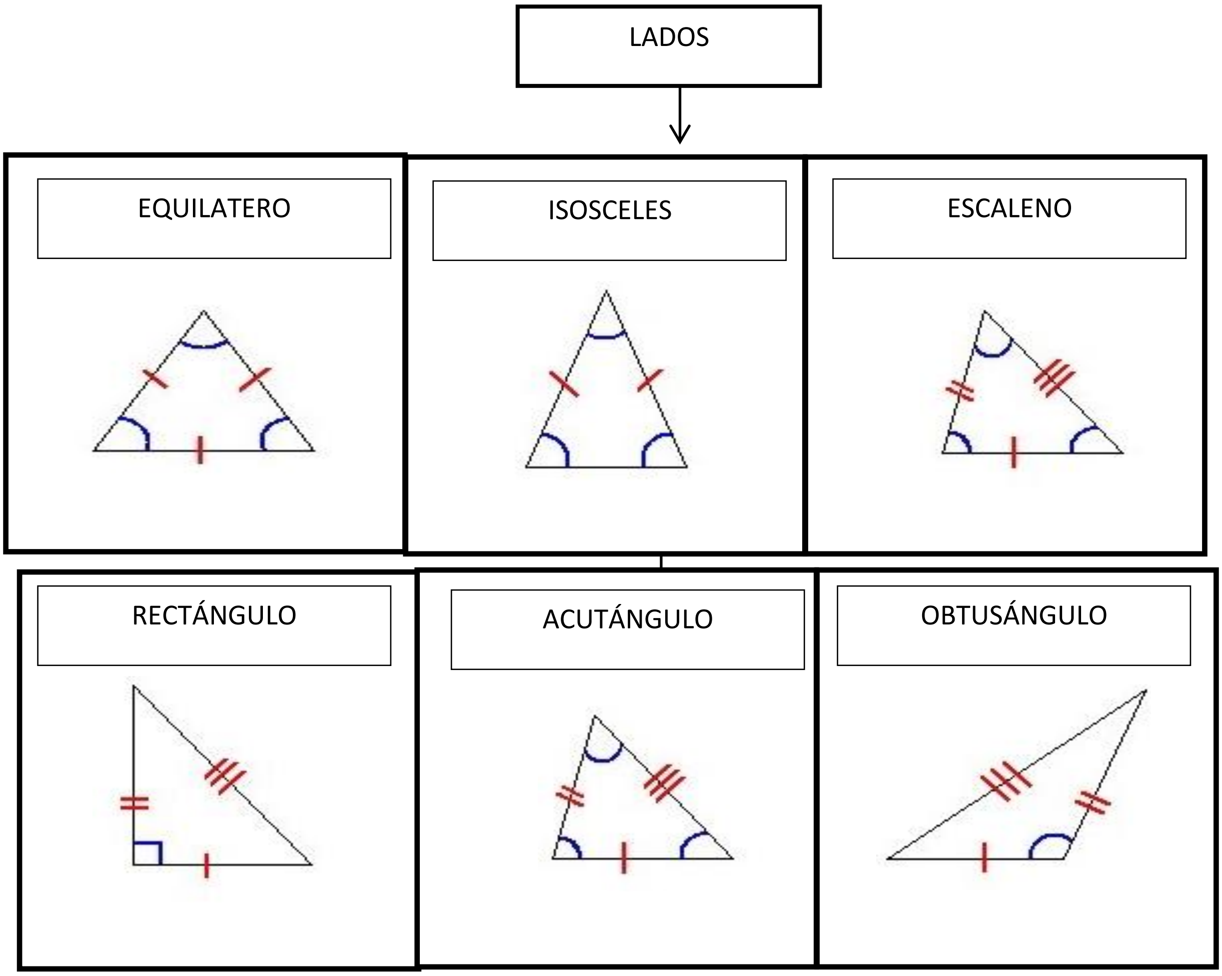
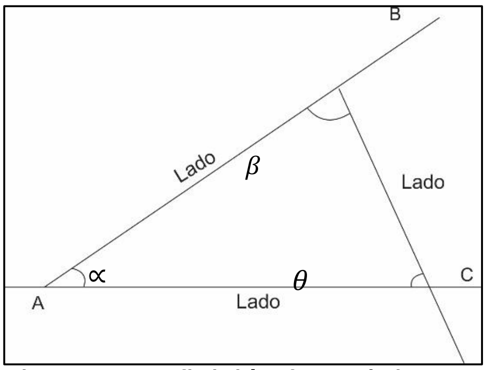


Figura 7. Clasificación de triángulos según sus lados

IV. DEFINICIÓN DE UN TRIÁNGULO

Se llama triángulo el polígono que tiene tres lados:



Vértices : A, B, C.

Lados : AB, BC, AC.

Ángulos interiores $\propto, \beta, \theta$

Figura 8. Definición formal de un triángulo

2.2.6. Etapas del modelo de Klausmeier para la formación de conceptos geométricos cuadriláteros

Se sugiere aplicar el siguiente procedimiento:

I. RECONOCIMIENTO DE CUADRILATEROS

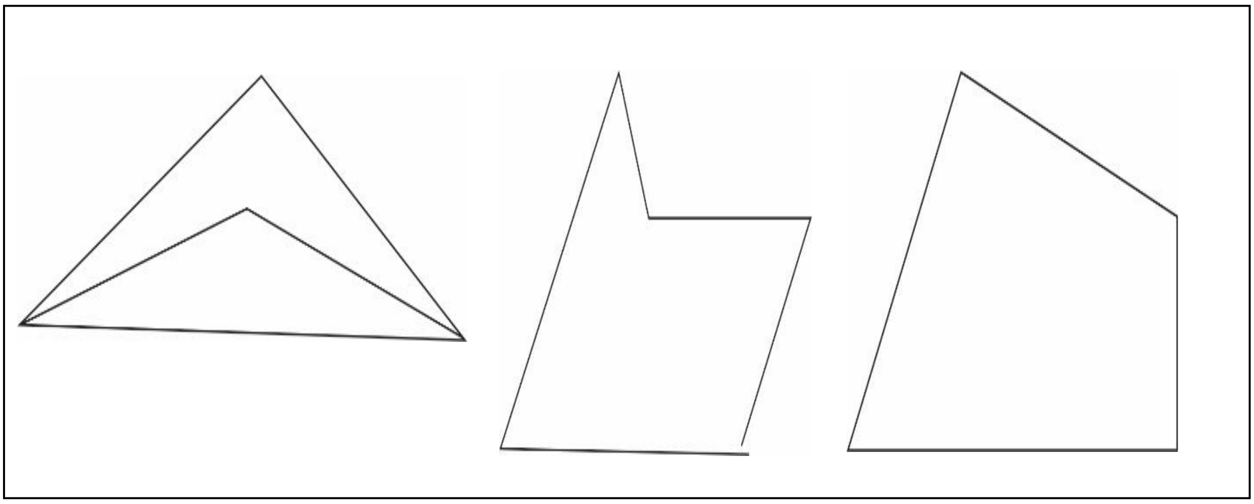
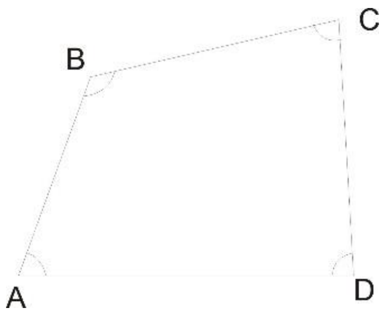


Figura 9. Modelo para reconocer cuadriláteros

II. IDENTIFICACIÓN DE PROPIEDADES DE CUADRILATEROS



$$X + Y + Z + W = 360°$$

$$\propto + \beta + Y + S = 360°$$

CLASIFICACIÓN DE CUADRILATEROS

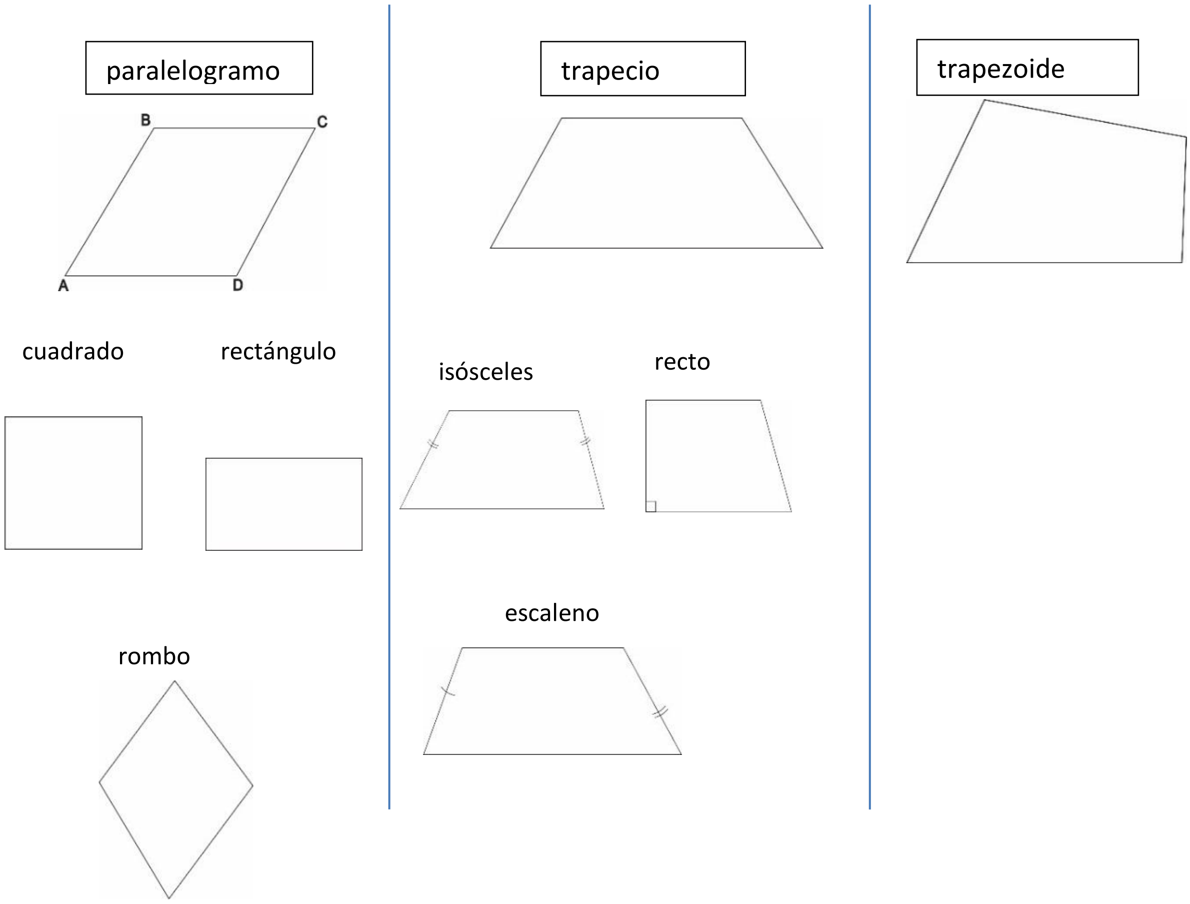


Figura 10. Clasificación de cuadriláteros

IV.DEFINICIÓN DE LO QUE ES UN CUADRILATERO

Los cuadriláteros son polígonos que tienen cuatro lados y dos diagonales.

2.2.7. Los pasos del modelo de Klausmeier para la formación de conceptos

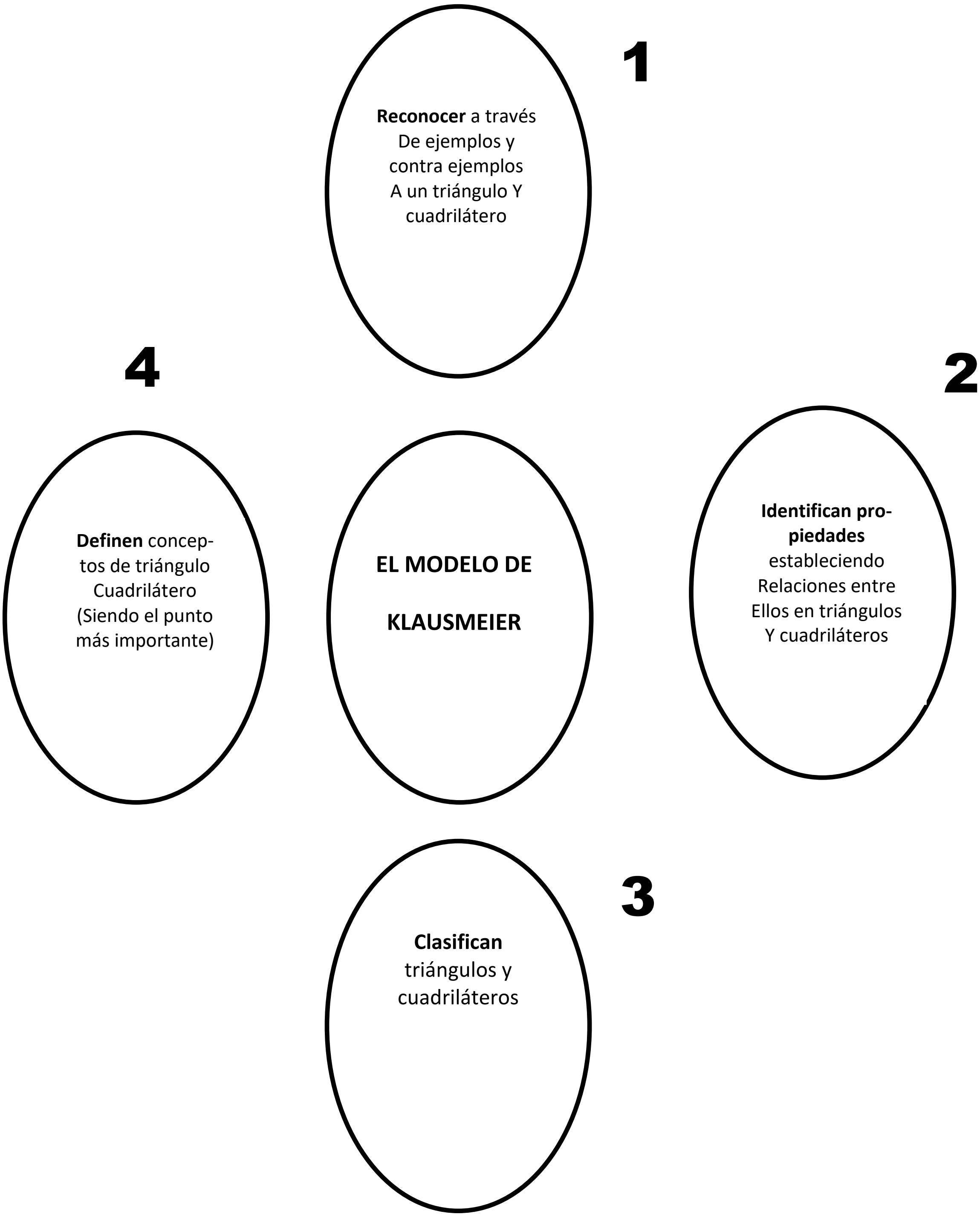


Figura 11. Procedimiento del Modelo de Klausmeier

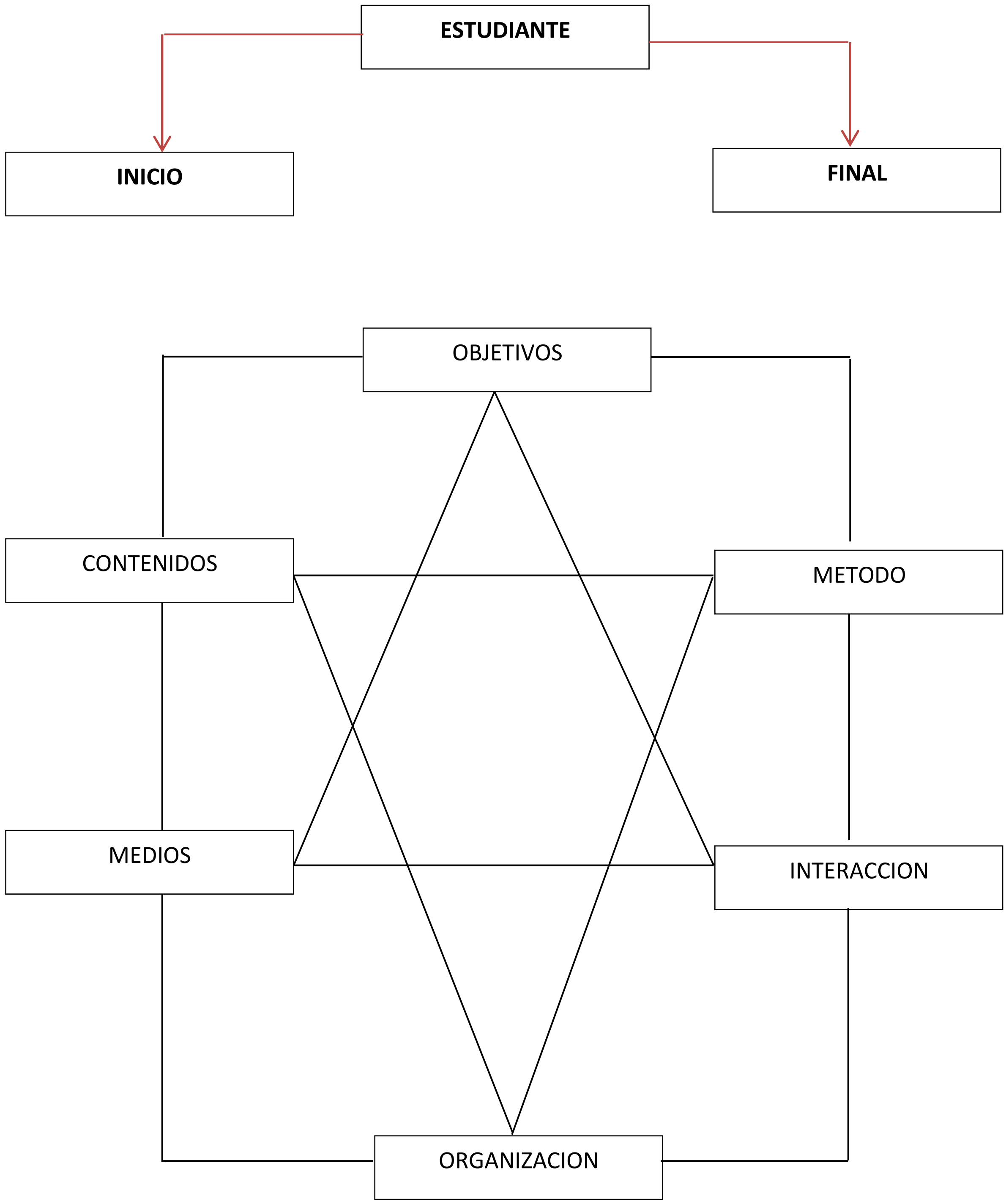


Figura 12. Incremento de habilidades del pensamiento crítico

2.2.8. Formación de conceptos geométricos

2.2.8.1. Conceptos básicos de triángulo y cuadrilátero

Triángulo y Cuadrilátero, son figuras geométricas contenidas en el conjunto de los polígonos. Para comprender los atributos que definen esas dos figuras como figuras simples y segmento de recta es necesario analizar la definición de polígono:

a) Polígono

En geometría, un polígono es una figura plana compuesta por una secuencia limitada de segmentos rectos consecutivos que cierran una región en el plano.

Estos segmentos son llamados lados, y los puntos en que se intersecan se llaman vértices. El interior del polígono es llamado área.

