

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO
ESCUELA DE POSGRADO
PROGRAMA DE DOCTORADO
DOCTORADO EN CIENCIA, TECNOLOGÍA Y MEDIO
AMBIENTE



TESIS

**MODELADO DE UN PÉNDULO INVERTIDO MÓVIL, USANDO HARDWARE Y
SOFTWARE LIBRE**

PRESENTADA POR:

JORGE LUIS APAZA CRUZ

PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:

DOCTORIS SCIENTIAE EN CIENCIA, TECNOLOGÍA Y MEDIO AMBIENTE

PUNO, PERÚ

2017

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO
ESCUELA DE POSGRADO
PROGRAMA DE DOCTORADO
DOCTORADO EN CIENCIA, TECNOLOGÍA Y MEDIO AMBIENTE



TESIS

MODELADO DE UN PÉNDULO INVERTIDO MÓVIL, USANDO HARDWARE Y SOFTWARE LIBRE

PRESENTADA POR:

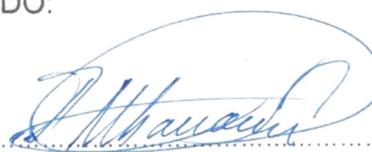
JORGE LUIS APAZA CRUZ

PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:

DOCTORIS SCIENTIAE EN CIENCIA, TECNOLOGÍA Y MEDIO AMBIENTE

APROBADA POR EL SIGUIENTE JURADO:

PRESIDENTE



.....
D.Sc. FRANCISCO ALBARRACÍN HERRERA

PRIMER MIEMBRO



.....
Dr. JUAN REYNALDO PAREDES QUISPE

SEGUNDO MIEMBRO



.....
Ph. D. JUAN MARCOS ARO ARO

ASESOR DE TESIS



.....
Dr. VLADIMIRO IBÁÑES QUISPE

Puno, 29 de diciembre de 2017

ÁREA: Ciencia.

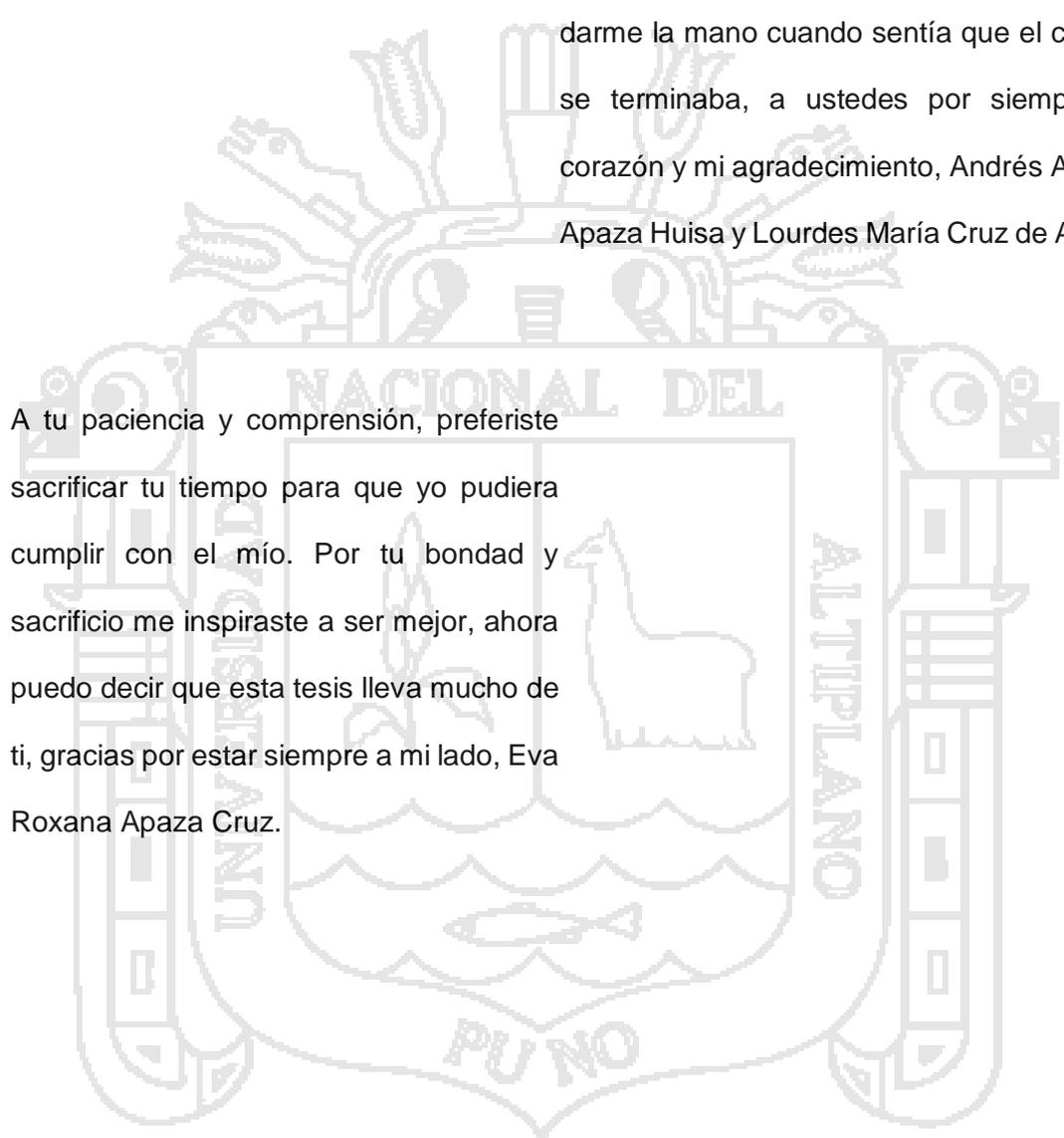
TEMA: Modelación de péndulo invertido.

LÍNEA: Estudio sobre la enseñanza de las ciencias y la tecnología.

DEDICATORIA

Con todo mi cariño y amor para las personas que hicieron todo en la vida para que yo pudiera lograr mis sueños, por motivarme y darme la mano cuando sentía que el camino se terminaba, a ustedes por siempre mi corazón y mi agradecimiento, Andrés Avelino Apaza Huisa y Lourdes María Cruz de Apaza.

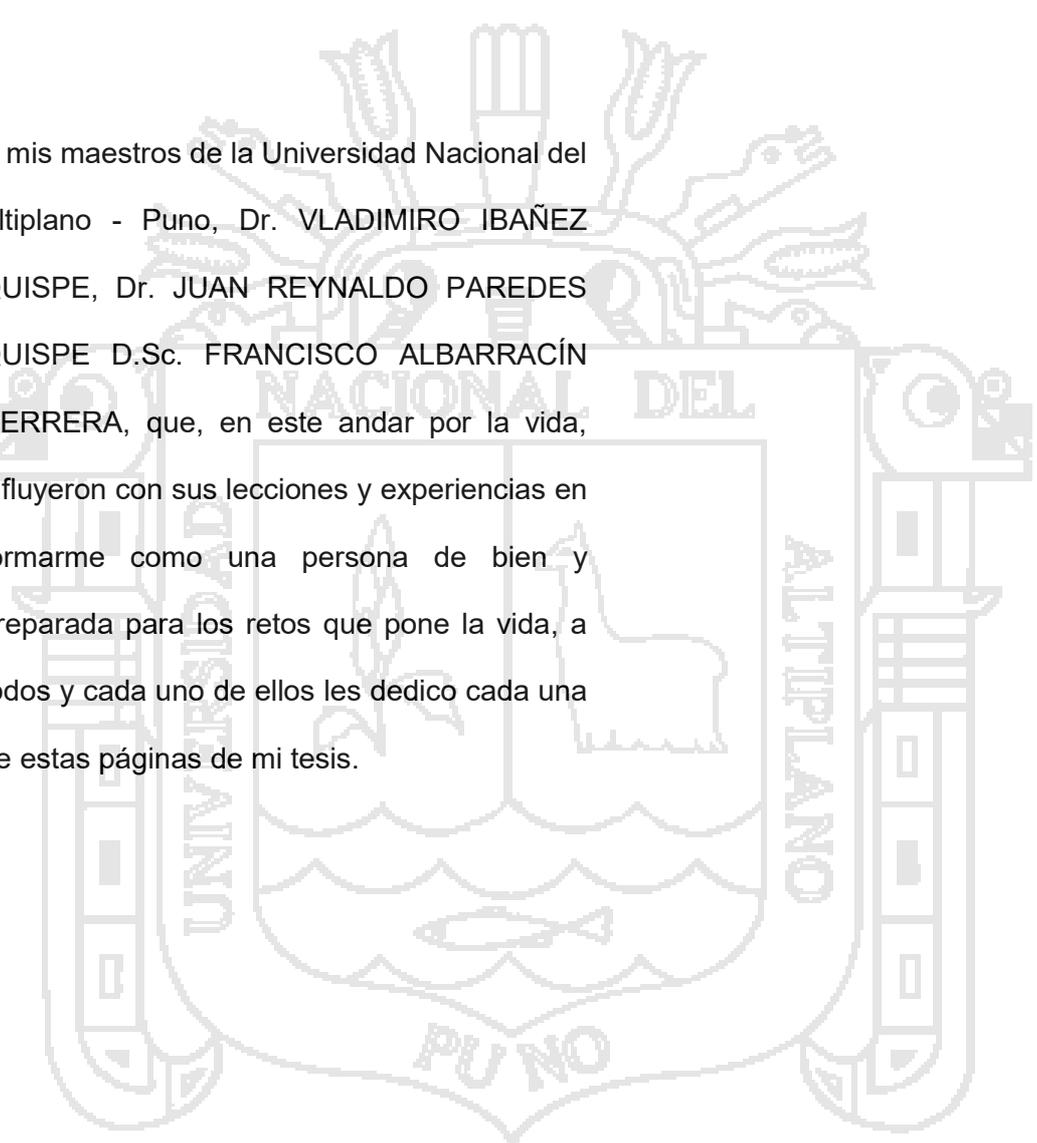
A tu paciencia y comprensión, preferiste sacrificar tu tiempo para que yo pudiera cumplir con el mío. Por tu bondad y sacrificio me inspiraste a ser mejor, ahora puedo decir que esta tesis lleva mucho de ti, gracias por estar siempre a mi lado, Eva Roxana Apaza Cruz.



AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Dios, ser maravilloso que me diera la vida, fuerza y fe para creer, crecer y ser mejor persona cada día.

A mis maestros de la Universidad Nacional del Altiplano - Puno, Dr. VLADIMIRO IBAÑEZ QUISPE, Dr. JUAN REYNALDO PAREDES QUISPE D.Sc. FRANCISCO ALBARRACÍN HERRERA, que, en este andar por la vida, influyeron con sus lecciones y experiencias en formarme como una persona de bien y preparada para los retos que pone la vida, a todos y cada uno de ellos les dedico cada una de estas páginas de mi tesis.



ÍNDICE GENERAL

	Pág.
DEDICATORIA	I
AGRADECIMIENTOS.....	II
ÍNDICE GENERAL.....	III
ÍNDICE DE CUADROS.....	VII
ÍNDICE DE FIGURAS.....	VIII
ÍNDICE DE ANEXOS.....	XI
RESUMEN	XII
ABSTRACT.....	XIII
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I	
PROBLEMÁTICA DE INVESTIGACIÓN	
1.1 PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN.....	4
1.2 JUSTIFICACIÓN.....	5
1.3 PREGUNTAS DEL PROBLEMA	5
1.3.1 Pregunta General.....	6
1.3.2 Pregunta Específicas.....	6
1.4 HIPÓTESIS	6
1.4.1 Hipótesis General.....	6
1.4.2 Hipótesis Específicas.....	6
1.5 OBJETIVOS.....	7
1.5.1 Objetivo General.....	7
1.5.2 Objetivos Específicos.....	7

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1	ANTECEDENTES.....	8
2.2	CONTROL DEL PÉNDULO	17
2.2.1	Control del Péndulo Invertido	17
2.2.2	Control Pid	18
2.2.3	Proporcional.....	18
2.2.4	Integral.....	18
2.2.5	Derivativo:.....	19
2.3	SISTEMAS Y EQUIPOS.....	19
2.3.1	Software y Hardware libre	19
2.3.2	Placa Arduino, IDE Arduino y Processing	19
2.3.3	Sensores y Actuadores.....	20
2.3.4	Aceleración y Acelerómetros	21
2.3.5	Velocidad Angular y giroscopio.....	22
2.3.6	Actuadores.....	23

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA

3.1	TIPO DE INVESTIGACIÓN	24
3.2	DISEÑO DE INVESTIGACIÓN.....	24
3.3	ÁMBITO DE ESTUDIO	25
3.3.1	Localización	25
3.3.1.1	Ubicación Política:.....	25
3.3.1.2	Ubicación Geográfica:.....	25

3.4	POBLACIÓN Y MUESTRA	25
3.4.1	La Población	25
3.4.2	Muestra	26
3.5	METODOLOGÍA	26
3.5.1	Métodos de Investigación	26
3.5.1.1	Método Inductivo Deductivo.....	26
3.5.1.2	Método Deductivo Inductivo.....	27
3.5.1.3	Método Experimental Aplicada.....	27
3.6	MATERIALES E INSTRUMENTOS, TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE LA INVESTIGACIÓN.....	28
3.6.1	Técnicas	29
3.6.2	Los Instrumentos	29
3.6.3	Técnicas a través de las cuales se obtuvieron la información.....	29
3.6.3.1	Observación directa.....	29
3.6.3.2	Obtención de Datos	29
3.6.3.3	Pruebas con Modelo.....	30
3.7	VARIABLES	30
3.7.1	Selección de las Variables.	30
3.7.1.1	Variables Dependientes.....	30
3.7.1.2	Variables Independientes.....	30
3.8	INGENIERÍA DEL PROYECTO.....	31
3.8.1	Etapas para realizar el modelado.....	31
3.8.1.1	Diseño del controlador	31
3.8.1.2	Modelado Físico.....	33
3.8.1.3	Definición del sistema	51
3.8.1.4	Formulación del modelo.....	52

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 RESULTADOS 54

4.2 DISCUSIÓN 61

CONCLUSIONES 67

RECOMENDACIONES 68

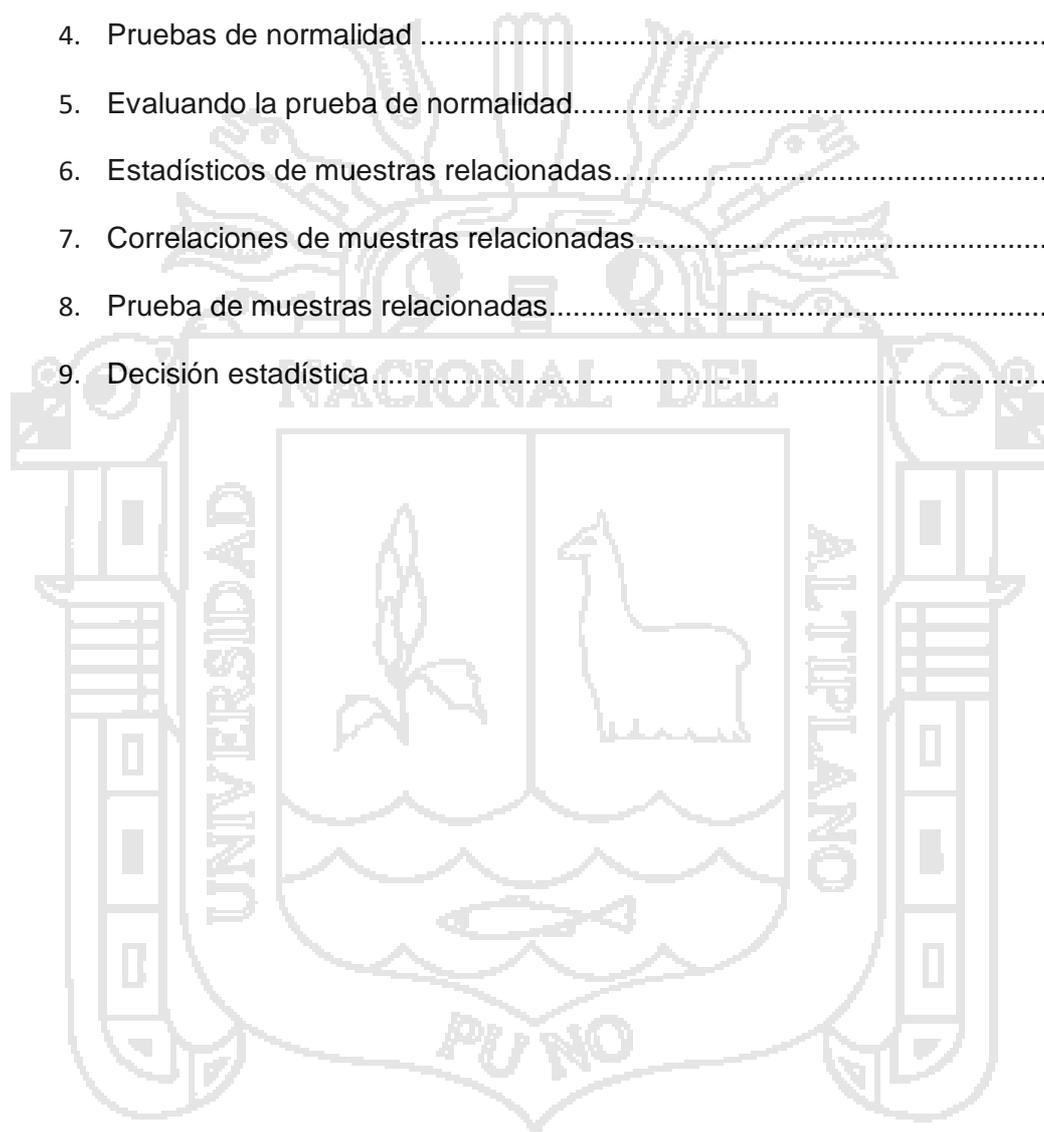
BIBLIOGRAFÍA 70

ANEXOS 77



ÍNDICE DE CUADROS

	Pág.
1. Materiales e instrumentos, técnicas e instrumentos de la investigación.....	28
2. Parámetros físicos considerados para la investigación.....	35
3. Datos evaluados por la ecuación de LaGrange.....	45
4. Pruebas de normalidad	101
5. Evaluando la prueba de normalidad.....	102
6. Estadísticos de muestras relacionadas.....	102
7. Correlaciones de muestras relacionadas.....	102
8. Prueba de muestras relacionadas.....	102
9. Decisión estadística.....	103



ÍNDICE DE FIGURAS

	Pág.
10. Péndulo de un carro	8
11. Péndulo invertido fijo.	9
12. Estados del péndulo invertido a lazo abierto	10
13. Vista general del péndulo desarrollado.....	11
14. Péndulo invertido rodante.....	12
15. Esquema de la estructura del vehículo	13
16. Resultados de la simulación con condiciones iniciales	14
17. Vista general del vehículo (ppccar).....	15
18. Péndulo invertido sobre dos ruedas.....	15
19. Balbot con 3 motores.....	16
20. Esquema básico de un sistema de control de lazo cerrado	19
21. Arduino conexión con giroscopio	21
22. Velocidad angular del giroscopio	22
23. Dirección del giroscopio	22
24. Motor a usar en el pendulo.....	23
25. Bosquejo del péndulo invertido	31
26. Diseño de planta.....	31
27. Diagrama de fuerzas del péndulo.	32
28. Diagrama de función de transferencia del péndulo invertido.	32
29. Vista lateral del péndulo invertido, fuerzas y centro de gravedad.....	33
30. Ubicación del centro de gravedad.....	34
31. Análisis de la rueda del péndulo	36
32. Relación altura del péndulo (H) y radio de la rueda (r).....	37
33. Diagrama eléctrico, Diagrama bloques del motor.....	38
34. Diagrama del actuador con respecto a los ejes de las ruedas.....	40

35. Diagrama del péndulo en el plano XY.....	40
36. DCL del péndulo para el momento.....	42
37. DCL obtención de energía potencial.....	44
38. Diagrama de bloques de la elaboración del software.....	51
39. Diagrama de bloques del hardware.....	51
40. Diagrama simplificado del péndulo invertido simple o en un carro móvil.....	52
41. Propuesta de diseño para el péndulo invertido móvil.....	52
42. Propuesta de diseño para el péndulo invertido móvil vista frontal.....	53
43. Propuesta inicial del modelado de un péndulo invertido móvil, usando hardware y software libre.....	55
44. Diseño de ruedas en programa AutoCAD para el modelado de péndulo.....	56
45. Modelado final de un péndulo invertido móvil operativo.....	57
46. Código procesing del modelado de un péndulo invertido móvil, usando hardware y software libre.....	58
47. Codigo IDE ARDUINO modelado de un péndulo invertido móvil, usando hardware y software libre.....	59
48. Modelado de un péndulo invertido móvil, usando hardware y software libre trabajo final.....	60
49. Simulación de un péndulo invertido móvil trabajo final.....	60
50. Modelado balbot con 3 motores.....	61
51. Modelo miniatura péndulo invertido sobre dos ruedas.....	62
52. simulaciones del sistema PID continuo y discreto.....	63
53. Simulación en Matlab del sistema propuesto.....	63
54. Prototipo vista general del vehículo (ppccar).....	64
55. Esquemático y variables para el modelo del péndulo.....	65
56. Péndulo invertido rodante.....	66
57. Ingreso a la página oficial de arduino www.arduino.cc	78
58. Ejecución de del programa de Arduino.....	78



59. Instalación de Arduino 79

60. Opciones de instalación 79

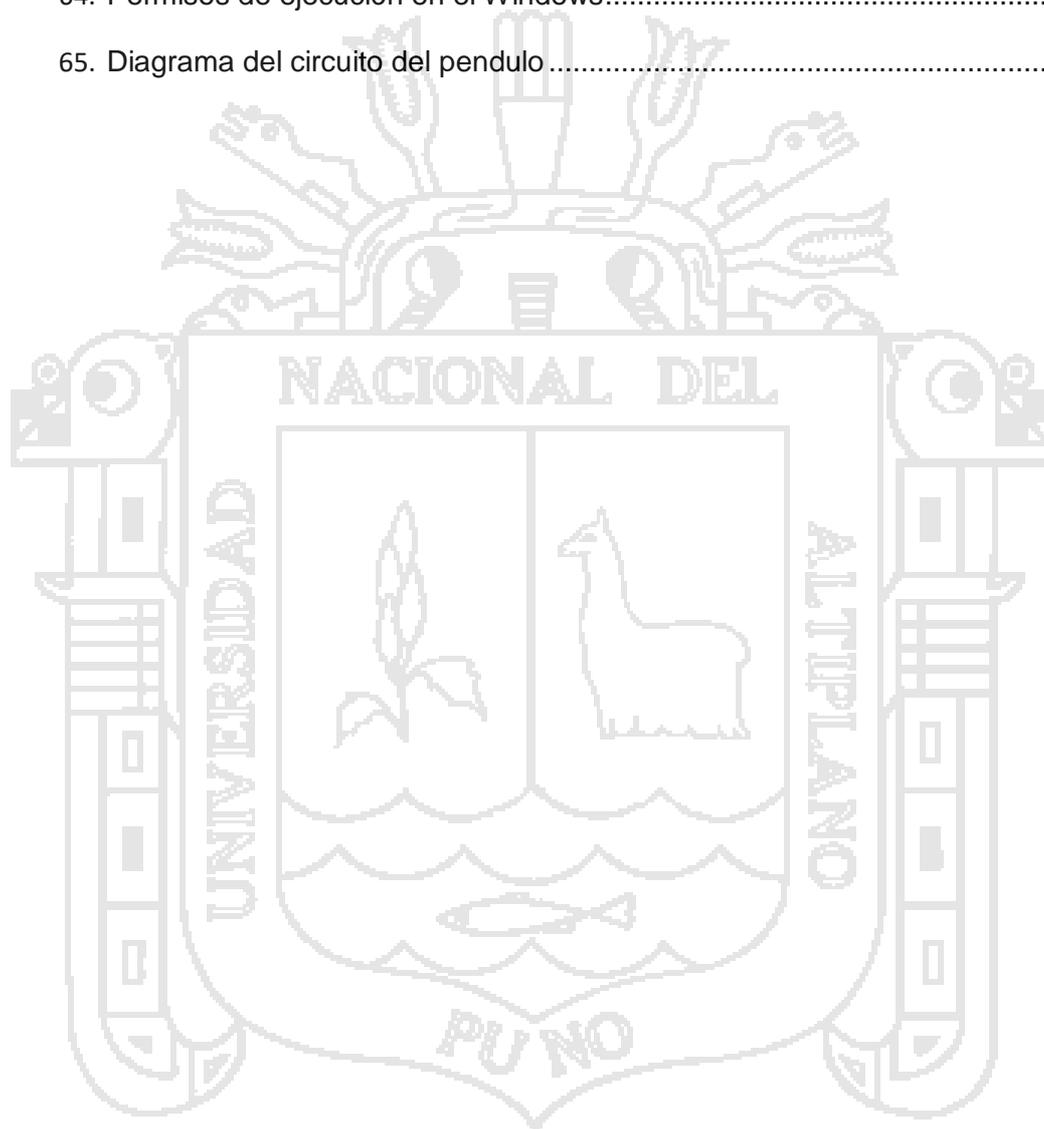
61. Ingreso a la página oficial de processing 80

62. Descarga del programa 80

63. Iniciando la ejecución de processing 81

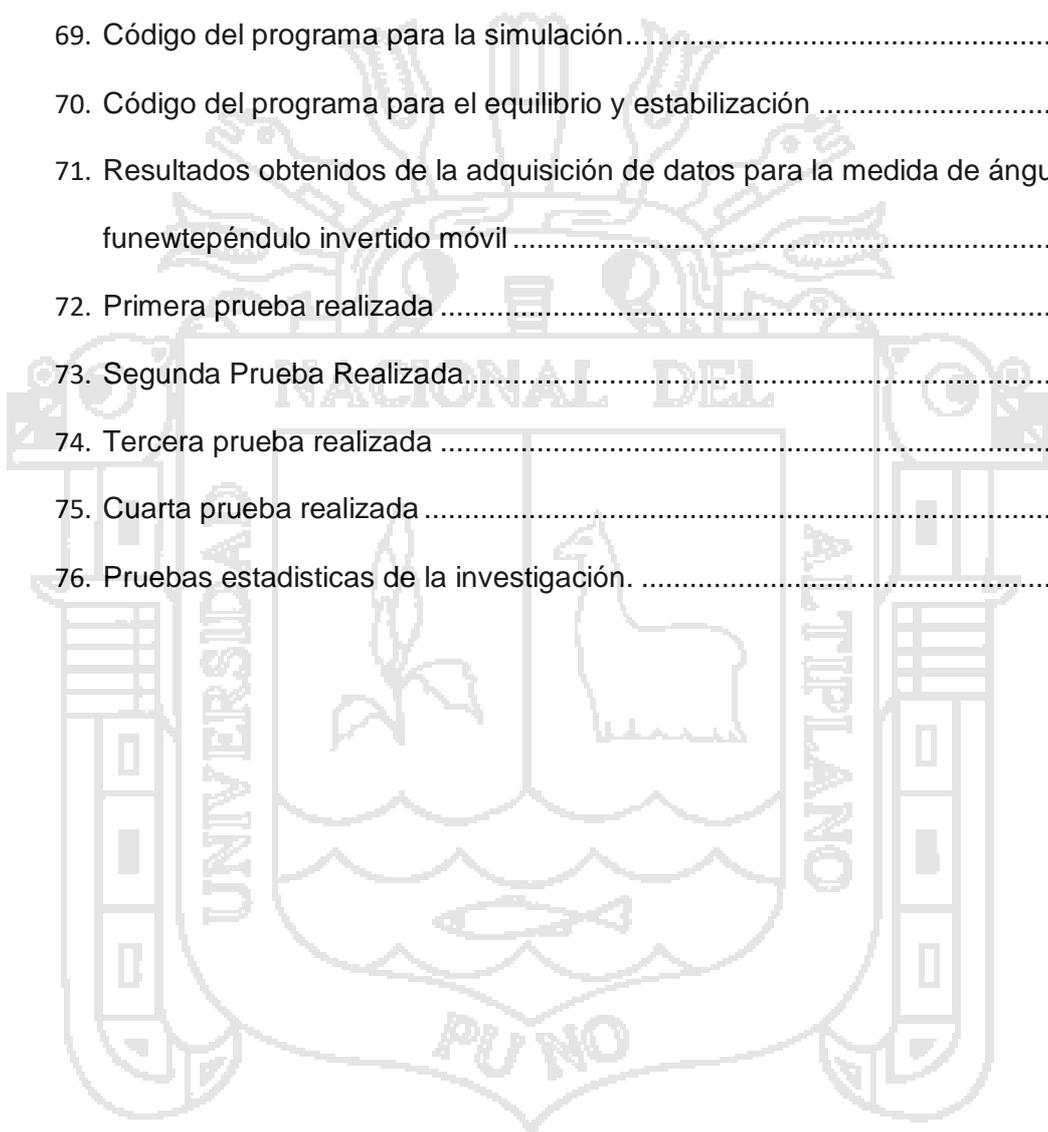
64. Permisos de ejecución en el Windows..... 81

65. Diagrama del circuito del pendulo 82



ÍNDICE DE ANEXOS

	Pág.
66. Instalación de IDE Arduino	78
67. instalación de Processing.....	80
68. Diagrama del circuito	82
69. Código del programa para la simulación.....	83
70. Código del programa para el equilibrio y estabilización	85
71. Resultados obtenidos de la adquisición de datos para la medida de ángulo del funewtpéndulo invertido móvil	88
72. Primera prueba realizada	88
73. Segunda Prueba Realizada.....	91
74. Tercera prueba realizada	94
75. Cuarta prueba realizada	97
76. Pruebas estadísticas de la investigación.	100



RESUMEN

La investigación de modelado de un péndulo invertido móvil, usando hardware y software libre tuvo como objetivo principal construcción de un modelo a escala de un péndulo, control de estabilidad, mediante el uso de un algoritmo usando hardware y software libre. Se diseñó y construyó el sistema, utilizando como herramienta las ecuaciones del control adaptativo de control PID. filtros de kalman. La metodología de investigación es Aplicada, con un diseño descriptivo y las técnicas usando ciencias básicas, usando el conocimiento de análisis de microcontroladores, semiconductores y actuadores. Como instrumento de investigación se empleó el software IDE ARDUINO y PROCESSING. Dentro del objetivo general: “modelado de un sistema de péndulo invertido móvil se realiza usando el hardware y software libre”. Se implementó y simuló el sistema donde se aprecia el equilibrio y la estabilidad del péndulo invertido móvil. Se concluye el “Diseño de un controlador de estabilización lleva el sistema del péndulo invertido móvil a un punto de equilibrio”, se realizó el uso eficiente del algoritmo de control propuesto mediante LaGrange y Taylor, que por mucho supera a los tratamientos convencionales con otros autores los cuales se mencionan en otras investigaciones cuya discusión y conclusión se ve más adelante. El péndulo invertido móvil usando hardware y software libre.