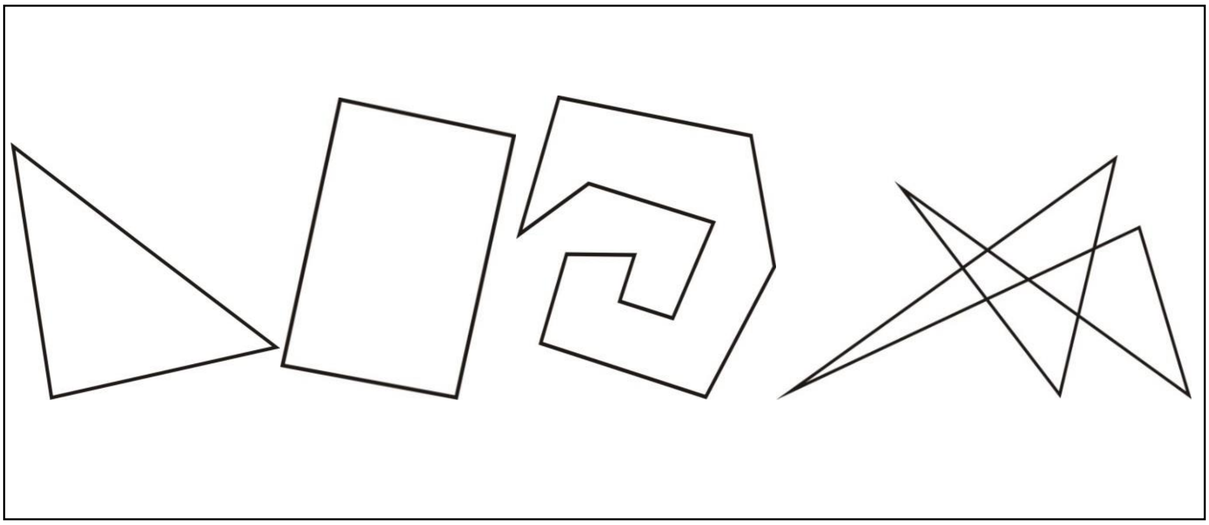


Figura 13. Tipos de área del polígono

b) Etimología

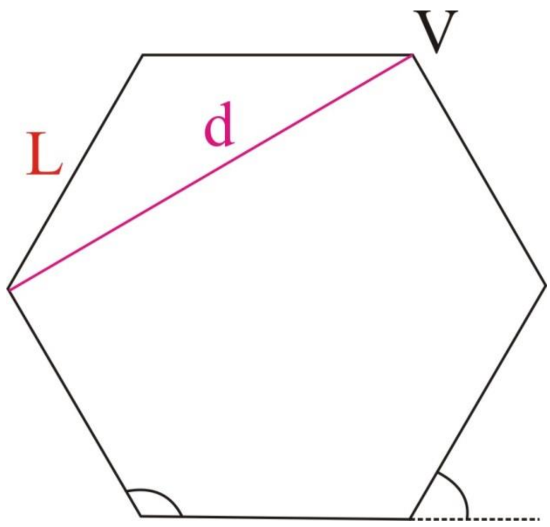
La palabra polígono deriva del griego antiguo (polugonos). A su vez formado por (polu) “muchos” y (gono) “ángulo”, aunque hoy en día los polígonos son usualmente entendidos por el número de sus lados.

c) Elementos de un polígono

En un polígono se pueden distinguir los siguientes elementos geométricos:

- **Lado (l):** es cada uno de los segmentos que conforman el polígono.
- **Vértice (V):** es el punto de intersección (punto de unión) de dos lados consecutivos.
- **Diagonal (D):** es el segmento o elemento que une dos vértices no consecutivos.
- **Perímetro (2P):** es la suma de las longitudes de todos los lados de la figura.
- **Semiperímetro (P):** es la mitad del perímetro.
- **Ángulo interior (α):** es el ángulo formado internamente al polígono
- **Ángulo exterior (β):** es el ángulo formado externamente al polígono

Figura 14. Elementos del polígono



d) Clasificación de polígonos según su entorno

Según las propiedades que cumpla el contorno del polígono, es posible realizar las siguientes CLASIFICACIÓNes:

- **Simple:** si ningún par de aristas no consecutivos se corta. Equivalentemente, su frontera tiene un solo contorno.
- **Complejo o cruzado**: si dos de sus aristas no consecutivas se intersecan.
- **Convexo:** si todo segmento que une dos puntos cualesquiera del contorno del polígono yace en el interior de este. Todo polígono simple y con todos sus ángulos internos menor que 180° es convexo.
- **No convexo:** si existe un segmento entre dos puntos de la frontera del polígono que sale al exterior del mismo. O si existe una recta capaz de cortar el polígono en más de dos puntos.
-

- **Cóncavo:** si es un polígono simple y no convexo.
- **Equilátero**: si tiene todos sus ángulos de la misma longitud
- **Equiángulo:** si todos sus ángulos internos son iguales
- **Regular:** si es equiángulo y equilátero a la vez
- **Irregular:** si no es regular. Es decir, si no es equiángulo o equilátero
- **Cíclico:** si existe una circunferencia que pasa por todos los vértices del polígono. Todos los polígonos regulares son cíclicos.
- **Ortogonal o isotético:** si todos sus lados son paralelos a los ejes cartesianos x o y.
- **Alabeado:** si sus lados no están en el mismo plano.
- **Estrellado:** si se construye a partir de trazar diagonales en polígonos regulares. Se obtienen diferentes construcciones dependiendo de la unión de los vértices, de dos en dos, de tres en tres, etc.

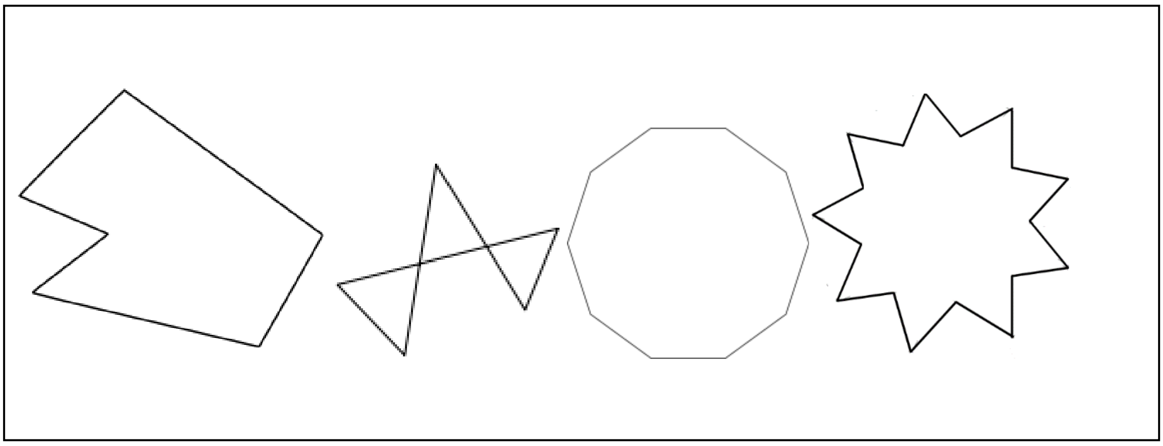


Figura 15. Polígonos según su entorno

e) Nombre de polígonos según su número de lados

Cuadro 8. Polígonos según número de lados

Clasificación de polígonos según el número de lados	
Nombre	**N° lados**
Trígono o triángulo	3
Tetrágono, cuadrángulo, cuadrilátero, cuadrado	4
Pentágono	5
Hexágono	6
Heptágono	7
Octógono u octágono	8
Eneágono o nonágono	9
Decágono	10
Endecágono o undecágono	11
Dodecágono	12
Tridecágono	13
Tetra decágono	14
Pentadecágono	15
Hexadecágono	16
Heptadecágono	17
Octodecágono	18
Enea decágono o nona decágono	19
Isodecágono o icoságono	20
Triacontágono	30
Tetracontágono	40

Pentacontágono	50
Hexacontágono	60
Heptacontágono	70
Octacontágono	80
Nonacontágono	90
Heptágono	100
Chili ágono	1000
Miriágono	10000
Decemiriágono	100000
Hectamiriágono o megágono	1000000
Apeirogono	∞

f) Definición de triángulo

Un triángulo, en geometría, es un polígono de tres segmentos que determinan tres puntos del plano y su limitación. Cada punto dado pertenece a dos segmentos. Los puntos comunes a cada par de segmentos se denominan vértices del triángulo y los segmentos de recta determinados son los lados del triángulo. Dos lados contiguos forman uno de los ángulos interiores del triángulo. Un triángulo es una figura estrictamente convexa(Alsina, 1998).

Un triángulo tiene tres ángulos interiores, tres pares congruentes de ángulos exteriores, tres lados y tres vértices entre otros elementos.

Si está contenido en una superficie plana se denomina triángulo, o trígono, un nombre menos común a este tipo de polígono, si está contenido en una superficie esférica se denomina triángulo esférico. Representado, en cartografía, sobre la superficie terrestre, se llama triángulo geodésico (Duval, 2001).

Cuadro 9.Triángulo resumen

Vértices	A	B	C
Lados(como segmentos)	BC	AC	AB
Lados(como longitud)	A	b	C
Ángulos	$\widehat{\propto} = \hat{a} = \hat{A} = \widehat{A\Delta C}$	$\hat{B} = \hat{b} = \hat{B} = \widehat{ABC}$	$\hat{r} = \hat{e} = \hat{c} = \widehat{ACB}$

- **Propiedades de triángulos**

1. Propiedades de la suma de Ángulos interiores de un triángulo

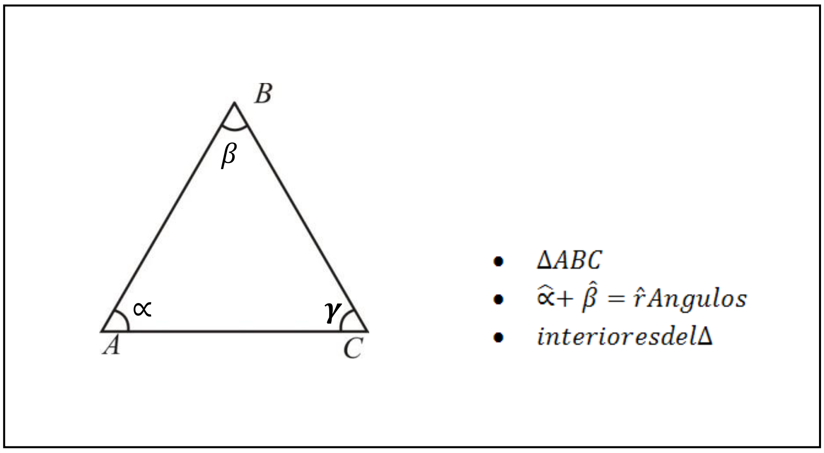


Figura 16. Suma de ángulos

TESIS:

$\propto +\beta = 180°$

DEMOSTRACIÓN:

- ✓ Se traza por el C la recta $\overleftrightarrow{l}$ paralelo al lado $\overline{AB}$ se prolonga al lado $\overline{AC}$
- ✓ Con vértice C quedan determinados tres ángulos cuya suma es un ángulo llano (180°)

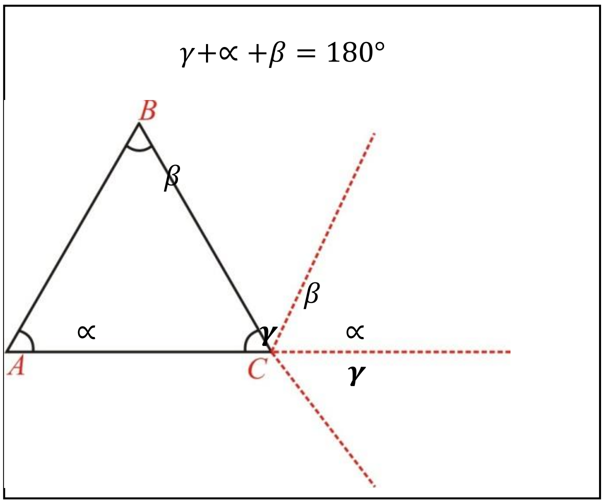


Figura 17. Demostración de suma de ángulos

i. $< s$ opuestos

ii. $< s$ Correspondietes

iii. $< s$Alternos internos

2. PROPIEDAD DEL ÁNGULO EXTERIOR

En todo triángulo, cada ángulo exterior es igual a la suma de los ángulos interiores no adyacentes a él.

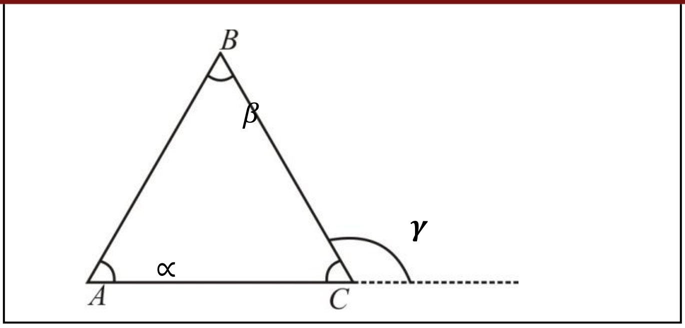


Figura 18. Ángulo exterior en el triángulo

HIPÓTESIS:

- ✓ ΔABC
- ✓ $\gamma anguloexterioradyacenteac$

TESIS:

- ✓ $\gamma = \hat{A} + \hat{B}$

DEMOSTRACIÓN:

1. $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$..... Propiedad de ángulos interiores
2. $\hat{\gamma} + \hat{c} = 180°$.... Por ser adyacentes suplementarios

Prestamos miembro a miembro (1) y (2)

$$\left(\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}\right) - \left(\hat{\gamma} + \hat{C}\right) = 180° - 180°$$

$$\hat{A} + \hat{B} - \gamma = 0$$

$$\hat{A} + \hat{B} = \gamma$$

$$\boldsymbol{\hat{A} + \hat{B} = \gamma}$$

- **Clasificación de triángulos**

1. SEGÚN SUS LADOS

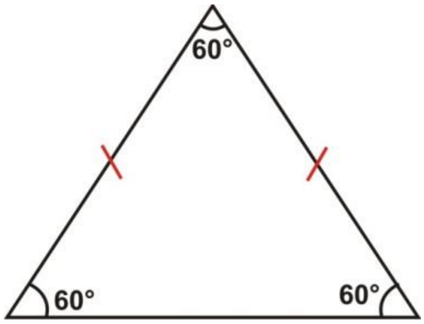


Figura 19. Triángulo equilátero

Sus tres lados con congruentes y sus tres ángulos también

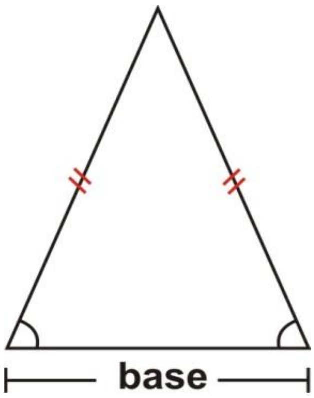


Figura 20. Triángulo isósceles

Dos de sus lados son congruentes, el lado desigual se llama base. Los ángulos en la base son congruentes.

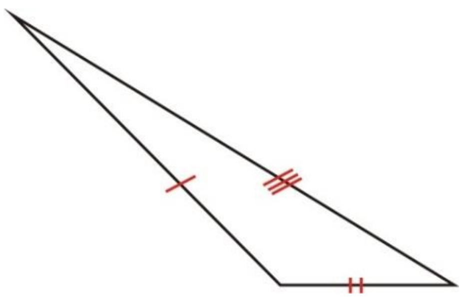


Figura 21. Triángulo escaleno

Sus tres lados y sus tres ángulos son de diferente medida (no son congruentes)

2. SEGÚN SUS ÁNGULOS

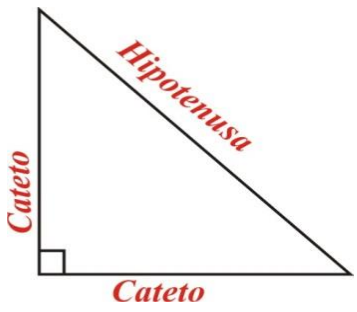


Figura 22. Triángulo rectángulo

Es el que tiene un Ángulo recto. Los lados que forman el ángulo recto se llaman catetos. El lado opuesto del ángulo recto se llama hipotenusa.

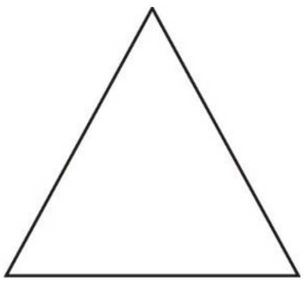


Figura 23. Triángulo acutángulo

Es el que tiene sus tres ángulos agudos.

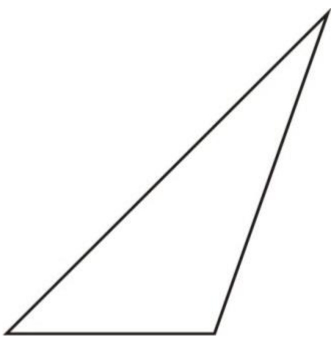


Figura 24. Triángulo obtusángulo

Es el que tiene un ángulo obtuso. El lado opuesto al ángulo obtuso es el lado mayor del triángulo.

g) Definición de cuadriláteros

Lo primero que vamos a hacer, antes de entrar en el establecimiento del significado del término cuadrilátero, es determinar su origen etimológico. En este sentido, podemos decir que se trata de un vocablo que emana del latín, de la palabra “quadrilaterus” que puede traducirse como “que tiene cuatro lados”. Ella a su vez, está conformada por dos partes claramente diferenciadas:

“Quadri”, que procede de “quattuor” y que es sinónimo de “cuatro”

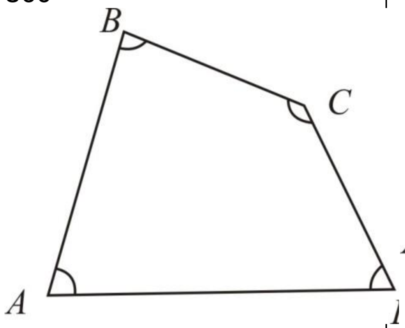
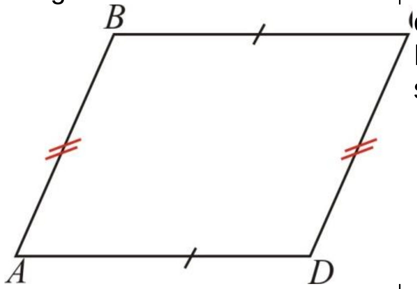
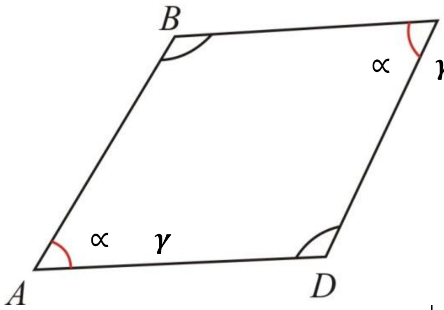
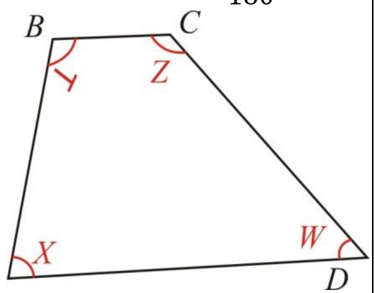
“Latus”, que significa “lado”

Un cuadrilátero es un polígono que tiene cuatro lados. Los cuadriláteros pueden tener distintas formas, pero todos ellos tienen cuatro vértices y dos diagonales, y la suma de sus ángulos interiores es 360°

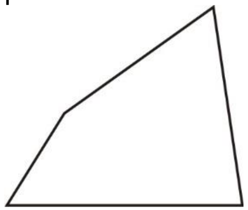
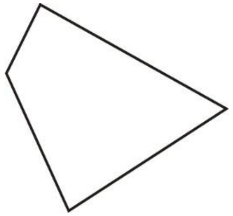
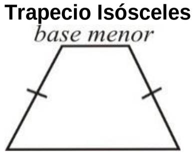
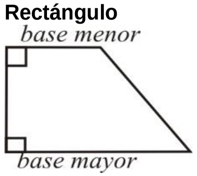
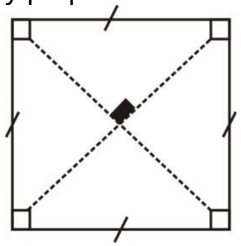
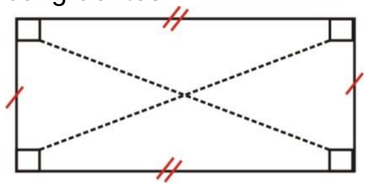
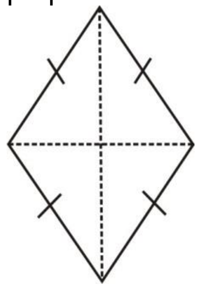
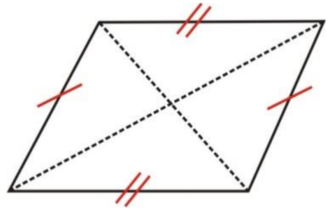
Elementos:

- 4 vértices: puntos de intersección de los lados que conforman el cuadrilátero.
- 4 lados: segmentos que unen los vértices contiguos
- 2 diagonales: segmentos cuyos extremos son dos vértices no contiguos.
- 4 ángulos interiores: el determinado por dos lados contiguos
- 4 ángulos exteriores: el determinado por la prolongación de uno de los lados sobre un vértice y el contiguo en el mismo vértice.

- **Propiedades de cuadriláteros**

1. SUMA DE ÁNGULOS INTERIORES DE UN CUADRILÁTERO. En todo cuadrilátero los ángulos interiores suman 360°  $\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}+\hat{D}=360°$	**2. LADOS OPUESTOS DE UN PARALELOGRAMO.** En todo paralelogramo los lados opuestos son congruentes.  $\overline{AB}\cong\overline{CD}$ $\overline{BC}\cong\overline{AD}$	**3. ÁNGULOS OPUESTOS DE UN PARA PARALELOGRAMO.** En todo paralelogramo se cumple que: I. Los ángulos opuestos son congruentes y los II. Los ángulos consecutivos son suplementarios.  I. $A\cong C$ $B\cong D$ II. $\propto +B=180°$	**4. ÁNGULOS QUE FORMAN UN LADO NO PARALELO CON LAS BASES DE UN TRAPECIO.** En todo trapecio cada lado no paralelo forma con las bases ángulos suplementarios. $Hipotesis\begin{cases} ABCDesuntrapic \\ \overline{BC}y\overline{AD}sonlasbas \\ \overline{AB}y\overline{CD}SonlosLad \\ noparalelos \end{cases}$ $Tesis\{X+Y=180°\,;Z+W=180°$  Demostración: Afirmaciones: 1.$BC//D$ 2. X +Y =180° Z + W = 180° 1. Definición de trapecio 2. Por ser ángulos coyugados internos.

- **Clasificación de cuadriláteros**

A)TRAPEZOIDE	B) TRAPECIO	C) PARALELOGRAMOS			
Son los cuadriláteros que no tienen lados paralelos.  	Son cuadriláteros que tienen un par de lados paralelos, a los cuales se le llama bases del trapecio. Los otros dos lados se llaman lados no paralelos.	Son cuadriláteros que tienen sus dos pares de lados opuestos respectivamente paralelos			
		CUADRO	**RECTÁNGULO**	**ROMBO**	**ROMBOIDE**
	Trapecio escaleno  Si sus lados no paralelos son de diferente longitud. **Trapecio Isósceles**  Si sus lados no paralelos son congruentes. **Trapecio Rectángulo**  Si un lado no paralelo es perpendicular a las bases.	* Sus cuatro lados son congruentes. * Sus cuatro ángulos son rectos. * Sus diagonales son congruentes y perpendiculares 	* Sus lados opuestos son congruentes. * Sus cuatro ángulos son rector. * Sus diagonales son congruentes. 	* Sus cuatro lados son congruentes. * Sus ángulos no son rectos. * Sus diagonales son perpendiculares. 	* Sus Lados Opuestos con congruentes. * Sus ángulos no son rectos. * Sus diagonales son oblicuas. 