Palabras clave: equilibrio, filtro-Kalman, péndulo-invertido, Lagrange y Taylor.

ABSTRACT

The modeling research of a mobile inverted pendulum, using hardware and free software, had as main objective the construction of a scale model of a pendulum, stability control, through the use of an algorithm using hardware and free software. The system was designed and built, using the equations of adaptive PID control as a tool. kalman filters. The research methodology is Applied, with a descriptive design and techniques using basic sciences, using the knowledge of analysis of microcontrollers, semiconductors and actuators. The IDE ARDUINO and PROCESSING software was used as a research instrument. Within the general objective: "modeling of a mobile inverted pendulum system is done using free hardware and software". The system where the equilibrium and stability of the mobile inverted pendulum is appreciated was implemented and simulated. It concludes the "Design of a stabilization controller takes the inverted pendulum system mobile to a point of equilibrium", the efficient use of the control algorithm proposed by LaGrange and Taylor was carried out, which far surpasses conventional treatments with other authors which are mentioned in other investigations whose discussion and conclusion is seen below. The mobile inverted pendulum using hardware and free software.

Keywords: equilibrium, inverted pendulum, Kalman filter, Lagrange and Taylor.

INTRODUCCIÓN

La atención de investigadores y entusiastas de la robótica en las últimas décadas debido a sus características especiales, tales como alto orden, inestabilidad, multivariable, no lineal, fuerte acoplamiento y sub-actuación, y en gran parte del rendimiento clave del algoritmo de control, como la solidez, la estabilización y la trazabilidad, gran parte del rendimiento clave del algoritmo de control, como la solidez, la estabilización y la trazabilidad, la presente investigación muestra el modelado de un péndulo invertido móvil, usando hardware y software libre, el cual se diseñó e implementó en la Universidad Nacional del Altiplano -Puno.

El péndulo invertido en carro es un sistema no lineal no accionado, con solo una entrada de control aplicada al móvil, pero más de dos salidas (posición del móvil y ángulo del péndulo), también es un sistema electromecánico el más importante en la rama de control debido a que nos muestra la inestabilidad de un cuerpo ante la gravedad y los efectos de esta al tratar de ponerlo en equilibrio y el problema que genera la estabilidad. El cual debe ser controlado por un algoritmo, Pero todos estos algoritmos de control novedosos necesitan un banco de pruebas repetible para verificar su efectividad, por lo que se realizó experimentos diferentes para verificar la fiabilidad del algoritmo de control. Se utilizó un microcontrolador para controlar el péndulo invertido, y se diseñó un algoritmo robusto aplicado al péndulo invertido para probar resultados en tiempo real.

La gama de tareas tecnológicas que necesitan estos sistemas de péndulo invertido se amplía cada año. Esto resulta en una necesidad creciente de estrategias más avanzadas de modelado, identificación y control para estos sistemas, las aplicaciones necesitan una descripción suficientemente concisa y

precisa de la dinámica de estos sistemas, esto es especialmente cierto en aplicaciones de control automático, los modelos dinámicos que describen el sistema electromecánico en uso se pueden desarrollar utilizando los principios de la física. Sin embargo, los modelos construidos de esta manera pueden ser difíciles de derivar en la dinámica del sistema, por sus numerosas aplicaciones en ingeniería, en exploración espacial, automatización de fabricación, construcción, minería, aviación, aplicaciones militares de estabilización para un destino, operaciones peligrosas y muchas otras áreas.

El objetivo principal de esta investigación fue realizar el Modelado de un péndulo invertido móvil, usando hardware y software libre, Diseñando un controlador de estabilización, e Identificar los materiales de hardware libre y software, los cuales llevan al péndulo invertido móvil a un punto de equilibrio y la estabilidad.

La investigación que se realizó fue con el interés de ver el comportamiento del modelado físico, del sistema dinámico que implica el equilibrio del péndulo invertido móvil, Lo que se encuentra dentro de la automatización conjuntamente con la robótica y el control, donde se resolvió con una serie de estrategias diferentes de control que actúan dentro de una plataforma real que se usó en el entorno de la naturaleza.

Según el propósito del estudio realizado es una investigación es aplicada. las investigaciones aplicativas se caracterizan por que los resultados de la investigación son acerca de la realidad y recogen datos como se presenta en la realidad. El diseño es cuasi experimental, en la metodología se aplicó un proceso analítico, sintético, deductivo inductivo y se realizó de lo general a lo particular.

La metodología de investigación es básica, con un diseño descriptivo y la técnica básica, usando el conocimiento de análisis de semiconductores. Como instrumento de investigación se empleó la simulación por computadora.

se analizó el tipo de investigación, diseño de investigación, muestra tomada, población, y localización de la investigación, así como metodología de la investigación, materiales, técnicas e instrumentos que se usaron para desarrollar la investigación, a través de las cuales se obtuvo la información o la obtención de datos y pruebas de control del péndulo, y se realizó la correspondiente selección de variables, sin dejar de lado la ingeniería del proyecto cuyo resultado permitió obtener el algoritmo de control.

se concluyó con la presentación de resultados, se analizó la prueba estadística de la investigación mediante la prueba T-de-student para dos muestras relacionadas en distintos tiempos o pruebas y la contrastación con otros autores o Discusión sobre los resultados. Asimismo, se presentó las conclusiones y recomendaciones

CAPÍTULO I

PROBLEMÁTICA DE INVESTIGACIÓN

1.1 PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN

En la actualidad los modelos de vehículos se han puesto a los ojos del mundo como una alternativa de movilidad, ya sean no tripulados, autónomos los cuales realizan tareas monótonas o pre programadas, vehículos con asistencia para el conductor que lleven de un lugar a otro, vehículos personales y de muy bajo consumo de energía los cuales formaran entre todos ellos en convertirse en la solución definitiva a los problemas de tráfico de las grandes ciudades.

La idea es innovar un vehículo pequeño, maniobrable y de muy bajo consumo de energía, que es una alternativa frente a los vehículos que no consuman combustibles fósiles, otro factor importante es el costo del vehículo.

Para crear un vehículo con características adaptables, es necesario hacer muchas pruebas en prototipos, los cuales suelen ser costosos debido a los equipamientos y materiales utilizados en la fabricación de estos prototipos a escala real.

Uno de los factores muy importantes y determinantes de fabricar prototipos es la reacción del dispositivo en la vida real, adquiriéndose datos sometidos a aspectos reales como la gravedad en el lugar de estudio, inclinación, velocidad, obstáculos y muchos otros parámetros dentro del dominio de la naturaleza.

1.2 JUSTIFICACIÓN

Para la realización de la presente investigación experimental, se usó una de las herramientas de la teoría de control del experimento, que consiste realizar varias pruebas con modelos, simulación constructiva de fabricación a escala y simplificación de la estructura y sustitución de materiales, porque se desea conocer el comportamiento del péndulo, características técnicas, realizadas a la presión y altura del lugar de estudio de la investigación.

La investigación se centra en el comportamiento del modelado físico del sistema dinámico que implica el equilibrio del péndulo invertido móvil, lo que se encuentra dentro de la automatización conjuntamente con la robótica y el control, donde se resolvió con una serie de estrategias diferentes de control que actúan dentro de la plataforma real que se usó en el entorno de la naturaleza.

El modelado de péndulo invertido móvil es uno de los sistemas mecánicos donde el sistema es no lineal debido a sus respuestas, ya que el péndulo rota de acuerdo a la gravedad y la inclinación del terreno donde se evalúa, el modelo del péndulo se adecuará para mantener el equilibrio de todo el sistema.

1.3 PREGUNTAS DEL PROBLEMA

El Modelado del péndulo invertido móvil, garantizara el equilibrio y la estabilidad en base a la información recepcionada a través de sus sensores y aplicarse a

sus actuadores que representan los motores, los cuales ejecutarán en base a la simulación del modelo matemático desarrollado, utilizando los distintos métodos de control, para el desarrollo del modelo propuesto.

1.3.1 Pregunta General

¿Es posible modelar un sistema de péndulo invertido móvil con características propias de estrategias de control, usando hardware y software libre?

1.3.2 Pregunta Específicas

- ¿El Diseño de un controlador de estabilización es capaz de trasladar al Sistema del péndulo invertido móvil a un punto de equilibrio?
- ¿Los materiales de hardware electrónico libre posibilita el modelado de un Péndulo invertido móvil?

1.4 HIPÓTESIS

En todo el sistema de control del péndulo invertido móvil mejora favorablemente al sistema integrado, para determinar y poder proponer una estrategia de control.

1.4.1 Hipótesis General.

- El modelado de un sistema de péndulo invertido móvil se realiza usando el hardware y software libre.

1.4.2 Hipótesis Específicas.

- El Diseño de un controlador de estabilización lleva el sistema del péndulo invertido móvil a un punto de equilibrio.

- La identificación de los materiales de hardware libre y software libre posibilita el modelado de un Péndulo invertido móvil.

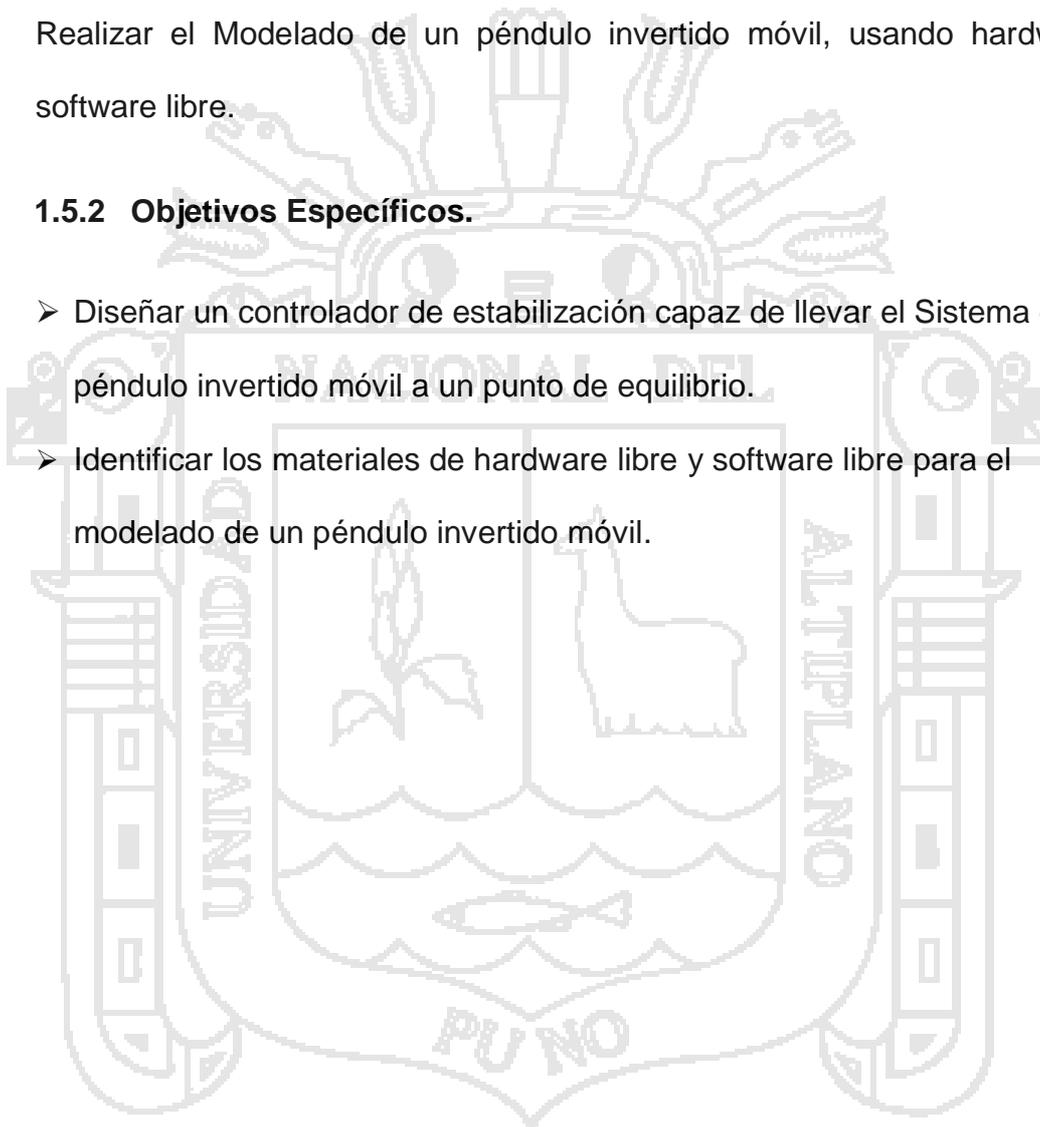
1.5 OBJETIVOS

1.5.1 Objetivo General.

Realizar el Modelado de un péndulo invertido móvil, usando hardware y software libre.

1.5.2 Objetivos Específicos.

- Diseñar un controlador de estabilización capaz de llevar el Sistema del péndulo invertido móvil a un punto de equilibrio.
- Identificar los materiales de hardware libre y software libre para el modelado de un péndulo invertido móvil.



CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1 ANTECEDENTES

En los años 70 se han realizado varios proyectos con péndulos invertidos en el instituto de robótica de Tokio, que propuso el péndulo rotatorio (Aracil & Gordillo, 2005) cuyas publicaciones fueron posteriores y es conocido desde entonces como péndulo Furuta.

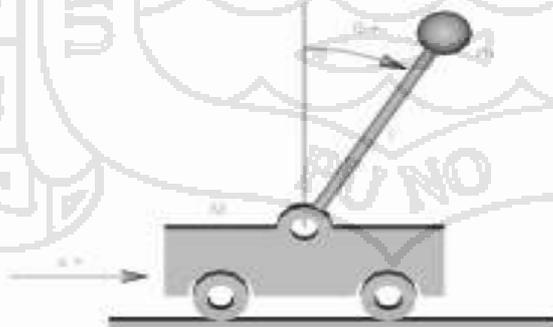


Figura 1. Péndulo de un carro
Fuente: (Aracil & Gordillo, 2005).

Es considerado el Investigador líder en esta área, el profesor de Furuta quien, desde entonces, ha realizado notables aportes teóricos y experimentales concernientes a este problema de control.

En el Instituto de Automatización e Inteligencia Artificial de la Universidad Nacional de Ingeniería 1997 Lima – Perú, se utiliza la teoría de control clásica y moderna, debido a las características particulares de la planta, es un excelente caso de estudio para implementar y validar nuevas estrategias de control basadas en inteligencia artificial, ya sea por medio de redes neuronales, algoritmos genéticos, lógica difusa, o esquemas unificados neuro-difuso, genético-difuso, neuro-genético y neuro-difusogenético (Moreno *et al.*, 1997)

Sistema de planta spi, El esquema planteado en el trabajo, emplea el control basado en "razonamiento difuso", que cualquier ser humano aplicaría para equilibrar la varilla; empleando el brazo y la palma del operario (los rieles y el carro móvil del SPI), y el cerebro (el controlador difuso) para procesar y enviar las órdenes. En la Figura 2, mostrada anteriormente se presenta el esquema comparativo.

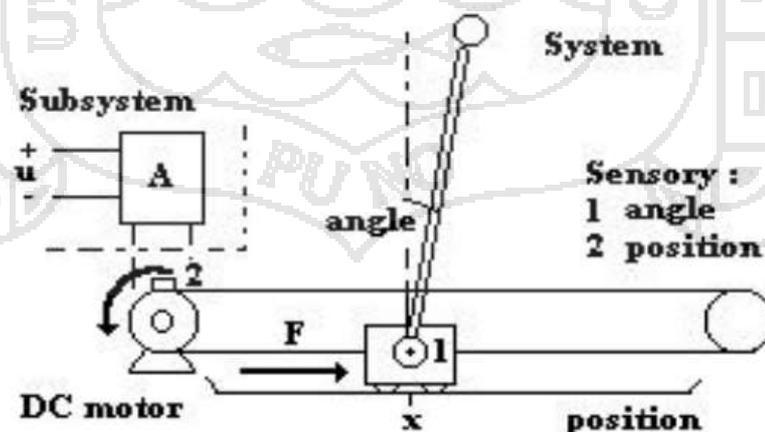


Figura 2. Péndulo invertido fijo.
Fuente:(Moreno *et al.*, 1997).

Se realizaron prácticas experimentales en la automatización de suma importancia, ya que beneficia la asimilación de los conceptos teóricos de una mejor manera; estas prácticas permitieron resolver futuros problemas de previsión, optimización de tiempos, capacitación, operación, seguridad, flexibilidad en una planta como se puede apreciar en la Figura 3.

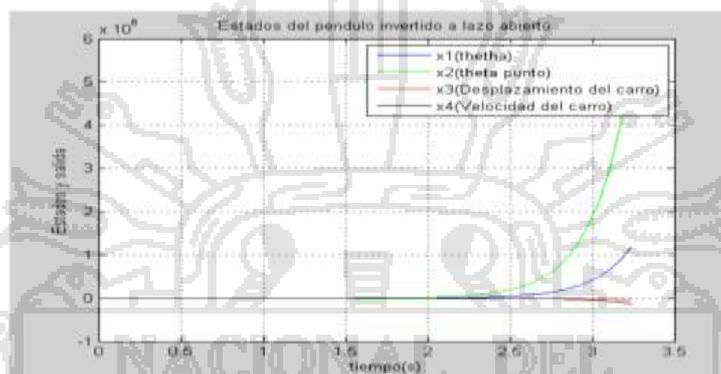


Figura 3. Estados del péndulo invertido a lazo abierto
Fuente: (Ipanaqué *et al.*, 2002).

En los laboratorios virtuales han implementado el control en las variables de estados del sistema péndulo invertido, que el usuario debe linealizar el modelo matemático del péndulo invertido a un modelo en espacio de estados para obtener las matrices de estado. El usuario debe ingresar a la plataforma web las matrices para graficar los estados y la salida del sistema a lazo abierto Figura 3, calculando el determinante de las matrices de observabilidad y controlabilidad (Ipanaqué *et al.*, 2002).

El sistema Péndulo de Furuta fue creado por el Dr. K. Furuta del Instituto de Tecnología de Tokio, el cual es un sistema subactuado de dos grados de libertad ambos rotacionales llamados brazo y péndulo. El movimiento del brazo (primer grado de libertad), se realiza en un plano horizontal girando alrededor de un eje perpendicular al plano, mientras que el péndulo se encuentra colocado en un extremo del brazo y su eje de giro es colineal al eje axial del brazo y su

movimiento se realiza en un plano perpendicular a este último (Valera *et al.*, 2002)



Figura 4. Vista general del péndulo desarrollado
Fuente: (Valera *et al.*, 2002).

Uno de los problemas más habituales que encontramos a la hora de trabajar con los procesos experimentales es el precio de los suministros. El alto precio que dificulta la posibilidad de replicarlo para trabajar de una forma cómoda en los laboratorios de investigación

Además el modelo matemático que obtuvieron, y el método de ajuste de los parámetros en forma iterativa, mostraron ser fiel al sistema real (Mallo & Mazzone, 2003). Esto resulta una ventaja cuando los controladores que diseñaron están basados en dicho modelo.



Figura 5. Péndulo invertido rodante
Fuente: (Mallo & Mazzone, 2003).

Las técnicas de control que se desarrollaron son técnicas lineales y no lineales definidas en varios estudios (Chen et al., 2018). El diseño de control en cascada fue un sistema de una entrada y una salida que permite utilizar cualquier técnica de control que se realice en la representación de entrada y salida. Solo se ha necesitado medir las variables que tienen disponibles.

El sistema, en su forma simplificada, está constituido por una plataforma montada sobre dos ruedas que son accionadas por dos motores independientemente. Sobre esta plataforma se sitúa una masa que puede ser modelada como una masa puntual móvil (Viguria et al., 2005).

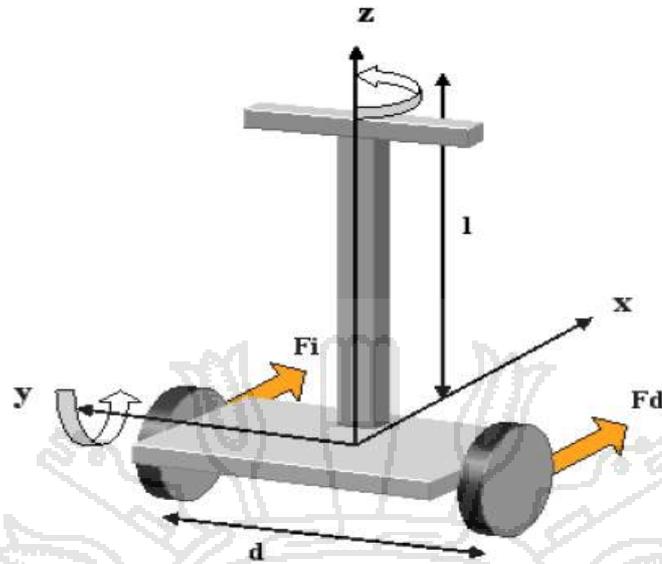


Figura 6. Esquema de la estructura del vehículo
Fuente: (Viguria *et al.*, 2005).

La ecuación general que se consideró para el péndulo (Viguria *et al.*, 2005) es:

$$J * \delta = (Fd - Fi) * d$$

Dónde:

F_i y F_d : Fuerza ejercida por la rueda izquierda y derecha respectivamente.

J : Momento de inercia respecto al eje vertical.

δ : Aceleración angular alrededor del eje z.

d : Distancia entre las ruedas.

Por ello (Valera *et al.*, 2002) menciona que una de las primeras premisas que se consideraron en el diseño y desarrollo del péndulo de Furuta fue tratar que el coste de implementación fuera el más económico posible. Para ello se ha escogido como actuador un motor de corriente continua existente previamente, (Sun, Wu, Chen, & Fang, 2018) las características significativas del péndulo, hace que el problema de control sea bastante desafiante.

Aracil & Gordillo (2005), reportan que se necesita una revisión de algunos métodos de diseño y análisis de sistemas de control no lineales, empleando el péndulo invertido como un sistema de referencia. Los péndulos invertidos son una familia de artefactos que constituyen un banco de pruebas muy completo e interesante para la ingeniería de control no lineales, y rotaciones de péndulos rotacionales como en solución óptima de energía (Teh, Chan, Woo, & Demrdash, 2015).

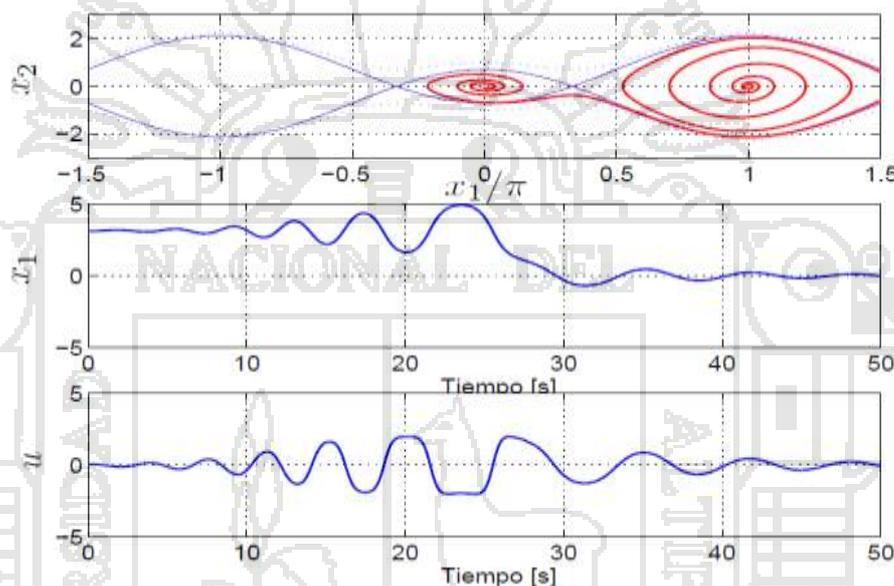


Figura 7. Resultados de la simulación con condiciones iniciales
Fuente: (Aracil & Gordillo, 2005).

En el presente trabajo, se centra en el problema del péndulo invertido sobre un vehículo de dos ruedas para el transporte de personas lo cual se muestra en la Figura 8, el péndulo está constituido por la persona que esta sobre el vehículo. El movimiento de avance está provocado por la inclinación de la persona con respecto a la posición de equilibrio. Mientras que el movimiento de rotación se controla mediante una consigna (Nana, Yamgoué, Tchitnga, & Woafu, 2017), impuesta por la persona mediante un dispositivo eléctrico. El núcleo del sistema está compuesto por un micro-controlador que es el encargado de la información proveniente de los distintos sensores, para calcular las acciones de control. Este

micro-controlador, se comunica con un computador permitiendo la captura de datos relevantes del vehículo para su posterior estudio y el ajuste de los controladores en línea. Estas características permiten el estudio de diversas técnicas de control mediante la realización de sencillos experimentos (Viguria *et al.*, 2005).