91

De lo expuesto, la investigación nace del interés y de la preocupación de conocer cómo las personas y específicamente los estudiantes pueden desarrollar y aprender la habilidad de resolver problemas teniendo como base conocimientos teórico como conceptos de geometría aplicando la estrategia de Klausmeier, lo cual es eficaz porque desarrolla su pensamiento crítico, creativo, toma de decisiones y resolución de problemas, mediante el logro de sus aprendizajes reconociendo, identificando, clasificando, definiendo en lo que respecta al aprendizaje de geometría.

Por otro lado, la investigación también guarda relación con las competencias planteadas en las Rutas de Aprendizaje para el VI ciclo(Collanqui, 2015). Estas competencias son:

- Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad.
- Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio.
- Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre.
- Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización.

Pero principalmente la última competencia guarda relación directa con la formación de conceptos.

La capacidad directamente relacionada es:

- Organiza características y propiedades geométricas en figuras y superficies, y las expresa en un modelo referido a figuras poligonales regulares, compuestas, triángulos y el cuadrilátero.

2.3. Base conceptual

a) **Concepto:** idea que concibe el entendimiento, pensamiento expresado con palabras, opinión que se tiene de alguien o de algo.

b) **Cuadrilátero**: loscuadriláteros son polígonos que tienen cuatro lados y dos diagonales.

c) **Efecto:** lo que se sigue de una causa. Fin para que se hace una cosa, causar, producir algo.

d) **Ejemplo:** el término ejemplo deriva del latín exemplumy hace referencia a un hecho o conducta que se toma como modelo a seguir o bien para ser evitado**,** de acuerdo a su perfil positivo o negativo.

e) **Estrategia:** la estrategia se define como procesos ejecutivos mediante los cuales se eligen, coordinan y aplican las habilidades. Son los procesos que sirven de base para la realización de las tareas intelectuales; se trata pues, de una secuencia de actividades planificadas para conseguir un aprendizaje.

f) **Enseñanza**: es la función del profesor que consiste en crear un clima de confianza, sumamente motivador y de proveer los medios necesarios para que los estudiantes desplieguen sus potencialidades; en esta perspectiva el docente actúa como un guía y mediador afectivo y cognitivo en el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

g) **Klausmeier:** pedagogo es reconocido internacionalmente como un líder importante en la mejora de la educación mediante la investigación.

h) **Noción:** conocimiento o idea que se tiene de una cosa, conocimiento elemental.

i) **Contraejemplo:** son muy utilizados en matemáticas para poner de manifiesto la necesidad de todas las hipótesis de un teorema o proposición o para ver que su reciproco no es cierto o para comprobar la falsedad de alguna conjetura.

j) **Clasificación:** al clasificar el estudiante organiza el mundo que lo circunda ordenando los objetos de acuerdo a sus semejanzas y diferencias.

k) **Definir:** fijar la significación de una palabra. Decidir, determinar, resolver una cosa dudosa.

l) **Imaginación:** es el proceso psicológico que consiste en la formación, organización y reestructuración de imágenes con formas nuevas.

m) **Geometría:** estudia las propiedades y relaciones de las figuras geométricas. Se sustenta en una sistematización rigurosa y lógica de principios y DEFINICIÓNes.

n) **Geometría plana:** estudia las figuras planas, figura plana es aquella cuyos puntos se encuentran en un mismo plano.

o) **Polígono:** porción de plano limitada por líneas rectas**.**

p) **Propiedad:** cualidad esencial de algo o de alguien.

q) **Reconocer:** caer en la cuenta de que una persona, lugar o cosa ya era conocido.

r) **Triángulo:** figura formada por tres rectas que se cortan mutuamente.

2.4. Hipótesis de la investigación

2.4.1. Hipótesis general

El nivel de aprendizaje en la formación de conceptos de geometría se ubica en la escala de LOGRO PREVISTO con la aplicación del modelo de Klausmeier en estudiantes de la Institución Educativa Secundaria San Andrés del distrito de Atuncolla, 2016.

2.4.2. Hipótesis específicas

a) El nivel que los estudiantes alcanzan al **reconocer** un triángulo y cuadrilátero con la aplicación del modelo de Klausmeier como estrategia metodológica se ubica en la escala de LOGRO PREVISTO.

b) El nivel en que los estudiantes **identifican** las propiedades de un triángulo y cuadrilátero con la aplicación del modelo de Klausmeier como estrategia metodológica se ubica en la escala de LOGRO PREVISTO.

c) El nivel que alcanzan los estudiantes al **clasificar** un triángulo y cuadrilátero con la aplicación del modelo de Klausmeier como estrategia metodológica se ubica en la escala de LOGRO PREVISTO.

d) El nivel en que los estudiantes **definen** un triángulo y cuadrilátero con la aplicación del modelo de Klausmeier como estrategia metodológica se ubica en la escala de LOGRO PREVISTO.

2.5. Operacionalización de variables

Cuadro 10. Variables de investigación

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES	ESCALA
Vi: MODELO DE KLAUSMEIER COMO ESTRATEGIA	- Visión general - Estructura social - Metas del modelo de klausmeier - -Plan Curricular - Ejecución Curricular	Ejemplos y contraejemplos sobre triángulos y cuadriláteros.	Aplica (1) No Aplica (0)
V2: FORMACION DE CONCEPTOS DE TRIÁNGULO Y DE CUADRILATERO	1.RECONOCIMIENTO	• Expresa la noción de triángulo • Expresa la noción de cuadrilátero	• Logro destacado 18-20 • Logro previsto 14-17 • En proceso 11-13 • En inicio 00-10
	2.IDENTIFICACIÓN	• Identifica las propiedades de un triángulo. • Identifica las propiedades de un cuadrilátero	
	3.CLASIFICACIÓN	• Clasifica el triángulo • Clasifica el cuadrilátero	
	4.DEFINICIÓN	• Define el triángulo. • Define el cuadrilátero	

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA

3.1. Tipo y diseño de investigación

3.1.1. Tipo de investigación

Desde el enfoque o paradigma, la investigación es cuantitativa (Hernández, Fernández, & Baptista, 2010), debido a que se presentan resultados a través de cuadros de frecuencia, contingencia y contrastación estadística de hipótesis. De acuerdo a su estrategia, la investigación es de tipo experimental porque se aplica una estrategia metodológica: el Modelo de Klausmeier (Charaja, 2011). Según su propósito es básico y aplicado, según la amplitud de la población es micro-educativo.

3.1.2. Diseño de investigación

El diseño que se utilizó en la investigación es cuasi – experimental, con dos grupos (control y experimental), con prueba de entrada y salida. Se aplicó el tratamiento al grupo experimental (Palomino, 2004).

El diseño se representa de la siguiente manera:

Cuadro 11. Representación del diseño de investigación

G.E	Y1 X Y2
G.C.	Y1 - Y2

DESCRIPCIÓN:

G.E = Grupo experimental

G.C = Grupo de control

Y1 = Prueba de entrada (Pre - test)

Y2 = Prueba de salida (post - test)

X = Experimento (la estrategia del Modelo de Klausmeier)

Los resultados de los grupos fueron comprobados en la prueba de salida, de tal modo que se supo si el tratamiento tuvo o no un efecto sobre la variable dependiente de la investigación.

3.2. Población y muestra de la investigación

3.2.1. Población

La población estuvo conformada por todos los estudiantes de la Institución Educativa Secundaria San Andrés del distrito de Atuncolla, provincia de Puno, Región Puno, cuya cantidad se detalla a continuación en el siguiente cuadro:

Cuadro 12. Población de estudiantes de la Institución Educativa Secundaria San Andrés de Atuncolla, 2016

GRADO	SECCIÓN	NUMERO
PRIMERO	A	23
	B	23
SEGUNDO	A	25
	B	24
TERCERO	A	26
	B	22
CUARTO	A	20
	B	21
QUINTO	A	22
	B	23
TOTAL	**10**	**229**

FUENTE: Nómina de matrículas 2016

3.2.2. Muestra

Tomando el criterio de muestreo no probabilístico y tratándose de un trabajo cuasi experimental, se seleccionó la muestra en forma intencional, por ello que se realizó el experimento con estudiantes del primer grado del nivel secundario, asignando el tipo de grupo al azar. A este tipo de muestra, Rodríguez et al(1984) le denomina de juicio o de opinión.

Cuadro 13. Muestra de estudiantes del primer grado de secundaria de la Institución Educativa Secundaria San Andrés de Atuncolla, 2016

GRADO	SECCIÓN	GRUPO	NUMERO
PRIMERO	A	EXPERIMENTAL	23
PRIMERO	B	CONTROL	23
TOTAL	**2**		**46**

FUENTE: Cuadro 13

3.3. Técnicas e instrumentos de recolección de datos

3.3.1. Técnica

Como técnica se utilizó el examen donde las preguntas están de acuerdo al modelo de Klausmeier que consiste en presentar al estudiante afirmaciones correctas que van de lo simple a lo complejo en una cantidad de 25 ítems consistente en un cuestionario (anexo), este cuestionario fue aplicado a los sujetos de la muestra con la finalidad de obtener información sobre el concepto que ellos sobre triángulos y paralelogramos elaborado por Burger y Shaughnessy (1986).

3.3.2. Instrumentos

Se aplicó una prueba de entrada y otra de salida con las mismas preguntas de acuerdo al modelo de Klausmeier, como también se aplicó el test de atributos definidores que constan de varias afirmaciones de atributos sobre triángulos y cuadriláteros verdaderos y falsos, en la que los estudiantes tuvieron que seleccionar; se aplicó también otro test de ejemplos y contraejemplos basado en el trabajo de Klausmeier (1980) con algunas modificaciones adecuadas a la realidad de la zona geográfica del distrito de Atuncolla, provincia de Puno.

3.4. Plan de recolección de datos

- Para el tratamiento experimental, se explicó a los estudiantes la forma en que fueron elaborado los instrumentos de recolección de datos para fines de una investigación educativa y cómo deben ser aplicados.

- Los estudiantes fueron escogidos de acuerdo a la muestra en grupos de investigación experimental y control.
- Los estudiantes del grupo experimental, recibieron el tratamiento experimental (sesiones de aprendizaje) de acuerdo al Modelo de Klausmeier para consolidar la formación de conceptos y reforzar su razonamiento geométrico. Las actividades de aprendizaje se refirieron a triángulos y cuadriláteros.
- Con los estudiantes del grupo de control se desarrollaron actividades de aprendizaje en los mencionados temas en forma rutinaria tal como vienen realizando el aprendizaje en la actualidad
- El tiempo que duró el experimento fue de diez sesiones de aprendizaje de dos horas académicas cada una, haciendo un total de veinte horas
- Para la aplicación de la prueba de salida, los estudiantes del grupo experimental recibieron una regla y una hoja del cuestionario y el aplicador leyó el cuestionario en voz alta, controlando que las figuras fueran graficadas con ayuda de la regla.
- Cuando todos los estudiantes terminaron de responder, las hojas fueron recogidas y se entregó el test de atributos definidores para su respuesta.
- Al término de esta etapa las hojas fueron recogidas.

3.5. Plan de tratamiento de datos

Para el tratamiento de datos, se procedió a la codificación de los instrumentos aplicados y se utilizó el paquete estadístico SPSSIBM Estatictics versión 21 para realizar los cálculos de prueba de hipótesis y los estadígrafos descriptivos.

A) **Media aritmética**

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Donde:

$\overline{X}$ = Media Aritmética

Xi = Calificativos Obtenidos

n = Muestra Investigada

B) **Varianza**

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{n-1}$$

Donde:

S^2**=** Varianza

$\overline{X}$ = Media Aritmética.

Xi = Marca de Clase.

n = Número total de Alumnos.

C) **Desviación estándar:**

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n}(x_t - \mu)^2}{n}}$$

3.6. Formulación de la hipótesis estadística

- **Ho:** El promedio de las notas obtenidas en la prueba de entrada por los estudiantes del grupo experimental es similar a los obtenidos por el grupo control.

Xe = Xc

- **Ha:** El promedio de las notas obtenidas en la prueba de salida por los estudiantes del grupo experimental es diferente a los obtenidos por el grupo control.

Xe >Xc

A) Determinación del nivel de significancia

Se utilizó α = 0,05, que significa error del 5% y el grado de significación es el95%.

B) Prueba Zc para comparar medias

Se utilizó la prueba Zc cuya fórmula sirve para establecer diferencias que se ha producido en el grupo experimental, a través de ello se estableció la eficacia del modelo de Klausmeier.

$$\boxed{Z_C = \frac{X_1 - X_2}{\sqrt{\frac{S_X^2}{nx} - \frac{S_Y^2}{ny}}}}$$

Donde:

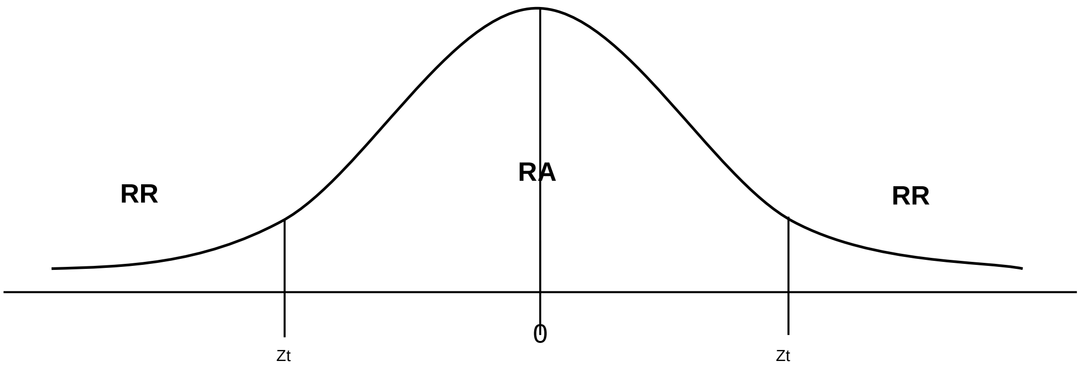
Z_C = Z Calculada

$X_1 X_2$ = Media aritmética

$S_X^2 S_Y^2$ = Varianza

nx, ny = Muestra

A. REGLA DE DECISIÓN CON DOS COLAS



$Z_C \in$ R.A entonces se acepta la hipótesis nula

$Z_C \in$ R.R entonces se acepta la hipótesis alterna

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El presente capítulo comprende, en primer lugar, los resultados del hecho experimental sustentado en los resultados generales de la prueba de entrada aplicada a los grupos experimental y de control con su respectiva confirmación; en segundo lugar, se presenta los resultados de las dimensiones con sus respectivos cuadros de distribución de frecuencias; en tercer lugar, el hecho experimental sustentado en los resultados generales de la prueba de salida aplicada a los grupos experimental y de control con su respectiva confirmación y en cuarto lugar, se presenta la escala evolutiva de las sesiones de aprendizaje.

OBSERVACIÓN: Se tuvo la presencia de un estudiante con problemas de disgrafía y/o problemas de desarrollo cognitivo correspondiente al primer grado de educación secundaria. Por tal razón algunos ponderados son muy bajos.

GRUPO EXPERIMENTAL

El grupo experimental estuvo conformado por los estudiantes del primer grado “A” de la Institución Educativa Secundaria San Andrés, Atuncolla. A este grupo de estudiantes se aplicó la prueba de entrada para determinar el logro de aprendizaje.

GRUPO CONTROL

El grupo control estuvo conformado por los estudiantes del primer grado “B” de la Institución Educativa Secundaria San Andrés, Atuncolla. A este grupo se aplicó la misma prueba de entrada que se dio a los estudiantes del grupo experimental referente a las capacidades y actitudes.

4.1. Resultados acerca del nivel de formación de conceptos de geometría con la aplicación del modelo de Klausmeier

En esta parte se analizaron los datos procesados estadísticamente para determinar el nivel de formación de conceptos de geometría con la aplicación del modelo de Klausmeier**.** Para ello se inició con el análisis de la situación en la que ingresaron tanto el grupo experimental como de control.

En primer lugar, se realizó la distribución de notas en cuadros porcentuales, de acuerdo a las escalas cualitativas y cuantitativas que se presentan, todo ello en base al 100%.

En segundo lugar, se realizó el análisis de la prueba de salida del grupo experimental con la prueba de salida del grupo control para confirmar si el incremento se había producido en el grupo experimental.

Finalmente, se estableció el efecto del tratamiento experimental para comparar los resultados de la prueba de entrada con la prueba de salida del grupo experimental.

4.1.1. La formación de conceptos geométricos antes del tratamiento experimental

Antes de iniciar con el experimento se aplicó a los dos grupos de investigación una prueba de entrada para comprobar si existe o no problemas de formación de conceptos de geometría (triángulo y cuadrilátero) y para ver el nivel de aprendizaje en el que se encontraban antes del tratamiento experimental.

Cuadro 14. Calificaciones de la prueba de entrada obtenidas por el grupo de control y por el grupo experimental

ESCALAS		GRUPO EXPERIMENTAL		GRUPO CONTROL	
ESCALA CUALITATIVA	**ESCALA CUANTITATIVA**	**fi**	**%**	**fi**	**%**
LOGRO DESTACADO	18-20	0	0	0	0
LOGRO PREVISTO	14-17	0	0	0	0
EN PROCESO	11-13	1	4,3	3	13
EN INICIO	0-10	22	95,7	20	87
TOTAL		23	100	23	100

FUENTE: Prueba de entrada
ELABORADO POR: La investigadora

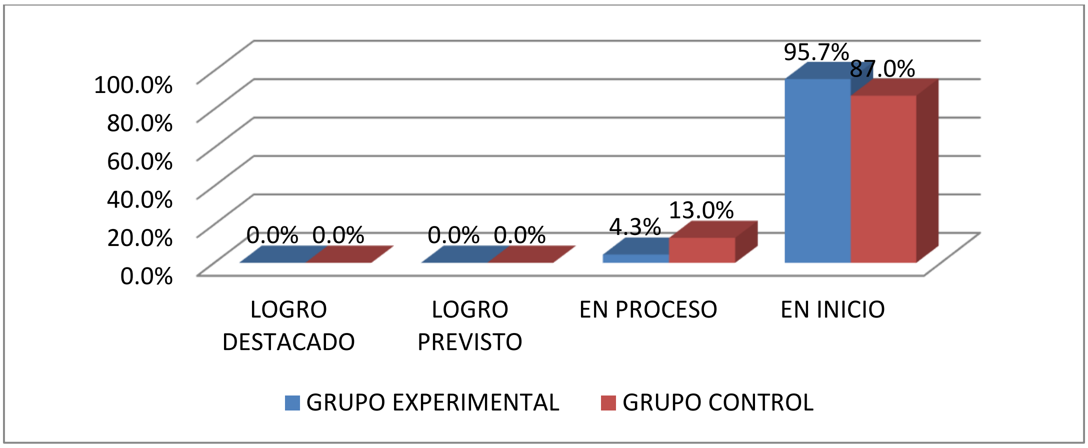


Figura 25. Calificaciones de la prueba de entrada obtenidas por el grupo de control y por el grupo experimental

INTERPRETACIÓN:

En el cuadro 14 y figura 25, con relación a la prueba de entrada y los puntajes obtenidos por los estudiantes, tomando en cuenta la escala cuantitativa y cualitativa del presente trabajo se puede observar que:

- En la escala cuantitativa de 18 - 20, del nivel cualitativo de LOGRO DESTACADO, tanto en el grupo de control como experimental no se ubica ningún estudiante (0,0%).

- En la escala cuantitativa de 14 – 17, del nivel cualitativo de LOGRO PREVISTO, tanto en el grupo de control como en el grupo experimental, de igual modo, no se ubica ningún estudiante (0,0%).

- En la escala cuantitativa de 11 – 13, del nivel cualitativo EN PROCESO, en el grupo experimental existe un estudiante (4,3%), mientras que en el grupo de control se ubican 3 estudiantes (13%).

- En la escala cuantitativa de 0 – 10, del nivel cualitativo EN INICIO, en el grupo experimental se ubican 22 estudiantes (95,7%), mientras que en el grupo de control se ubican 20 estudiantes (87%).

Como se aprecia, ambos grupos se encuentran en un nivel deficiente, seguramente porque la enseñanza transmitida fue tradicional, de forma repetitiva y memorística, siendo el estudiante pasivo para recibir información cognitiva, sin participar en su aprendizaje, siendo el protagonista solo el docente, tal vez no hubo creatividad, para realizar las sesiones de aprendizaje, la imaginación es importante, los estudiantes aceptarían asimilando los conceptos sin llegar a una discusión, o critica no permitiendo su argumentación y desarrollo del pensamiento crítico, tal como lo indica León (2006): “el pensamiento crítico es la forma como procesamos información. Permite que el estudiante aprenda, comprenda, practique y aplique información”. A lo que también complementa Delgado (2007): “el pensamiento creativo es una capacidad que se forma y desarrolla a partir de la integración de los proceso psicológicos cognitivos y afectivos”(pág. 7)

4.1.1.1. Aplicación de la prueba estadística de hipótesis antes del tratamiento experimental

Mediante la prueba de entrada se encontró que los estudiantes de ambos grupos poseen dificultades en la formación de conceptos de geometría (triángulo y cuadrilátero).

a) Formulación de hipótesis estadísticas

Ho: El nivel de formación de conceptos de geometría en el grupo experimental y de control es similar antes del tratamiento experimental.

Ha: El nivel de formación de conceptos de geometría en el grupo experimental y de control es diferente antes del tratamiento experimental.

b) Elección del nivel de significancia

Se considera un nivel de significancia de 0,05 ó 5% de error.

c) Estadísticos (medidas de tendencia central y de dispersión)

Cuadro 15. Cálculo de estadísticos necesarios para la confirmación de la prueba de hipótesis de la prueba de entrada

GRUPO EXPERIMENTAL

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL	
MEDIA	8,04
MEDIANA	8
MODA	8

MEDIDAS DE DISPERSIÓN	
límite max	11
límite min	6
RANGO	5
VARIANZA	1,68
DESVIACIÓN ESTÁNDAR	1,3
COEFICIENTE DE VARIACIÓN	0,16

GRUPO CONTROL

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL	
MEDIA	8,22
MEDIANA	8
MODA	9

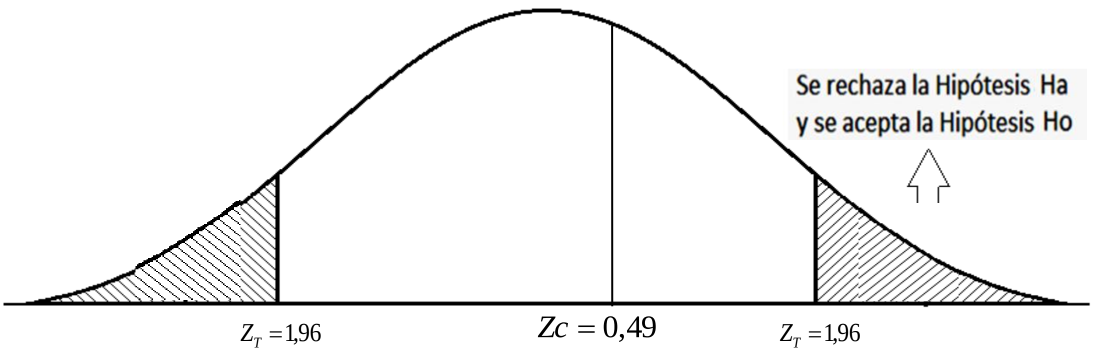
MEDIDAS DE DISPERSIÓN	
límite max	11
límite min	6
RANGO	5
VARIANZA	2,72
DESVIACIÓN ESTÁNDAR	1,65
COEFICIENTE DE VARIACIÓN	0,2

d) Estadístico de prueba

Zeta Calculada	$Z_C = \dfrac{X_1 - X_2}{\sqrt{\dfrac{S_X^2}{nx} - \dfrac{S_Y^2}{ny}}} = 0{,}49$
Zeta tabulada	1,96

e) Formulación de la regla de decisión

Como se trabaja con 0,05 (nivel de significancia): Zt= 1,96.



f) Interpretación de la aplicación del diseño estadístico

Del valor obtenido de $|0,49| < |1,96|$; es decir: $|Z_0| < |Z_t|$ se acepta la hipótesis nula y se rechaza la hipótesis alterna, luego se concluye que el nivel de formación de conceptos de geometría en el grupo experimental y de control es similar antes del tratamiento experimental.

Es por tal razón que necesariamente debió aplicarse el modelo curricular de Herbert Klausmeier para mejorar la formación de conceptos geométricos de los estudiantes del grupo experimental, ya que permitió el cambio en toda la estructura cognitiva para el desarrollo del pensamiento crítico, argumentativo, divergente.

4.2. Resultados obtenidos a través de dimensiones del modelo de Klausmeier como estrategia para triángulos y cuadriláteros en el grupo experimental

4.2.1. Resultados de la dimensión Reconocimiento

Cuadro 16. Dimensión: Reconocimiento

ESCALA CUALITATIVA	ESCALA CUANTITATIVA	PRUEBA DE ENTRADA		PRUEBA DE SALIDA	
		fi	%	fi	%
LOGRO DESTACADO	18-20	0	0,0%	8	34,8%
LOGRO PREVISTO	14-17	0	0,0%	13	56,5%
EN PROCESO	11-.13	2	8,7%	1	4,3%
EN INICIO	0-10	21	91,3%	1	4,3%
TOTAL		23	100,0%	23	100,0%

Fuente: Prueba de entrada y de salida
Elaborado por: La investigadora

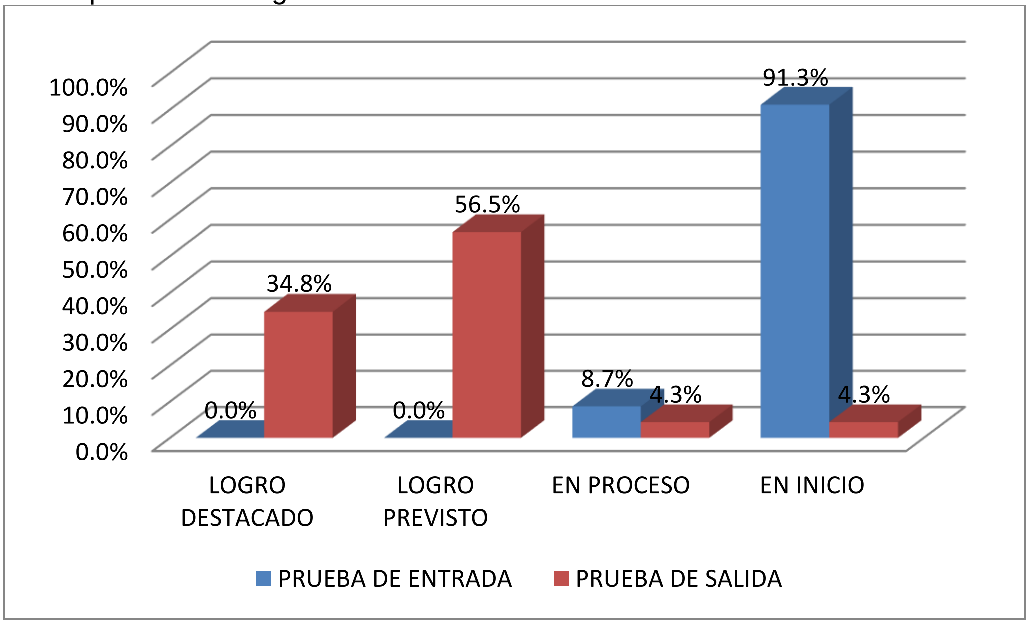


Figura 26. Dimensión: Reconocimiento

En el cuadro 16 y figura 26, que corresponde a los resultados de la dimensión RECONOCIMIENTO, en la prueba de entrada se observa el predominio de 21 estudiantes (91,3%) que se ubican en la escala cualitativa EN INICIO, mientras que en la prueba de salida predominan 13 estudiantes (56,5%) que se ubican en la escala LOGRO PREVISTO.

4.2.2. Aplicación de la prueba estadística antes y después del tratamiento experimental en la dimensión reconocimiento

Mediante las pruebas de entrada se encontró que los estudiantes en la prueba de salida, obtuvieron puntajes más altos que en la prueba de entrada.

a) Formulación de hipótesis estadísticas

Ho: El nivel de reconocimiento de un triángulo y un cuadrilátero en la prueba de entrada y de salida es similar en el grupo experimental.

Ha: El nivel de reconocimiento de un triángulo y un cuadrilátero en la prueba de entrada y de salida es diferente en el grupo experimental.

b) Elección del nivel de significancia

Se considera un nivel de significancia de 0,05 ó 5% de error.

c) **Estadísticos (medidas de tendencia central y de dispersión)**

Cuadro 17. Cálculo de estadísticos necesarios para la confirmación de la prueba de hipótesis de la prueba de entrada y salida de la dimensión Reconocimiento

PRUEBA DE ENTRADA

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL	
MEDIA	8,22
MEDIANA	8
MODA	8

MEDIDAS DE DISPERSIÓN	
límite max	12
límite min	6
RANGO	6
VARIANZA	2
DESVIACIÓN ESTÁNDAR	1,41
COEFICIENTE DE VARIACIÓN	0,17

PRUEBA DE SALIDA

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL	
MEDIA	16,78
MEDIANA	17
MODA	17

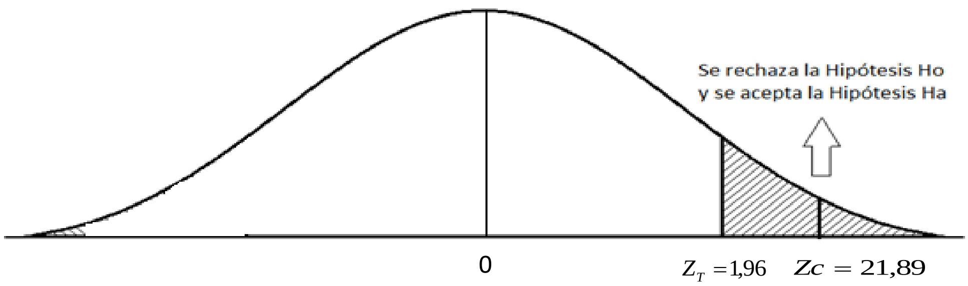
MEDIDAS DE DISPERSIÓN	
límite max	19
límite min	9
RANGO	10
VARIANZA	4,45
DESVIACIÓN ESTÁNDAR	2,11
COEFICIENTE DE VARIACIÓN	0,13

d) **Estadístico de prueba**

Zeta Calculada	$Z_C = \dfrac{X_s - X_e}{\sqrt{\dfrac{S_s^2}{n_s} - \dfrac{S_e^2}{n_e}}} = 21{,}89$
Zeta tabulada	1,96

e) **Formulación de la regla de decisión**

Como se trabaja con 0,05 (nivel de significancia): Zt= 1,96.



f) Interpretación de la aplicación del diseño estadístico

Del valor obtenido de $|21{,}89| > |1{,}96|$; es decir: $|Z_0| > |Z_t|$, se acepta la hipótesis nula y se rechaza la hipótesis alterna, luego se concluye que el nivel de reconocimiento de un triángulo y un cuadrilátero en la prueba de entrada y de salida es diferente en el grupo experimental.

4.2.3. Resultados de la dimensión Identificación

Cuadro 18. Dimensión: Identificación

ESCALA CUALITATIVA	ESCALA CUANTITATIVA	PRUEBA DE ENTRADA		PRUEBA DE SALIDA	
		fi	%	fi	%
LOGRO DESTACADO	18-20	0	0,0%	2	8,7%
LOGRO PREVISTO	14-17	0	0,0%	15	65,2%
EN PROCESO	11-.13	1	4,3%	5	21,7%
EN INICIO	0-10	22	95,7%	1	4,3%
TOTAL		23	100,0%	23	100,0%

Fuente: Prueba de entrada y de salida

Elaborado por: La investigadora

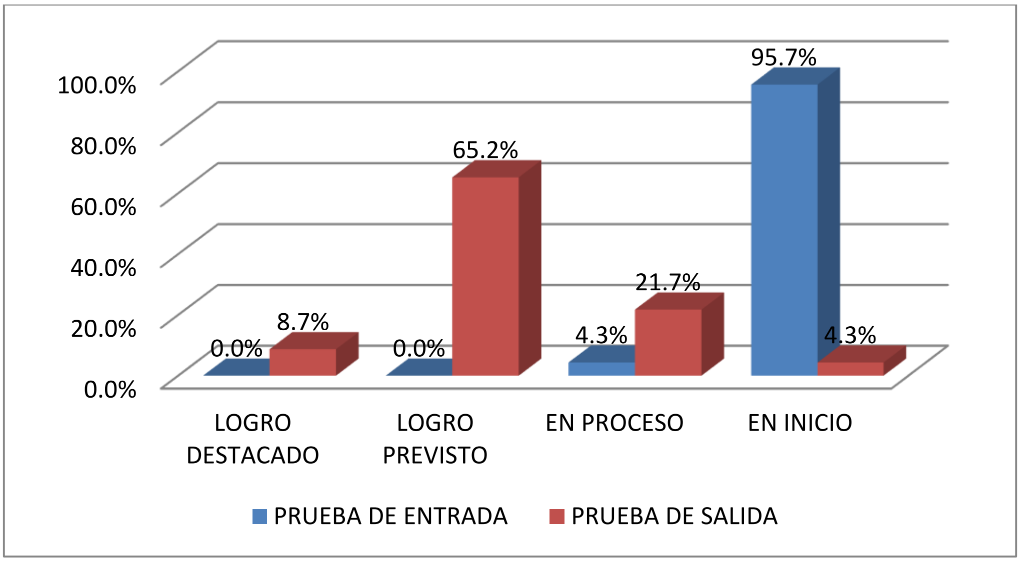


Figura 27. Dimensión: Identificación

En el cuadro 18 y figura 27, que corresponde a los resultados de la dimensión IDENTIFICACIÓN, en la prueba de entrada se observa el predominio de 22 estudiantes (95,7%) que se ubican en la escala cualitativa EN INICIO, mientras que en la prueba de salida predominan 15 estudiantes (65,2%) que se ubican en la escala LOGRO PREVISTO.

4.2.4. Aplicación de la prueba estadística antes y después del tratamiento experimental en la dimensión reconocimiento

Mediante las pruebas de entrada se encontró que los estudiantes en la prueba de salida, obtuvieron puntajes más altos que en la prueba de entrada.

a) Formulación de hipótesis estadísticas

Ho: El nivel de identificación de un triángulo y un cuadrilátero en la prueba de entrada y de salida es similar en el grupo experimental.

Ha: El nivel de identificación de un triángulo y un cuadrilátero en la prueba de entrada y de salida es diferente en el grupo experimental.

b) Elección del nivel de significancia

Se considera un nivel de significancia de 0,05 ó 5% de error.

c) Estadísticos (medidas de tendencia central y de dispersión)

Cuadro 19. Cálculo de estadísticos necesarios para la confirmación de la prueba de hipótesis de la prueba de entrada y salida de la dimensión identificación

PRUEBA DE ENTRADA

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL	
MEDIA	7,48
MEDIANA	7
MODA	7

MEDIDAS DE DISPERSIÓN	
límite max	11
límite min	5
RANGO	6
VARIANZA	1,81
DESVIACIÓN ESTÁNDAR	1,34
COEFICIENTE DE VARIACIÓN	0,18

PRUEBA DE SALIDA

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL	
MEDIA	15,17
MEDIANA	16
MODA	16

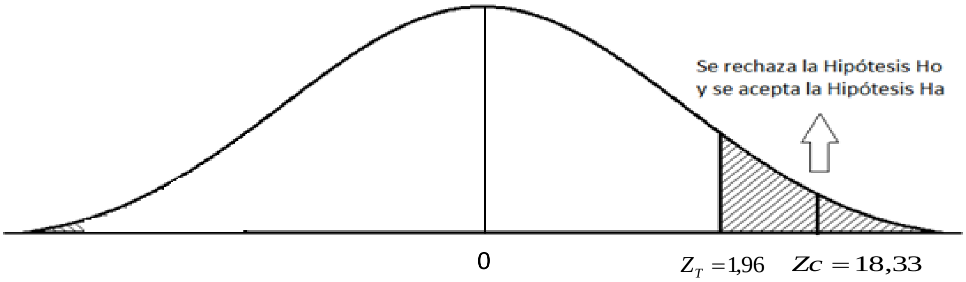
MEDIDAS DE DISPERSIÓN	
límite max	18
límite min	10
RANGO	8
VARIANZA	6,24
DESVIACIÓN ESTÁNDAR	2,5
COEFICIENTE DE VARIACIÓN	0,16

d) Estadístico de prueba

Zeta Calculada	$Z_C = \frac{X_s - X_e}{\sqrt{\frac{S_s^2}{n_s} - \frac{S_e^2}{n_e}}} = 18{,}33$
Zeta tabulada	1,96

e) Formulación de la regla de decisión

Como se trabaja con 0,05 (nivel de significancia): Zt= 1,96.



f) Interpretación de la aplicación del diseño estadístico

Del valor obtenido de $|18{,}33| > |1{,}96|$; es decir: $|Z_0| > |Z_t|$, se acepta la hipótesis alterna y se rechaza la hipótesis nula, luego se concluye que el nivel de identificación de un triángulo y un cuadrilátero en la prueba de entrada y de salida es diferente en el grupo experimental.

4.2.5. Resultados de la dimensión Clasificación

Cuadro 20. Dimensión: Clasificación

ESCALA CUALITATIVA	ESCALA CUANTITATIVA	PRUEBA DE ENTRADA		PRUEBA DE SALIDA	
		fi	%	fi	%
LOGRO DESTACADO	18-20	0	0,0%	6	26,1%
LOGRO PREVISTO	14-17	0	0,0%	15	65,2%
EN PROCESO	11-.13	2	8,7%	0	0,0%
EN INICIO	0-10	21	91,3%	2	8,7%
TOTAL		23	100,0%	23	100,0%

Fuente: Prueba de entrada y de salida

Elaborado por: La investigadora

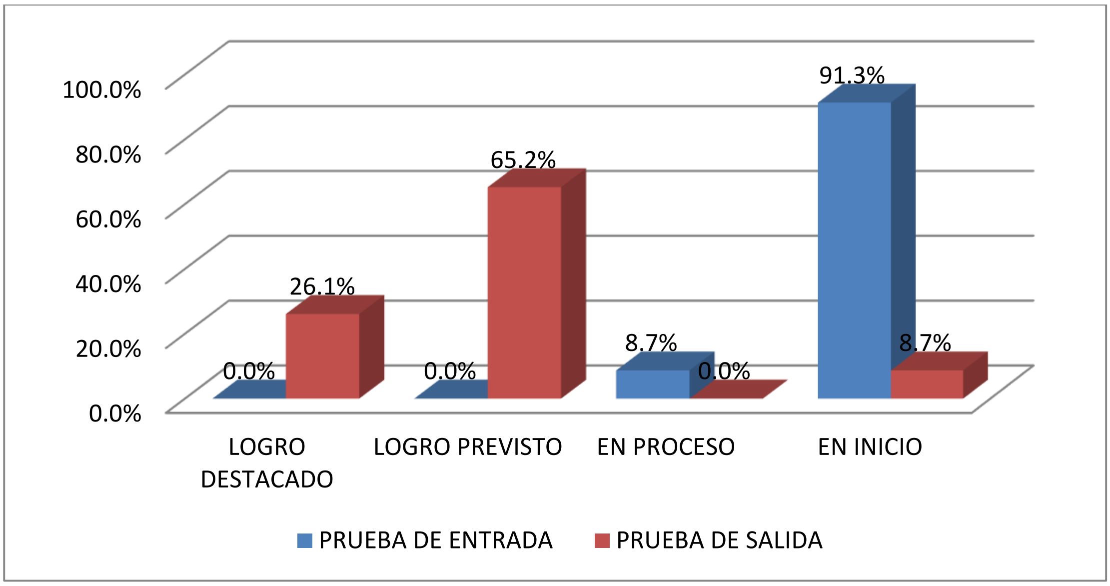


Figura 28. Dimensión: Clasificación

En el cuadro 20 y figura 28, que corresponde a los resultados de la dimensión CLASIFICACIÓN, en la prueba de entrada se observa el predominio de 21 estudiantes (91,3%) que se ubican en la escala cualitativa EN INICIO, mientras que en la prueba de salida predominan 15 estudiantes (65,2%) que se ubican en la escala LOGRO PREVISTO.

4.2.6. Aplicación de la prueba estadística antes y después del tratamiento experimental en la dimensión clasificación

Mediante las pruebas de entrada se encontró que los estudiantes en la prueba de salida, obtuvieron puntajes más altos que en la prueba de entrada.

a) Formulación de hipótesis estadísticas

Ho: El nivel de clasificación de un triángulo y un cuadrilátero en la prueba de entrada y de salida es similar en el grupo experimental.

Ha: El nivel de clasificación de un triángulo y un cuadrilátero en la prueba de entrada y de salida es diferente en el grupo experimental.

b) Elección del nivel de significancia

Se considera un nivel de significancia de 0,05 ó 5% de error.

c) Estadísticos (medidas de tendencia central y de dispersión)

Cuadro 21. Cálculo de estadísticos necesarios para la confirmación de la prueba de hipótesis de la prueba de entrada y salida de la dimensión clasificación

PRUEBA DE ENTRADA	
MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL	
MEDIA	8,13
MEDIANA	8
MODA	8
MEDIDAS DE DISPERSIÓN	
límite max	11
límite min	5
RANGO	6
VARIANZA	1,85
DESVIACIÓN ESTÁNDAR	1,36
COEFICIENTE DE VARIACIÓN	0,17

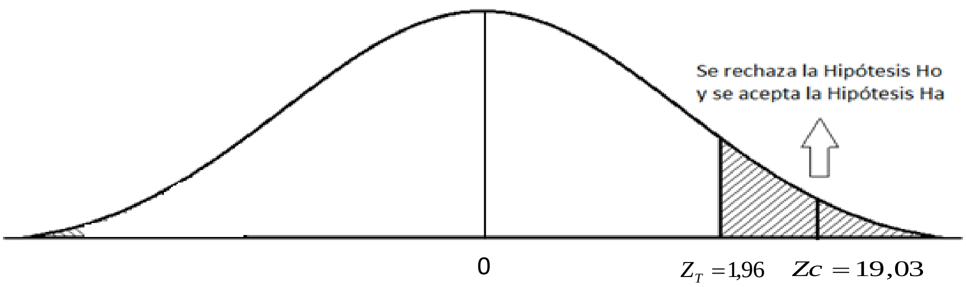
PRUEBA DE SALIDA	
MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL	
MEDIA	15,96
MEDIANA	16
MODA	16
MEDIDAS DE DISPERSIÓN	
límite max	19
límite min	10
RANGO	9
VARIANZA	6,41
DESVIACIÓN ESTÁNDAR	2,53
COEFICIENTE DE VARIACIÓN	0,16

d) Estadístico de prueba

Zeta Calculada	$Z_C = \dfrac{X_s - X_e}{\sqrt{\dfrac{S_s^2}{n_s} - \dfrac{S_e^2}{n_e}}} = 19{,}03$
Zeta tabulada	1,96

e) Formulación de la regla de decisión

Como se trabaja con 0,05 (nivel de significancia): Zt= 1,96.



f) Interpretación de la aplicación del diseño estadístico

Del valor obtenido de $|19,03| > |1,96|$; es decir: $|Z_0| > |Z_t|$, se acepta la hipótesis alterna y se rechaza la hipótesis nula, luego se concluye que el nivel de clasificación de un triángulo y un cuadrilátero en la prueba de entrada y de salida es diferente en el grupo experimental.