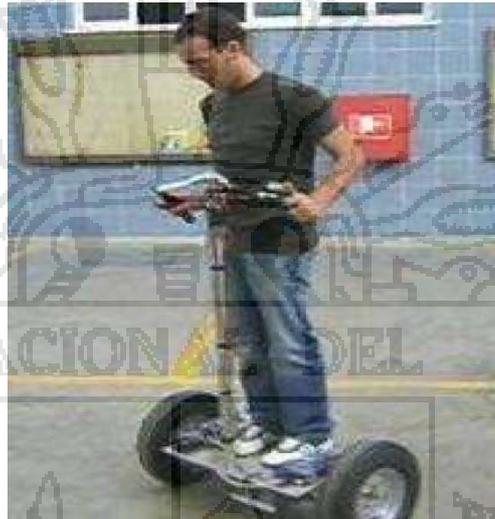


Figura 8. Vista general del vehículo (ppccar)
Fuente: (Viguria *et al.*, 2005)

Se construyó un prototipo (Sánchez *et al.*, 2010) de un vehículo de dos ruedas basado en un péndulo invertido llamado JOE, al cual le colocaron pesos el péndulo para simular el peso de un ser humano en baja escala.



Figura 9. Péndulo invertido sobre dos ruedas
Fuente: (Sánchez *et al.*, 2010)

Diseñaron un robot móvil con una esfera de tracción omnidireccional, fue diseñando un robot con esfera de tracción omnidireccional, primero se diseñó el sistema mecánico que se acciona sobre la esfera para generar el movimiento requerido; considerando sus componentes, medidas y distribuciones. (Fortunić & Edmundo, 2012) Para diseñar el sistema de control del Balbot se aplicó al sistema mecánico a través del sistema electrónico, necesitando establecer un modelo matemático para la parte mecánica, que permita describir el comportamiento del desplazamiento, velocidad y aceleración en función de los actuadores o motores. Para lo cual se realizó el diagrama de cuerpo libre sobre el sistema, para relacionar las fuerzas que actúan con la aceleración, la velocidad y el desplazamiento del robot móvil, por lo que se consideró todas las variables presentes en el sistema como torque, masa, momento de inercia, gravedad, potencia, fricción, aceleración angular, velocidad angular, radio de la rueda esférica, radio de acción del motor.



Figura 10. Balbot con 3 motores
Fuente: (Fortunić & Edmundo, 2012).

A nivel internacional tenemos muchos estudios equivalentes o similares como uno de los modelos más estudiados es el péndulo invertido sobre un vehículo, el cual es un sistema flexible que permite la investigación y posterior validación del diseño y aplicación de controladores óptimos y robustos, brindando la posibilidad

de investigación, además el péndulo invertido móvil es un sistema subactuado y solo una entrada para control, que lo hace interesante en el estudio y análisis de controladores para mantenerlo en la posición de equilibrio.

Los modelados del péndulo invertido móvil a nivel regional son nulos y a nivel local ocurre lo mismo debido a la ubicación geográfica de la ciudad de Puno, el péndulo móvil es uno de los prototipos más básicos para experimentar en los conceptos de periodo, velocidad, ángulo, posicionamiento y gravedad, si la masa se une a una barra rígida y se pone al revés, entonces se obtiene un péndulo invertido, un sistema aparentemente inestable, el cual es un ejemplo clásico para el control automático.

Una de las claves del péndulo invertido es, controlar el movimiento de la masa de la estructura, una técnica que transforma la dinámica del sistema con el correspondiente y sus restricciones en una nueva representación no restringida el método permite reformular el problema de control óptimo subyacente sin restricciones se resuelve mediante un algoritmo (Käpernick & Graichen, 2013).

2.2 CONTROL DEL PÉNDULO

2.2.1 Control del Péndulo Invertido

Los péndulos invertidos son uno de los proyectos que constituyen un consolidado de pruebas muy amplias, completas e interesantes para la ingeniería.

El más estudiado de los miembros de esta familia es el denominado control invertido móvil que consiste en un péndulo o cuerpo sólido (estructura) que gira

libremente por uno de sus extremos mediante una articulación situada sobre un móvil que se mueve sobre la superficie horizontal bajo la acción de una fuerza F , que es la acción de control con la que se pretende actuar sobre la posición de la estructura del mismo para que permanezca en equilibrio (Roca, 2016).

2.2.2 Control Pid

La ganancia Proporcional Integral Derivativo, es un controlador a través de un lazo de retroalimentación permite regular la velocidad, temperatura, presión y flujo entre otras variables de un proceso en general, acrónimo de Proporcional, Iterativo y Derivativo, en un mecanismo de control que se encarga de aplicar una acción correctora para disminuir la diferencia entre la salida de un sistema y la referencia que ésta debería alcanzar, es decir, su error (Kuo, 1996) Un PID, como indica su nombre, actúa en tres niveles diferentes:

2.2.3 Proporcional.

Determina la reacción del error actual, en el péndulo en tiempo real.

2.2.4 Integral.

Corrige la integral del error para reducirlo a cero (error estacionario), del péndulo.

2.2.5 Derivativo:

Determina la reacción del tiempo (derivada) en el que el error se produce (Kuo, 1996). La señal de control que se calcula mediante un PID viene dada por el siguiente diagrama de bloques:

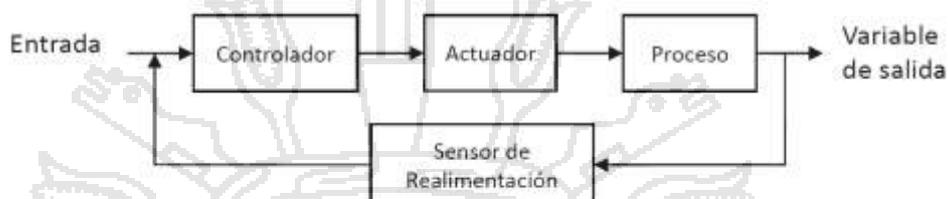


Figura 11. Esquema básico de un sistema de control de lazo cerrado
Fuente: (Kuo, 1996).

2.3 SISTEMAS Y EQUIPOS

2.3.1 Software y Hardware libre

Software de código abierto, hardware libre o electrónica libre. dispositivos de hardware cuyas especificaciones y diagramas esquemáticos son de acceso público, ya sea bajo algún tipo de pago, o de forma gratuita. La filosofía del software libre es aplicable a la del hardware libre, una forma de otorgar una licencia para su uso y modificación.

2.3.2 Placa Arduino, IDE Arduino y Processing

Arduino es una plataforma de hardware libre, basada en una placa con un microcontrolador usualmente Atmel AVR, puertos digitales y analógicos de entrada/salida, los cuales pueden conectarse a placas de expansión (shields), que amplían los funcionamientos de la placa Arduino. Asimismo, posee un puerto de conexión USB desde donde se puede alimentar la placa y establecer

comunicación con el computador, diseñada para facilitar el uso de la electrónica en proyectos multidisciplinarios (Mechatronics, 2017).

IDE (Entorno de Desarrollo Integrado) de Arduino es un entorno de desarrollo basada en C++, el cual sirve para la programación del microcontrolador, compila el código al modelo de placa y hace de interface con el computador mediante el puerto de comunicaciones USB (Arduino, 2016).

Processing es un lenguaje de programación y entorno de desarrollo integrado de código abierto basado en Java, de fácil utilización, y que sirve como medio para la enseñanza y producción de proyectos multimedia e interactivos de diseño digital. Uno de las aplicaciones es el de actuar como herramienta para que artistas, diseñadores visuales y miembros de otras comunidades ajenos al lenguaje de la programación, aprendieran las bases de la misma a través de una muestra gráfica instantánea y visual de la información (Dan Mosedale, 2017).

2.3.3 Sensores y Actuadores

EL MPU6050 es una unidad de medición inercial o IMU (Inertial Measurement Units) de 6 grados de libertad (DoF) pues combina un acelerómetro de 3 ejes y un giroscopio de 3 ejes. Este sensor es muy utilizado en navegación, goniometría, estabilización, etc.

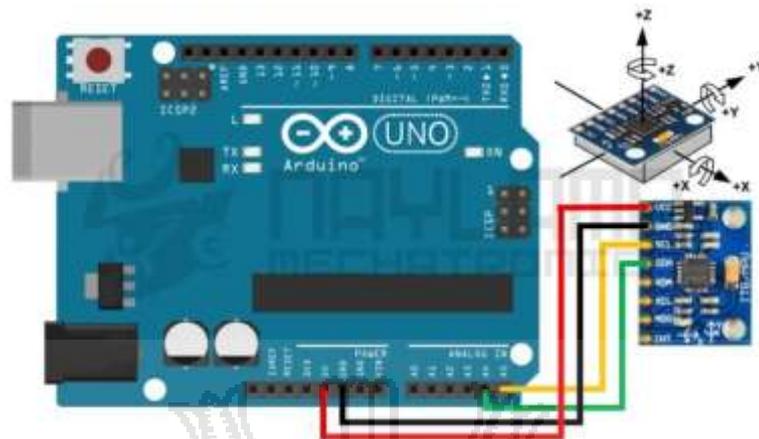


Figura 12. Arduino conexión con giroscopio
Fuente:(Mechatronics, 2017)

2.3.4 Aceleración y Acelerómetros

La aceleración es la variación de la velocidad por unidad de tiempo es decir razón de cambio en la velocidad respecto al tiempo:

$$a=dV/dt$$

Así mismo la segunda ley de Newton indica que en un cuerpo con masa constante, la aceleración del cuerpo es proporcional a la fuerza que actúa sobre él mismo

$$a=F/m$$

Con un acelerómetro podemos medir esta aceleración, teniendo en cuenta que a pesar que no exista movimiento, siempre el acelerómetro estará sensando la aceleración de la gravedad, con el acelerómetro podemos hacer mediciones indirectas como por ejemplo si integramos la aceleración en el tiempo tenemos la velocidad y si la integramos nuevamente tenemos el desplazamiento, necesitando en ambos casos la velocidad y la posición inicial respectivamente.

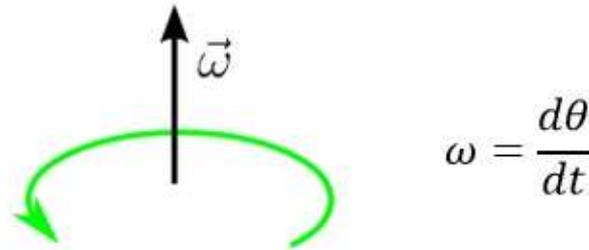


Figura 13. Velocidad angular del giroscopio
Fuente:(Mechatronics, 2017)

2.3.5 Velocidad Angular y giroscopio

La velocidad angular es la tasa de cambio del desplazamiento angular por unidad de tiempo, es decir que tan rápido gira un cuerpo alrededor de su eje:

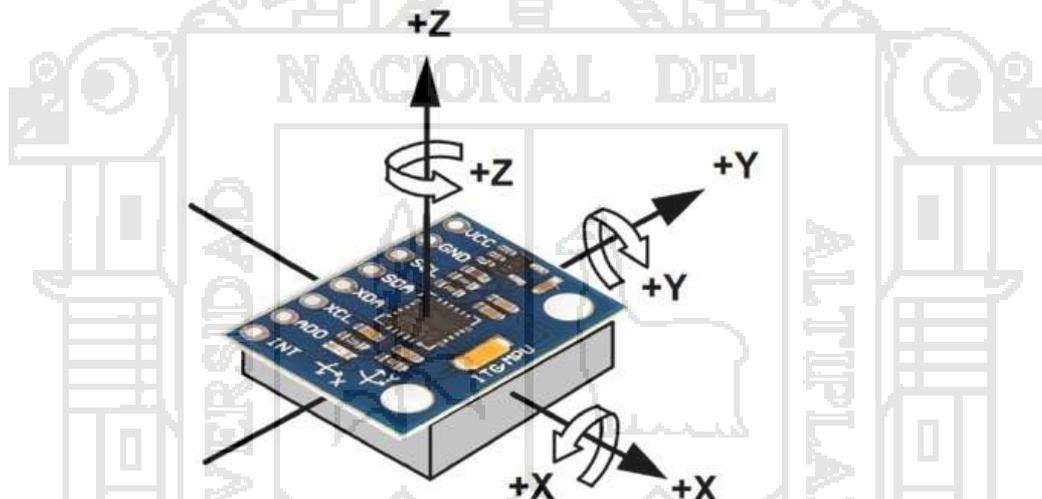


Figura 14. Dirección del giroscopio
Fuente:(Mechatronics, 2017)

Los giroscopios utilizan un MEMS (Micro ElectroMechanical Systems) para medir la velocidad angular usando el efecto Coriolis, con un giroscopio podemos medir la velocidad angular, y si se integra la velocidad angular con respecto al tiempo se obtiene el desplazamiento angular (posición angular si se sabe dónde se inició el giro). EL módulo Acelerómetro MPU tiene un giroscopio de tres ejes con el que podemos medir velocidad angular y un acelerómetro también de 3 ejes con el que medimos los componentes X, Y y Z de la aceleración (Mechatronics, 2017).

2.3.6 Actuadores

Como actuador se utilizó los motores de paso los cuales recibían la acción a realizar mediante el microcontrolador, un servomotor de CC con codificador para uso en robótica. De características, DC 12V 540RPM Gear Motor con Encoder 16MM.



Figura 15. Motor a usar en el pendulo
Fuente: (Parks, 2017)

Una visión general del desarrollo de la dinámica del micro rotor para microelectromecánica sistemas se considera el acoplamiento entre fenómenos mecánicos y eléctricos, y luego se centran en el modelado dinámico y simulación para micromotores y dispositivos de potencia (Meng, Zhang, Huang, Li, & Chen, 2009)

la dinámica cero o de estabilización se genera en forma una ecuación de orden superior amortiguado y forzado no lineal cuya ecuación diferencial, es analizado en capítulo III, en el modelado físico, de acuerdo a la estabilidad se proporciona para mostrar que el cero resultante (Meng et al., 2009). La dinámica está garantizada para ser semiglobalmente estable en el semiplano superior.

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA

3.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN

Según el propósito del estudio realizado corresponde al tipo de investigación aplicada. Según (Hernandez, Fernández y, Sampieri.,2010) las investigaciones aplicativas se caracterizan porque los resultados de la investigación son acerca de la realidad y recogen datos como se presenta en la realidad.

3.2 DISEÑO DE INVESTIGACIÓN

El diseño es cuasi experimental, según (Hernandez *et al.*, 2010), proceso que consiste en modelado de un péndulo invertido móvil, que consiste en someter a un objeto a determinadas condiciones o estímulos, porque se Modeló y se Diseñó un Controlador de Estabilización, para un péndulo invertido móvil a un bajo costo, analizando el método más óptimo para el mejor aprovechamiento del hardware y software libre.

3.3 ÁMBITO DE ESTUDIO

3.3.1 Localización

3.3.1.1 Ubicación Política:

País : Perú.

Región : Puno.

Provincia : Puno

Distrito : Puno

3.3.1.2 Ubicación Geográfica:

Latitud : 15°55'-S.

Longitud : 70°02'-O

Altitud : 3826 m.s.n.m.

3.4 POBLACIÓN Y MUESTRA

La investigación se realizó en la Universidad Nacional del Altiplano – Puno, efectuándose el modelado de un péndulo invertido móvil, usando hardware y software libre, y pruebas del diseño

3.4.1 La Población

En todo planteamiento de la investigación es importante establecer la población, que es “parte de la realidad” como objeto de la investigación, en la cual se encuentren contenidos los sujetos u **objetos** que son motivos de estudio (Ibáñez, 1999).

Por lo tanto, la población **objeto de estudio** es el “Diseño de un péndulo invertido móvil”.

La unidad de análisis “objeto” es la parte de la realidad que se pretende investigar u observar y como tal constituye el objeto global de estudio y se obtienen los datos empíricos necesarios para contrastar las hipótesis con la realidad (Ibáñez, 1999).

3.4.2 Muestra

Definida la unidad u objeto de análisis, se procedió a delimitar la muestra, a partir de las características de la población, se obtienen las posibles características de una muestra. El muestreo, implica la aleatorización de las muestras que debe ser aceptada para poder realizar el trabajo, la unidad de análisis: Objeto de estudio (péndulo invertido móvil) o individuo del que se obtiene la información (Pino, 2008).

Las muestras no probabilísticas son las más utilizadas, en el cual la muestra se selecciona a criterio del investigador o el que hace la muestra (Ibáñez, 1999).

3.5 METODOLOGÍA

3.5.1 Métodos de Investigación

Para el trabajo de investigación se utilizó los siguientes métodos:

3.5.1.1 Método Inductivo Deductivo

Se aplicó un proceso analítico, sintético (Hernandez et al., 2010), estudiando aspectos particulares de los comportamientos de los distintos componentes

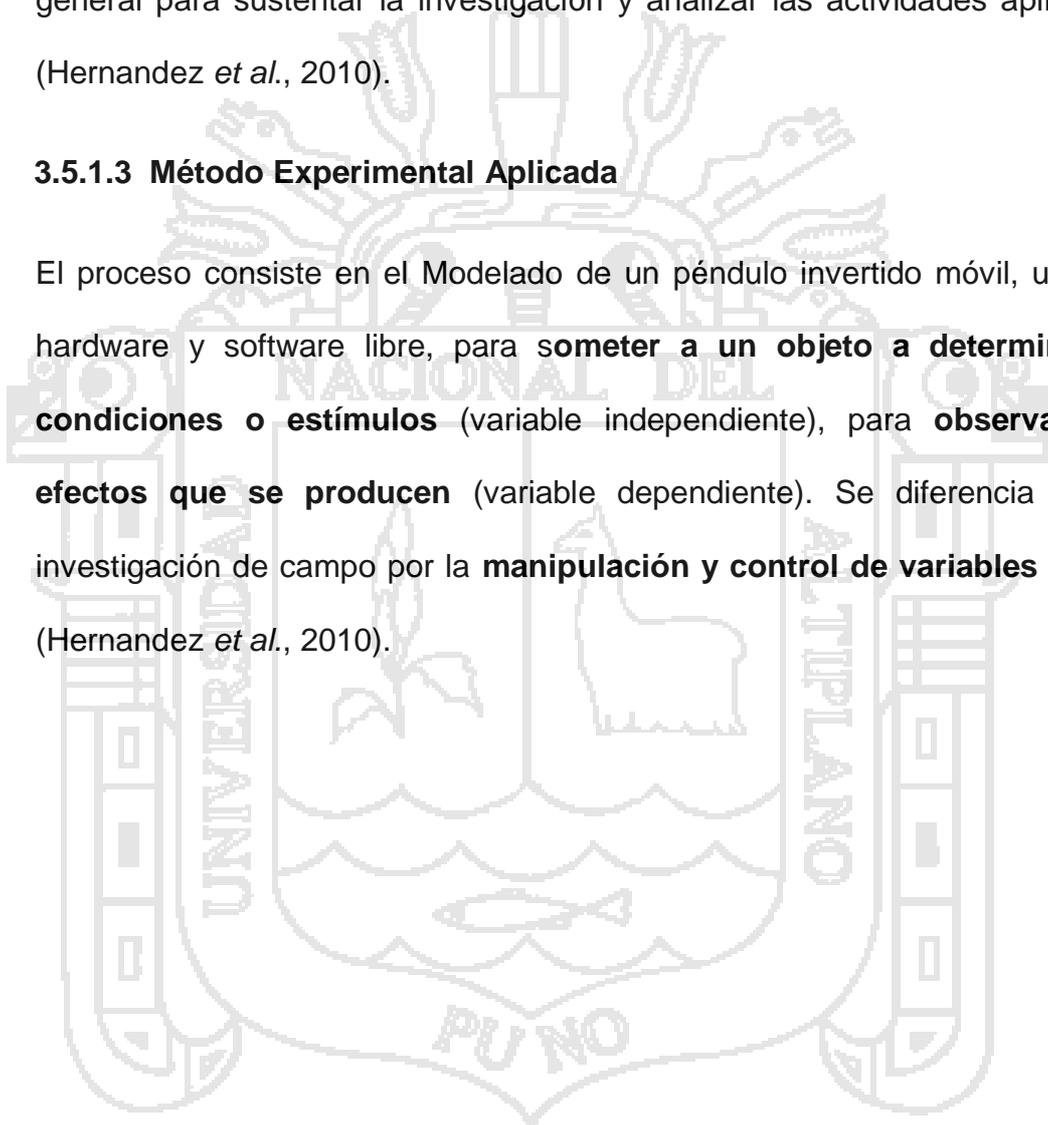
electrónicos para su uso y aprovechamiento en el Modelado de un péndulo invertido móvil.

3.5.1.2 Método Deductivo Inductivo

Se realizó de lo general a lo particular, a través de la aplicación de la teoría general para sustentar la investigación y analizar las actividades aplicadas (Hernandez *et al.*, 2010).

3.5.1.3 Método Experimental Aplicada

El proceso consiste en el Modelado de un péndulo invertido móvil, usando hardware y software libre, para **someter a un objeto a determinadas condiciones o estímulos** (variable independiente), para **observar los efectos que se producen** (variable dependiente). Se diferencia de la investigación de campo por la **manipulación y control de variables** según (Hernandez *et al.*, 2010).



3.6 Materiales e Instrumentos, Técnicas E Instrumentos De La Investigación.

Cuadro 1. Materiales e instrumentos, técnicas e instrumentos de la investigación

<u>Objetivo General</u>	<u>Técnica</u>	<u>Instrumentos</u>
Modelar un péndulo invertido móvil usando hardware y software libre.	Según (Hernandez et al., 2010), El estudio realizado corresponde al tipo de investigación aplicada . y La técnica es el Modelado , usando el conocimiento básico de simulación constructiva, fabricación a escala y control de procesos mediante componentes electrónicos.	La simulación constructiva es parte útil del modelado de sistemas naturales físicos, estudios de los efectos y comportamientos que causan el equilibrio, para ello se usó el Instrumento hardware y software Arduino, “ ARDUINO, Software IDE y Processing ”.
<u>Objetivos Específicos</u>	<u>Observación</u>	<u>Recolección de Datos</u>
Diseñar un controlador de estabilización capaz de llevar el Sistema del péndulo invertido móvil a un punto de equilibrio.	Se aplicó un protocolo de observación directa no participante. Se observaron y analizaron los diversos efectos en el: Modelado De Un Péndulo Invertido Móvil	la obtención de datos será de forma directa a través del puerto serie cuando el péndulo esté en funcionamiento, usando Software IDE ARDUINO y PROCESSING .
Identificar los materiales de hardware libre para el modelado de un péndulo invertido móvil.	Modificación del modelo planteado para el péndulo. <ul style="list-style-type: none"> • Velocidad del péndulo • Angulo de inclinación del péndulo • Estabilización del péndulo 	Guía de observación y obtención de datos manual de usuario del Software IDE ARDUINO y PROCESSING .

Fuente: Elaboración en base a marco teórico.

De acuerdo al tipo de investigación realizada, se seleccionó una técnica como instrumento adecuado para la recolección de la información. Un Software libre para la Enseñanza, e Investigación y el Diseño de Control de Procesos como: IDE ARDUINO y PROCESSING, mediante Circuitos Electrónicos.

3.6.1 Técnicas

La técnica es el **Modelado**, usado como el conocimiento básico de simulación constructiva, fabricación a escala y control de procesos mecánicos mediante componentes electrónicos.

3.6.2 Los Instrumentos

Estudio de los efectos y comportamientos que causan las oscilaciones en los circuitos.

Como instrumento se usó un el Software "IDE ARDUINO y PROCESSING."

Guía de observación y manual de usuario del Software IDE ARDUINO y PROCESSING.

3.6.3 Técnicas a través de las cuales se obtuvieron la información

3.6.3.1 Observación directa

Se aplicó un protocolo de observación directa no participante. Se observaron y se analizaron los diversos efectos del Modelado de un péndulo invertido móvil usando hardware y software libre

La observación aplicada, se realizó usando una ficha de observación.

3.6.3.2 Obtención de Datos

Para la obtención de datos medibles, se usó como punto de referencia el ángulo de inclinación de acuerdo a los siguientes indicadores se muestran en el ANEXO 7. Primera prueba realizada: en adelante.

- Actividades en módulos Sensores aplicadas al modelado.

- Actividades en módulos Actuadores aplicadas al modelado.
- Tiempo de respuesta dedicado a la realización.
- Recursos utilizados y materiales para la simulación en forma ideal.

3.6.3.3 Pruebas con Modelo

Se usó simulación constructiva, para lo cual se realizó la fabricación a escala y simplificación de la estructura como se puede observar en Figura 36. Modelado final de un péndulo invertido móvil operativo, finalmente la sustitución de materiales, para la semejanza física como se aprecia en la Figura 39. Modelado de un péndulo invertido móvil, usando hardware y software libre trabajo final.

3.7 VARIABLES

Las variables son seleccionados en correspondencia con el problema de Investigación y los objetivos:

3.7.1 Selección de las Variables.

3.7.1.1 Variables Dependientes

- Estabilización del péndulo
- Ángulo del péndulo

3.7.1.2 Variables Independientes

- Velocidad del péndulo
- Peso del péndulo

Las formas y unidades de medición y los procedimientos para el control del péndulo invertido y los datos son correspondientes a la investigación.

3.8 INGENIERÍA DEL PROYECTO

3.8.1 Etapas para realizar el modelado

Bosquejo general de péndulo invertido móvil usando hardware y software libre

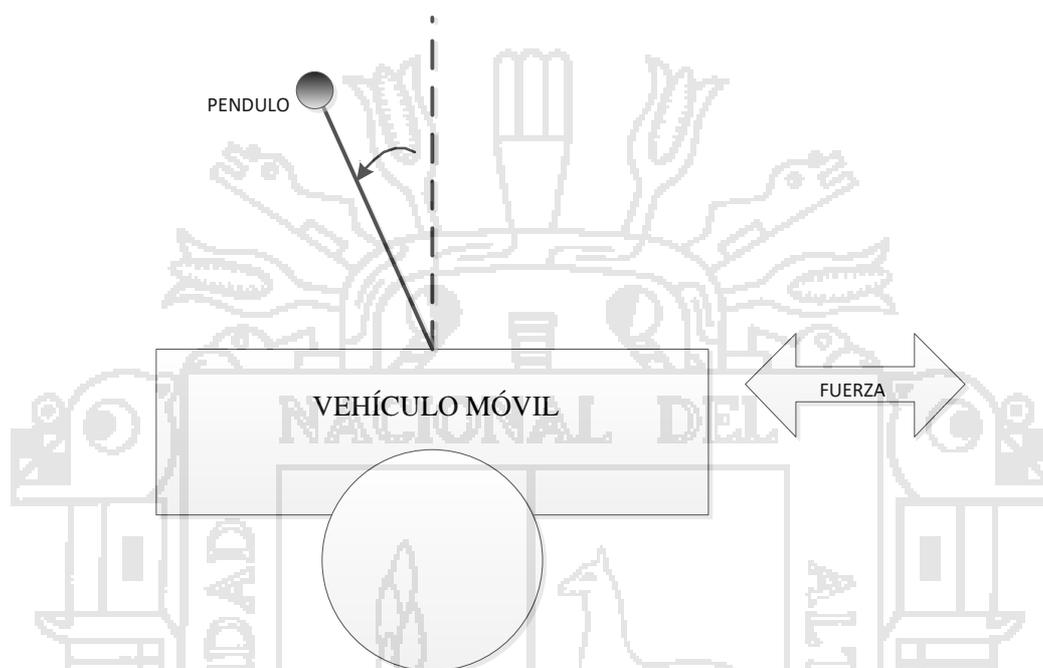


Figura 16. Bosquejo del péndulo invertido

3.8.1.1 Diseño del controlador

Como la ejecución del diseño y modelado del sistema se usó los tipos de control PID y LQR, para el desarrollo del todo el sistema se realizó un bloque de referencia donde mostraremos en la Figura 17 la planta que se desarrolló.