4.2.7. Resultados de la dimensión Definición

Cuadro 22. Dimensión: Definición

ESCALA CUALITATIVA	ESCALA CUANTITATIVA	PRUEBA DE ENTRADA		PRUEBA DE SALIDA	
		fi	%	fi	%
LOGRO DESTACADO	18-20	0	0,0%	9	39,1%
LOGRO PREVISTO	14-17	0	0,0%	8	34,8%
EN PROCESO	11-.13	4	17,4%	6	26,1%
EN INICIO	0-10	19	82,6%	0	0,0%
TOTAL		23	100,0%	23	100,0%

Fuente: Prueba de entrada y de salida

Elaborado por: La investigadora

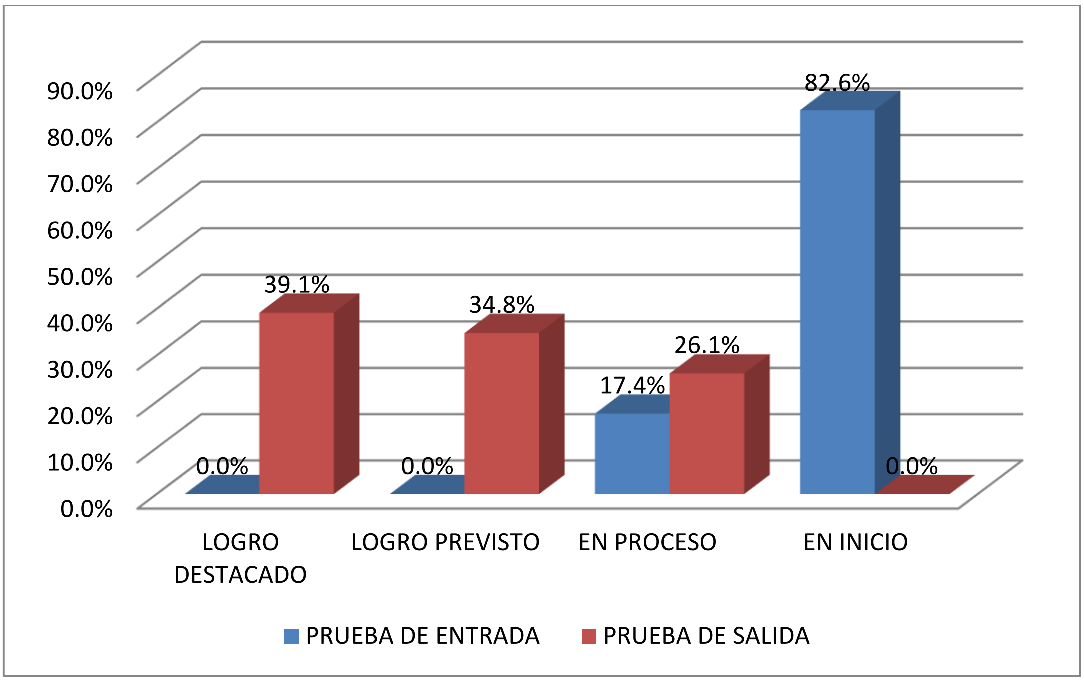


Figura 29. Dimensión: Definición

En el cuadro 22 y figura 29, que corresponde a los resultados de la dimensión DEFINICIÓN, en la prueba de entrada se observa el predominio de 19 estudiantes (82,6%) que se ubican en la escala cualitativa EN INICIO, mientras que en la prueba de salida predominan 9 estudiantes (39,1%) que se ubican en la escala LOGRO DESTACADO.

4.2.8. Aplicación de la prueba estadística antes y después del tratamiento experimental en la dimensión definición

Mediante las pruebas de entrada se encontró que los estudiantes en la prueba de salida, obtuvieron puntajes más altos que en la prueba de entrada.

a) Formulación de hipótesis estadísticas

Ho: El nivel de definición de un triángulo y un cuadrilátero en la prueba de entrada y de salida es similar en el grupo experimental.

Ha: El nivel de definición de un triángulo y un cuadrilátero en la prueba de entrada y de salida es diferente en el grupo experimental.

b) Elección del nivel de significancia

Se considera un nivel de significancia de 0,05 ó 5% de error.

c) Estadísticos (medidas de tendencia central y de dispersión)

Cuadro 23. Cálculo de estadísticos necesarios para la confirmación de la prueba de hipótesis de la prueba de entrada y salida de la dimensión definición

PRUEBA DE ENTRADA

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL	
MEDIA	8,65
MEDIANA	9
MODA	8

MEDIDAS DE DISPERSIÓN	
límite max	12
límite min	6
RANGO	6
VARIANZA	2,51
DESVIACIÓN ESTÁNDAR	1,58
COEFICIENTE DE VARIACIÓN	0,18

PRUEBA DE SALIDA

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL	
MEDIA	16,26
MEDIANA	17
MODA	19

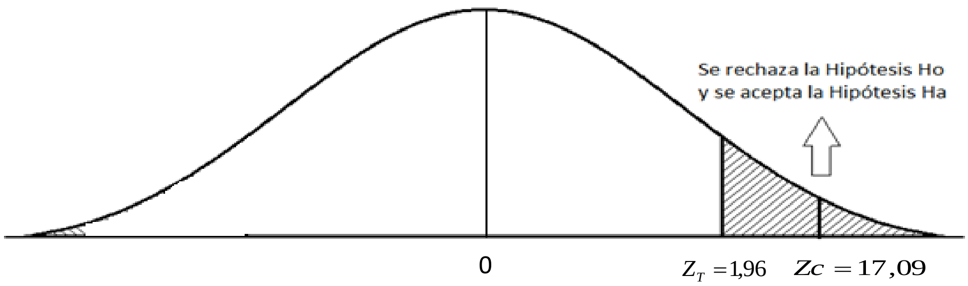
MEDIDAS DE DISPERSIÓN	
límite max	19
límite min	11
RANGO	8
VARIANZA	8,84
DESVIACIÓN ESTÁNDAR	2,97
COEFICIENTE DE VARIACIÓN	0,18

d) Estadístico de prueba

Zeta Calculada	$Z_C = \dfrac{X_s - X_e}{\sqrt{\dfrac{S_s^2}{n_s} - \dfrac{S_e^2}{n_e}}} = 17{,}09$
Zeta tabulada	1,96

e) Formulación de la regla de decisión

Como se trabaja con 0,05 (nivel de significancia): Zt= 1,96.



f) Interpretación de la aplicación del diseño estadístico

Del valor obtenido de $|17{,}09| > |1{,}96|$; es decir: $|Z_0| > |Z_t|$, se acepta la hipótesis alterna y se rechaza la hipótesis nula, luego se concluye que el nivel de definición de un triángulo y un cuadrilátero en la prueba de entrada y de salida es diferente en el grupo experimental.

4.3. La formación de conceptos de geometría después del tratamiento experimental

Luego de haberse aplicado el modelo de Klausmeier como estrategia metodológica en el grupo experimental, se puede apreciar que el incremento de promedios fue significativo. Esto significa que el tratamiento tuvo un efecto muy positivo en el desarrollo de capacidades matemáticas vinculadas con la formación de conceptos.

Cuadro 24. Calificaciones de la prueba de salida obtenidas por el grupo de control y por el grupo experimental

ESCALAS		**GRUPO EXPERIMENTAL**		**GRUPO CONTROL**	
ESCALA CUALITATIVA	**ESCALA CUANTITATIVA**	**fi**	**%**	**fi**	**%**
LOGRO DESTACADO	18-20	11	47,8	1	4,3
LOGRO PREVISTO	14-17	9	39,1	2	8,7
EN PROCESO	11-.13	2	8,7	16	69,6
EN INICIO	0-10	1	4,3	4	17,4
TOTAL		23	99,9	23	100

FUENTE: Prueba de entrada
ELABORADO POR: La investigadora

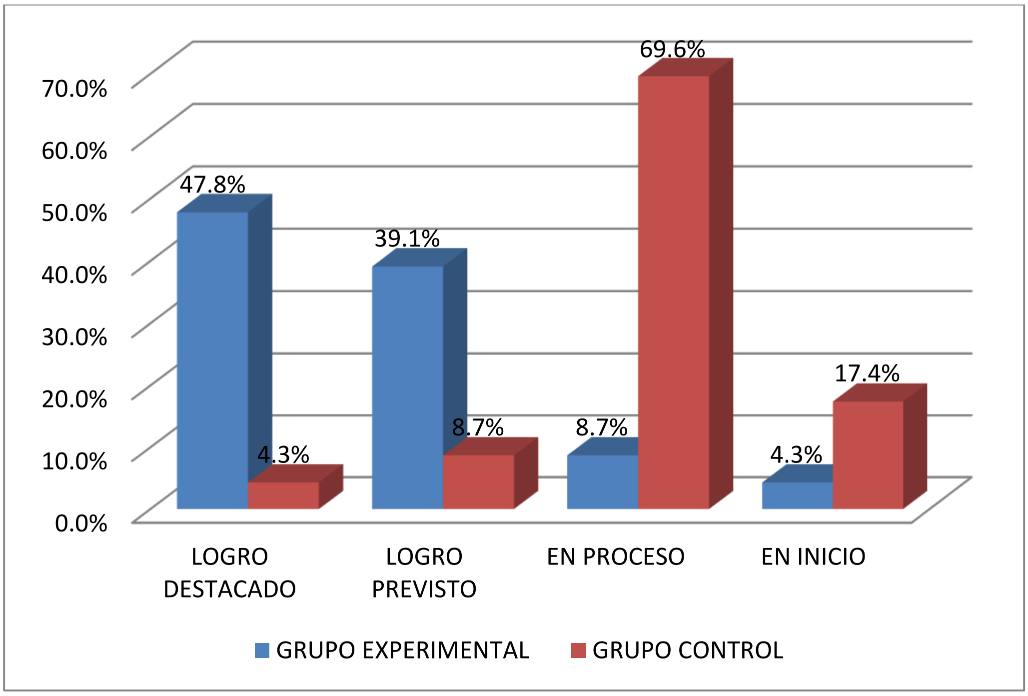


Figura 30. Calificaciones de la prueba de salida obtenidas por el grupo de control y por el grupo experimental

En el cuadro 24 y figura 30, con relación a la prueba de salida y los puntajes obtenidos por los estudiantes, tomando en cuenta la escala cuantitativa y cualitativa del presente trabajo se puede observar que:

- En la escala cuantitativa de 18 - 20, del nivel cualitativo de LOGRO DESTACADO, en el grupo experimental se ubican 11 estudiantes (47,8%) y en el grupo de control se ubica un estudiante (4,3%).

- En la escala cuantitativa de 14 – 17, del nivel cualitativo de LOGRO PREVISTO, en el grupo experimental se ubican 9 estudiantes (39,1%), mientras que en el grupo control se ubican 2 estudiantes (8,7%).

- En la escala cuantitativa de 11 – 13, del nivel cualitativo EN PROCESO, en el grupo experimental se ubican 2 estudiantes (8,7%), mientras que en el grupo de control se ubican 16 estudiantes (69,6%).

- En la escala cuantitativa de 0 – 10, del nivel cualitativo EN INICIO, en el grupo experimental se ubica un estudiante (4,3%), mientras que en el grupo de control se ubican 4 estudiantes (17,4%).

Como se aprecia, el grupo experimental superó ampliamente al grupo de control al aplicar la estrategia metodológica del modelo de Klausmeier. Ello significa que su aplicación fue eficaz y es posible extenderlo a otras instituciones y realidades educativas.

4.3.1. Aplicación de la prueba estadística de hipótesis después del tratamiento experimental

Mediante la prueba de salida se encontró que los estudiantes de ambos grupos poseen dificultades en la formación de conceptos de geometría (triángulo y cuadrilátero).

a) Formulación de hipótesis estadísticas

Ho: El nivel de formación de conceptos de geometría en el grupo experimental y de control es similar después del tratamiento experimental.

Ha: El nivel de formación de conceptos de geometría en el grupo experimental y de control es diferente después del tratamiento experimental.

b) Elección del nivel de significancia

Se considera un nivel de significancia de 0,05 ó 5% de error.

c) Estadísticos (medidas de tendencia central y de dispersión)

Cuadro 25. Cálculo de estadísticos necesarios para la confirmación de la prueba de hipótesis de la prueba de salida

GRUPO EXPERIMENTAL

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL	
MEDIA	16,09
MEDIANA	16
MODA	18

GRUPO CONTROL

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL	
MEDIA	12
MEDIANA	12
MODA	11

MEDIDAS DE DISPERSIÓN	
límite max	19
límite min	10
RANGO	9
VARIANZA	5,81
DESVIACIÓN ESTÁNDAR	2,41
COEFICIENTE DE VARIACIÓN	0,15

MEDIDAS DE DISPERSIÓN	
límite max	18
límite min	9
RANGO	9
VARIANZA	4,73
DESVIACIÓN ESTÁNDAR	2,17
COEFICIENTE DE VARIACIÓN	0,18

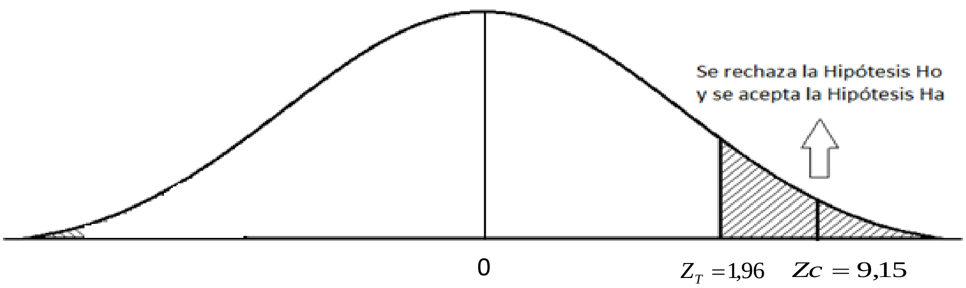
d) Estadístico de prueba

Zeta Calculada	$Z_C = \dfrac{X_1 - X_2}{\sqrt{\dfrac{S_X^2}{nx} - \dfrac{S_Y^2}{ny}}} = 9{,}15$
Zeta tabulada	1,96

e) Formulación de la regla de decisión

Como se trabaja con 0,05 (nivel de significancia): Zt= 1,96.

f) Interpretación de la aplicación del diseño estadístico



Del valor obtenido de $|9{,}15| > |1{,}96|$; es decir: $|Z_0| > |Z_t|$ se acepta la hipótesis alterna y se rechaza la hipótesis nula, luego se concluye que el nivel de formación de conceptos de geometría en el grupo experimental y de control es diferente después del tratamiento experimental.

Es por tal razón que debe aplicarse el modelo curricular de Herbert Klausmeier para mejorar la formación de conceptos geométricos de los estudiantes del grupo experimental, pues como se demostró permite una cambio en toda la estructura cognitiva para el desarrollo del pensamiento crítico, argumentativo, divergentey de modo complementario consolida el pensamiento creativo.

El promedio obtenido por los estudiantes del grupo experimental varía significativamente en comparación al promedio obtenido por los estudiantes del grupo control. En consecuencia esto indica que el nivel de aprendizaje del grupo experimental es mayor que el grupo control, en consecuencia, se consolida el trabajo en equipo con las características de apoyo mutuo, responsabilidad y perseverancia para el logro eficiente del aprendizaje de la matemática, mediante la aplicación de la estrategia Klauemeier para la formación de conceptos geométricos.

4.4. Resultados de la evolución de las sesiones de aprendizaje

Cuadro 26. Promedios de las sesiones de aprendizaje

SESIÓN Nº	Escala cuantitativa (Promedio)	Escala cualitativa
PRUEBA DE ENTRADA	7,9	En inicio
SESIÓN 1	9,4	En inicio
SESIÓN 2	10,6	En proceso
SESIÓN 3	11,7	En proceso
SESIÓN 4	13,1	En proceso
SESIÓN 5	13,9	Logro previsto
SESIÓN 6	15,2	Logro previsto
PRUEBA DE SALIDA	15,8	Logro previsto

FUENTE: Prueba de desarrollo (sesiones de aprendizaje)
ELABORADO POR: La investigadora

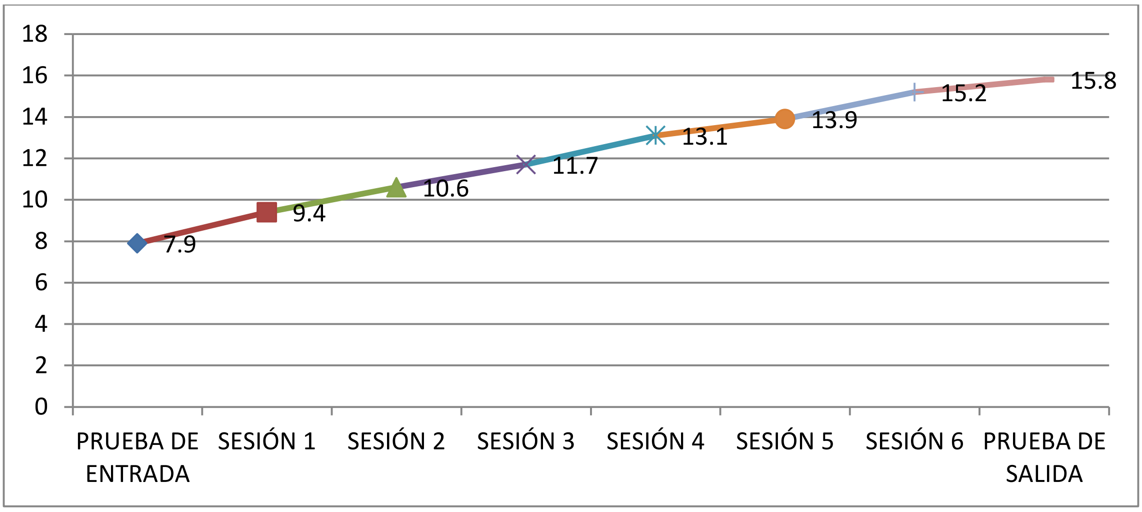


Figura 31. Promedios de las sesiones de aprendizaje

INTERPRETACIÓN

De acuerdo a el cuadro 26 y figura 31, se observa que en las sesiones de aprendizaje, entre la prueba de entrada y salida existe una progresión ascendente, ya que en la sesión Nº 01 se obtuvo un ponderado de 9,4 puntos (En inicio), mientras que en la sesión Nº 06 se obtuvo un ponderado de 15,2 puntos (Logro previsto).

Lo descrito significa que los estudiantes mejoraron el nivel de logro del aprendizaje de la formación de conceptos geométricos con la aplicación del modelo de Klausmeier.

4.5. Discusión general de los resultados

Esta investigación tuvo como objetivo: determinar el grado de eficacia de la aplicación de la estrategia del modelo de Klausmeier en la Institución Educativa Secundaria de San Andrés de Atuncolla, durante el año académico 2016.

El grupo estudiado ha sido seleccionado considerando aspectos comunes en cuanto a ambas variables. El grado de adecuación para el estudio fue óptimo debido a que los instrumentos fueron validados.

De los resultados obtenidos, se infiere que la aplicación del modelo de Klausmeier es eficaz para el desarrollo y formación de conceptos de geometría. Mediante un análisis comparativo con otros estudios se observó que Corberan (1996) en la investigación: “Análisis del concepto de área de superficies planas. Estudio de su comprensión por los estudiantes desde primaria a la universidad” indica que todos los estudiantes de la muestra manifestaron haber estudiado el concepto de área, solo en el último ciclo de E.G.B. cursos de 6°, 7°, 8°. Únicamente un grupo de los dos de 3° de E.M. indicaron que habían visto algo sobre el área en el curso anterior. Se ha detectado una evaluación en la comprensión de los distintos aspectos del concepto de área a estudio por parte de los estudiantes en relación a su nivel académico. La formación matemática de un estudiante ha sido un factor decisivo en la gradual mejora de la comprensión por parte del estudiante del concepto de área, por el contrario la formación humanista del alumno no se ha manifestado como un factor relevante en la mejora de esta comprensión, como puede deducirse de los deficientes resultados obtenidos por los estudiantes de C.O.U.L.

Por otro lado, Fernández (2011) en la investigación: “Una aproximación ontosemiótica a la visualización y el razonamiento espacial” indica que el uso del enfoque ontosemiótico sobre el conocimiento matemático, en particular los tipos de objetos y procesos propuestos, permitirá operativizar nociones cognitivas usadas en las investigaciones sobre habilidades, imágenes, esquemas, etc. y aportara con explicaciones complementarias de los conflictos de los sujetos al resolver tareas.

Van Hiele (1957) en el estudio: “El problema de la comprensión en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría” da a conocer la importancia de saber cómo experimenta el propio estudiante la comprensión. La adquisición de la comprensión en muchas esferas de la materia que tienen que ver con el rango de los comportamientos y las aptitudes de un ser humano es una de las necesidades básicas de la vida. Más aun nuestra propia necesidad interna nos impulsa a ello, la conciencia de la comprensión adquirida es una experiencia interna memorable y nos da un sentimiento de poder y de satisfacción. Si de curso en curso, no vemos signos de desarrollo de la comprensión, podemos asumir con seguridad que el estudiante no tiene contacto con la asignatura. Puede haber muchas razones, como por ejemplo: puede ser que estamos presentando la asignatura en unidades separadas, demasiado pequeñas, que no tiene suficiente cohesión evidente entre ellos; puede ser que estamos operando en un nivel de pensamiento que está más allá del entendimiento del alumno, y en tercer y último lugar, puede que la propia asignatura no tenga ningún lugar en el mundo propio del estudiante. Sin embargo, si nos acordamos constantemente de basar nuestra presentación de la asignatura en el fin fundamental del material visual, entonces habla poco o nada, situación que es un reflejo de que el estudiante pierda contacto con ella. La influencia es de gran importancia para la didáctica general.

En relación a los OBJETIVOS, se observa que los resultados de la presente investigación señalan que existe una diferencia significativa entre el grupo experimental y de control, después del tratamiento experimental; además los ponderados generales son totalmente diferentes a favor del grupo experimental. En suma, la aplicación del modelo de Klausmeier como estrategia metodológica mejoró el nivel de aprendizaje de formación de conceptos de geometría (triángulo y cuadrilátero), debido a que la mayoría de estudiantes (47,8%) en la prueba de salida se ubicó en la escala de LOGRO DESTACADO, superando ampliamente a los resultados de la prueba de entrada, en la que la mayoría de estudiantes (95,7%) se ubicó en la escala EN INICIO.

En relación a los objetivos específicos, en la dimensión RECONOCIMIENTO de un triángulo y cuadrilátero mejoró, porque en la prueba de entrada los estudiantes obtuvieron 8,22 puntos, mientras que en la prueba de salida obtuvieron 16,78 puntos. En la dimensión IDENTIFICACIÓN en la prueba de entrada obtuvieron 7,48 puntos, mientras que en la prueba de salida obtuvieron 15,17 puntos. En la dimensión CLASIFICACIÓN, en la prueba de entrada los estudiantes obtuvieron un promedio de 8,13 puntos y en la prueba de salida un promedio de 15,96. En la dimensión DEFINICIÓN, en la prueba de entrada obtuvieron un promedio de 8,65 y en la prueba de salida un promedio de 16,26.

En cuanto a las líneas de investigación que surgen de los resultados, se propone como campos nuevos de estudio, la labor pedagógica, la calidad educativa y docente, el uso de estrategias innovadoras en el marco de un nuevo modelo de estrategias metodológicas acorde al siglo XXI.

Por último, la investigación presenta una validez externa alta, debido a que los hallazgos realizados pueden aplicarse a otras poblaciones o muestras, es decir pueden extenderse a otras instituciones educativas con similares características.

4.6. Validación de la hipótesis general

Del valor obtenido de $|9{,}15| > |1{,}96|$; es decir: $|Z_0| > |Z_t|$ se acepta la hipótesis alterna y se rechaza la hipótesis nula, luego se concluye que el nivel de formación de conceptos de geometría en el grupo experimental y de control es diferente después del tratamiento experimental.

Es por tal razón que debe aplicarse el modelo curricular de Herbert Klausmeier para mejorar la formación de conceptos geométricos de los estudiantes del grupo experimental, pues como se demostró permite una cambio en toda la estructura cognitiva para el desarrollo del pensamiento crítico, argumentativo, divergentey de modo complementario consolida el pensamiento creativo.

El promedio obtenido por los estudiantes del grupo experimental varía significativamente en comparación al promedio obtenido por los estudiantes del grupo control. Esto indica que el nivel de aprendizaje del grupo experimental es mayor que el grupo control, en consecuencia, se consolida el trabajo en equipo con las características de apoyo mutuo, responsabilidad y perseverancia para el logro eficiente del aprendizaje de la matemática, mediante la aplicación de la estrategia Klauemeier.

CONCLUSIONES

La aplicación del modelo de Klausmeier como estrategia metodológica mejoró el nivel de aprendizaje de formación de conceptos de geometría (triángulo y cuadrilátero), debido a que la mayoría de estudiantes (47,8%) en la prueba de salida se ubicó en la escala de LOGRO DESTACADO, superando ampliamente a los resultados de la prueba de entrada, en la que la mayoría de estudiantes (95,7%) se ubicó en la escala EN INICIO.

La aplicación del modelo de Klausmeier como estrategia metodológica mejoró el nivel de reconocimiento de un triángulo y cuadrilatero, debido a que la mayoría de estudiantes (56,5%) en la prueba de salida se ubicó en la escala de LOGRO PREVISTO, superando los resultados de la prueba de entrada, en que la mayoría de estudiantes (91,3%) se ubicó en la escala EN INICIO.

La aplicación del modelo de Klausmeier como estrategia metodológica mejoró el nivel de identificación de las propiedades de un triángulo y cuadrilatero, debido a que la mayoría de estudiantes (65,2%) en la prueba de salida se ubicó en la escala de LOGRO PREVISTO, superando los resultados de la prueba de entrada, en que la mayoría de estudiantes (95,7%) se ubicó en la escala EN INICIO.

La aplicación del modelo de Klausmeier como estrategia metodológica mejoró el nivel de clasificación de un triángulo y cuadrilátero, debido a que la mayoría de estudiantes (65,2%) en la prueba de salida se ubicó en la escala de LOGRO PREVISTO, superando los resultados de la prueba de entrada, en que la mayoría de estudiantes (91,3%) se ubicó en la escala EN INICIO.

La aplicación del modelo de Klausmeier como estrategia metodológica mejoró el nivel de definición de un triángulo y cuadrilátero, debido a que la mayoría de estudiantes (39,1%) en la prueba de salida se ubicó en la escala de LOGRO DESTACADO, superando los resultados de la prueba de entrada, en que la mayoría de estudiantes (82,6%) se ubicó en la escala EN INICIO.

RECOMENDACIONES

Para la formación académica, se sugiere que las estrategias metodológicas modelo Klausmeier, deben enmarcarse dentro de una política educativa coherente y que responda a la situación actual donde el profesional tenga que desenvolverse con una adecuada formación de capacidades argumentativas, dentro de su contexto.

Impulsar la aplicación del Modelo de Klausmeier para formar conceptos geométricos , en la formación y/o educación por parte de los docentes del área de Física y Matemáticas; esto es superar las deficiencias existentes en su desarrollo de capacidades y actitudes así como el desarrollo de su pensamiento crítico, argumentativo divergente en los estudiantes durante su interiorización de conocimientos o aprendizaje de la geométrica de triángulos y cuadriláteros, para el logro de los objetivos y metas dando prioridad al desarrollo de su desenvolvimiento comunicativo para darle una definición correcta y precisa a un concepto matemático.

Poner mayor interés en las acciones del modelo de Klausmeier para la formación de conceptos de geometría triángulos y cuadriláteros y a su vez a los profesores del área de matemática de las diferentes Facultades e Instituciones superiores, se les sugiere la aplicación del modelo Klausmeier ; ya que nos permite formar estudiantes pensantes capaz de darle su propia definición a un ente ,matemático permitiendo a su vez formar estudiantes competentes, eficientes y eficaces , desarrollando su pensamiento crítico argumentativo para la convivencia y desarrollo integral de la persona que hoy en día exige la sociedad actual.

BIBLIOGRAFÍA

Almeyda, O. (2006). *El ABC del docente facilitador.* Lima: F.A.M.

Alsina, C. (1998). *Materiales para Construir la Geometría.* Madrid: Gibraltar.

Aniorte, N. (2015). *Apuntes de metodología*. Recuperado el 30 de setiembre de 2016, de http://www.aniorte-nic.net/apunt_metod_investigac4_5.htm

Ausubel, D. (1980). *Psicología Educativa, Un punto de vista cognoscitivo.* México: Trillas.

Bishop, A. (1983). *Space and geometry inr lesh. M. Landau (eds) Acquisition of. Matematicas concepts and process.* New York: Academia.

Brito, R. (1996). *Aprendizaje Significativo y Formación de Conceptos en la Escuela.* Ri de Janeiro: Gir do soul.

Bruner, J., Goodnow, F., & Austin, M. (1978). *El proceso mental en el aprendizaje.* Madrid: Narcea S.A.

Caballero, G. (2006). *La Enseñanza de la Geometría aplicando los modelos de recreación y reflexión.* México: Trillas.

Cantoral, M., & Montiel, R. (2001). *Visualizacion y pensamiento matematico.* México: Prentice Hill Pearson.

Castillo, E. (1983). *Funciones de los conceptos.* México: McGraw Hill.

Charaja, F. (2011). *El MAPIC en la metodología de investigación* (Segunda ed.). (A. A. Sánchez, Ed.) Puno, Perú: Sagitario.

Clark, K. (1971). *La clasificación en los ejemplos y no ejemplos.* México: Interamericana.

Collanqui, P. (2015). *Rutas de aprendizaje, versión 2015.* Lima: Ministerio de Educación.

CONAMAT. (2014). Recuperado el 07 de enero de 2016, de http://www.conamat.edu.pe/web/noticias/v/33/mas-de-7-mil-alumnos-participan-en-la-etapa-eliminatoria-del-concurso-nacional-de-matematicas-en-lima

Contreras, C. (2013). *El Perú baja dos puestos en educación: del 63 al 65*. Recuperado el 07 de enero de 2016, de http://larepublica.pe/04-12-2013/el-peru-baja-dos-puestos-en-educacion-del-63-al-65

Corberan, S. (1996). *Analisis del concepto de área de superficies planas. Estudio de su comprension por los estudiantes desde primaria a la Universidad.* México: Trillas.

Corbetta, G. (2003). *Metodologia y tecnicas de investigacion social.* Madrid: Universidad de Salamanca.

Córdova, I. (2013). *El proyecto de investigación cuantitativa* (Primera ed.). (A. Cubas, Ed.) Lima, Lima, Perú: San Marcos.

D'Amore, B. (2001). *Una contribución al debate sobre conceptos y objetos matemáticos.* Bolonia: Universidad de Bolonia.

Del Grande, G. (1994). *Percepción espacial y geometría primaria.* Sao Paulo: Vader.

Delgado, E. (2007). *Guía para el desarrollo del pensamiento creativo.* Lima: Metrocolor.

Duval, R. (2001). *La geometría desde un punto de vista cognitivo.* Bogotá: Springer.

El Comercio, D. (2013). *Perú ocupa el último lugar en comprensión lectora, matemática y ciencia*. Recuperado el 30 de setiembre de 2016, de http://elcomercio.pe/sociedad/lima/peru-ocupa-ultimo-lugar-comprension-lectora-matematica-ciencia-noticia-1667802

Farias, H. (2008). *Corrientes pedagógicas cognitivas.* Lima: San marcos.

Fernández, T. (2011). *Una aproximación ontosemiotica a la visualización y el razonamiento espacial.* Buenos Aires: Paraninfo.

Galindo, C. (1996). *Desarrollo de habilidades para la comprensión de la Geometría.* Bogotá: Patricia.

Gomez, J. (1992). *Teoría del ensayo*. Recuperado el 27 de mayo de 2015, de http://www.ensayistas.org/critica/ensayo/gomez/ensayo5.htm

Gonzáles, F. (2005). *Agunas cuestiones básicas sobre la enseñanza de conceptos matemáticos.* Caracas: Universidad Nacional de San Luis.

Guanipa, J. (2012). *Justificación de la investigación.* Maracay: Universidad Nacional Experimental Politécnica de la Fuerza Armada Nacional.

Gutiérrez, A. (2006). *Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría.* Sevilla: Alfar.

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación* (Quinta edición ed.). (J. Mares, Ed.) Ciudad de México, México D.F., México: Mc GRAW HILL.

Hitt, M. (2007). *Administración estratégica, competitividad globalizada.* Buenos Aires: Paraninfo.

Klausmeier, H. (1980). *Learning and teaching concepts.* New York: Academic Press.

León, L. (2006). *Guía para el desarrollo del pensamiento crítico.* Lima: Firmat S.A.C.

Mc Donald, V. (1959). *El aprendizaje y los reforzamientos pedagógicos.* México: CENGAGE.

Menchinskaya, K. (1969). *El método inductivo asociado a la formación de conceptos.* Buenos Aires: Losada.

Méndez, V. (2006). *Análisis de los conocimientos geométricos preuniversitarios y su influencia en la formación de los alumnos de las escuelas técnicas.* Lima: Edimag.

MINEDU. (2009). *Diseño Curricular Básico de Educación Básica Regular.* Lima: Ministerio de Educación.

Osborne, M., & Gilbert, P. (1979). *La formación de conceptos y el método inductivo.* México: Trillas.

Palomino, P. (2004). *Diseños y técnicas de investigación educativa.* Puno: Titikaka-Programa de Complementación Académica de la Facultad de Ciencias de la Educación de la UNA Puno.

Paúl, R. (2003). *Guía para el Pensamiento Crítico: Conceptos y Herramientas*. Recuperado el 1 de octubre de 2016, de http: // www.criticalthinking.org

Piaget, J. (1971). *Psicología y pedagogía.* Barcelona: Ariel.

Portillo, M., & Roque, E. (2003). *Metodología de la investigación científica* (Segunda ed.). Lima: Juan Gutemberg.

Priestley, M. (1996). *Técnicas y estrategias del Pensamiento Crítico.* México: Trillas.

Quesada, G., & Torregrosa, H. (2007). *Coordinación de procesos cognitivos en geometría.* Santiago de Chile: Retime.

Rodríguez, F., Barrios, I., & Fuentes, M. (1984). *Introducción a la metodología de las investigaciones sociales* (Primera ed.). La Habana, Cuba: Editora Política.

Rojas, R. (2013). *Guía para realizar investigaciones sociales* (Trigesimo octava ed.). México D.F., México: Plaza y Valdés S.A.

Safio, U. (2001). *Modelos teóricos en investigación didáctica.* Catamarca: Universidad Nacional de Catamarca.

Sánchez, M. (1999). *Desarrollo de habilidades de pensamiento.* Trillas: México.

Sancho, C. (2014). *Cómo hacer un proyecto de investigación.* Puno: Mara.

Sedna, M. (2008). *Conocimientos Pedagógicos.* Lima: SEDNA.

Tanca, f. (2001). *Estrategias de Enseñanza Aprendizaje en el NEF.* Arequipa: Edimag.

Tolstoy, L. (2003). *La escuela de Yasnaia Polonia.* Palma de Mallorca: El Barquero.

UGEL Puno, P. (2015). *Resultados de la XII Olimpiada Nacional de Matemática*. Recuperado el 07 de enero de 2016, de http://ugelpuno.edu.pe/web13/sites/default/files/Resultados%20Nivel_I.pdf

Van Hiele, G. (1957). *El problema de la comprensión en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometria.* México D.F.: Mc Graw Hill.

Vara, A. (2012). *7 Pasos para una tesis exitosa.* Lima: Universidad San Martín de Porres.

Vergara, J. (2005). *Teorías Contemporáneas de la Educación.* Madrid: ARECE.

Vigotsky, L. (1988). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores.* México: Crítica.

ANEXOS

ANEXO 1

EL MODELO DE KLAUSMEIER COMO ESTRATEGIA EN LA FORMACION DE CONCEPTOS GEOMETRICOS

Al enseñar los conceptos de triángulo y cuadrilátero, la docente precisa en primer lugar la identificación del nivel en que el estudiante puede formar tales conceptos, es muy importante que el docente sepa también que el estudiante ya sabe en relación a estas dos figuras en términos de sus ejemplos y contraejemplos y de los atributos definidores. Podemos también verificar si el estudiante consigue identificar una taxonomía a que el concepto pertenece y la manera de identificar las relaciones supra ordenadas y sub ordinadas.

Las relaciones supraordenadas se refiere a la comprensión de conceptos partiendo de los casos particulares para los casos más generales. Por ejemplo: si mostramos a los estudiantes varios tipos de cuadriláteros donde la suma de sus ángulos internos es siempre 360º y de ello esperar que el estudiante a través de la inducción concluya que para todo los cuadriláteros la suma de sus ángulos internos será siempre 360º. La docente también puede verificar la existencia de relaciones supraordendas-subordinadas que se refieren a la comprensión del concepto más general para el más específico. Por ejemplo: polígonos cuadriláteros, paralelogramos, rectángulos, cuadrados, cada concepto sucesivo es menos inclusivo que el precedente. El profesor puede también, en esta parte de investigación respecto al concepto proporcionar algunos problemas cuya solución envuelva el uso del mismo en el presente caso el concepto de triángulo y cuadrilátero, verificando a si los estudiantes poseen los nombres de los atributos definidores de triángulos y cuadriláteros, recordando que esta actividad preliminar en la enseñanza de conceptos es de gran importancia para el aprendizaje posterior y consecuente retención de ese concepto.

Después de esa primera investigación al respecto de ello que el estudiante ya sabe sobre el concepto a ser estudiado Klausmeier (1977) enuncia algunos aspectos sobre el procedimiento que debe realizar el profesor en la enseñanza de conceptos generales.

1) Identificar el nivel en que el estudiante puede formar conceptos: esto implica en verificar si el estudiante es capaz de formar el concepto en el nivel concreto, identidad, clasificación o formal. En el caso de las figuras geométricas los estudiantes van a la escuela con algunas nociones por ejemplo sobre triángulo y cuadrado en términos visuales y muchas veces en términos de nomenclatura

de esas figuras, esto es son capaces de denominarlas. En la escuela se pretende que el concepto sea enseñado en el nivel de reconocimiento, identificación de propiedades, clasificación y definición (Klausmeier, 1977,52) "conceptos adquiridos en los niveles de clasificación y formal más maduros pueden ser usados en la identificación de instancias recientemente encontrados tales como ejemplos y contraejemplos de conceptos".

2) Enseñar una estrategia para formar conceptos: los estudiantes precisan ser enseñados a percibir las características que distinguen ejemplos de contraejemplos. A medida que los estudiantes sean mayores, deben ser enseñados a procurar no solo propiedades perceptibles que diferencian propiedades de unos a otros sino que también los atributos que definen. Mediante formación de conceptos, aplicando el modelo de Klausmeier.
3) Programar una secuencia adecuada de conjuntos de ejemplos y contraejemplos para la enseñanza y evaluación del concepto: este aspecto tiene como objetivo evitar errores de sub-generalización, super-generalización y más concepción. La sub generalización ocurre cuando son usados ejemplos que son excesivamente parecidos o son usados pocos ejemplos del concepto, el alumno puede no identificar un triángulo obtusángulo como puede ser también perteneciente al conjunto de los triángulos. La super-generalización ocurre cuando son presentados contraejemplos muy parecidos y/o en poca cantidad, por ejemplo si los prismas o pirámides no son dados como contraejemplos de polígonos, el estudiante puede super-generalizar que esos dos sólidos son polígonos.

   La mala concepción ocurre cuando algunos ejemplos del concepto son identificados como contraejemplos y contraejemplos son identificados como ejemplos según Klausmeier (1977) la mala concepción ocurre cuando un atributo irrelevante de un contraejemplo es considerado como atributo definidor, por ejemplo, cuando está presente en un cuadrado pintado de rojo y el sujeto asume el color como un atributo definidor de cuadrado, un trapecio rojo puede ser llamado cuadrado y un cuadrado verde puede no ser identificado como cuadrado.

   En síntesis, estos ejemplos muestran que el profesor debe estar siempre atento para estos tipos de errores que muchas veces llevan a los estudiantes a formar conceptos erróneos.
4) Formular de forma clara los atributos definidores: los estudiantes deben ser incentivados en el sentido de verificar siempre los atributos definidores de conceptos y no aceptarlos pronto en forma final y acabada. El estudiante debe

de investigar para luego apropiarse del nuevo concimiento. En el caso de triángulo y cuadrilátero, los estudiantes deberán prestar atención a las características propias de esas dos figuras para luego reconocerlos, identificando sus propiedades, clasificando y por ultimo dándole una definición exacta.

5) Establecer la terminología correcta para el concepto y sus atributos: la definición de un concepto debe ser formulado por los estudiantes en un nivel apropiado de aprendizaje, en este aspecto el nombre del concepto y de sus atributos definidores facilitan el aprendizaje de los conceptos.
6) Elaborar la retroinformación: la retroinformación deberá estar presente después de cada respuesta dada por los estudiantes, mas debe aparecer principal, ente después de respuestas erradas, porque permite al estudiante realizar los pasos recorridos y reorganizar adecuadamente la estructura cognitivo.
7) Propiciar el uso del concepto: el aprendizaje de conceptos debe estar direccionada para la solución de problemas, pues no tendríamos resultados satisfactorios de aprendizaje si formulamos solamente las DEFINICIÓNes de conceptos a ser estudiados.
8) Apoyar y orientar el aprendizaje y la autoevaluación del estudiante: la docente debe apoyar a los estudiantes a descubrir caminos para la solución de problemas y sus resultados deberán ser valorados. Klausmeier (1977, 341 – 342) afirma que:

   “Los libros de texto y materiales de enseñanza, apoyan al estudiante a descubrir generalizaciones de conceptos”

   Esto no quiere decir que los estudiantes tendrán que descubrir solos todos los elementos pertenecientes al concepto más al contrario con la dirección del profesor debe lograr el aprendizaje más significativo.

ANEXO 2

ACTIVIDADES PARA LA ENSEÑANZA DE CONCEPTOS DE TRIÁNGULOS Y CUADRILATEROS

OBJETIVO:

Las actividades que serán aprendidas tienen como objetivo llevar al estudiante a formar significativamente el concepto de triángulo y cuadrilátero, tomando en consideración tres aspectos: atributos definidores, ejemplos y contraejemplos.