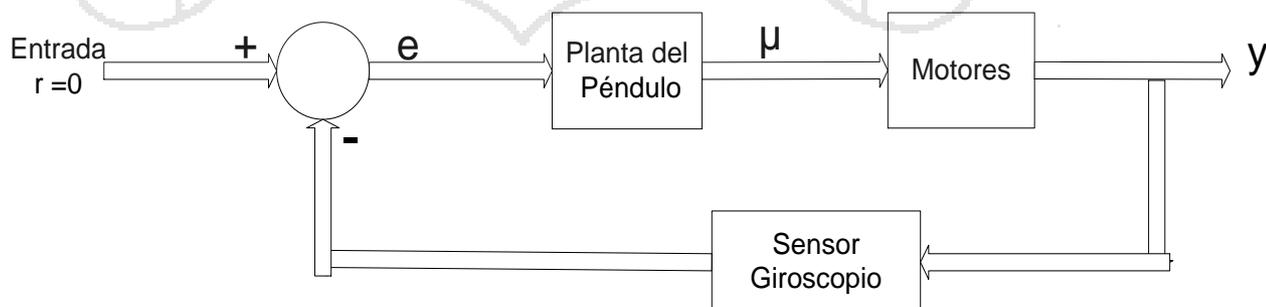


Figura 17. Diseño de planta

Donde él sensor (giroscopio mande un valor) ya sea positivo o negativo en función del diagrama establecido a continuación.

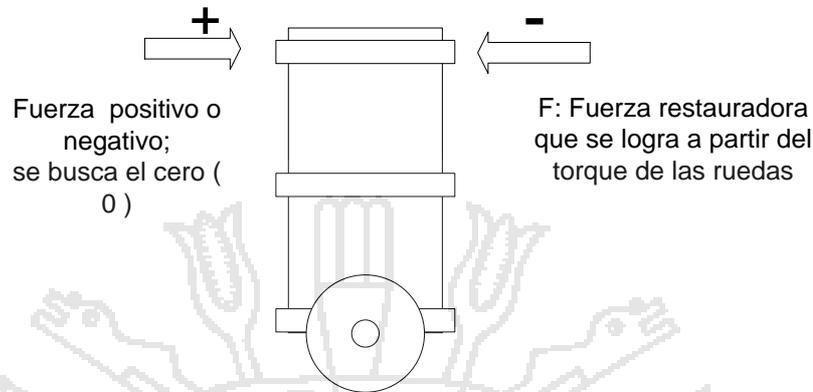


Figura 18. Diagrama de fuerzas del péndulo.

En primer lugar, se mide el valor del sensor del giroscopio, luego se envía una señal en la cual es restada con la señal medida dándonos un error, sin embargo, se debe plantear un margen en el que el sistema inestable trabaje, el cual se aplica hacia los motores

El modelado se planteó de acuerdo al tipo de controlador (PID, LQR), para la elaboración primero se realizó el PID y se alcanza el tiempo con LQR.

Una vez obtenido el modelo matemático, se procedió a simular en Matlab en la herramienta simulink en versión estudiantil el programa y processing, con los datos ya obtenidos como la función de transferencia general del sistema. El cual se procedió a hallar los valores PID óptimos para el control del péndulo invertido móvil usando hardware libre Arduino.

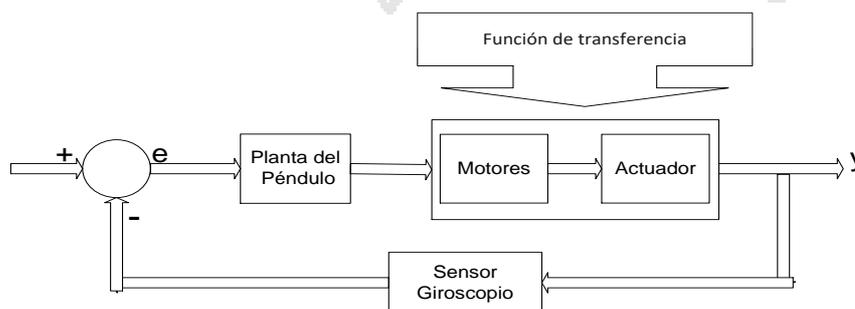


Figura 19. Diagrama de función de transferencia del péndulo invertido.

3.8.1.2 Modelado Físico

a) Para hallar el momento de inercia de la rueda y el motor

Primero se debe tener en cuenta la unión de la rueda y el eje del motor Figura 20, el eje soporta el peso del péndulo en la rueda por lo que el momento de inercia debe ser el eje par del momento de fuerzas.

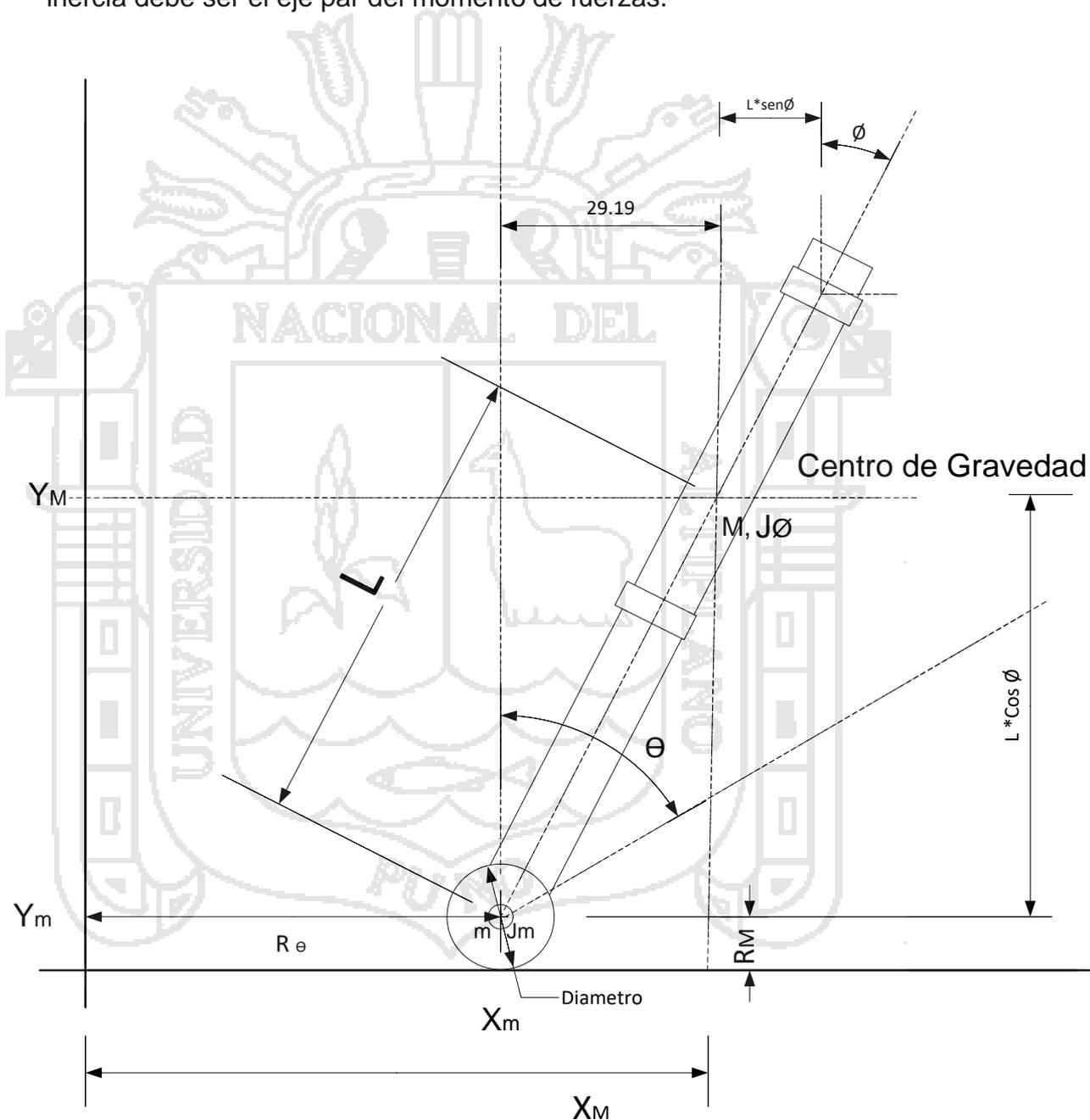


Figura 20. Vista lateral del péndulo invertido, fuerzas y centro de gravedad

b) Encontrando el centro de masas

Como el péndulo invertido no es un cuerpo sólido se calculó el centro de gravedad por partes.

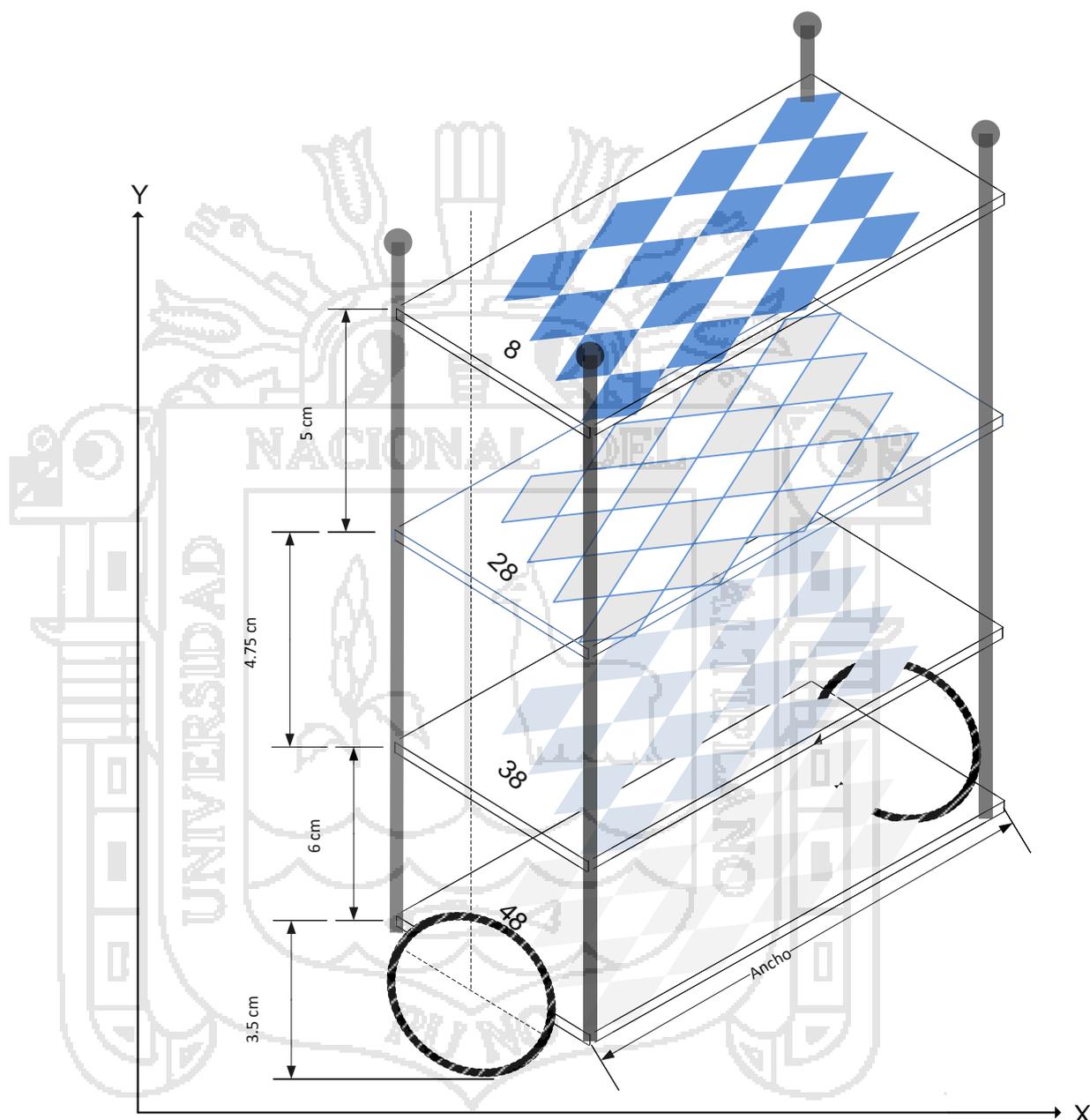


Figura 21. Ubicación del centro de gravedad

$$C. G. = (3.5 \cdot 48 + 9.5 \cdot 38 + 14.5 \cdot 28 + 19.25 \cdot 8) / 108$$

$$C. G. = 9.025 \text{ cm}$$

C. G. se encuentra a : 0.090 metros.

$$L = 0.090 \text{ m.}$$

c) Modelado físico y parámetros físicos

Para realizar el correcto modelado, se usó los siguientes valores, y son datos obtenidos del objeto de estudio, datos reales del entorno físico que rodea y datos de los componentes ya sean motores y sensores (Hernandez et al., 2010).

Cuadro 2. Parámetros físicos considerados para la investigación

Aceleración de la gravedad	g	9.74 m/s ² dato universal determinado por experimento	9.74 m/s ²
Masa de la rueda	m	50 gramos	0.50kg
Radio de las ruedas	r	= 3.5 cm	0.035m
Momento de inercia de las ruedas	J _m	$\frac{MR^2}{2} kg m^2$	$\frac{MR^2}{2} kg m^2$
Masa del cuerpo del péndulo	M	810g+100g= 910 g	0.910 kg
Altura del cuerpo del péndulo	H	208 cm	0.208 m
Distancia del centro de masa al eje de las ruedas	L	H/2 =104 cm	0.104 m
Momento de inercia del péndulo	J _ø	$\frac{ML^2}{2} kg m^2$	$\frac{ML^2}{2} kg m^2$
Momento de inercia del motor DC	J _m	10 ⁻⁵ kg m ²	10 ⁻⁵ kg m ²

d) Análisis de la rueda

Según la Figura 22 no solamente el motor logra controlar la estabilidad y posición de ubicación del péndulo.

Por lo cual definimos los siguientes parámetros:

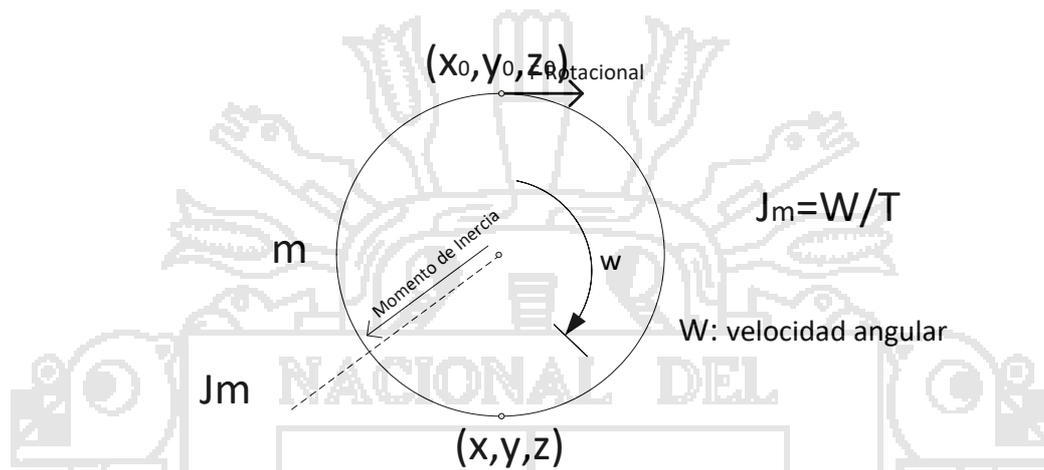


Figura 22. Análisis de la rueda del péndulo

$m \ll M$; masa del motor es mucho menor que la masa del cuerpo del péndulo. Esto se debe a que $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$, (Serway & Jewet Jr, 2009) y que esta fuerza es igual a $\vec{F}_{Rotacional} = m \cdot \vec{w}$ porque realizan el mismo trabajo (Serway, 1997b).

e) Relación de altura

El radio de la rueda (r) es mucho mayor para que el sistema sea más estable:

$$r \gg \text{Sistema estable}$$

para poder determinar la relación exacta del sistema de péndulo invertido es necesario hacer el diagrama de cuerpo libre (DCL) de la rueda y del cuerpo del péndulo trazando un eje imaginario la cual nos servirá como referencia para obtener los cálculos correspondientes.

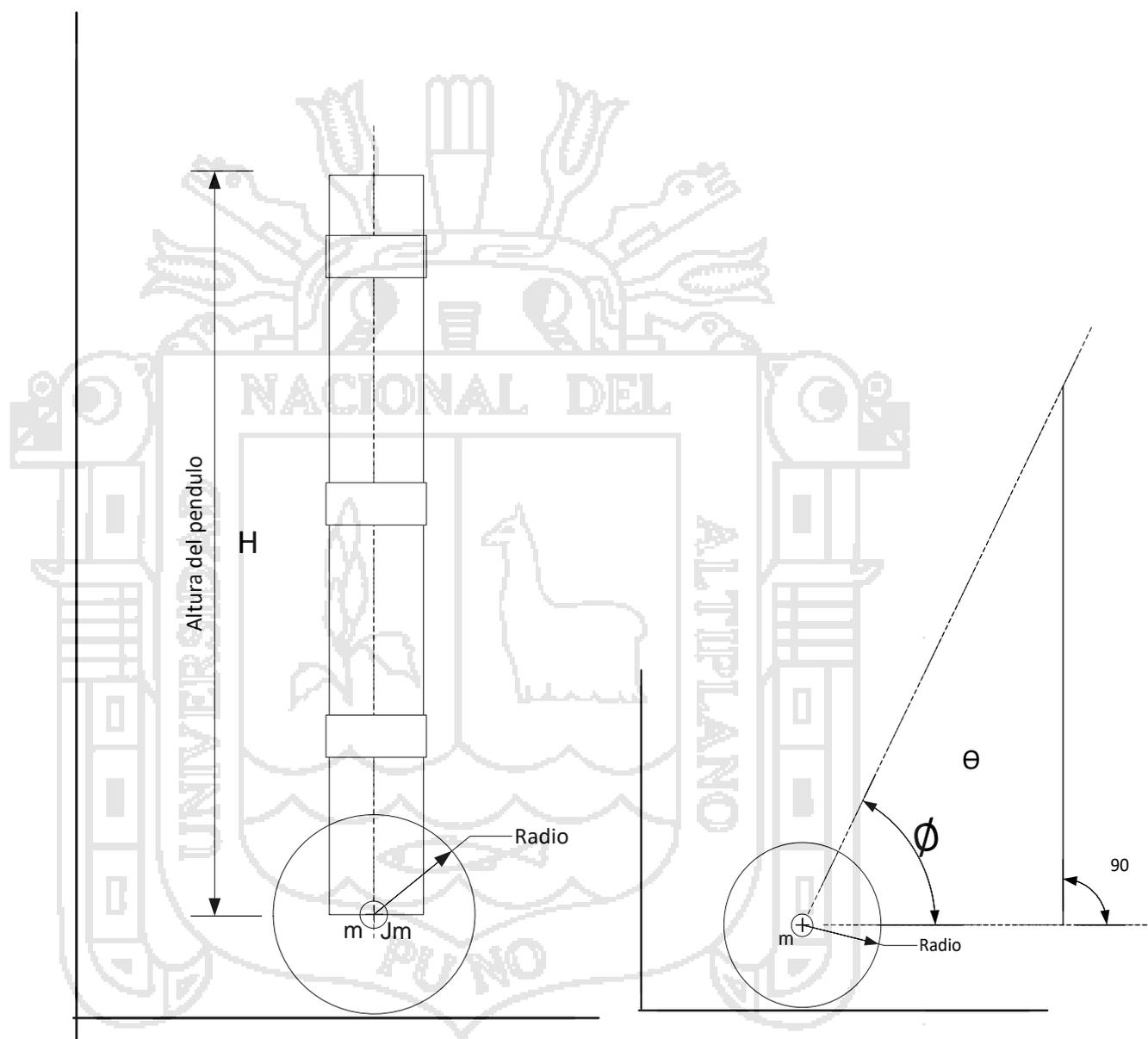


Figura 23. Relación altura del péndulo (H) y radio de la rueda (r).

A medida que $4*r \cong H$; el piso del centro de gravedad se obtiene en condiciones de equilibrio; para hallar el margen de operación del sistema.

f) Análisis eléctrico del motor

Para realizar el sistema eléctrico tenemos que descomponer el motor en sus funciones básicas elementales (Kuo, 1996).

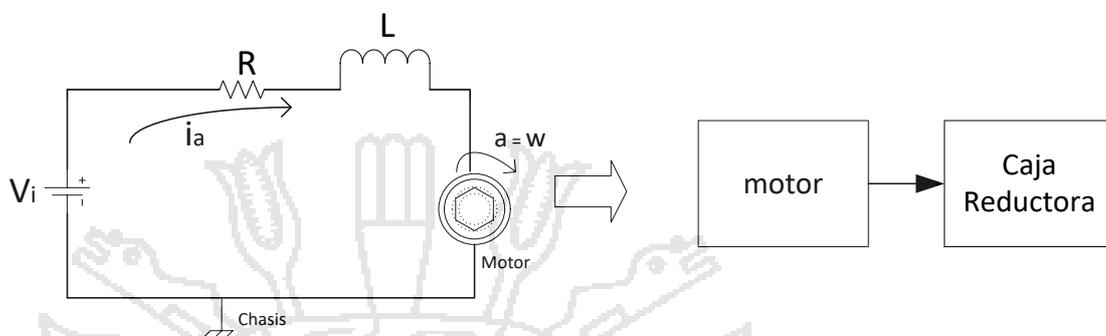


Figura 24. Diagrama eléctrico, Diagrama bloques del motor.

$$T_1(t) = k_t \times i_a(t) \quad k_t : cte \text{ de torque}$$

$$T_1(t) = k_a \times \dot{\theta}(t) \quad k_a : cte \text{ de velocidad}$$

Donde:

- V_i Voltaje de entrada
- I_o Corriente de entrada
- R_a Resistencia equivalente
- L_a Inductancia equivalente
- $a(t)$ Voltaje contra electromotriz
- $B(t)$ Coeficiente de fricción
- $T_1(t)$ Torque de salida
- $Q_1(t)$ Posición del eje del motor
- $a_1(t)$ Aceleración del motor

g) Modelado del motor

Se procedió a evaluar las ecuaciones básicas del motor (Kuo, 1996).

$$V_1(t) = R_a \times i_a(t) + \frac{L \cdot \partial i(t)}{\partial t} + e(t)$$

$$V_1(t) = R_a \times i_a(t) + \frac{L \cdot \partial i(t)}{\partial t} + e(t)$$

$$L = V_1(s) = R_a \cdot I(s) + L(s) \cdot I(t) + K_a(s) \theta(s) \dots\dots\dots(I)$$

h) Modelado del sistema

Para modelar todo el sistema se recurrió a física elemental, donde el péndulo simple está definido por $\vec{T}_0 = \vec{r} \times \vec{f}$ (Serway & Jewet Jr, 2009),

donde :

- \vec{T}_0 Momento de Inercia
- \vec{r} Radio del vector
- \vec{f} Fuerza que se aplica

como el sistema no es lineal; el uso de la fórmula anterior no se podría usar. Por lo que se usa la aproximación, para luego comparar, entonces definimos:

Donde:

- θ Ángulo de rotación de las ruedas
- \emptyset Ángulo de inclinación
- (x_i, y_i) Posición de la rueda izquierda
- (x_d, y_d) Posición de la rueda derecha
- (x_M, y_M) Posición de la rueda con respecto al péndulo
- (x_m, y_m) Posición de la rueda con respecto a la rueda

En cuanto a las ruedas se analiza

Diagrama del actuador con respecto a los ejes de las ruedas

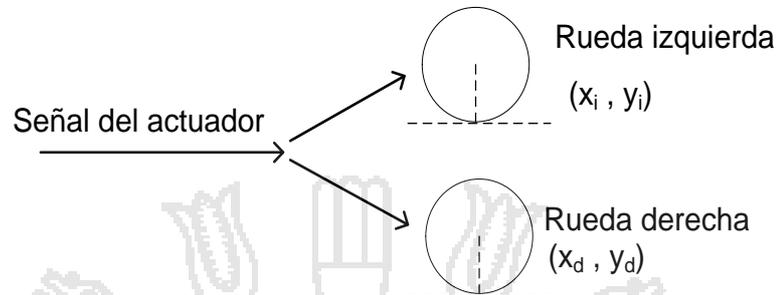


Figura 25. Diagrama del actuador con respecto a los ejes de las ruedas

La señal de péndulo se puede manipular por separado, si analizamos ambas ruedas para que sea más sencillo se analiza en un plano (x,y). y no en (x,y,z)

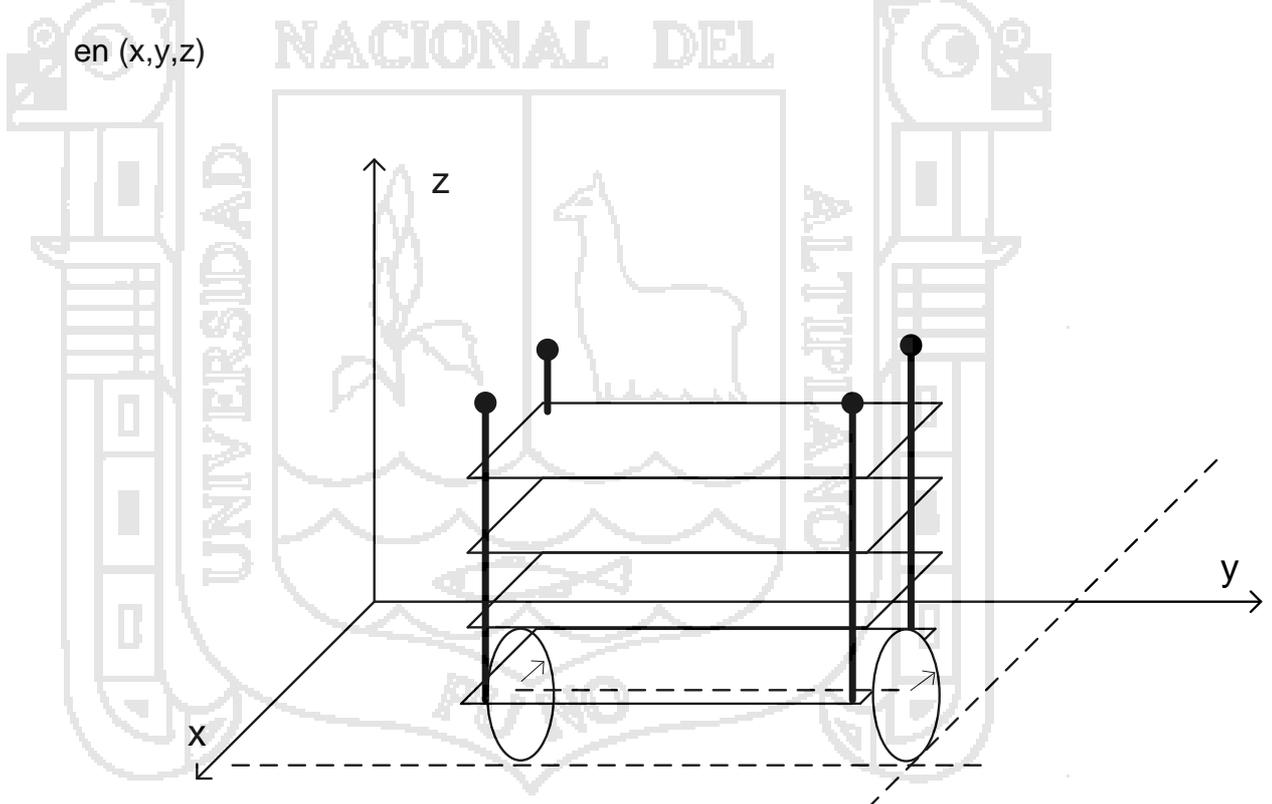


Figura 26. Diagrama del péndulo en el plano XY

Por lo tanto, posición de la rueda izquierda y derecha son igual a:

$$x_d = x_i = x_m = R\theta$$

$$y_d = y_i = y_m = R$$

Por posición:

$$X_M = \text{Eje } x$$

$$X_M = x_m + L \cdot \text{Sen}\phi$$

$$Y_M = y_m + L \cdot \text{Cos}\phi$$

pero

$$(X_M, Y_M) = (x_m + L \cdot \text{Sen}\phi, y_m + L \cdot \text{Cos}\phi)$$

$$(X_M, Y_M) = (R\theta + L \cdot \text{Sen}\phi, R \cdot L \cdot \text{Cos}\phi)$$

Por conservación de la energía, y sabemos que $E_{\text{cinética}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$, por (Alonso

& Finn, 2000), donde m es la masa y v es la velocidad y la expresión

$x_d = x_i = x_m = R\theta$, que debe acotarse:

$$\dot{x}_i = \text{velocidad de la rueda izquierda}$$

$$\ddot{x}_i = \text{aceleración de la rueda izquierda}$$

Llamaremos a T_1 la energía cinética trasnacional total entonces: (Serway & Jewet Jr, 2009)

$$T_1 = \frac{1}{2} m \cdot \dot{x}_i^2 + \frac{1}{2} m \cdot \dot{x}_d^2 + \frac{1}{2} M \cdot \dot{y}_M^2 + \frac{1}{2} M \cdot \dot{y}_M^2$$

$$T_1 = \frac{1}{2} R\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} R\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} M \cdot (\partial(R\theta + L \cdot \text{Sen}\phi))^2 + \frac{1}{2} M \cdot (\partial(R \cdot L \cdot \text{Cos}\phi))^2$$

$$T_1 = \frac{1}{2} R\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} R\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} M \cdot (R\dot{\theta} + L \cdot \dot{\phi} \cdot \text{cos}\phi)^2 + \frac{1}{2} M \cdot (R \cdot L \cdot \dot{\phi} \cdot (-\text{Sen}\phi))^2$$

Fijamos que todo está en función de nuestras variables (θ, ϕ)

Una vez encontrado la energía cinética trasnacional total, se encuentra la energía rotacional para la cual, se obtiene del siguiente diagrama.

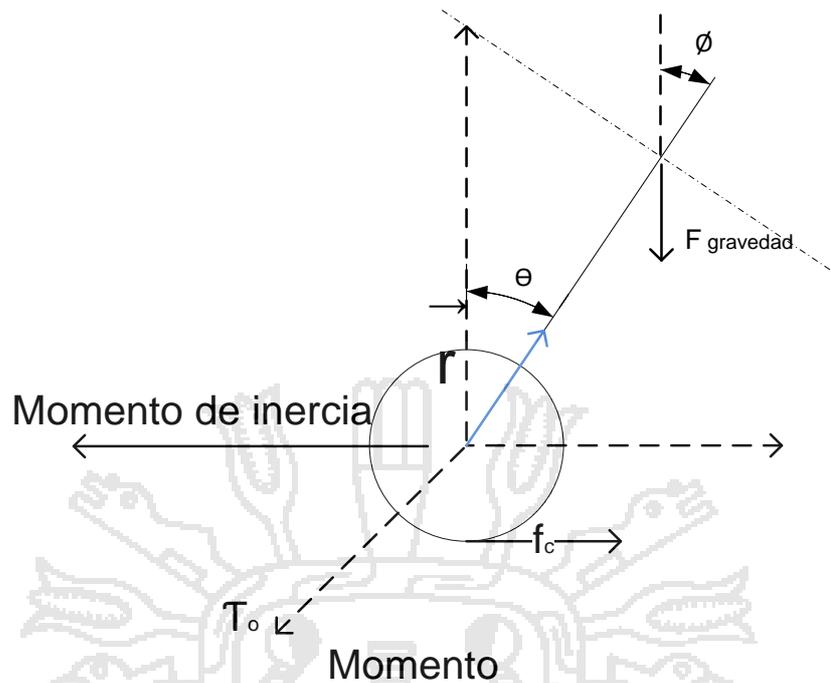


Figura 27. DCL del péndulo para el momento

Encontrando el momento con la regla de la mano derecha, se observa la magnitud del vector \vec{r} conocido como L y considerando el centro de gravedad del cuerpo del péndulo ejerce una fuerza de gravedad, la cual es la única que actúa en el DCL, utilizando la regla de la mano derecha para poder determinar el momento y su dirección.

Si aplicamos la segunda ley de Newton $\vec{F} = \vec{w} \cdot m$ (Alonso & Finn, 1998), y que la fuerza es igual momento $\vec{F} = \vec{\tau}_0$ y $\vec{w} = \vec{r}$ entonces:

$$\vec{\tau}_0 = \vec{r} \cdot m$$

El momento será

$$M = (masa_{ruedas} + masa_{péndulo}) \cdot \ddot{\theta}$$

Se plantea para la rueda, como sabemos $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ también se puede decir que la fuerza de la rueda es J_m , la aceleración de la rueda es representado por $\ddot{\theta}$, además m se considera la masa de la rueda:

$$J_m = m_{\text{rueda}} \cdot \ddot{\theta}$$

Recordar que la energía cinética rotacional es $E_{\text{cinetica}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ por lo que podemos expresar la energía cinética rotacional total como T_2 :

$$T_2 = \frac{1}{2} J_m \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_m \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_\phi \cdot \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} M \cdot \dot{y}_M^2$$

i) Ecuación de estado lineal

La linealización de sistemas se realizó para el sistema que tiene un comportamiento no lineal, el cual depende mucho del punto donde se haga la linealización, para linealizar la función siguiente.

$$[x = f(x, \theta)]$$

$$x = [r, \phi, \dot{r}, \dot{\phi}, r, \phi, \dot{r}, \dot{\phi}]$$

Con las ecuaciones faltaría la energía potencial gravitatoria, por lo se propuso el DCL

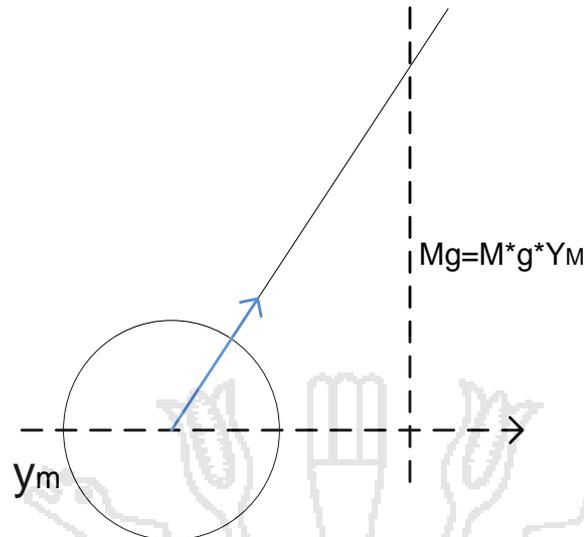


Figura 28. DCL obtención de energía potencial

De donde:

$$U = m \cdot g \cdot y_m + m \cdot g \cdot y_m + M \cdot g \cdot y_M$$

rueda izq + rueda der + masa del pendulo

$$U = 2 \cdot m \cdot g \cdot y_m + M \cdot g \cdot y_M$$

$$U = 2 \cdot m \cdot g \cdot y_m + M \cdot g \cdot (y_m + L \cdot \cos \phi)$$

$$U = 2 \cdot m \cdot g \cdot y_m + M \cdot g \cdot (R + L \cdot \cos \phi)$$

Por medio de la conservación de la energía nuevamente se planteó:

$$U = T_1 + T_2 + (\vec{F}_{\text{eléctrica Motor}})$$

Tomando en cuenta la $\vec{F}_{\text{eléctrica Motor}}$, por la parte mecánica, por lo tanto podemos aplicar muchos métodos para la linealización como series Taylor, series de LaGrange, series de H'ospital, logaritmos, etc. (Edwards & Penney, 2001) Donde se escogió el método de LaGrange y la de Taylor, veamos cada una de las series.

j) Para la serie de LaGrange

$$Lag = T_{EnergiaCinetica} + T_{EnergiaRotacional} - U_{EnergiaPotencial}$$

$$Lag = \left[\frac{1}{2} R \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} R \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} M \cdot (R \dot{\theta} + L \cdot \dot{\phi} \cdot \cos \phi)^2 + \frac{1}{2} M \cdot (R \cdot L \cdot \dot{\phi} \cdot (-\text{Sen} \phi))^2 \right] + \left[\frac{1}{2} J_m \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_m \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_\phi \cdot \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} M \cdot \dot{y}_M^2 \right] - [2 \cdot m \cdot g \cdot y_m + M \cdot g \cdot (R + L \cdot \text{Cos} \phi)]$$

Se evalúa los datos para poder tener un estimado.

Cuadro 3. Datos evaluados por la ecuación de LaGrange

Angulo en grados	radianes	Sen θ
0°	-> 0	-> 0
1°	min	min
2°	min	min
3°	min	min
...		
9°	max	max
10°	-> ∞	-> ∞

Fuente: valores numéricos para la ecuación de LaGrange

Cumple solo con los datos o márgenes muy pequeños entonces para valores mayores de 10° y 20°, el sistema es muy inestable

Ángulos θ° >> 10° y 20°. Sistema inestable.

Para el buen desarrollo de la investigación, se propuso un adicional al método de la LaGrange:

$$Lag = T_{EnergiaCinetica} + T_{EnergiaRotacional} - U_{EnergiaPotencial} + \vec{F}_{electricaMotor}$$

Cumple con los datos o márgenes mayores entonces para valores mayores, desde 0° ↔ ±20°, el sistema es estable.

Ángulos de θ°

-20° < θ° < 20°. Sistema es estable.

k) Para la Series de Taylor

La serie de Taylor de una función f real o compleja $f(x)$ infinitamente diferenciable (Burden et al., 2002), en el entorno de un número real o complejo, en la siguiente serie de potencias:

$$T[f(x), x_0] = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{f^{(i)}(x_0)}{i!} (x-x_0)^i$$

$$f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!} (x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!} (x-x_0)^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!} (x-x_0)^3 + \dots$$

$$T = \theta + \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} + \dots + \frac{\theta^n}{n!}$$

Esta nueva es muy similar a la serie de Furier (Burden et al., 2002) en su forma desarrollada, la ventaja de esta serie permite que la linealización permanezca en un mayor rango o margen de variación de nuestro ángulo θ , desde $0^\circ \leftrightarrow 40^\circ$, el sistema es estable.

$$-40^\circ < \theta < 40^\circ. \text{ Sistema es estable}$$

Por expansión se tiene:

$$\frac{\theta^2 \cdot g \cdot \text{Sen}(x_2 \cdot \text{Cos } \phi \cdot (x_2))}{M_0 \cdot m - \theta^2 \cdot \text{Cos}^2(\phi)} - \frac{F_0}{M_0 \cdot m - \theta^2 \cdot \text{Cos}^2(\phi)} \cdot x_1 - \frac{\theta \cdot g \cdot h \cdot \text{Cos}(\ddot{\phi})}{M_0 \cdot m - \theta^2 \cdot \text{Cos}^2(\ddot{\phi})} \cdot x_2 + \dots$$

$$F_\theta = [(M \cdot L \cdot R \cdot \text{Cos } \phi) \dot{\phi}] + \frac{1}{2} [(M \cdot m) R^2 + J_m] - [M \cdot \phi^2 \cdot \text{Sen } \phi] \dots (a)$$

Ahora determinaremos la posición usando la teoría de Taylor, sabiendo que:

$$\tau_0 = -k \cdot \vec{r}$$

Donde τ_0 es el momento, k constante del péndulo, \vec{r} vector del brazo (L distancia), entonces:

$$\tau_0 = M \cdot \ddot{R} + J_m \dot{R} + m \cdot \ddot{R} + M \cdot L(\dot{\phi}^2 \cdot \text{Sen}\phi - \ddot{\phi} \cdot \text{Cos}\phi) = F_\phi$$

Donde F_ϕ , es el momento o fuerza en función al ángulo ϕ , entonces:

$$F_\phi = M \cdot \ddot{R} + J_m \dot{R} + M \cdot L(\dot{\phi}^2 \cdot \text{Sen}\phi - \ddot{\phi} \cdot \text{Cos}\phi) \dots (b)$$

En las funciones no se han incluido el parámetro” debido a que el valor tendería a 0 (cero) ya que no se considera la posición del péndulo en los planos (x,y,z).

Si consideramos en vectores de la ecuación lineal de estado:

$$x_1 = f(x, +\alpha) \quad \text{entonces} \quad \rightarrow \quad x = [R, \phi; \dot{R}, \dot{\phi}; R, \theta; \dot{R}, \dot{\theta}]$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \\ \phi \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad \mu = F_{motor}$$

X es el estado lineal

Donde:

F_{motor} es, la fuerza que sale del motor, que es determinado

por:

$$J = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \dot{R}$$

Además, se ha determinado

$$C^\circ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ; \quad D=[0]$$

Donde C° , es la matriz identidad por parte de la retroalimentación; D es la posición para que el péndulo este en equilibrio $\theta=0$, $\dot{\theta}=0$ y $L = H$, luego de realizar operaciones, se encuentra las expresiones:

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot v \quad ; \quad \text{donde } v \text{ es la entrada}$$

$$y = C \cdot x + D \cdot v \quad ; \quad \text{donde } v \text{ es la entrada}$$

Además, se define la perturbación en el péndulo:

$$x = f(x, u) = f(x, \text{escalón})$$

También

$$x_i = J_m \cdot f(x, u) = f(\text{espacio, velocidad})$$

Definimos los espacios de x_1 y x_2 :

$$x_1 = x_3 \cdot \theta$$

$$x_2 = x_4 \cdot \phi$$

Ahora reemplazamos en las Ec (a) y Ec (b):

$$\dot{x}_3 = [(M \cdot L \cdot R \cdot \text{Cos} \phi) \dot{\phi}] + \frac{1}{2} [(M \cdot m) R^2 + J_m] - [M \cdot \phi^2 \cdot \text{Sen} \phi]$$

$$\dot{x}_4 = M \cdot \ddot{R} + J_m \ddot{R} + M \cdot L (\dot{\phi}^2 \cdot \text{Sen} \phi - \ddot{\phi} \cdot \text{Cos} \phi)$$

Modelo de estado para \dot{x}_1, \dot{x}_2

$$\dot{x}_1 = x_3$$

$$\dot{x}_2 = x_4$$

$$\dot{x}_3 = M \cdot L \cdot R \cdot \text{Cos}x_4 \cdot x_2 + (M \cdot m \cdot R^2 + J_m) - M \cdot x_4^2 \cdot \text{Sen}(x_4)$$

$$\dot{x}_4 = M \cdot \ddot{R} + J_m \ddot{R} + M \cdot L (x_2^2 \cdot \text{Sen}(x_2) - x_2 \cdot \text{Cos}(x_2))$$

Desarrollando:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

Por matrices inversas

Para \dot{x}_3

$$\dot{x}_3 = \frac{(M \cdot L \cdot R \cdot \text{Cos}x_1)(J_m + \frac{M \cdot L}{R \cdot x_2} \cdot \text{Sen}(x_1))}{(2 \cdot m \cdot M) \cdot x_2 + 2 \cdot J_m + x_1 \cdot x_3} + M \cdot g \cdot \text{Sen}(x_1)$$

Para \dot{x}_4

$$\dot{x}_4 = \frac{M \cdot L^2 \cdot (J_m + \frac{ML}{R} \cdot \text{Sen}(x_1) \cdot x_2^2) - \left[(ML^2 + J_\phi) \cdot x_4 \cdot g \cdot \text{Sen}(x_1) \cdot \frac{\text{Cos}(x_4)}{R} \right]}{\left[(2 \cdot m \cdot M) \cdot R^2 + \frac{2 \cdot J_m}{x_3} \right] ((M \cdot L^2 + J_\phi) M \cdot L \cdot R \cdot g)}$$

Para \dot{x}_2 entonces en función a \emptyset

$$\dot{x}_2 = - \frac{M \cdot L \cdot R \cdot \text{Cos}x_1}{x_3 \cdot L^2 + J_\phi}$$

Para \dot{x}_1 entonces en función a θ

$$x_1 = \dot{x}_2$$

$$\dot{x}_1 = \ddot{x}_2 ; \text{ respecto a } \theta$$

El sistema de referencia es el punto de operaciones cuando $\theta=0$, $\dot{\theta}=0$ y $L = H$, y se usa la matriz que plantea (Sánchez et al., 2010):

$$c = [1 \ 0]$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{1\theta} \\ \dot{x}_{2\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ A_\theta(2,1) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1\theta} \\ x_{2\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_\theta(2) \end{bmatrix} J_m$$

Y, además

$$y(K \cdot T_0) = C \cdot x(K \cdot T_0)$$

El discretizado escapa al planteo físico (Polo, Molina, & Chica, 2009), y su respectivo control con el diseño electrónico, obteniéndose los siguientes valores:

$$K = 1.4$$

$$K_p = 5.75$$

$$K_i = 0.5$$

$$K_d = 21$$

3.8.1.3 Definición del sistema

Se presenta el diagrama de bloques del sistema desarrollado; el cual está dividido en dos partes: software (parte superior) y hardware (parte inferior).

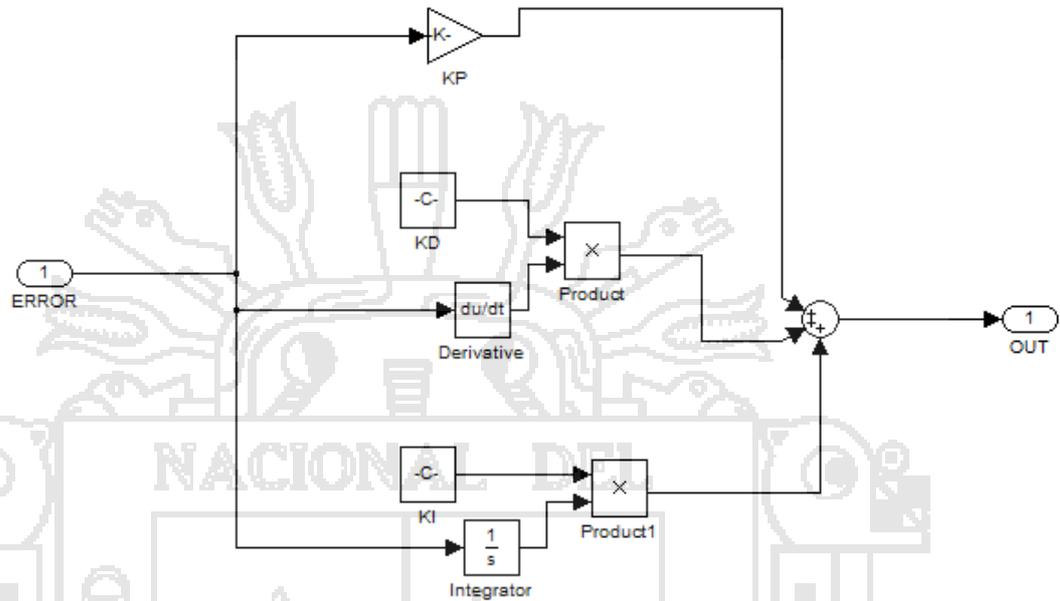


Figura 29. Diagrama de bloques de la elaboración del software

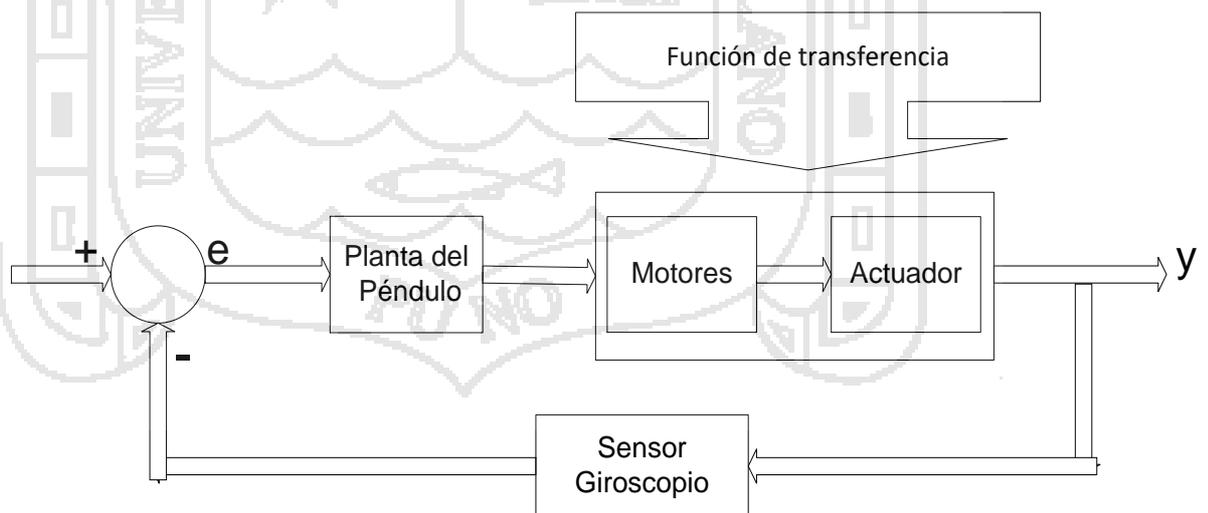


Figura 30. Diagrama de bloques del hardware

3.8.1.4 Formulación del modelo

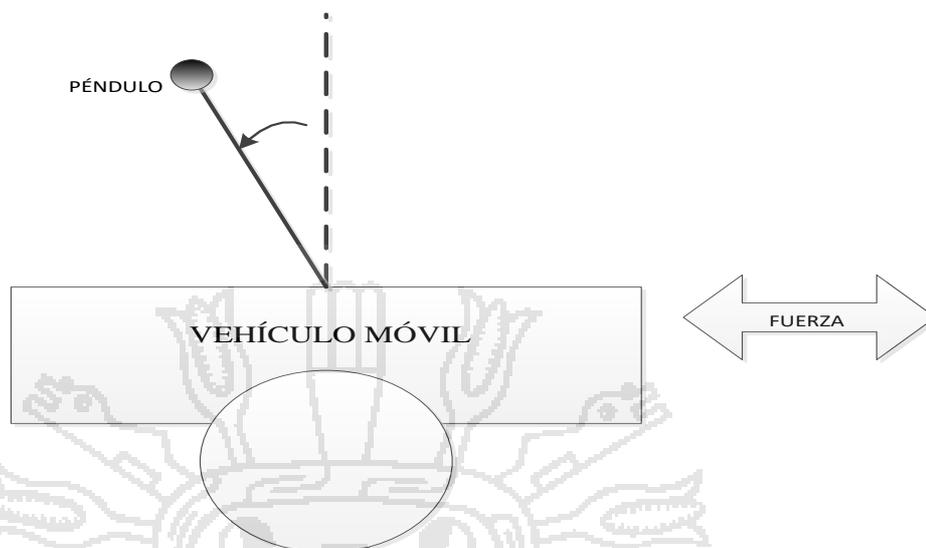


Figura 31. Diagrama simplificado del péndulo invertido simple o en un carro móvil.

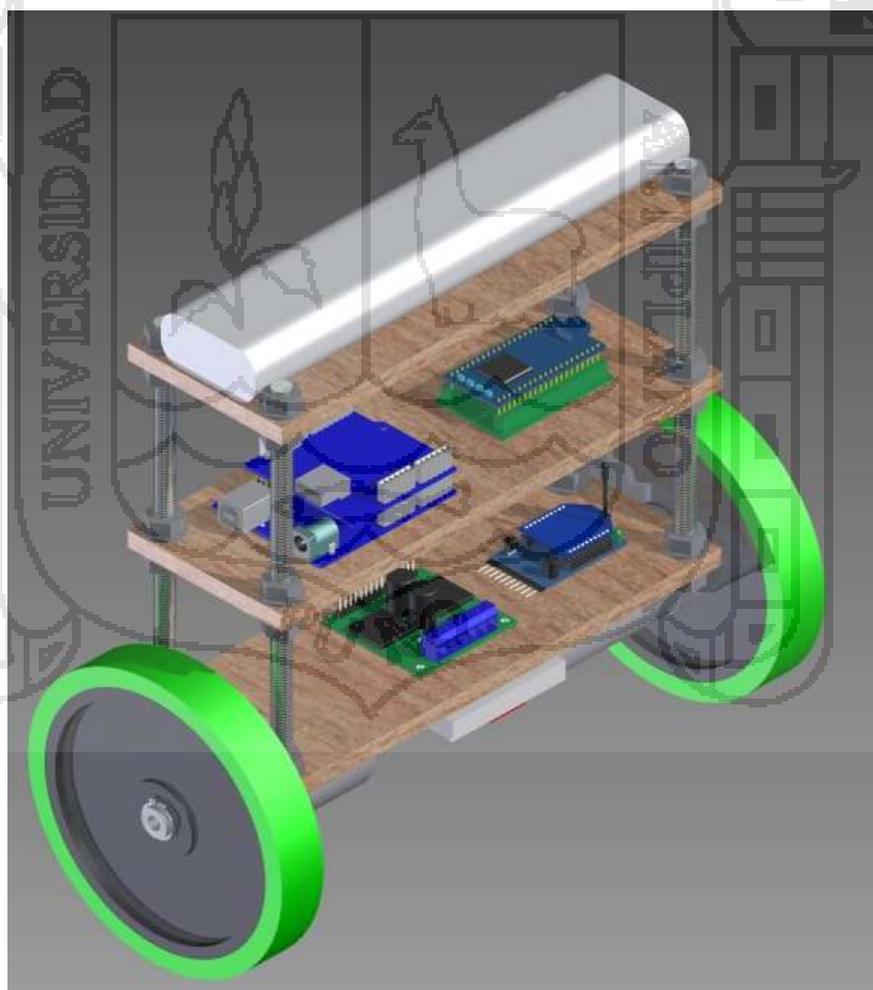


Figura 32. Propuesta de diseño para el péndulo invertido móvil

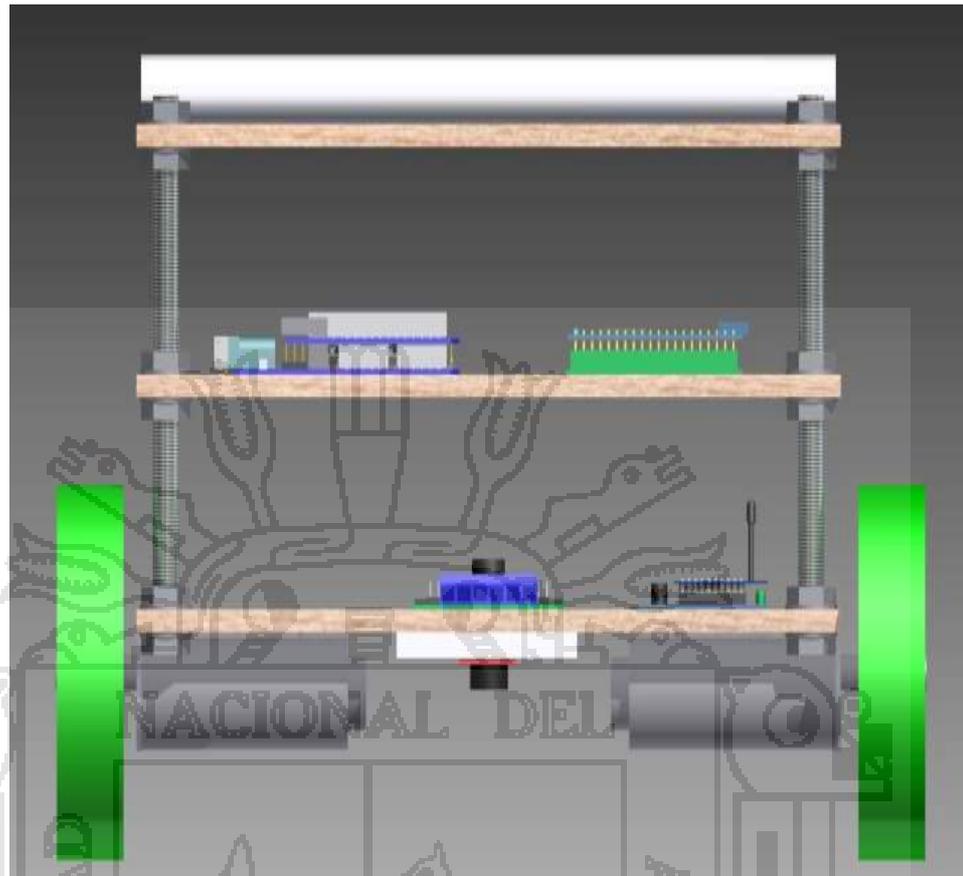


Figura 33. Propuesta de diseño para el péndulo invertido móvil vista frontal

Cuando un sistema de control controlador PID y los ajustes de los parámetros PID no es un problema fácil, los controladores PID se aplican al control de estabilización y seguimiento de tres tipos de péndulo invertido. La forma de cómo diseñar los controladores PID (Wang, 2011). se proporciona paso a paso en la investigación. los resultados de la simulación demuestran que la forma de diseñar controladores PID. El diseño del sistema no solo puede realizar la estabilización y el control de péndulo invertido, sino que también tiene solidez a las perturbaciones externas grandes y rápidas.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 RESULTADOS

El diseño del control para la estabilización de un péndulo invertido, se usó métodos de control clásico, como un controlador Proporcional Integral Derivativo, además un control en cascada, que es un control avanzado, de LaGrange y Taylor método matemático que incluyen restricciones, para poder controlar el equilibrio del péndulo.