MATERIALES:

Figuras de papel de color en forma de triángulo (equilátero, isósceles, escaleno y rectángulo), cuadriláteros (cuadrado, rectángulo, rombo y otros tipos de paralelogramos), esas figuras deberán ser variadas y hechas con diferentes tipos de papel de diferentes colores y tamaños.

Las actividades podrán ser introducidas en la sala de aula que la docente podrá adaptar dichos ejercicios de acuerdo con el nivel conceptual de los estudiantes también es muy importante que la docente utilice su creatividad para elaborar nuevas actividades.

En el caso de los cuadriláteros, dependiendo del nivel conceptual de los estudiantes podrán ser propuestos problemas como los siguientes:

- Probar que la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero es 360º, a través de pequeñas demostraciones, los estudiantes podrán utilizar las propiedades de las figuras ya estudiadas.

ANEXO 3

PRUEBA DE ENTRADA

NOMBRES Y APELLIDOS:………..GRADO y SECCION:…………

RESPONDA LAS PREGUNTAS MARCANDO CON UNA “X” LA RESPUESTA QUE CREAS COMO RESPUESTA CORRECTA

RECONOCIENDO A UN TRIÁNGULO	COLOQUE EL NOMBRE A CADA TRIÁNGULO
IDENTIFICANDO PROPIEDADES DE TRIÁNGULOS	( ) La longitud de uno de sus lados es menor que la suma de las longitudes de los otros dos lados, pero mayor que la diferencia de dichos lados. ( ) La suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180°; Ángulo exterior es igual a la suma de los ángulos interiores no adyacentes a él. ( )Ángulos internos de un triángulo miden 180° ( ) La suma de sus ángulos mide 180°, ángulo interno es igual a la suma de los ángulos interiores adyacentes a él.
CLASIFICANDO CUADRILATEROS	( ) Los triángulos podemos clasificar en dos criterios según sus lados: equilátero, isósceles, escaleno; según sus ángulos: rectángulo, acutángulo, obtusángulo. ( ) Los triángulos podemos clasificar en dos criterios según sus lados: mediana, hipotenusa, mediatriz, según sus ángulos: rectángulo, equilátero, escaleno. ( ) Un triángulo equilátero es aquel que tiene todos sus lados de la misma medida y mide 60° cada ángulo. ( )Un triángulo según sus lados puede ser escaleno
DEFINIENDO A UN TRIÁNGULO	( ) Es un sólido geométrico de tres lados. ( )Es una figura geométrica de tres lados, tres ángulos, tres vértices ( ) Un triángulo, en geometría, es un polígono de tres segmentos que determinan tres puntos del plano y su limitación. ( )Es u polígono de tres lados
RECONOCIENDO A UN CUADRILATERO	( )COLOQUE EL NOMBRE A CADA CUADRILATERO
IDENTIFICANDO CUADRILATEROS	( )Cada uno de los ángulos internos de un cuadrado miden 90° ( ) La suma de la medida de los ángulos interiores es igual a 180°, la suma de la medida de los ángulos exteriores es igual

	a 360°. ( )En todo trapecio cada lado no paralelo forma con las bases ángulos suplementarios ( )La suma de las medidas de los ángulos interiores es igual a 360°, la suma de la medida de los ángulos exteriores es igual a 360°
CLASIFICANDO CUADRILATEROS	( )El cuadrado tiene cuatro lados iguales ( )Los cuadriláteros se clasifican en rombo, prisma, cubo, paralelogramo ( )Los cuadriláteros se clasifican en paralelogramos(cuadrado, rectángulo, rombo) trapecio, trapezoide ( )Los cuadriláteros se clasifican en: paralelogramos, trapecio, trapezoide
DEFINIENDO LO QUE ES UN CUADRILATERO	( )Es un sólido geométrico ( ) Es un polígono que tiene cuatro lados y dos diagonales. ( )Se llama cuadrilátero al polígono que consta de cuatro lados ( )Figura cerrada

ANEXO 4

TEST DE ATRIBUTOS DEFINIDORES

NOMBRES Y APELLIDOS: ……………………………………………………

Grado:………………………………………… Sección: ………………….

INSTRUCCIONES: lea bien los ítems y contesta lo más correcto posible sobre lo que sabe de triángulos y cuadriláteros:

1)	Un triángulo es aquel polígono que tiene tres lados	( ) V	( ) F
2)	El triángulo posee tres lados iguales	( ) V	( ) F
3)	Todo triángulo posee tres ángulos iguales	( ) V	( ) F
4)	Todo triángulo posee un ángulo de 60°	( ) V	( ) F
5)	El triángulo es un polígono de cuatro lados	( ) V	( ) F
6)	Todo triángulo posee tres lados iguales	( ) V	( ) F
7)	Todo triángulo posee 2 lados iguales	( ) V	( ) F
8)	El triángulo posee tres ángulos	( ) V	( ) F
9)	El triángulo posee tres vértices	( ) V	( ) F
10)	El triángulo posee 5 ángulos	( ) V	( ) F
11)	El cuadrilátero es el que tiene 4 lados	( ) V	( ) F
12)	El cuadrilátero tiene 4 lados iguales	( ) V	( ) F
13)	Todo cuadrilátero posee 4 ángulos iguales	( ) V	( ) F
14)	Todo cuadrilátero posee un ángulo de 90	( ) V	( ) F
15)	El cuadrilátero es un polígono de tres lados	( ) V	( ) F
16)	Todo cuadrilátero posee 4 lados iguales	( ) V	( ) F
17)	Todo cuadrilátero posee 2 lados iguales	( ) V	( ) F
18)	El cuadrilátero posee 4 ángulos	( ) V	( ) F
19)	El cuadrilátero posee 4 vértices	( ) V	( ) F
20)	El cuadrilátero posee cinco ángulos	( ) V	( ) F

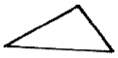
ANEXO 5

TEST DE ATRIBUTOS DEFINIDORES DE TRIÁNGULO

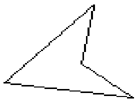
NOMBRES Y APELLIDOS:………………………………………………………

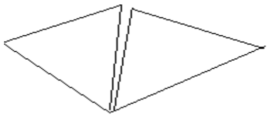
Grado: ……………………………………… **Sección:** ……………………

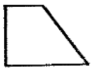
INSTRUCCIONES: lea bien los ítems y marca X en ( ) V si es triángulo, caso contrario marca X en ( ) F:

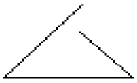
1)  ( ) V ( ) F

2)  ( ) V ( ) F

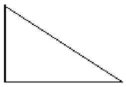
3)  ( ) V ( ) F

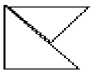
4)  ( ) V ( ) F

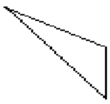
5)  ( ) V ( ) F

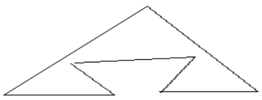
6)  ( ) V ( ) F

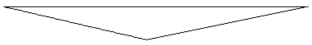
7)  ( ) V ( ) F

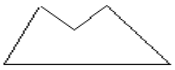
8)  ( ) V ( ) F

9)  ( ) V ( ) F

10)  ( ) V ( ) F

11)  ( ) V ( ) F

12)  ( ) V ( ) F

13)  ( ) V ( ) F

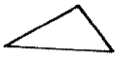
ANEXO 6

TEST DE ATRIBUTOS DEFINIDORE DE CUADRILATEROS

NOMBRESY APELLIDOS: ………………………………………………

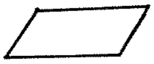
Grado: ………………………………………… **Sección:** ………………….

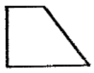
INSTRUCCIONES: lea bien los ítems y marca X en ( ) V si es cuadrilátero, caso contrario marca X en ( ) F:

1)  ( ) V ( ) F

2)  ( ) V ( ) F

3)  ( ) V ( ) F

4)  ( ) V ( ) F

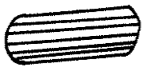
5)  ( ) V ( ) F

6)  ( ) V ( ) F

7)  ( ) V ( ) F

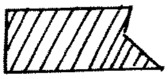
8)  ( ) V ( ) F

9)  ( ) V ( ) F

10)  ( ) V ( ) F

11)  ( ) V ( ) F

12)  ( ) V ( ) F

13)  ( ) V ( ) F

ANEXO 7

PRIMERA SESION DE APRENDIZAJE

RECONOZCAMOS FIGURAS SIMPLES Y COMPLEJAS

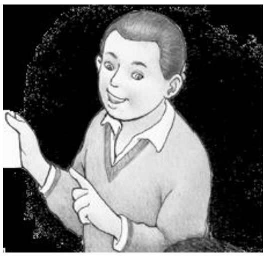
PROPÓSITO:

La presente sesión de aprendizaje busca que los estudiantes reconozcan, diferencien y comprendan las características de una figura simple y de una figura compleja.

ANTES DE LA SESION

La docente pregunta a los estudiantes:

¿Qué es una figura simple? dibuja cuatro ejemplos
¿Qué es una figura compleja? Dibuja cuatro ejemplos



MATERIALES Y RECURSOS A UTILIZAR:

- Cuadernos, Hojas, Regla, lápiz de color, lapiceros

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
El estudiante forma conceptos de figuras simples y complejas mediante ejemplos y contraejemplos	Reconocer las características de figuras simples y complejas en el desarrollo de actividades concretas	- Dibuja figuras simples. - Dibuja figuras complejas

MOMENTOS DE LA SESIÓN

INICIO	EN GRUPO DE CLASE	
15 minutos	➢ La docente para reconocer los saberes previos utiliza el instrumento elaborado con preguntas: ¿Qué es una figura simple? Dibuja cuatro ejemplos ¿Qué es una figura compleja Dibuja cuatro ejemplos ➢ Anotan las respuestas en papelotes y exponen en la pizarra, en grupos debidamente conformados. ➢ Expone el propósito de la sesión que es reconocer, diferenciar y comprender, para ello comenta la utilidad de la formación de conceptos de todo objeto matemático en especial el de figuras simples y complejas.	Reflexionan sobre el significado figuras simples y complejas y su utilidad en la vida cotidiana

DESARROLLO		
95 minutos	Forma a los estudiantes en grupos y da los materiales de trabajo y se presenta un conjunto de figuras geométricas simples y complejas y a partir de ello los estudiantes deben Reconocer cuales son figuras simples y cuales son figuras complejas Posteriormente los estudiantes Identifican sus propiedades y anotan en papelotes sus ideas desarrollando de esta manera su pensamiento crítico y creativo, luego lo exponen en la pizarra poniendo en juego su capacidad argumentativa que será evaluada con un instrumento apropiado. Luego de este proceso los estudiantes Clasifican tipos de figuras simples y figuras geométricas complejas y lo escriben en papelotes para luego exponerlo una vez más desarrollan su pensamiento crítico y creativo utilizando su potencial cognoscitivo. Y por último que es la parte más importante del modelo de klausmeyer donde el estudiante estará en la capacidad de formar conceptos es Definir lo que es una figura geométrica simple y una figura geométrica compleja, aportando con sus ideas, y definiendo con sus propias palabras nuevos pensamientos y para ello utilizara y desarrollara su pensamiento crítico, utilizando su genialidad. La genialidad no puede ser medida con un test de inteligencia. El Genio no está definido por una alta puntuación de C.I., sino por la trascendencia del aporte cultural. Leonardo da Vinci y Albert Einstein son dos ejemplos indiscutibles de genialidad. Por lo tanto nuestros estudiantes pueden aportar sus ideas matemáticas, siendo capaces de formular una nueva teoría, una nueva concepción científica. Con su inteligencia. La inteligencia puede ser definida como el uso de las	

	capacidades y habilidades para solucionar problemas nuevos. Está presente en el hombre y en el animal, además se evidencia en las situaciones más diversas mediante la investigación de la teoría de los conceptos y su formación. Herbert J. Klausmeier reconocido internacionalmente como un líder en la mejora de la educación mediante la investigación, cuyo modelo es la formación de conceptos, modelo influido por el constructivismo.	
CIERRE		
Reflexión sobre el trazado de figuras simples y complejas: (argumenta) • La docente formula las siguientes preguntas para que los estudiantes justifiquen los procesos que hicieron. ¿Qué hemos aprendido? ¿Quiénes son las figuras simples? ¿Quiénes son las figuras complejas? ¿Lo que hemos aprendido lo podemos aplicar en otras situaciones de aprendizaje? • Como extensión se deja dibujar siete ejemplos reales de figuras simples y complejas.		

SEGUNDA SESIÓN DE APRENDIZAJE

COMPRENDAMOS FIGURAS PLANAS Y NO PLANAS

PROPÓSITO:

La presente sesión de aprendizaje tiene como propósito que los estudiantes comprendan las características de una figura plana y no plana.

ANTES DE LA SESION

La docente elabora un instrumento para presentar a los estudiantes con preguntas de tipo:

1) ¿Qué es una figura plana? Dibuja cuatro ejemplos
2) ¿Qué es una figura no plana? Dibuja cuatro ejemplos

MATERIALES Y RECURSOS A UTILIZAR:

- Cuadernos, Hojas, Regla, lápiz de color.

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Forma conceptos de figuras planas y no planas mediante ejemplos y contraejemplos	entiende el significado de figura plana y no plana mediante actividades concretas	- Diseña figuras planas - Diseña figuras no planas.

MOMENTOS DE LA SESIÓN

INICIO	EN GRUPO DE CLASE	
90 minutos	➢ La docente recoge los saberes previos de los estudiantes, aplica preguntas: ¿Qué son figuras planas? elabora cuatro ejemplos ¿Qué son figuras no planas? elabora cuatro ejemplos ➢ Anota las respuestas en la pizarra luego lee y comenta corrigiendo de manera apropiada. ➢ comenta la utilidad de la formación de conceptos de figuras planas y no planas dentro de la geometría plana.	Reflexionan sobre la utilidad de las figuras planas y no planas en la vida cotidiana

DESARROLLO		
180 minutos	En primer lugar es necesario que el estudiante reconozca figuras planas y no planas, proponiendo una serie de ejemplos y contraejemplos. Utilizando gráficos, dibujos, etc. En segundo lugar nuestros estudiantes tienen que tener la capacidad identificar propiedades de figuras planas y figuras no planas. Posteriormente los educandos clasifican figuras planas y figuras no planas. Y por último es la parte de lo más importante es que los estudiantes están aptos para definir que es una figura plana y no plana. Esta capacidad necesita de su pensamiento crítico divergente, argumentando y proponiendo ideas razonadas aportando con sus propias palabras ¿Qué es una figura plana? ¿Qué es una figura no plana? Y luego escribiendo en su cuaderno, entonces el estudiante dará su propio concepto es decir formara su propio concepto acerca del tema tratado sin copiarse del libro, ni tampoco del docente. Gracias al uso del modelo de Klausmeier, estrategia de enseñanza inductiva diseñada para estudiantes de todas las edades con el fin de reforzar su comprensión de los conceptos, estrategia de enseñanza para la formación de conceptos geométricos.	

CIERRE
Reflexión sobre el proceso de resolución: (argumenta) • la docente formula las siguientes preguntas para que los estudiantes justifiquen los procesos que hicieron. ¿Qué hemos aprendido? ¿Cómo se dibujan las figuras planas? ¿Cómo se dibujan las figuras no planas? ¿Lo que hemos aprendido lo podemos aplicar en otras situaciones de aprendizaje? *Como extensión se deja algunos atributos de figuras planas en donde los estudiantes deben identificar si corresponde o no a dichas figuras.

TERCERA SESIÓN DE APRENDIZAJE

CONOZCAMOS RECTAS PARALELAS Y NO PARALELAS

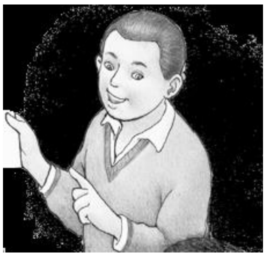
PROPÓSITO:

La presente sesión de aprendizaje tiene como propósito que los estudiantes diferencien y entiendan las características de una recta paralela y otra no paralela

ANTES DE LA SESION

La docente presenta a los estudiantes preguntas tipo:

3) ¿Qué son rectas paralelas? Dibuja cuatro ejemplos
4) ¿Qué son rectas no paralelas? Dibuja cuatro ejemplos



MATERIALES Y RECURSOS A UTILIZAR:

- Cuadernos, Hojas, Regla, lápiz de color

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Forma conceptos de rectas paralelas y no paralelas mediante ejemplos y contraejemplos	Entiende el significado de recta paralela y no paralela.	- Elabora rectas paralelas. - Elabora rectas no paralelas.

MOMENTOS DE LA SESIÓN

INICIO	EN GRUPO DE CLASE	
90 minutos	➢ La docente para recoger saberes previos, aplica el instrumento elaborado con preguntas tipo: 1) ¿Qué son rectas paralelas? Dibuja cuatro ejemplos 2) ¿Qué son rectas no paralelas? Dibuja cuatro ejemplos ➢ Anota las respuestas en la pizarra luego comenta y corrige de manera adecuada. ➢ Da a conocer el propósito de la sesión para ello comenta la utilidad de la formación de conceptos del modelo de Klausmeier en especial el de rectas paralelas y no paralelas dentro de la geometría plana.	Reflexionan sobre el significado y utilidad de rectas paralelas y no paralelas en la vida cotidiana
DESARROLLO		
180 minutos	Es necesario que el estudiante reconozca rectas paralelas y no paralelas proponiendo una serie de dibujos mediante ejemplos y contraejemplos. Luego el estudiante debe identificar propiedades si los hubiera sobre rectas paralelas y no paralelas mediante la estrategia del modelo de Klausmeier. Posteriormente tiene que estar en la capacidad de clasificar rectas paralelas y no paralelas. Y por último y más importante definir conceptos sobre rectas paralelas y no paralelas aplicando la estrategia de enseñanza denominada modelo de Klausmeier. método inductivo guiado por el constructivismo. El constructivismo educativo propone un paradigma donde el proceso de enseñanza se percibe y se lleva a cabo como un proceso dinámico, participativo e interactivo del sujeto, de modo que el conocimiento sea una autentica construcción operada por la persona que aprende, formulando conceptos claros y precisos creado por sus propias palabras sin recurrir a un libro, a al docente, el estudiante estará habilitado para generar ideas propias y anotarlas en su cuaderno.	
CIERRE		
Reflexión • la docente formula preguntas para que los estudiantes justifiquen los procesos que hicieron. ¿Qué hemos aprendido? Dibuja rectas paralelas Dibuja rectas no paralelas ¿Lo que hemos aprendido lo podemos aplicar en otras situaciones de aprendizaje? *Como extensión se deja algunos atributos de rectas paralelas en donde los estudiantes deben identificar si corresponde a rectas paralelas o no.		

CUARTA SESIÓN DE APRENDIZAJE

CONOZCAMOS ÁNGULOS

PROPÓSITO:

La presente sesión de aprendizaje tiene como propósito que los estudiantes conozcan ángulos

ANTES DE LA SESION

La docente elabora un instrumento presentando a los estudiantes preguntas tipo:

¿Qué es un ángulo? Dibuja cuatro ejemplos

¿Cuándo no es ángulo? Dibuja cuatro ejemplos

MATERIALES Y RECURSOS A UTILIZAR:

- Cuadernos, Hojas, Regla, lápiz de color

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Forma conceptos de ángulo mediante ejemplos y contraejemplos	Comprende el significado de ángulo mediante actividades sencillas	- Dibuja ángulos diferentes

MOMENTOS DE LA SESIÓN

INICIO	EN GRUPO DE CLASE	
90 minutos	➢ La docente para recoger los saberes previos, aplica el instrumento elaborando preguntas tipo: ¿Qué es un ángulo? Dibuja cuatro ejemplos ¿Quiénes no son ángulos? Dibuja cuatro ejemplos ➢ anota las respuestas en la pizarra, comenta y corrige de manera adecuada. ➢ Da a conocer el propósito de la sesión para ello comenta la utilidad de la formación de conceptos mediante el modelo de Klausmeier, especial el de ángulo.	Reflexionan sobre el significado y utilidad de los ángulos en la vida cotidiana

DESARROLLO		
180 minutos	Los estudiantes deben reconocer a un ángulo, proponiendo ejemplos y contraejemplos. A continuación deben identificar propiedades de ángulos aplicando el modelo de Klausmeier. Clasifican ángulos, construyendo dibujos con lápiz y papel. Los estudiantes definen que es un ángulo aplicando el modelo de Klausmeier, aportando con sus ideas desarrollándose de esta manera su pensamiento crítico divergente. Arte del aprendizaje auto dirigido, a profundidad realizando racionalmente, y que esta racionalidad debe certificar lo que uno sabe y aclarar lo que uno ignora es el dominio de poder formar conceptos acerca de ángulos.	

CIERRE
Reflexión sobre el proceso de aprendizaje: (argumenta) • La docente formula preguntas para que los estudiantes justifiquen los procesos que hicieron. ¿Qué hemos aprendido? ¿Qué entiendes por un ángulo? ¿Cómo se clasifican los ángulos? ¿Lo que hemos aprendido lo podemos aplicar en otras situaciones de aprendizaje? *Desarrollan una práctica calificada en la que trazan ángulos de diferentes tipos. *Como extensión se deja algunos atributos de ángulos en donde los estudiantes deben identificar si corresponde a un tipo de ángulo o no

QUINTA SESIÓN DE APRENDIZAJE

APRENDAMOS TRIÁNGULOS

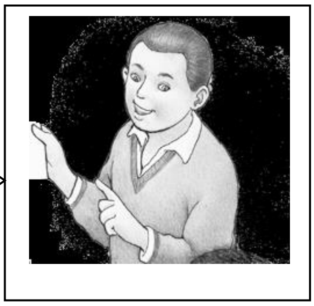
PROPÓSITO:

La presente sesión de aprendizaje tiene como propósito que los estudiantes aprendan, diferencien y comprendan triángulos.