Se realizó la comprobación de la capacidad de compensar adecuadamente las perturbaciones como variaciones en los parámetros del sistema. La realización del control con el propósito; de aplicar la teoría de las materias de dispositivos electrónicos, control, microcontroladores, programación y motivar a los futuros investigadores, desarrolladores aplicaciones prácticas en dichas materias.

En la investigación, se ha demostrado que el diseño “modelado de un péndulo invertido móvil, usando hardware y software libre”, es posible la construcción y el equilibrio esperado en la fabricación del modelo.

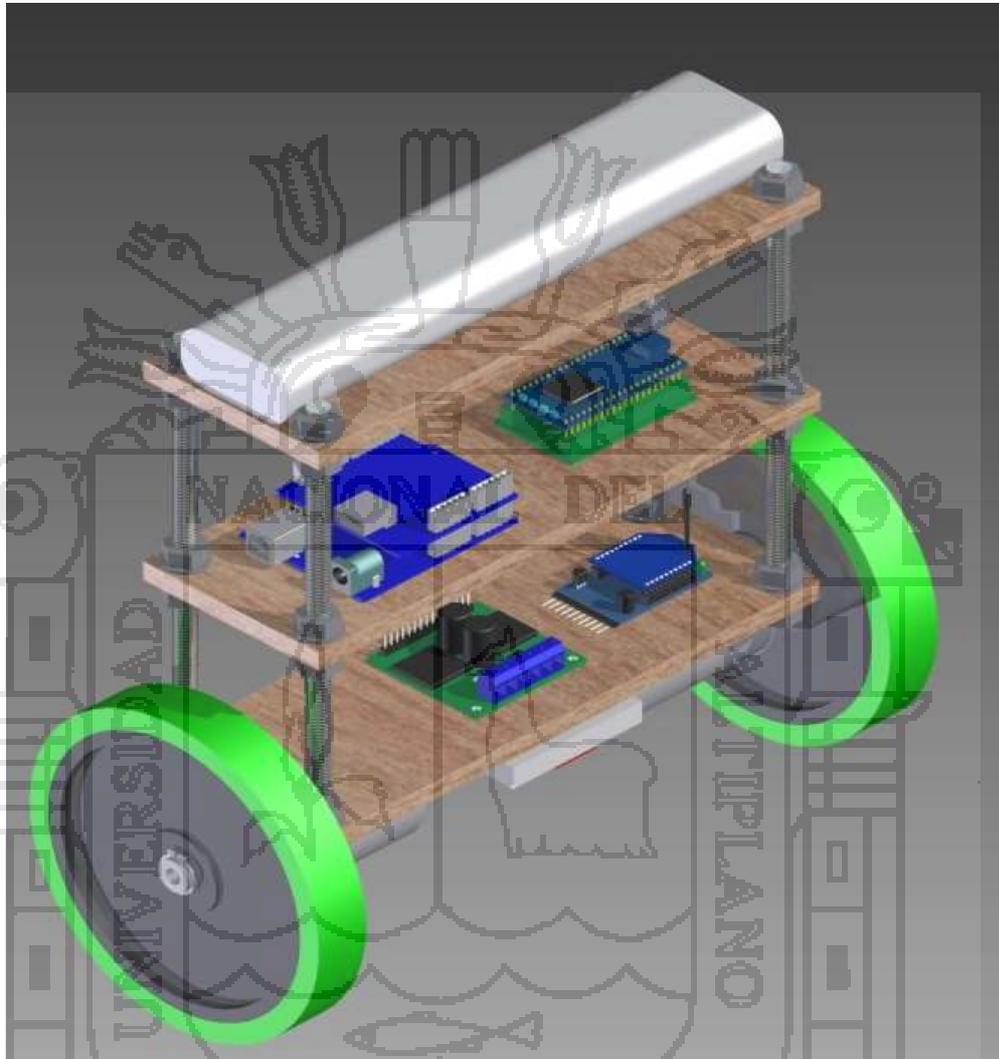
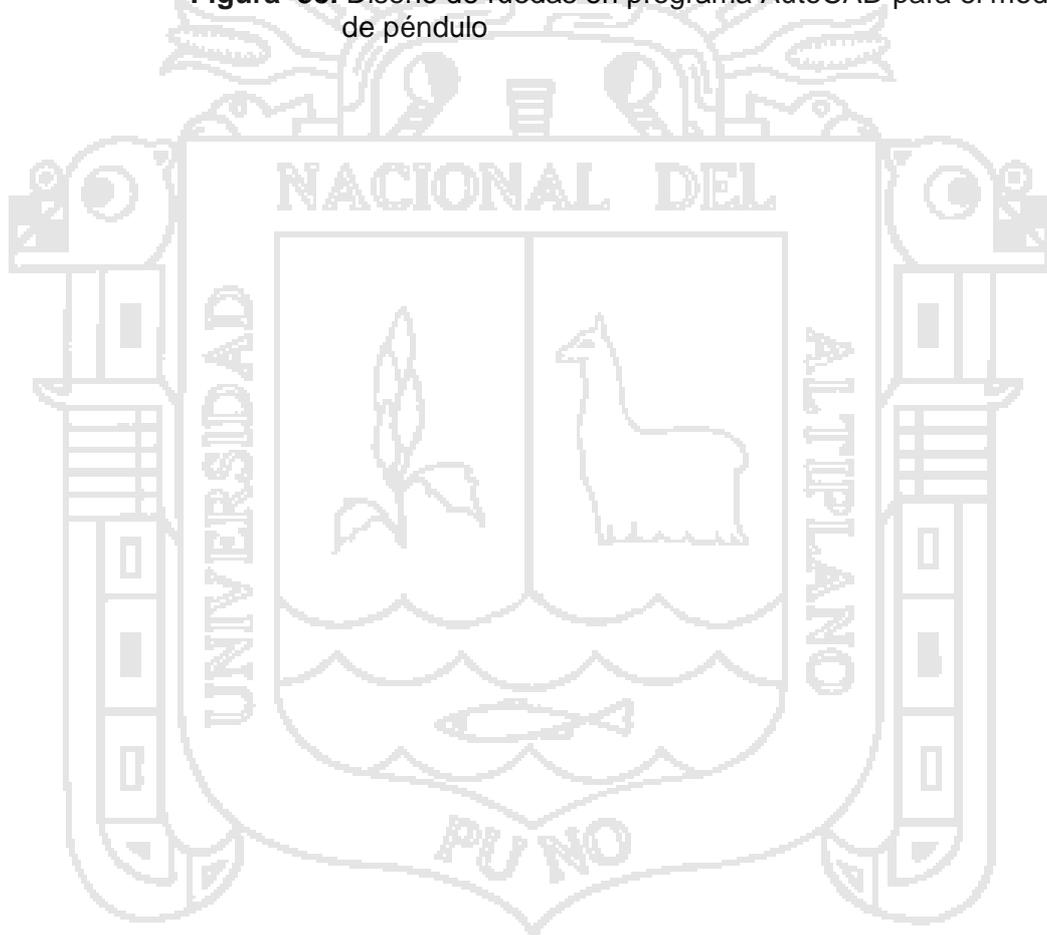


Figura 34. Propuesta inicial del modelado de un péndulo invertido móvil, usando hardware y software libre

En la Figura 35, se muestra el diseño de cada uno de los componentes del prototipo desarrollado con materiales disponibles y sus características de cada dispositivo, por lo que se optó por el cambio completo de cada pieza la cual tuvo que ser diseñada nuevamente desde cero.



Figura 35. Diseño de ruedas en programa AutoCAD para el modelado de péndulo



En la etapa pre-final, se ha elaborado el nuevo diseño para el modelo, en base a los requerimientos mínimos para el propósito de la investigación, la cual fue usada para todas las pruebas cuyos datos se recabaron y se muestran en los Anexos 7,8,9 y 10, y cálculos realizados en la sección 3.8 INGENIERÍA DEL PROYECTO.

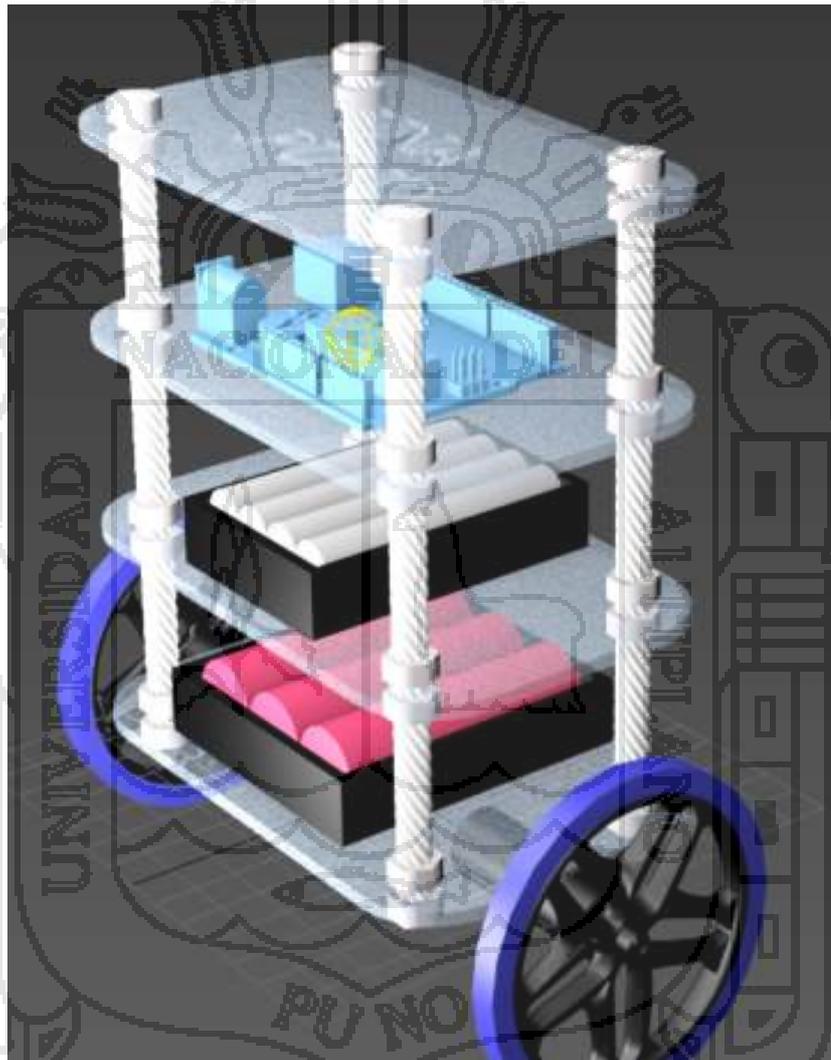
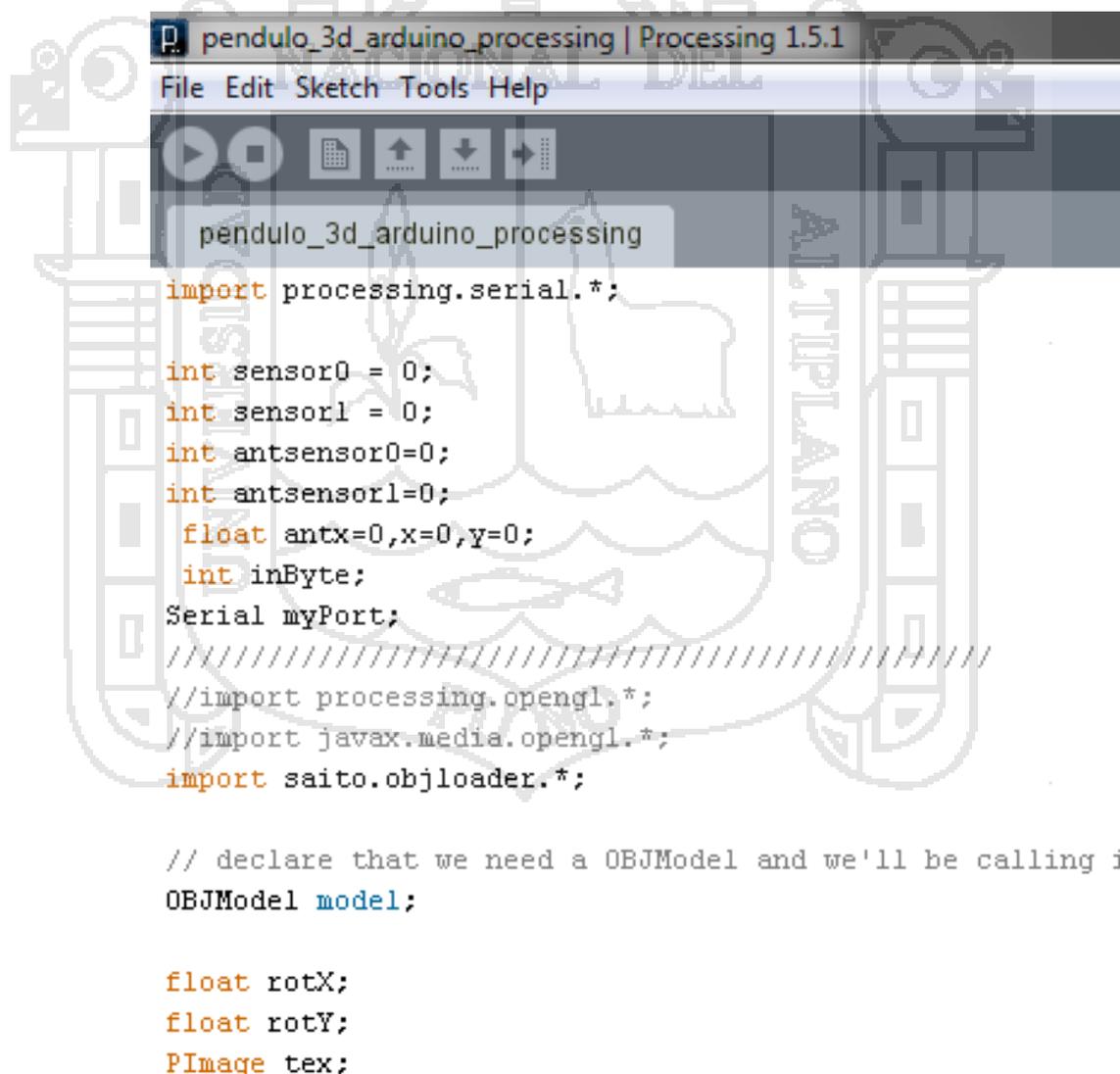


Figura 36. Modelado final de un péndulo invertido móvil operativo

El sistema de estabilización del péndulo invertido móvil, se implementó con un algoritmo de control que permitió al sistema estar en equilibrio y llevar al péndulo desde una zona de inestabilidad para que esta no se salga del punto de equilibrio.

Se desarrolló en dos plataformas computacionales con características muy diferentes, las cuales brindan distintos puntos de contrastación que sirvieron para la recolección de datos. Estas dos plataformas son libres y no tienen costo alguno.

Primeramente, se desarrolló en el programa “**Processing**” que es un lenguaje de programación y entorno de desarrollo integrado de código abierto que está basado en Java, que su desarrollo es fácil, y que sirve como medio para la enseñanza y producción de proyectos el cual se encuentra detallado en el Anexo ANEXO 4. Código del programa para la simulación.



```

pendulo_3d_arduino_processing | Processing 1.5.1
File Edit Sketch Tools Help
pendulo_3d_arduino_processing
import processing.serial.*;

int sensor0 = 0;
int sensor1 = 0;
int antsensor0=0;
int antsensor1=0;
float antx=0,x=0,y=0;
int inByte;
Serial myPort;
////////////////////////////////////

//import processing.opengl.*;
//import javax.media.opengl.*;
import saito.objloader.*;

// declare that we need a OBJModel and we'll be calling i
OBJModel model;

float rotX;
float rotY;
PImage tex;

```

Figura 37. Código procesing del modelado de un péndulo invertido móvil, usando hardware y software libre

Seguidamente se desarrolló el código de equilibrio en “IDE de Arduino”, cuyo lenguaje de programación es similar al entorno de programación C++, cuyo código es abierto y sirve como interface de programación para el uso del microcontrolador “Arduino Uno”, donde se usa como instrumento de recolección de datos para la investigación.

La codificación, se encuentra en el Anexo ANEXO 5. Código del programa para el equilibrio y estabilización.

```

pid_kalman_pendolo Arduino 1.5.6-r2
Archivo Editar Programa Herramientas Ayuda
pid_kalman_pendolo $ kalman
#include <Wire.h>
#define MPU 0x68
#define A_R 16384.0
#define G_R 131.0
#define RAD_A_DEG = 57.295779
int16_t AcX, AcY, AcZ, GyX, GyY, GyZ;
unsigned long time;
double dtl;
int angulo, angulo1;
//Angulos
float Acc[2];
float Gy[2];
float Angle[2];
//kalman
float actAngle;// angles in QUIDS (360° = 2PI = 1204 QUIDS) <<<
float ACC_angle;
float GYRO_rate;
int drive = 0;
int setPoint = 0;

```

Figura 38. Codigo IDE ARDUINO modelado de un péndulo invertido móvil, usando hardware y software libre

Se usó componentes electrónicos compatibles con “ARDUINO”, el cual es una compañía de software libre, perteneciente a una comunidad tecnológica que diseña y manufactura componentes o hardware, de uso sencillo, para el control o programar de cada módulo.

El sistema de experimentación concluido Figura 39, se observa de forma sencilla el estudio del controlador propuesto.

En las pruebas realizadas, se han obtenido respuestas favorables Figura 40, la curva del péndulo invertido móvil en equilibrio y estabilizado. Representa la simulación de la programación del código fuente del controlador no lineal.

El proyecto terminado Figura 39, que se puede observar el equilibrio del péndulo invertido.



Figura 39. Modelado de un péndulo invertido móvil, usando hardware y software libre trabajo final

La Figura 40 se muestra la curva de estabilidad del péndulo con el módulo de equilibrio funcionando cuyos datos para la obtención de la curva de estabilización se muestran en los Anexos 7,8,9 y 10.

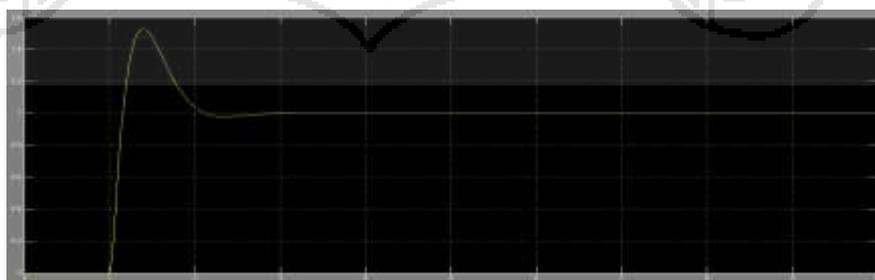


Figura 40. Simulación de un péndulo invertido móvil trabajo final

4.2 DISCUSIÓN

El trabajo desarrollado por la “Pontificia Universidad Católica del Perú” en la cual se muestra los resultados de simulaciones y pruebas finales dentro de las simulaciones y experimentaciones realizadas para evaluar el sistema de tracción omnidireccional (Fortunić & Edmundo, 2012). existen tres tipos de movimientos principales que permiten evaluar el desempeño del sistema en función a los objetivos establecidos. Movimiento lineal recto (M.L.R:), Movimiento circular aproximado (M.C.A.), Movimiento lineal diagonal (M.L.D.), todo el sistema está compuesto de tres motores. En el modelado del péndulo invertido móvil, se optó por reducir el sistema con sólo dos motores para brindarle mayor confiabilidad, usando las leyes fundamentales de la física, para mantener el equilibrio apoyado de las restricciones de LaGrange y Taylor para el óptimo desarrollo del software, donde se puede demostrar matemáticamente el sistema es mucho mejor y con más rango de error que oscila de 0 a $\pm 40^\circ$ para poder recuperarse de la inestabilidad.

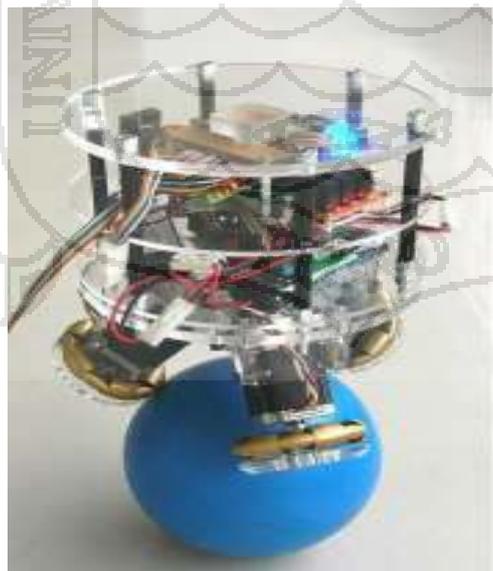


Figura 41. Modelado balbot con 3 motores
Fuente: (Fortunić & Edmundo, 2012).

La implementación práctica del controlador PID discreto fue necesario el ajuste de uno de los parámetros del controlador, específicamente la respuesta del sistema estabiliza el péndulo invertido sobre dos ruedas en la posición vertical, y adicionalmente soporta ligeras perturbaciones alrededor de la posición vertical (Sánchez et al., 2010), cabe destacar que el uso de plataformas de marca “Lego” son de propiedad privada las cuales no pueden ser comercializadas, acotar que el código fuente es cerrado. A diferencia de la investigación realizada donde se consideró como referencia del sistema mencionado la investigación que se realizó uso componentes como en hardware y software que son de código libre, y es algo mejor debido a los componentes de fácil acceso para investigaciones futuras.

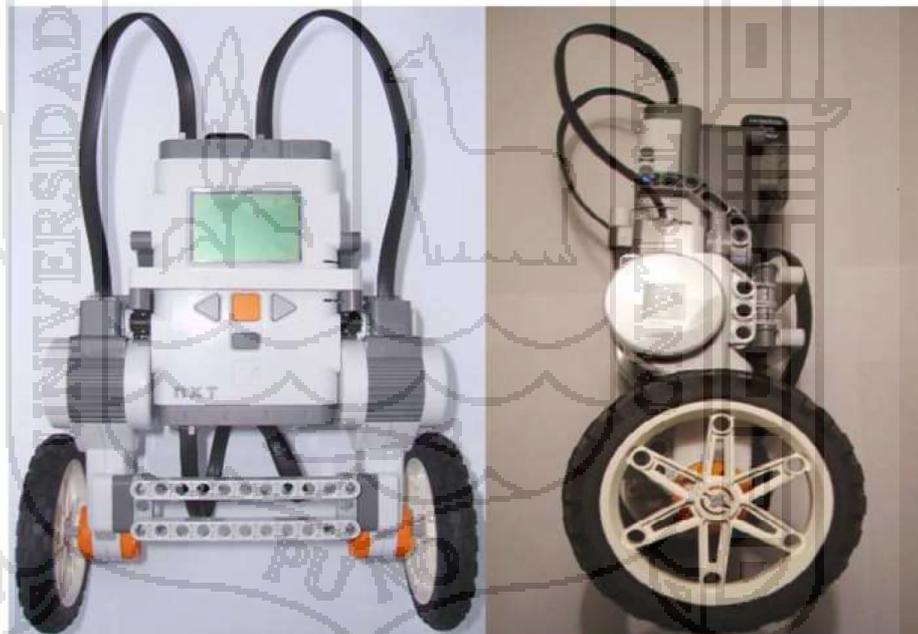


Figura 42. Modelo miniatura péndulo invertido sobre dos ruedas
Fuente: (Sánchez et al., 2010)

Los resultados de las simulaciones y comparaciones la estabilidad en la Figura 43 y Figura 44, se describe la curva de recuperación con respecto al tiempo (Sánchez *et al.*, 2010), y la investigación realizada cuya ecuación de PID se

simulada con el programa Matlab Figura 40, se observó el tiempo de respuesta es de 2.5 milisegundos por lo que el sistema de equilibrio logra la estabilidad en pocos decimas de segundos y estabiliza el péndulo invertido móvil cuya respuesta es mejor utilizando las restricciones de LaGrange y Taylor.

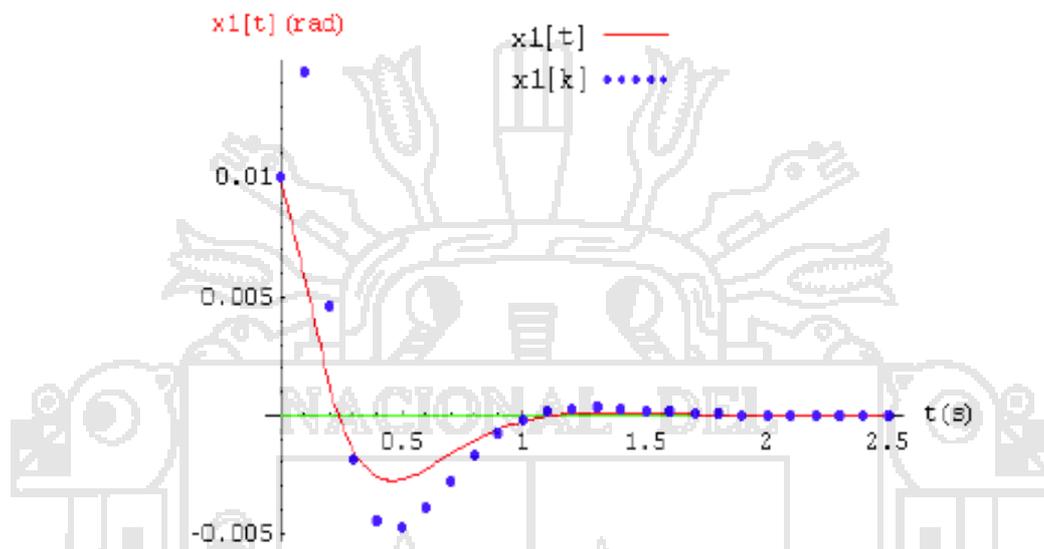


Figura 43. simulaciones del sistema PID continuo y discreto.
Fuente: (Sánchez et al., 2010)

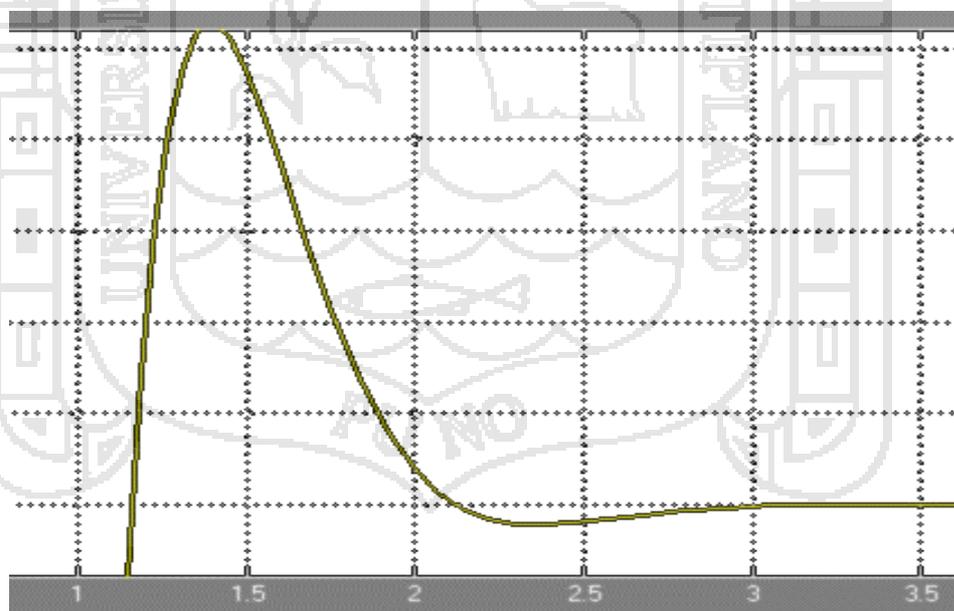


Figura 44. Simulación en Matlab del sistema propuesto

En la Figura 45 vehículo (ppccar), que se presenta como un vehículo cuyo movimiento está basado en la estabilización de un péndulo invertido. El vehículo ha sido construido a partir de componentes comerciales de bajo coste. Se ha conseguido un sistema de experimentación que permite de forma sencilla el estudio de diversos controladores. En las pruebas realizadas se han utilizado dos tipos de controladores: un controlador lineal óptimo (LQR), y un controlador no lineal basado en moldeo de energía, obteniendo resultados satisfactorios (Viguria et al., 2005). En el caso del diseño y modelado del péndulo invertido móvil solo se realizó un modelado a pequeña escala con componente libres, usándose un tipo de controlador no lineal para la optimización del trabajo de investigación, el modelado de la investigación realizada es diferente porque es solo es un modelado, mientras que el vehículo representa un prototipo de tamaño real.