ANTES DE LA SESION

La docente elabora preguntas tipo:

5) ¿Qué es un triángulo? Dibuja cuatro ejemplos
6) ¿Cuándo no es triángulo? Dibuja cuatro ejemplos



MATERIALES Y RECURSOS A UTILIZAR:

- Cuadernos, Hojas, Regla, lápiz de color

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Forma conceptos de triángulo mediante ejemplos y contraejemplos	Entiende el significado de triángulo a través de actividades simples.	- Dibuja triángulos diferentes que se diferencian según sus lados y ángulos.

MOMENTOS DE LA SESIÓN

INICIO	EN GRUPO DE CLASE	
90 minutos	➢ La docente recoge los saberes previos, y luego pregunta: ¿Qué es un triángulo? Dibuja cuatro ejemplos ¿Cuándo no es triángulo? Dibuja cuatro ejemplos ➢ anota las respuestas en la pizarra luego comenta y corrige de manera adecuada. ➢ Da a conocer el propósito de la sesión para ello comenta la utilidad de la formación de conceptos del modelo de Klausmeier para el triángulo en la geometría plana.	Reflexionan sobre el significado de triángulos y su aplicación en la vida cotidiana

DESARROLLO		
180 minutos	En primer lugar el estudiante debe reconocer a un triángulo mediante la presentación de ejemplos y contraejemplos, presentando dibujos. En segundo lugar el estudiante debe identificar propiedades de triángulos desarrollando su pensamiento crítico. El objetivo de la educación es formar mentes capaces de ejercer la crítica, que puedan comprobar por si mismas lo que se les presenta y no aceptarlo simplemente sin más. En tercer lugar el estudiante estará en la capacidad de clasificar triángulos según sus lados, según sus ángulos, analizando recordando saberes previos, aplicando el método inductivo. En cuarto lugar y el punto más importante el estudiante estará en la capacidad de dar una definición a lo que es un triángulo en todo sus detalles, siendo preciso al exponer o al aportar con sus propias ideas construyendo su propio aprendizaje y luego anotando en su cuaderno sin la necesidad de copiar de un libro sino más bien expresarlo con sus propias palabras.	

CIERRE
Reflexión sobre el proceso de resolución: (argumenta) • la docente formula preguntas para que los estudiantes justifiquen los procesos que desarrollaron. ¿Qué hemos aprendido? ¿Qué es un triángulo? ¿Cuándo no es triángulo? ¿Lo que hemos aprendido lo podemos aplicar en otras situaciones de aprendizaje? *Desarrollan una práctica calificada en la que justifiquen el uso de triángulos. *Como extensión se deja algunas figuras geométricas en donde los estudiantes deben identificar si corresponde a un tipo de triángulo.

SEXTA SESIÓN DE APRENDIZAJE

CONOZCAMOS CUADRILATEROS

PROPÓSITO:

la presente sesión de aprendizaje tiene como propósito que los estudiantes conozcan y comprendan cuadriláteros.

ANTES DE LA SESION

La docente presentar preguntas tipo:

¿Qué es un cuadrilátero? Dibuja cuatro ejemplos
¿Cuándo no es cuadrilátero? Dibuja cuatro ejemplos

MATERIALES Y RECURSOS A UTILIZAR:

- Cuadernos, Hojas, Regla, lápiz de color, lapicero de colores.

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Forma conceptos de cuadriláteros mediante ejemplos y contraejemplos	entiende el significado de cuadriláteros mediante actividades simples	- Dibuja cuadriláteros que se diferencian según sus lados y ángulos. - Dibuja cuadriláteros a partir de trazado de rectas paralelas.

MOMENTOS DE LA SESIÓN

INICIO	EN GRUPO DE CLASE	
90 minutos	➢ La docente recoge los saberes previos, con preguntas tipo: ¿Qué es un cuadrilátero? Dibuja cuatro ejemplos ¿Cuándo no es cuadrilátero? Dibuja cuatro ejemplos ➢ anota las respuestas en la pizarra luego comenta y corrige de manera apropiada ➢ da a conocer el propósito de la sesión para ello comenta la utilidad de la formación de conceptos utilizando como estrategia el modelo de Klausmeier para la geometría plana.	Reflexionan sobre el significado y utilidad de los cuadriláteros en la vida cotidiana

DESARROLLO		
180 minutos	En primer lugar el estudiante debe reconocer a un cuadrilátero presentándole dibujos, gráficos, mediante ejemplos y contraejemplos. En segundo lugar el estudiante debe identificar propiedades de cuadriláteros, presentándole dibujos matemáticos y el deberá deducir y expresarlo con sus propias palabras. En tercer lugar debe clasificar cuadriláteros, exponiéndole tan solo dibujos matemáticos y el estudiante deberá argumentar, deducir. Y por último es el cuarto punto el estudiante debe definir que es un cuadrilátero con sus propias palabras, indagando, viendo lo anteriores pasos, deduciendo y no copiara la definición del libro sino este estudiante estará en la capacidad de dar el concepto propio de él y anotara en su cuaderno. Aplicando de esta manera la estrategia del modelo de Klausmeier para la formación de conceptos, apoyado en el constructivismo, la idea principal es que el aprendizaje humano se construye. La mente de las personas elabora nuevos significados tiendo como base enseñanzas que antes se dieron.	
CIERRE		
Reflexión sobre el proceso de aprendizaje: (argumenta) • la docente formula preguntas : ¿Qué hemos aprendido? ¿Qué es un cuadrilátero? ¿Cuándo no es cuadrilátero? ¿Lo que hemos aprendido podemos aplicar en otras situaciones de aprendizaje? *Desarrollan una práctica calificada que justifique el uso de cuadriláteros. *Como extensión se deja algunos atributos de cuadriláteros en donde los estudiantes deben identificar si corresponde.		

ANEXO 8

PRUEBA DE SALIDA

NOMBRES Y APELLIDOS:……………..GRADO y SECCION:…………

RESPONDA LAS PREGUNTAS MARCANDO CON UNA “X” LA RESPUESTA QUE CREAS COMO RESPUESTA CORRECTA

RECONOCIENDO A UN TRIÁNGULO	COLOQUE EL NOMBRE A CADA TRIÁNGULO
IDENTIFICANDO PROPIEDADES DE TRIÁNGULOS	( ) La longitud de uno de sus lados es menor que la suma de las longitudes de los otros dos lados, pero mayor que la diferencia de dichos lados. ( ) La suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180°; Ángulo exterior es igual a la suma de los ángulos interiores no adyacentes a él. ( )Ángulos internos de un triángulo miden 180° ( ) La suma de sus ángulos mide 180°, ángulo interno es igual a la suma de los ángulos interiores adyacentes a él.
CLASIFICANDO CUADRILATEROS	( ) Los triángulos podemos clasificar en dos criterios según sus lados: equilátero, isósceles, escaleno; según sus ángulos: rectángulo, acutángulo, obtusángulo. ( ) Los triángulos podemos clasificar en dos criterios según sus lados: mediana, hipotenusa, mediatriz, según sus ángulos: rectángulo, equilátero, escaleno. ( ) Un triángulo equilátero es aquel que tiene todos sus lados de la misma medida y mide 60° cada ángulo. ( )Un triángulo según sus lados puede ser escaleno
DEFINIENDO A UN TRIÁNGULO	( ) Es un sólido geométrico de tres lados. ( )Es una figura geométrica de tres lados, tres ángulos, tres vértices ( ) Un triángulo, en geometría, es un polígono de tres segmentos que determinan tres puntos del plano y su limitación. ( )Es u polígono de tres lados
RECONOCIENDO A UN CUADRILATERO	( )COLOQUE EL NOMBRE A CADA CUADRILATERO
IDENTIFICANDO CUADRILATEROS	( )Cada uno de los ángulos internos de un cuadrado miden 90° ( ) La suma de la medida de los ángulos interiores es igual a 180°, la suma de la medida de los ángulos exteriores es igual

	a 360°. ( )En todo trapecio cada lado no paralelo forma con las bases ángulos suplementarios ( )La suma de las medidas de los ángulos interiores es igual a 360°, la suma de la medida de los ángulos exteriores es igual a 360°
CLASIFICANDO CUADRILATEROS	( )El cuadrado tiene cuatro lados iguales ( )Los cuadriláteros se clasifican en rombo, prisma, cubo, paralelogramo ( )Los cuadriláteros se clasifican en paralelogramos(cuadrado, rectángulo, rombo) trapecio, trapezoide ( )Los cuadriláteros se clasifican en: paralelogramos, trapecio, trapezoide
DEFINIENDO LO QUE ES UN CUADRILATERO	( )Es un sólido geométrico ( ) Es un polígono que tiene cuatro lados y dos diagonales. ( )Se llama cuadrilátero al polígono que consta de cuatro lados ( )Figura cerrada

ANEXO 9

FICHAS DE VALIDACIÓN DE OPINIÓN DE EXPERTOS

VALIDACIÓN MEDIANTE OPINIÓN DE EXPERTOS

I. DATOS GENERALES			
Apellidos y nombres	Cargo, Institución donde labora	Nombre del instrumento de Evaluación	Autor del instrumento
QUISPE MAMANI YONY ABELARDO	DOCENTE UNA - PUNO	TEST DE ATRIBUTOS	
TÍTULO:			

II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN

INDICADORES	CRITERIOS	DEFICIENTE 00-20%				REGULAR 21-40%				BUENA 41-60%				MUY BUENA 61-80%				EXCELENTE 81-100%			
		0-5	6-10	11-15	16-20	21-25	26-30	31-35	36-40	41-45	46-50	51-55	56-60	61-65	66-70	71-75	76-80	81-85	86-90	91-95	96-100
CLARIDAD	Está formulado con lenguaje apropiado																		X		
OBJETIVIDAD	Está expresado en conductas observables en una institución educativa.													X							
ACTUALIDAD	Adecuado al avance de la ciencia y la tecnología																X				
ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica																		X		
SUFICIENCIA	Comprende los aspectos en cantidad y calidad																X				
INTENCIONALIDAD	Adecuado para valorar las variables													X							
CONSISTENCIA	Basado en teórico-científicos																		X		
COHERENCIA	Entre los índices, indicadores y dimensiones														X						
METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito de la investigación																X				

III. OPINIÓN DE APLICABILIDAD: Aplicable científicamente

IV. PROMEDIO DE VALORIZACIÓN:

Puno, 09 - 12 - 16	80416857	Dr. YONY ABELARDO QUISPE M.	958854080
LUGAR Y FECHA	DNI	FIRMA DEL EXPERTO INFORMANTE	TELÉFONO

VALIDACIÓN MEDIANTE OPINIÓN DE EXPERTOS

I. DATOS GENERALES			
Apellidos y nombres	Cargo, Institución donde labora	Nombre del instrumento de Evaluación	Autor del instrumento
GUTIERREZ OSCO	DOCENTE	TEST DE ATRIBUTOS	
TÍTULO:			

II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN

INDICADORES	CRITERIOS	DEFICIENTE 00-20%				REGULAR 21-40%				BUENA 41-60%				MUY BUENA 61-80%				EXCELENTE 81-100%			
		0-5	6-10	11-15	16-20	21-25	26-30	31-35	36-40	41-45	46-50	51-55	56-60	61-65	66-70	71-75	76-80	81-85	86-90	91-95	96-100
CLARIDAD	Está formulado con lenguaje apropiado										X										
OBJETIVIDAD	Está expresado en conductas observables en una institución educativa.													X							
ACTUALIDAD	Adecuado al avance de la ciencia y la tecnología																X				
ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica										X										
SUFICIENCIA	Comprende los aspectos en cantidad y calidad													X							
INTENCIONALIDAD	Adecuado para valorar las variables																			X	
CONSISTENCIA	Basado en teórico-científicos												X								
COHERENCIA	Entre los índices, indicadores y dimensiones												X								
METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito de la investigación																X				

III. OPINIÓN DE APLICABILIDAD: Aplicable científicamente

IV. PROMEDIO DE VALORIZACIÓN:

Puno, 09/12/2016	01228685	Dr. Felipe Gutierrez Osco	951662893
LUGAR Y FECHA	DNI	FIRMA DEL EXPERTO INFORMANTE	TELÉFONO

VALIDACIÓN MEDIANTE OPINIÓN DE EXPERTOS

I. DATOS GENERALES			
Apellidos y nombres	Cargo, Institución donde labora	Nombre del instrumento de Evaluación	Autor del instrumento
Obdulio Collantes Menis	Docente Director Post Grado Investig.	Test. de Atributos	
TÍTULO:			

II. ASPECTOS DE VALIDACIÓN

INDICADORES	CRITERIOS	DEFICIENTE 00-20%				REGULAR 21-40%				BUENA 41-60%				MUY BUENA 61-80%				EXCELENTE 81-100%			
		0	6	11	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61	66	71	76	81	86	91	96
		5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
CLARIDAD	Está formulado con lenguaje apropiado												X								
OBJETIVIDAD	Está expresado en conductas observables en una institución educativa.														X						
ACTUALIDAD	Adecuado al avance de la ciencia y la tecnología													X							
ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica												X							X	
SUFICIENCIA	Comprende los aspectos en cantidad y calidad																	X			
INTENCIONALIDAD	Adecuado para valorar las variables														X						
CONSISTENCIA	Basado en teórico-científicos													X							
COHERENCIA	Entre los índices, indicadores y dimensiones														X						
METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito de la investigación														X						

III. OPINIÓN DE APLICABILIDAD: Aplicable científicamente

IV. PROMEDIO DE VALORIZACIÓN:

Puno, 16-10-2016	02392291	Dr. Obdulio Collantes Menis DIRECTOR Post Grado	979668681
LUGAR Y FECHA	DNI	FIRMA DEL EXPERTO INFORMANTE	TELÉFONO

ANEXO 10

VALIDACIÓN MEDIANTE OPINIÓN DE EXPERTOS

Nº de ítems	**1**	**2**	**3**	**TOTAL**	
1	90	60	65	215	
2	65	70	90	225	
3	80	65	70	215	
4	90	95	60	245	
5	80	85	70	235	
6	65	75	65	205	
7	90	65	80	235	
8	70	70	90	230	
9	80	70	70	220	
SUMATORIA	710	655	660	2025	2025
MEDIA	78,89	72,78	73,33	225,00	225,00
DESVIACIÓN ESTÁNDAR	10,24	10,93	10,90	12,50	32,07

Hallazgo de fiabilidad mediante el coeficiente de Alpha de Cronbach (expertos)

$$\alpha = \left[\frac{k}{k-1}\right]\left[1-\frac{\sum S_i^2}{S_t^2}\right] \qquad = \quad \alpha = \left[\frac{9}{9-1}\right]\left[1-\frac{12.50^2}{32{,}07^2}\right]$$

$$\alpha = [1{,}125][0{,}848] = 0{,}9541$$

Donde:

α = Coeficiente de Alpha de Cronbach

K = Número total de ítems

S_i^2 = Varianza individual por ítem

S_i^2 = Varianza de los puntajes totales

Coeficiente	**Relación**
0,00 a +/- 0,20	Despreciable
0,21 a 0,40	Baja o ligera
0,41 a 0,60	Moderada
0,61 a 0,80	Marcada
0,81 a 1,00	Muy alta

Interpretación: El resultado indica que el instrumento de investigación se aproxima a ser altamente confiable (muy alta) con una puntuación de 0,9541 puntos (95,4%).

ANEXO 11

VALIDACIÓN MEDIANTE PRUEBA PILOTO

	Nº de Item																								
Nº de estudiantes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1	2	1	1	1	2	2	1	1	2	2	2	1	2	1	1	2	1	1	1	1	2	2	2	1	1
2	1	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	1	1	1	2	1
3	2	1	1	1	2	2	1	1	2	2	2	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	1
4	1	2	2	2	1	2	1	1	2	1	2	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1
5	1	1	2	2	2	1	2	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1
6	1	2	1	1	1	2	1	1	2	1	1	1	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1
7	1	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1
8	1	2	1	2	1	1	1	1	2	1	1	1	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1
9	1	1	1	1	2	2	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1
10	1	2	1	2	1	1	1	1	2	1	1	1	1	2	2	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1
11	1	1	1	2	1	1	1	1	2	1	1	1	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1
12	1	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1
13	1	2	1	2	1	1	1	1	2	1	1	1	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1
14	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
15	1	1	1	2	2	2	1	1	1	1	1	2	2	2	1	1	1	2	1	1	1	1	1	2	2
16	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	1	2	2	2	1	1	1	2	2	2	2	2	1	1	1
17	1	1	1	2	2	2	1	1	1	1	1	2	2	2	1	1	1	2	1	1	1	1	2	2	2
18	1	1	1	2	2	2	1	1	1	2	2	1	1	1	2	1	2	2	2	2	1	1	1	2	2
19	1	1	1	2	2	2	1	1	1	2	2	1	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2	2	1	1
20	2	2	2	1	1	1	2	2	2	1	1	2	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	1	2	2
TORIA DE CADA MNA	31	32	33	36	37	39	38	35	38	39	40	42	46	45	44	43	45	50	49	50	48	49	54	57	57
EDIO (MEDIA IÉTICA)	1,5	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	1,8	1,7	1,8	1,9	1,9	2	2,2	2,1	2,1	2	2,1	2,4	2,3	2,4	2,3	2,3	2,6	2,7	2,7
ACIÓN ESTANDAR	0,41	0,51	0,41	0,51	0,51	0,50	0,37	0,31	0,51	0,41	0,50	0,44	0,44	0,51	0,51	0,31	0,31	0,47	0,37	0,37	0,49	0,37	0,41	0,50	0,41

Hallazgo de fiabilidad mediante el Coeficiente de Alpha de Cronbach (prueba piloto)

$$\alpha = \left[\frac{k}{k-1}\right]\left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2}\right]$$

$$\alpha = \left[\frac{25}{25-1}\right]\left[1 - \frac{3,45^2}{10,86^2}\right]$$

$$\alpha = [1,042][0,899] = 0,937$$

Donde:

α = Coeficiente de Alpha de Cronbach

K = Número total de ítems

S_i^2 = Varianza individual por ítem

S_i^2 = Varianza de los puntajes totales

Coeficiente	**Relación**
0,00 a +/- 0,20	Despreciable
0,21 a 0,40	Baja o ligera
0,41 a 0,60	Moderada
0,61 a 0,80	Marcada
0,81 a 1,00	Muy alta

Interpretación: El resultado indica que el instrumento de investigación se aproxima a ser altamente confiable con una puntuación de 0,937 puntos (93,7%).

ANEXO 12

CALENDARIZACIÓN DE LAS ACTIVIDADES DE EJECUCIÓN DE PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

DENOMINACIÓN:

EL MODELO DE KLAUSMEIER COMO ESTRATEGIA EN LA FORMACIÓN DE CONCEPTOS DE GEOMETRIA EN LOS ESTUDIANTES DE LA IES SAN ANDRÉS DE ATUNCOLLA, 2016

DURACIÓN: 3 meses

ACTIVIDAD	CALENDARIZACIÓN													
	AGOSTO				SETIEMBRE				OCTUBRE					NOVIEMBRE
	1 S	2 S	3 S	4 S	1 S	2 S	3 S	4 S	1 S	2 S	3 S	4S	5S	1S
Elaboración de instrumentos de recolección de datos de la investigación	X													
Solicitud de autorización de ejecución dirigida a la I.E.S. San Andrés.	X													
Ejecución de la prueba piloto		X												
Ejecución de la prueba de entrada			X											
Ejecución de la experimentación			X	X	X	X	X	X	X	X				
Ejecución de la prueba de salida											X			
Elaboración de los resultados de la exposición (registro de notas cuantitativas).											X			
Entrega de calificación cuantitativa de notas a los docentes del grupo experimental y de control.												X		
Informe final de resultados de investigación dirigido a la dirección de la I.E.S. San Andrés.													X	
Emisión de constancia de ejecución de investigación por parte de la dirección de la I.E.S. San Andrés.														X

ANEXO 13

ESTADÍGRAFOS QUE SE UTILIZARON EN LA INVESTIGACIÓN

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL	
MEDIA	$X = \frac{\sum_{i=1}^{n} fiXi}{n}$
MEDIANA	$Me = Li + \left(\frac{\frac{n}{2} - Fi - 1}{fi} \right) 2$
MODA	$Mo = Li + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) C$
MEDIDAS DE DISPERSIÓN	
LÍMITE MÁXIMO	Valor mayor
LÍMITE MÍNIMO	Valor menor
RANGO	$R = Ls - Li$
VARIANZA	$S^2 = \frac{\sum_{i=!}^{n} fi(Xi - X)^2}{n}$
DESVIACIÓN ESTÁNDAR	$S = \sqrt{S^2}$
COEFICIENTE DE VARIACIÓN	$CV = \frac{S}{X}(100)$
MEDIDAS DE ASIMETRÍA O DEFORMACIÓN	

COEFICIENTE DE ASIMETRÍA	$gl = \frac{(1/n)*\sum(xi-xm)^3*ni}{((1/n)*\sum(xi-xm)^2*ni))^{3/2}}$
MEDIDAS DE APUNTAMIENTO O CURTOSIS	
CURTOSIS	$gl = \frac{(1/n)*\sum(xi-xm)^4*ni}{((1/n)*\sum(xi-xm)^2*ni))^2}-3$
DISEÑO ESTADÍSTICO	
Z calculada	$Z_C = \frac{X_1 - X_2}{\sqrt{\frac{S_X^2}{nx} - \frac{S_Y^2}{ny}}}$

ANEXO 14

EVIDENCIAS FOTOGRÁFICAS