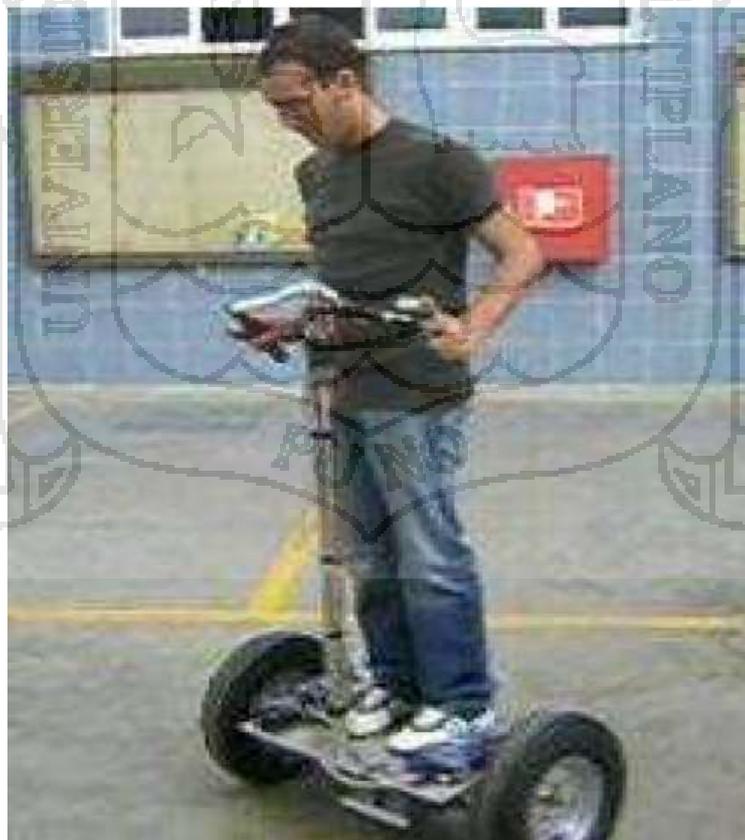


Figura 45. Prototipo vista general del vehículo (ppccar)
Fuente: (Viguria et al., 2005)

Sanabria y Hernández (2009), han desarrollado el control de un péndulo invertido simples por métodos realimentados de estados en cual se muestra en la Figura 46, muestra que sus resultados llevan el péndulo al equilibrio, cabe notar que este péndulo es con una base fija, se encuentra en un limitado eje de acción, en función a su base. En comparación a la investigación de modelado de un péndulo invertido móvil es más versátil resulta mejor para pruebas y obtención de datos en distintos ambientes desconocidos y condiciones adversas.

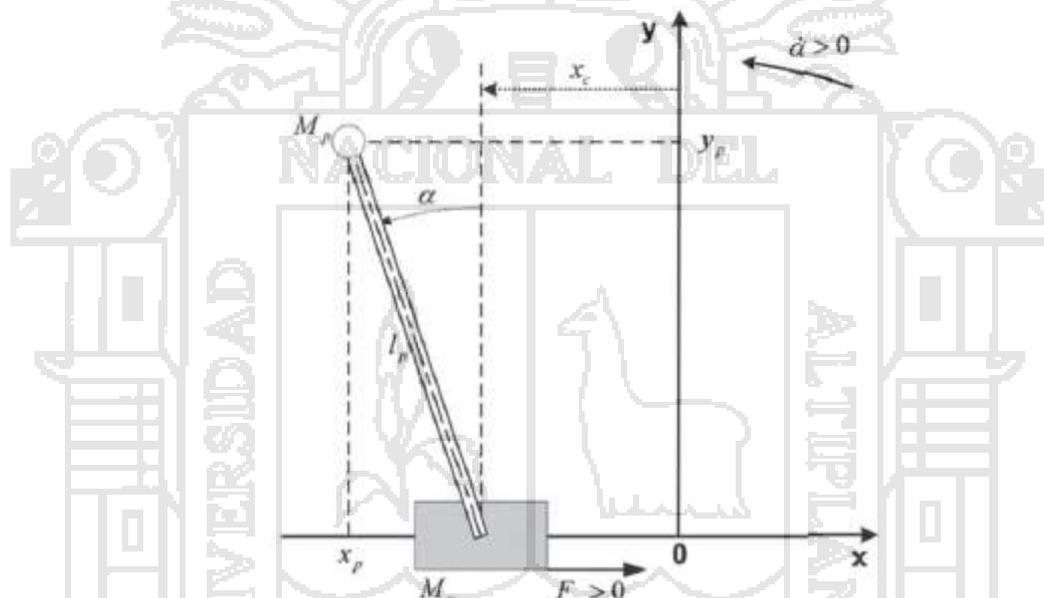


Figura 46. Esquemático y variables para el modelo del péndulo.
Fuente : (Sanabria & Hernández, 2009a)

Además, el modelo matemático que obtuvieron, y el método de ajuste de los parámetros en forma iterativa, mostraron un sistema real en la investigación realizada por (Mallo & Mazzone, 2003)., Figura 47, resulta una ventaja cuando los controladores que diseñaron están basados en dicho modelo, lo cual muestra una desventaja a la hora de obtener datos reales como se presentan en la realidad y es concordante con el trabajo realizado por Sanabria y Hernández (2009), y es diferente a la investigación realizadas debido a la movilidad en

distintos entornos por proporcionado por las ruedas que le dan la estabilidad y movilidad.



Figura 47. Péndulo invertido rodante
Fuente: (Mallo & Mazzone, 2003).

se observa que el péndulo invertido móvil está en una base fija donde se restringen muchas de las variables, su control es básico, en la investigación es mucho mejor por el uso de nuevas tecnologías al alcance, se optó por un modelado de un péndulo invertido móvil y el desarrollo del controlador, para que el modelado a pequeña escala se perfeccione por lo cual el péndulo realizado es mucho mejor a todos los péndulos fijos, debido que proporciono datos en el transcurso de su funcionamiento en condiciones reales de ambiente.

CONCLUSIONES

- Se concretizó con éxito el correcto modelado físico usando controladores de PID, comparado con el método de LaGrange y Taylor para un péndulo invertido móvil usando hardware y software libre.
- El diseño de un controlador de estabilización el llevo el sistema del péndulo móvil al punto de equilibrio y estable. con uso de los métodos de LaGrange, Taylor y con el filtro Kalman, para el desarrollo del controlador del sistema.
- Se identificó los materiales componentes electrónicos, mecánicos y software libre, para la realización para el modelado de un péndulo invertido móvil.

RECOMENDACIONES

- Dentro de los trabajos futuros se recomienda el diseño de nuevas técnicas de control, y su posterior experimentación usando los dispositivos accesibles, para futuros desarrollos en la parte educativa, comercial e industrial. Tomar en cuenta la fricción es un fenómeno que se presenta en todos los sistemas físicos, dependiendo del uso del dispositivo, es la causa principal de pérdidas de energía, por lo que también afecta al control del dispositivo.
- Para el desarrollo del software existen muchos métodos como programas donde se puede desarrollar el software del controlador del microcontrolador y usarlo como interface para un mejor control y desarrollo del mismo, de preferencia usar software libre para evitar problemas de licencias. En el desarrollo de un prototipo o diseño que se desea realizar conocer siempre las características técnicas o parámetros de trabajo, esto ayudará a determinar mejor la selección de componentes a utilizar y así no tener realizar muchas prueba-error lo cual genera gastos económicos, añadir que los dispositivos a usar sean se open hardware

para evitar permisos o licencias posteriores, como se realizó en el modelado de un péndulo invertido móvil, usando hardware y software libre.





BIBLIOGRAFÍA

- Alonso, M., & Finn, E. J. (1998). *Física, vol. II*. Mexico: Prentice Hall.
- Alonso, M., & Finn, E. J. (2000). *Física, vol. I. Fondo educativo interamericano*.
- Aracil, j., & Gordillo. (2005). El péndulo invertido: un desafío para el control no lineal. (*RIAI*) *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, 2(2), 8-19.
- Arduino, H. (2016, webmaster (at) arduino.cc). Portal oficial del hardware libre Arduino. *Página web: <https://www.arduino.cc/>*.
- Arnold, R., & Stehr, W. (1976). *Maquinas Electricas 2*. México: Universidad de Michigan Hispanoamérica y España, Volumen 2.
- Bauer, W., & Westfall, G. D. (2011). *Fisica: Para Ingeniería y Ciencias, con Física MODERNA*. Mexico: MC GRAW-HILL. XXX, 684 P. / 27 CM.
- Benavides, R., & Robótica, K. D. (2009). Journal Article: Cinemática Inversa del Robot. *Escuela de Ciencias de la Computación e Informática, Universidad de Costa Rica*, 31-38.

- Besterfield, D. H., & Pozo, V. G. (2009). *Control de calidad, Obra: aprendizaje de estudiantes en Institutos Tecnológicos, Universidades*. Madrid: Pearson Educación.
- Boylestad, R. L., Nashelsky, L., & Salas, R. N. (1997). *Fundamentos de electrónica* (10 ed.). Mexico: Prentice Hall.
- Burden, R. L. F., Burden, J. D. L., & Faires, J. D. (2002). *Análisis numérico* (Vol. 1). México, D.F: Thomson Learning,. c2002. xiii, 839 p. ; 25 cm; 7a. ed.
- Chen, X., Yu, R., Huang, K., Zhen, S., Sun, H., & Shao, K. (2018). Linear motor driven double inverted pendulum: A novel mechanical design as a testbed for control algorithms. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 81, 31-50.
- Cherta, M. C. (1995). *Máquinas de corriente continua* (Vol. 2). México, D.F: McGraw-Hill,. c2012. xvii, 502 p; 5a. ed.
- Dan Mosedale, A. y. S. A. (2017). Processing.org. *Pagina Web: <https://processing.org/> Processing, Foundation. 2017, from <https://processing.org/user>*
- Dorf, R. C., Bishop, R. H., Canto, S. D., Canto, R. D., & Dormido, S. (2005). *Sistemas de control moderno* (Vol. 3). Mexico: Pearson Prentice Hall.
- Edwards, C. H., & Penney, D. E. (2001). *Ecuaciones diferenciales*. México Pearson Educación, 1147 p. ; 7a. ed.
- Fortunić, P., & Edmundo, J. (2012). Diseño e implementación de un robot móvil con una esfera de tracción omnidireccional. *Tesis, Pontificia Universidad Católica Del Perú*.

- Hemami, H., & Golliday, C. (1977). The inverted pendulum and biped stability, Universidad Politécnica de Cartagena. *Journal: Mathematical Biosciences*, 34(1), 95-110.
- Hernandez, S. R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2010). *Metodología de la investigación* (5ta ed. Vol. 1).
- Ibáñez, R. M. (1999). *Metodología de la Investigación* (2da ed.). La Paz, Bolivia: Editorial Sagitario.
- Ipanaqué, W., Belupú, I., Valdiviezo, J., & Vásquez, G. (2002). Laboratorios Virtuales y Remotos para la Experimentación. *Juornal: XVI Congreso Latinoamericano, usando como plataforma base diversos software y hardware.*(Cancún, Quintana Roo, México).
- Irwin, J. D. (1997). *Análisis básico de circuitos en ingeniería* (Vol. 5a). México, Prentice-Hall,. 1997. 681 P.
- Käpernick, B., & Graichen, K. (2013). *Model predictive control of an overhead crane using constraint substitution*. Paper presented at the American Control Conference (ACC), 2013.
- Kuo, B. C. (1996). *Sistemas de control automático*. Mexico: Continental,. 1991. 824 p. : 22 cm. Edición ; 2a ed.: Pearson Educación.
- Malik, N. R. (1996). *Circuitos electrónicos* (2da ed. Vol. 2). Mexico: Editorial Prentice Hall.
- Malvino, A. P., & Bates, D. J. (1991). *Principios de electrónica* (4ta ed. Vol. 2). Mexico: McGraw-Hill.
- Mallo, S., & Mazzone, V. (2003). Construcción y diseño de controladores de un péndulo invertido rotante. *journal: Automatización y Control Industrial*, 120.

- Mathews, J. H., Fink, K. D., Carrión, A. F., & Márquez, M. C. (2000). *Métodos numéricos con MATLAB* (3a ed. Vol. 2). Madrid : 721 p. ; 24 cm.: Prentice Hall.
- Mechatronics, N. (2017). Acelerometro y Giroscopio. *Página web*: <http://www.naylampmechatronics.com> Tutorial MPU6050. Descubre, Aprende Innova. 2017, from http://www.naylampmechatronics.com/blog/45_Tutorial-MPU6050-Aceler%C3%B3metro-y-Giroscopio.html
- Meng, G., Zhang, W.-M., Huang, H., Li, H.-G., & Chen, D. (2009). Micro-rotor dynamics for micro-electro-mechanical systems (MEMS). *Chaos, Solitons & Fractals*, 40(2), 538-562.
- Moreno, A. R., Ocola, C. N., & Sosa, L. E. C. (1997). Journal: Diseño e Implementación de un Controlador Difuso TKS Utilizando Sintonía ANFIS. Aplicación: Péndulo Invertido. *Instituto de Automatización e Inteligencia Artificial, Universidad Nacional de Ingeniería, Lima - Perú*, 1, 20.
- Mori, S., Nishihara, H., & Furuta, K. (1976). Control of unstable mechanical system Control of pendulum†. *Journal: International of Control*, 23(5), 673-692.
- Nagle, R. K., Saff, E. B., & Snider, A. D. (2001). *Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera* (4a ed.). México. MX. 2005. 736 p.: Pearson Educación.
- Nana, B., Yamgoué, S., Tchitnga, R., & Woafó, P. (2017). Dynamics of a pendulum driven by a DC motor and magnetically controlled. *Chaos, Solitons & Fractals*, 104, 18-27.

- Ogata, K. (1996). *Sistemas de control en tiempo discreto* (5a ed.). Madrid, 894 p. : 25 cm. : Pearson.
- Parks, R. (2017). ESCAP 16 Gear Motor With Encoder - rogerparks.com. *Pagina Web*: © 2017 rogerparks.com. All Rights Reserved from <http://rogerparks.com/instructional/escap-16-gear-motor-encoder/>
- Pino, G. R. (2008). *Metodología de la Investigación* (2a ed.). Lima - Peru 494 p. 25 cm.: Sam Marcos.
- Polo, M. F. P., Molina, M. P., & Chica, J. G. (2009). Chaotic dynamic and control for micro-electro-mechanical systems of massive storage with harmonic base excitation. *Chaos, Solitons & Fractals*, 39(3), 1356-1370.
- Pulido, H. G., De la Vara Salazar, R., González, P. G., Martínez, C. T., & Pérez, M. d. C. T. (2004). *Análisis y diseño de experimentos*: McGraw-Hill.
- Roca, G. J. L. (2016). Diseño e implementación de un péndulo invertido sobre un carro móvil para el laboratorio de mecatronica de la Fimcp aplicando estrategias de control proporcional integral derivativo (pid). *Tesis: Automatización y Control Industrial, Guayaquil - Ecuador* (Escuela Superior Politécnica del Litoral), 151.
- Rodríguez-Díaz, O. O., Téllez-Valderrama, E. L., & Gutiérrez-Ramírez, D. A. (2012). Simulación del Péndulo Invertido Rotacional usando Easy Java Simulations y Matlab. *Artículo de Investigación: TecnoLógicas*, 1(28), 15-32.
- Sanabria, C. A., & Hernández, O. M. (2009a). Control de un péndulo invertido simple por métodos de realimentación de estados. *Journal: Tecnura Investigación*, 13(25), 59-69.

- Sanabria, C. A., & Hernández, O. M. (2009b). Control de un péndulo invertido simple por métodos de realimentación de estados. *Tecnura*, 13(25), 59-69.
- Sánchez, H., Aguirre, I., & Patete, A. (2010). *Construcción y control de un péndulo invertido utilizando la plataforma lego mindstorms nxt*. Paper presented at the 4to Congreso iberoamericano de estudiantes de ingeniería eléctrica (IV CIBELEC 2010) 5tas Jornadas de ingeniería eléctrica (V JIELECTRIC 2010).
- Santonja, J. A. (2004). *La información y las máquinas*. España : 432 p.. P.imprenta: Síntesis.
- Schilling, D. L., Angel, M., Nuño García, F., & Díaz González, J. (1993). *Circuitos electrónicos: discretos e integrados*. Barcelona :c1981. xiii, 629 p.: Marcombo.
- Sedra, A. S., Smith, K. C., & E., D. A. T. (1989). *Dispositivos electrónicos y amplificación de señales* (D. A. Topete E., tr. Ed.). México: 1989. xv, 958 p: McGraw-Hill.
- Sedra, A. S. S., Kenneth, C., & Ramírez Grycuk, E. (1999). *Circuitos microelectrónicos* (McGraw-Hill Ed.). México
- Serway, R. A. (1997a). *física tomo II* (E. McGraw-Hill Ed. 3a ed.). Mexico.
- Serway, R. A. (1997b). *Física. Volumen II* (McGraw-Hill Ed. 2a ed.). Mexico, Ed McGraw-Hill
- Serway, R. A., & Jewet Jr, J. W. (2009). *Física. Volumen I*. Mexico, Ed McGraw-Hill
- Sun, N., Wu, Y., Chen, H., & Fang, Y. (2018). An energy-optimal solution for transportation control of cranes with double pendulum dynamics: Design

- and experiments. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 102, 87-101.
- Teh, S.-H., Chan, K.-H., Woo, K.-C., & Demrdash, H. (2015). Rotating a pendulum with an electromechanical excitation. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 70, 73-83.
- Tutschke, W., & Vanegas, C. (2008). *Métodos del análisis complejo en dimensiones superiores* (E. I. C Ed. 2a ed.). Caracas.
- Valera, A., Vallés, M., & Cardo, M. (2002). Desarrollo y Control de un péndulo de furuta. *Journal: Ingeniería de Sistemas y Automática. Universidad Politécnica de Valencia. Camino de Vera*, 14, 46022.
- Viguria, A., Cano, R., Fiacchini, M., Prieto, A., Vela, B., Rubio, F., . . . Canudas-de-Wit, C. (2005). PPCar (Personal Pendulum Car): Vehículo basado en péndulo invertido. *Journal: Escuela Superior de Ingenieros de Sevilla*.
- Viguria, A., Prieto, A., Fiacchini, M., Cano, R., Rubio, F., Aracil, J., & Canudas-de-Wit, C. (2006). Desarrollo y experimentación de un vehículo basado en péndulo invertido (ppcar). *Journal: Revista iberoamericana de automática e informática industrial (RIAI)*, 3(4), 54-63.
- Wang, J.-J. (2011). Simulation studies of inverted pendulum based on PID controllers. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 19(1), 440-449.



ANEXOS



Figura 50. Instalación de Arduino



Figura 51. Opciones de instalación

ANEXO 2. instalación de Processing

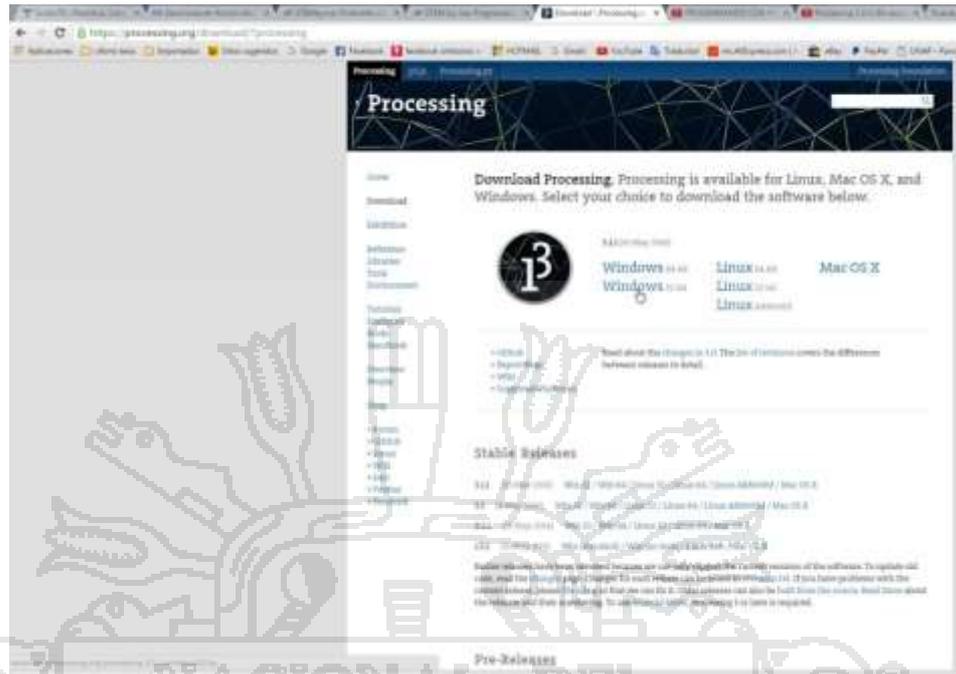


Figura 52. Ingreso a la página oficial de processing

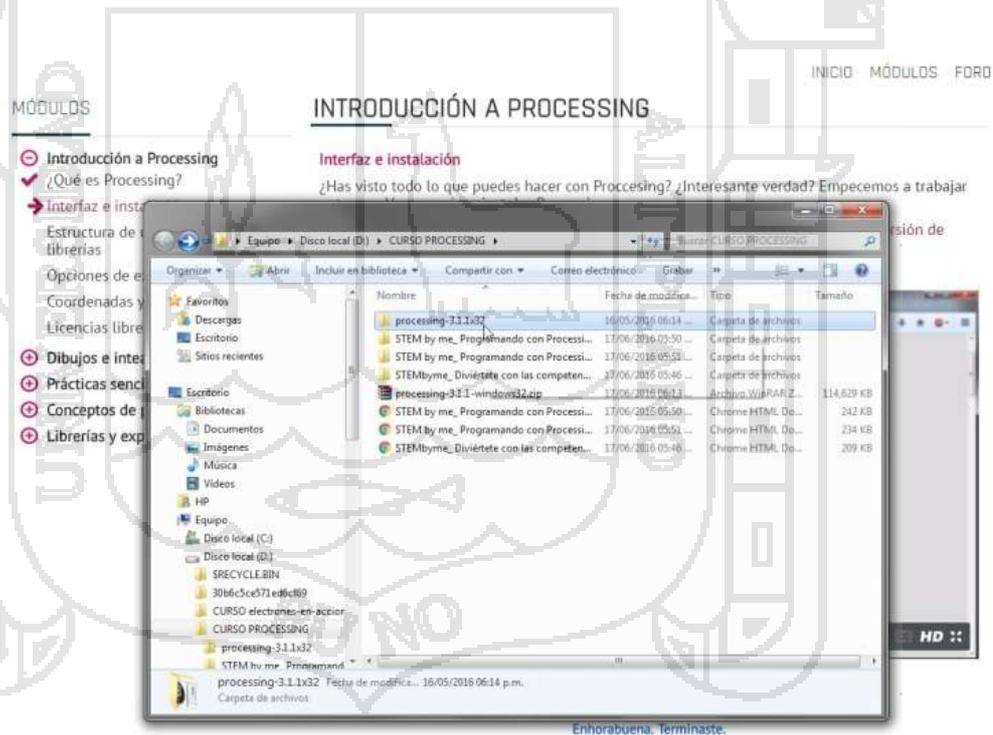


Figura 53. Descarga del programa

MÓDULOS

INTRODUCCIÓN A PROCESSING

Introducción a Processing

¿Qué es Processing?

Interfaz e instalación

Estructura de librerías

Opciones de ejecución

Coordenadas y librerías

Librerías y ejemplos

Dibujos e interfaces

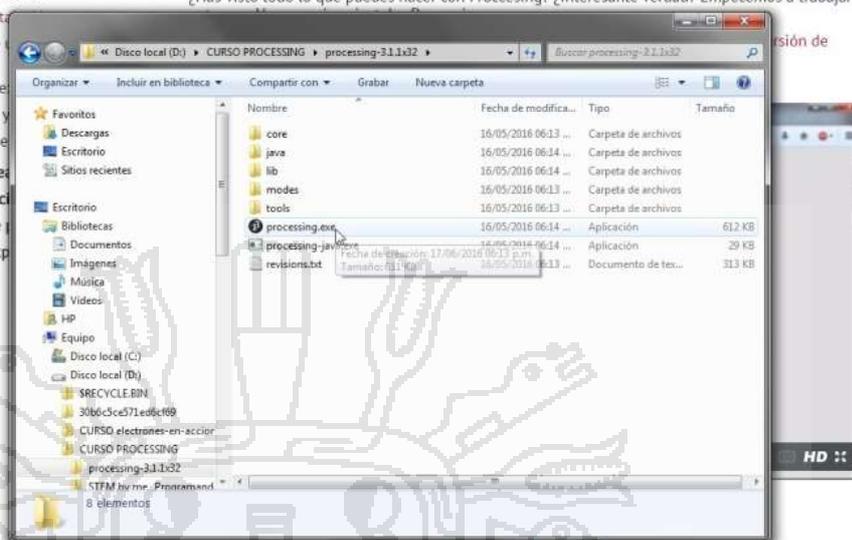
Prácticas sencillas

Conceptos de programación

Librerías y ejemplos

Interfaz e instalación

¿Has visto todo lo que puedes hacer con Processing? ¿Interesante verdad? Empecemos a trabajar



Enhorabuena. Terminaste.

Figura 54. Iniciando la ejecución de processing

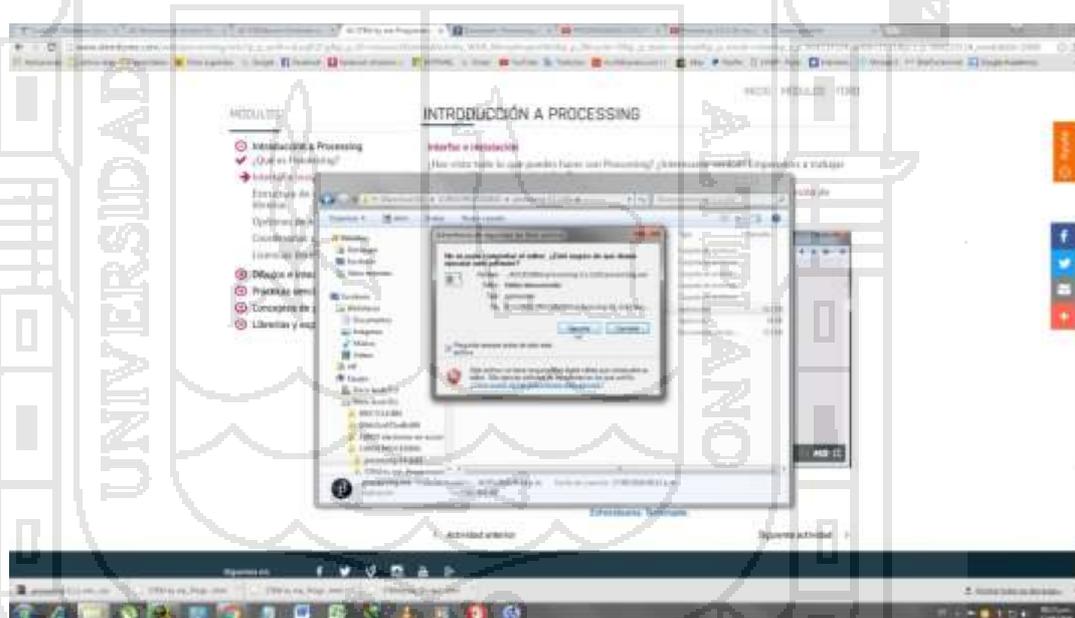


Figura 55. Permisos de ejecución en el Windows

ANEXO 3. Diagrama del circuito

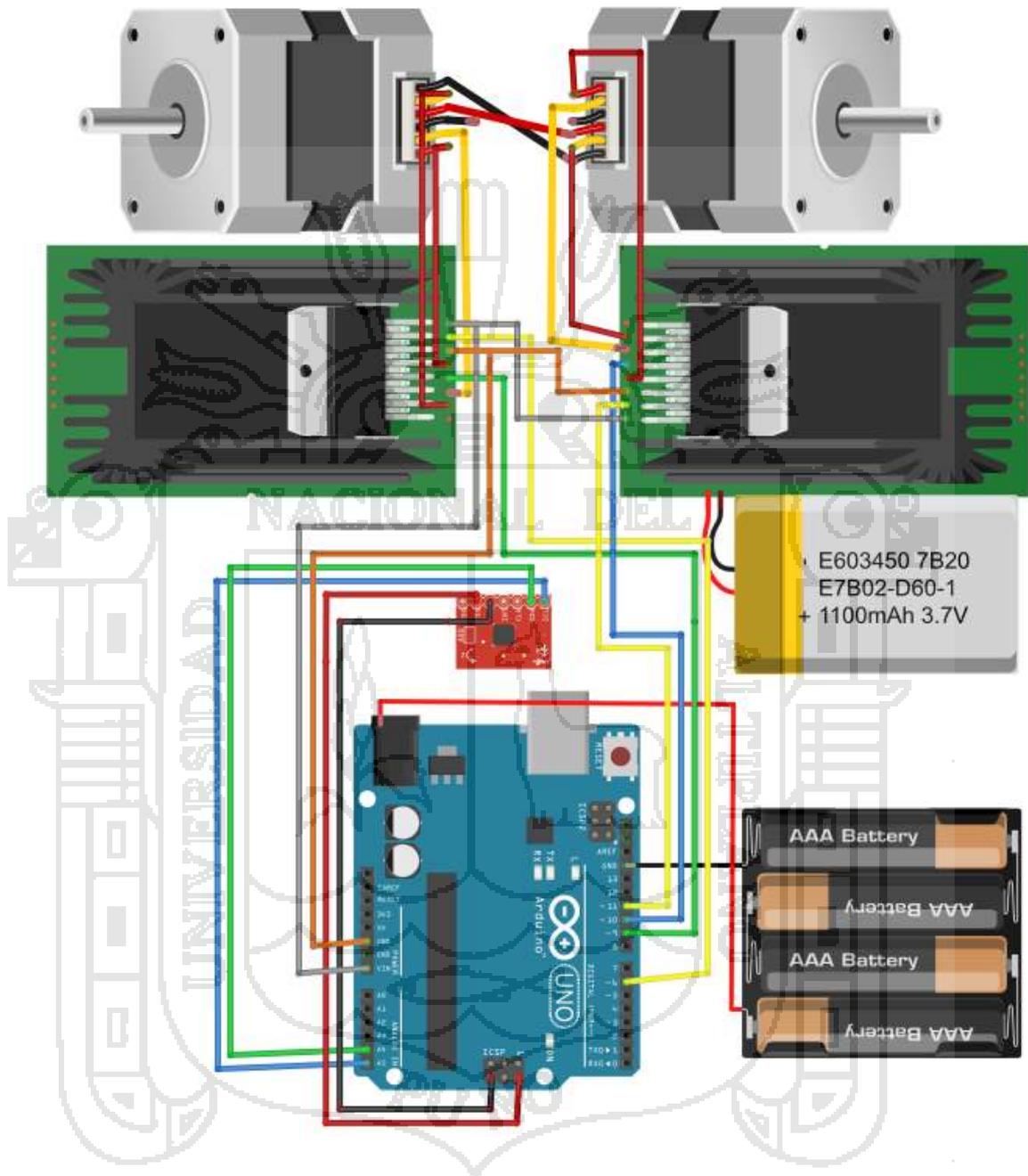


Figura 56. Diagrama del circuito del pendulo

ANEXO 4. Código del programa para la simulación

Se realizó el siguiente código de programación para la realización de la investigación:

```

import processing.serial.;
int sensor0 = 0;
int sensor1 = 0;
int antsensor0=0;
int antsensor1=0;
float antx=0,x=0,y=0;
int inByte;
Serial myPort;
import saito.objloader.;
OBJModel model;
float rotX;
float rotY;
PImage tex;
boolean bTexture = true;
boolean bStroke = false;
boolean bMaterial = false;
void setup()
{
    size(720, 720, P3D);
    background(10,80,120);
    println(Serial.list());
    myPort = new Serial(this, Serial.list()[2], 115200);
    myPort.bufferUntil('\n');
    model = new OBJModel(this, "PENDULO.obj", "relative", POLYGON);
    model.enableDebug();
    model.translateToCenter();
    model.scale(2.5);
    model.printModelInfo();
    noStroke();
}
void draw()
{
    background(10,80,120);
    lights();

    pushMatrix();
    translate(width/2, height/2, 0);
    rotateX(sensor0*0.025);
    rotateY(rotX);
    model.draw();
    popMatrix();
}
void serialEvent(Serial myPort) {
    String inString = myPort.readStringUntil('\n');

    if (inString != null) {
        inString = trim(inString);
        int[] sensors = int(split(inString, ","));
        sensor0 = sensors[0];
        sensor1 = sensors[1];
    }
}
void keyPressed() {
    if(key == 't') {
        if(!bTexture) {
            model.enableTexture();
        }
    }
}

```

```

        bTexture = true;
    }
    else {
        model.disableTexture();
        bTexture = false;}}
else if(key == 'm') {
    if(!bMaterial) {
        model.enableMaterial();
        bMaterial = true;
    }
    else {
        model.disableMaterial();
        bMaterial = false;}}
else if(key == 's') {
    if(!bStroke) {
        stroke(10, 10, 10);
        bStroke = true;
    }
    else {
        noStroke();
        bStroke = false;
    }
}
}

else if(key=='1') {
stroke(10, 10, 10);
bStroke = true;
model.shapeMode(POINTS); }

else if(key=='2') {
stroke(10, 10, 10);
bStroke = true;
model.shapeMode(LINES); }

else if(key=='3') {
model.shapeMode(TRIANGLES);}

else if(key=='4') {
model.shapeMode(POLYGON); }

else if(key=='5') {
model.shapeMode(TRIANGLE_STRIP); }
else if(key=='6') {
model.shapeMode(QUADS); }

else if(key=='7') {
model.shapeMode(QUAD_STRIP); }}
void mouseDragged()
{
    rotX += (mouseX - pmouseX) * 0.01;
    rotY -= (mouseY - pmouseY) * 0.01;
}

```

ANEXO 5. Código del programa para el equilibrio y estabilización

Se realizó el siguiente código de programación para la realización de la investigación:

```
#include <Wire.h>

#define MPU 0x68

#define A_R 16384.0
#define G_R 131.0

#define RAD_A_DEG = 57.295779

int16_t AcX, AcY, AcZ, GyX, GyY, GyZ;
unsigned long time;
double dt1;
int angulo,angulo1;
//Angulos
float Acc[2];
float Gy[2];
float Angle[2];
//kalman
float actAngle;
float ACC_angle;
float GYRO_rate;
int drive = 0;
int setPoint = 0;

float K = 1.4;
float Kp = 5.75;
float Ki = 0.5;
float Kd = 21;
float last_error = 0;
float integrated_error = 0;
float pTerm = 0, iTerm = 0, dTerm = 0;
#define GUARD_GAIN 20.0
/////motore/////
const int m1_der = 10;
const int m1_izq = 11;
const int m2_der = 6;
const int m2_izq = 9;
void setup()
{
  pinMode(m1_der,OUTPUT);
  pinMode(m1_izq,OUTPUT);
  pinMode(m2_der,OUTPUT);
  pinMode(m2_izq,OUTPUT);
  Wire.begin();
  Wire.beginTransmission(MPU);
  Wire.write(0x6B);
  Wire.write(0);
  Wire.endTransmission(true);
  Serial.begin(115200);
  for (int a = 0 ;a < 25 ; a++){
    Angulo_Filtro_Kalman();
  }
}
void loop()
{
  Angulo_Filtro_Kalman();

  if(actAngle>(setPoint-2) && actAngle<(setPoint+2)){
    K = 1.4;//
    Kp = 5.75;//
    Ki = 0.5;//
```

```

    Kd = 21;//
    drive=updatePid(setPoint, actAngle);
    Drive_Motor(drive);
}
else if(actAngle>(setPoint-25) &&
actAngle<(setPoint+25)){
    K = 1.5;//
    Kp = 5.5;//
    Ki = 0.5;//
    Kd = 4;//
    drive=updatePid(setPoint, actAngle);
    Drive_Motor(drive);
    //Serial.print("Output= ");
    //Serial.println(drive);
}
else Drive_Motor(0);
delay(5);
}
void Angulo_Filtro_Kalman(){
    Wire.beginTransmission(MPU);
    Wire.write(0x3B); //
    Wire.endTransmission(false);
    Wire.requestFrom(MPU,6,true); //
    AcX=Wire.read()<<8|Wire.read(); //
    AcY=Wire.read()<<8|Wire.read();
    AcZ=Wire.read()<<8|Wire.read();

    Acc[1] = atan(-1*(AcX/A_R)/sqrt(pow((AcY/A_R),2) +
pow((AcZ/A_R),2)))*RAD_TO_DEG;
    Acc[0] = atan((AcY/A_R)/sqrt(pow((AcX/A_R),2) +
pow((AcZ/A_R),2)))*RAD_TO_DEG;

    Wire.beginTransmission(MPU);
    Wire.write(0x43);
    Wire.endTransmission(false);
    Wire.requestFrom(MPU,4,true); piden 4 registros
    GyX=Wire.read()<<8|Wire.read();
    GyY=Wire.read()<<8|Wire.read();

    Gy[0] = GyX/G_R;
    Gy[1] = GyY/G_R;
    //
    dt1 = (double)(millis()-time)/1000;
    time=millis();
    //
    ACC_angle = Acc[0]; //x //
    in Quids // in
    GYRO_rate = Gy[0]; // in
    Quids/seconds
    actAngle = kalmanCalculate(ACC_angle, GYRO_rate, dt1);
    //
    //Angle[0] = 0.94 *(Angle[0]+Gy[0]*dt1) + 0.06*Acc[0];
    Angle[1] = 0.94 *(Angle[1]+Gy[1]*dt1) + 0.06*Acc[1];
    //Mostrar los valores por consola
    //Serial.print("Angle X: "); Serial.print(Angle[0]);//
    //Serial.print("Angle Y: "); Serial.println(Angle[1]); //

    //Serial.print("Angle Y: ");

    angulo=(int)actAngle;
    Serial.print(angulo);
    //Serial.println(dt1);
    angulo1=(int)Angle[1];
    Serial.print(",");
    Serial.print(angulo1);
    Serial.print("\n");
}

```

```

}
float updatePid(float targetPosition, float currentPosition)  {
    float error = targetPosition - currentPosition;
    pTerm = Kp * error;
    integrated_error += error;
    iTerm = Ki * constrain(integrated_error, -GUARD_GAIN, GUARD_GAIN);
    dTerm = Kd * (error - last_error);
    last_error = error;
    return -constrain(K*(pTerm + iTerm + dTerm), -255, 255);
}
void Drive_Motor(int torque)  {
    if (torque > 0)  {
        if(torque>5) map(torque,0,255,75,255);//
        analogWrite(m1_der, torque);
        digitalWrite(m1_izq, LOW);
        analogWrite(m2_der, torque);
        digitalWrite(m2_izq, LOW);
    }
    else if(torque < 0){
        if(torque<-5) map(torque,0,-255,-75,-255);
        torque = abs(torque);// drive motors backward
        digitalWrite(m1_der, LOW);
        analogWrite(m1_izq, torque);
        digitalWrite(m2_der, LOW);
        analogWrite(m2_izq, torque);
    }
    else {
        digitalWrite(m1_izq, LOW);
        digitalWrite(m1_der, LOW);
        digitalWrite(m2_izq, LOW);
        digitalWrite(m2_der, LOW);
    }
    //
}

```

ANEXO 6. Resultados obtenidos de la adquisición de datos para la medida de ángulo del funewtepéndulo invertido móvil

ANEXO 7. Primera prueba realizada

0,0	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,0	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,0	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,0	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,0	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,1	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,1	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,1	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,1	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,1	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,1	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,1	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,1	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,1	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,1	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,1	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,1	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,1	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,1	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2



0,2	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,3
0,2	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,3
0,2	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,3
0,2	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,3
0,2	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,3
0,2	0,2	0,3	-1,3	0,2	0,2	0,2	0,3
0,2	0,2	0,3	-1,3	0,2	0,2	0,2	0,3
0,2	0,2	0,3	-1,3	0,2	0,2	0,2	0,3
0,2	0,2	0,3	-1,3	0,2	0,2	0,2	0,3
0,2	0,2	0,3	-1,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,3	-1,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,3	-1,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,3
0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,3
0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
1,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
1,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,3
1,2	0,2	0,3	0,2	0,2	1,2	0,2	0,3
1,2	0,2	0,3	0,2	0,2	1,2	0,2	0,3
1,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2



0,2	0,2	1,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	1,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	1,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,2	-1,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,2	-1,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,2	-1,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,2	-1,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,2	-1,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,2	-1,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,2	-1,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,2	-1,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,2	-1,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,3	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,3	0,2
0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	1,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	1,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	1,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	1,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,22



0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	-1,1
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	-2,1
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	-2,1
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	-1,0
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	-1,0
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	-1,0
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	1,0	0,1
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	1,0	1,0
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	1,0	1,0
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	1,0
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	1,0
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	1,1
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	1,1
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	-1,1	0,1
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	-1,1	0,1
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	-1,1	0,1
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	-1,1	0,1
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	-1,1	0,1



0,1	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,1	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,1	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,0	-1,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,0	-1,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,1	-1,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,1	-1,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,1	-1,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,1	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,1	0,1	-1,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,0	0,1	-1,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,0	0,1	-1,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,0	0,1	-1,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,0	0,1	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0
0,1	0,1	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,1	0,1	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
1,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
1,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
1,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1



1,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0
0,1	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0
0,1	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0
0,1	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0
0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0
0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0
0,0	0,1	-1,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0
0,1	0,1	-1,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0
0,1	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0
0,1	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0
0,1	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0
0,1	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0
0,1	0,0	-1,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0
0,1	0,1	-1,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0
-1,1	0,1	-1,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0
-1,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0
-1,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0
-1,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0
-1,1	0,1	0,1	0,1	0,1	1,1	0,0	0,0
-1,0	0,0	0,1	0,1	0,1	1,0	0,0	0,0
0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0
0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0
0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0
0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0

ANEXO 10. Cuarta prueba realizada

0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0
0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0
0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0
0,0	0,0	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
0,0	0,0	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
0,0	0,0	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
0,0	0,0	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
0,0	0,0	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
0,0	0,0	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
0,0	0,0	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
0,0	0,0	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
0,0	0,0	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
0,0	0,0	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
0,0	0,0	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
0,0	0,0	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
0,0	0,0	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
0,0	0,0	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
0,0	0,0	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
0,0	0,0	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
0,0	0,0	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
0,0	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
0,0	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
0,0	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0,0	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
0,0	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
0,0	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0,0	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0,0	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Anexo 11. Pruebas estadísticas de la investigación.

A. Prueba Estadística

A.1. -La hipótesis nula e hipótesis alterna estadística

H₀ = **No hay diferencia significativa** en las medias de ángulo antes y después de las pruebas realizadas el controlador no lleva al sistema al punto de equilibrio.

H₁ = **Hay una diferencia significativa** en la **reducción** medias del ángulo antes después de las pruebas realizadas debido al controlador (algoritmo de control) de estabilización que lleva al sistema al punto de equilibrio.

A.2. -Porcentaje de error

Para definir el valor de alfa, el porcentaje de error estimado al hacer pruebas realizadas, generalmente se usa en las ciencias de la ingeniería un nivel alfa del menor al 1% (uno por ciento)

$$\text{Alfa } (\alpha) = 1\% = 0.01$$

Para la elección de la prueba

Se escogió la prueba T-de-student para la realización de las pruebas estadísticas como nuestra población y muestra es el objeto de estudio ya que a partir de la manipulación del objeto de investigación se obtiene datos de las pruebas realizadas, además la pruebas T-de-student nos permiten comparar a un mismo grupo de estudio, se le aplican dos medidas en distintos tiempos antes y después, con variables fijas como es el ángulo de inclinación del péndulo.

El estudio o pruebas realizadas son de variables fijas, por lo que es un estudio longitudinal por ser muestras relacionadas, las variables fijas nos crean dos tipos de datos en la primera prueba realizada y una segunda prueba realizada del objeto de estudio en dos distintos tiempos, en este caso el péndulo invertido. Y la variable de comparación que se obtiene del mismo péndulo y es un valor numérico que es el ángulo, que determina en este caso específico la prueba T de student de muestras relacionadas para la realización de la prueba estadística.

A.3. -La Normalidad

Para calcular el P-Valor, es necesario corroborar que la variable numérica ángulo que es la variable de comparación se comporta normalmente, se escoge la prueba de normalidad Kolmogoroy-Smirnov para muestras grandes de mayores de 30 datos (>30 datos).

Cuadro 4. Pruebas de normalidad

	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
priprueba	,458	1750	,000	,365	1750	,000
cuaprueba	,427	1750	,000	,448	1750	,000

Fuente: Instrumento Estadístico

A.4. -Criterio para determinar Normalidad

P-Valor \geq (igual o mayor) α se Acepta H_0 = los datos provienen de una distribución normal

P-Valor $<$ (menor) α se Acepta H_1 = los datos NO provienen de una distribución normal

Cuadro 5. Evaluando la prueba de normalidad

Prueba de Normalidad		
P-Valor(primer prueba)= 0.000	< menor	$\alpha = 0.01$
P-Valor(Después cuarta prueba)= 0.000	< menor	$\alpha = 0.01$
CONCLUSION: Los datos del ángulo no provienen de una distribución normal, debido que los datos de los ángulos son aleatorios dependiendo de la posición del equipo o inclinación del péndulo.		

Fuente: Instrumento Estadístico.

A.5. -Prueba t de Student

Se procedió a evaluar la prueba T-de-student, para dos muestras relacionadas también llamado prueba de antes o después

Aplicando software estadístico se obtienen los siguientes datos.

Cuadro 6. Estadísticos de muestras relacionadas

		Media	N	Desviación típ.	Error típ. de la media
Par 1	priprueba	,0982	1750	,29157	,00697
	cuaprueba	,0231	1750	,91438	,02186

Fuente: Instrumento Estadístico

Se observa que la media del ángulo de inclinación en la primera prueba es de 0,0982 y la media de la cuarta prueba es de 0,0231 se observa que después de las pruebas que la media del ángulo del péndulo invertido disminuye de 0,0982 a 0,0231.

Cuadro 7. Correlaciones de muestras relacionadas

		N	Correlación	Sig.
Par 1	priprueba y cuaprueba	1750	-,080	,001

Fuente: Instrumento Estadístico

Cuadro 8. Prueba de muestras relacionadas

	Diferencias relacionadas				t	gl	Sig. (bilateral)
	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	99% Intervalo de confianza para la diferencia			

					Inferior	Superior			
P ar 1	AAAprueba - DDDCuaprueba	,07 514	,98161	,02347	,01463	,13565	3,2 02	174 9	,001

Fuente: Instrumento Estadístico

En la prueba de muestras relacionadas se observa la significancia del 0,001% y nuestro P-Valor = 0.00, el cual fue obtenido anteriormente y que el valor de $\alpha = 0.01$ por lo cual nos permite tomar la decisión estadística

Cuadro 9. Decisión estadística

P-Valor = 0.00	< (es menor)	$\alpha = 0.01$
<p>El criterio de decisión estadística es:</p> <p>Si el ángulo obtenido P-Valor = 0.00 $\leq \alpha$, rechazamos H_0 (se acepta H_1)</p> <p>Si el ángulo obtenido P-Valor = 0.00 $\geq \alpha$, rechazamos H_1 (se acepta H_0)</p> <p>CONCLUSIÓN</p> <p>Hay una diferencia significativa en las medidas de los ángulos medidos del péndulo invertido móvil antes y después de las pruebas. Por lo cual se concluye que el procedimiento (algoritmo de control) SI tiene efectos significativos sobre el equilibrio del péndulo invertido móvil.</p> <p>De hecho, el péndulo invertido móvil se queda en equilibrio con un ángulo deseado de 0° (cero grados de inclinación).</p>		

Fuente: Instrumento Estadístico

A.6.-El criterio de decisión estadística es:

Si el ángulo obtenido **P-Valor = 0.00** $\leq \alpha$, se rechaza H_0 (se acepta H_1)

Si el ángulo obtenido **P-Valor = 0.00** $\geq \alpha$, se rechaza H_1 (se acepta H_0)

Conclusión de los datos estadísticos en función a H_0 y H_1

Al rechazar la hipótesis nula (H_0), debido a que el valor de cero grados (0° por la posición de equilibrio) es menor que α . Aceptamos la hipótesis alterna **H_1 = Hay una diferencia significativa** en la **reducción** medias del ángulo antes después de las pruebas realizadas debido al controlador (algoritmo de control) de estabilización que lleva al sistema al punto de equilibrio.

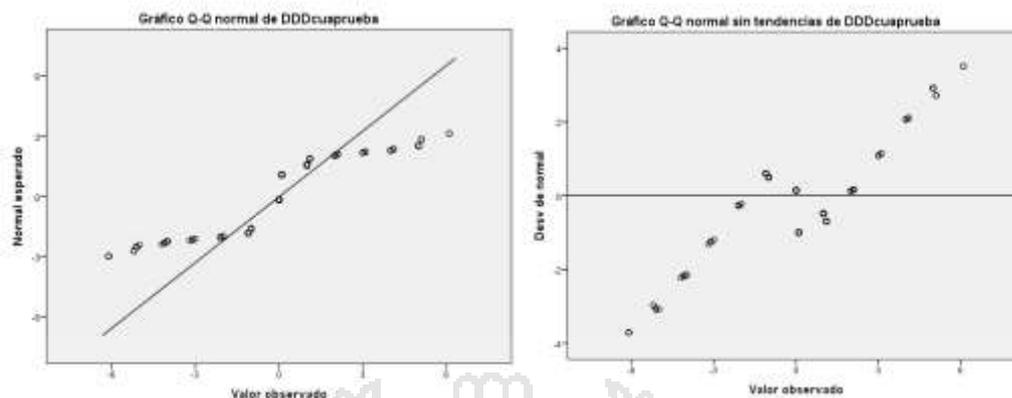


		Notas
Resultados creados		18-DEC-2017 18:37:35
Comentarios		
Entrada	Datos	E:\HP 8470 D\TESIS DOCTORADO CTMA\spssdoctorado\spssdoctoradojorge1750datos.sav
	Conjunto de datos activo	Conjunto_de_datos1
	Filtro	<ninguno>
	Peso	<ninguno>
	Dividir archivo	<ninguno>
	Núm. de filas del archivo de trabajo	2510
Manipulación de los valores perdidos	Definición de los perdidos	Los valores perdidos definidos por el usuario para las variables dependientes serán tratados como perdidos.
	Casos utilizados	Los estadísticos se basan en los casos que no incluyan valores perdidos en ninguna variable dependiente o factor utilizados.
Sintaxis	EXAMINE VARIABLES=AAApriprueba DDDcuaprueba /PLOT BOXPLOT STEMLEAF NPLOT /COMPARE GROUPS /STATISTICS DESCRIPTIVES /CINTERVAL 99 /MISSING LISTWISE /NOTOTAL.	
Recursos	Tiempo de procesador	00:00:01.84
	Tiempo transcurrido	00:00:01.80

Resumen del procesamiento de los casos						
	Casos					
	Válidos		Perdidos		Total	
	N	Porcentaje	N	Porcentaje	N	Porcentaje
AAApriprueba	1750	69,7%	760	30,3%	2510	100,0%
DDDcuaprueba	1750	69,7%	760	30,3%	2510	100,0%

Pruebas de normalidad						
	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
AAApriprueba	,458	1750	,000	,365	1750	,000
DDDcuaprueba	,427	1750	,000	,448	1750	,000

a. Corrección de la significación de Lilliefors



Descriptivos				
		Estadístico	Error típ.	
AAAprueba	Media	,0982	,00697	
	Intervalo de confianza para la media al 99%	Límite inferior	,0803	
		Límite superior	,1162	
	Media recortada al 5%	,0976		
	Mediana	,1000		
	Varianza	,085		
	Desv. típ.	,29157		
	Mínimo	-2,10		
	Máximo	1,10		
	Rango	3,20		
	Amplitud intercuartil	,00		
	Asimetría	-,927	,059	
Curtosis	13,898	,117		
DDDcuapueba	Media	,0231	,02186	
	Intervalo de confianza para la media al 99%	Límite inferior	-,0333	
		Límite superior	,0794	
	Media recortada al 5%	,0338		
	Mediana	,0000		
	Varianza	,836		
	Desv. típ.	,91438		
	Mínimo	-6,10		
	Máximo	6,10		
	Rango	12,20		
	Amplitud intercuartil	,00		
	Asimetría	-,389	,059	
Curtosis	20,773	,117		

A.7. -Prueba T

Notas		
Resultados creados		
Comentarios		
Entrada	Datos	E:\HP 8470 D\TESIS DOCTORADO CTMA\spssdoctorado\spssdoctoradojorge1750datos.sav
	Conjunto de datos activo	Conjunto_de_datos1
	Filtro	<ninguno>
	Peso	<ninguno>
	Dividir archivo	<ninguno>
	Núm. de filas del archivo de trabajo	2510
Tratamiento de los valores perdidos	Definición de los perdidos	Los valores perdidos definidos por el usuario serán tratados como perdidos.
	Casos utilizados	Los estadísticos de cada análisis se basan en los casos que no tienen datos perdidos ni quedan fuera de rango en cualquiera de las variables del análisis.
Sintaxis	T-TEST PAIRS=AAApriprueba WITH DDDcuaprueba (PAIRED) /CRITERIA=CI(.9900) /MISSING=ANALYSIS.	
Recursos	Tiempo de procesador	00:00:00.00
	Tiempo transcurrido	00:00:00.00

Estadísticos de muestras relacionadas					
		Media	N	Desviación típ.	Error típ. de la media
Par 1	AAApriprueba	,0982	1750	,29157	,00697
	DDDcuaprueba	,0231	1750	,91438	,02186

Correlaciones de muestras relacionadas				
		N	Correlación	Sig.
Par 1	AAApriprueba y DDDcuaprueba	1750	-,080	,001

Prueba de muestras relacionadas									
		Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
		Medi a	Desviaci ón típ.	Error típ. de la media	99% Intervalo de confianza para la diferencia				
					Inferior	Superior			
Par 1	AAApriprueba - DDDcuaprueba	,07514	,98161	,02347	,01463	,13565	3,202	1749	,001