

**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO**

**ESCUELA DE POSGRADO**

**PROGRAMA DE MAESTRÍA**

**MAESTRÍA EN INFORMÁTICA**



**TESIS**

**CADENAS DE MARKOV EN LA DETERMINACIÓN DE CIRCUITOS  
TURÍSTICOS PARA LA REGIÓN PUNO, 2018.**

**PRESENTADA POR:**

**ISELDA PILAR BERMUDEZ PARILLO**

**PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:**

**MAGISTER SCIENTIAE EN INFORMÁTICA**

**MENCIÓN EN MATEMÁTICA Y SIMULACIÓN COMPUTACIONAL**

**PUNO, PERÚ**

**2018**

**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO**

**ESCUELA DE POSGRADO**

**PROGRAMA DE MAESTRÍA**

**MAESTRÍA EN INFORMÁTICA**



**TESIS**

**CADENAS DE MARKOV EN LA DETERMINACIÓN DE CIRCUITOS  
TURÍSTICOS PARA LA REGIÓN PUNO, 2018.**

**PRESENTADA POR:**

**ISELDA PILAR BERMUDEZ PARILLO**

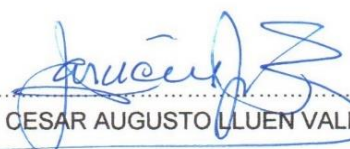
**PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:**

**MAGISTER SCIENTIAE EN INFORMÁTICA**

**MENCIÓN EN MATEMÁTICA Y SIMULACIÓN COMPUTACIONAL**

APROBADA POR EL SIGUIENTE JURADO:


PRESIDENTE

  
.....  
M.C. CESAR AUGUSTO LLUEN VALLEJOS

PRIMER MIEMBRO

  
.....  
M.Sc. SAMUEL DONATO PEREZ QUISPE

SEGUNDO MIEMBRO

  
.....  
M.Sc. ROBERTO ELVIS ROQUE CLAROS

ASESOR DE TESIS

  
.....  
M.Sc. REMO CHOQUEJAHUA ACERO

Puno, 10 de agosto del 2018

**ÁREA:** Simulación estocástica de sistemas emergentes, metaheurísticos avanzados.

**TEMA:** Formalización extraordinaria.

**LÍNEA:** Jurídico nacional.

## DEDICATORIA

*Con mucho amor este trabajo lo dedico a Dios, quien con su divina presencia fortalece mis más grandes sueños.*

*A mis padres Fermín Claudio Bermudes y Pilar Parillo, por el deseo de superación que a diario me inculcan.*

*A mis queridos hermanos Maribel y Alex Sander por todo su apoyo y paciencia en momentos difíciles.*

## AGRADECIMIENTOS

- A la Universidad Nacional del Altiplano Puno por ser por ser fuente de conocimiento y desarrollo en nuestra región y por todas las oportunidades que nos brinda.
- A mis maestros y compañeros de la maestría en Informática por los conocimientos, por el tiempo y dedicación que me han otorgado en la elaboración de este trabajo de investigación.
- Debo agradecer de manera muy especial a mi asesor al M.Sc. Remo Choquejahuja Acero por su apoyo y confianza en mi trabajo y formación como investigadora.
- A Víctor Manuel Farro Díaz en especial por inspirar la aplicación de este trabajo de investigación en la Región Puno.

**ÍNDICE GENERAL**

	<b>Pág.</b>
DEDICATORIA.....	i
AGRADECIMIENTOS .....	ii
ÍNDICE GENERAL.....	iii
ÍNDICE DE TABLAS .....	vi
ÍNDICE DE FIGURAS .....	viii
ÍNDICE DE ANEXOS .....	ix
RESUMEN .....	x
ABSTRACT .....	xi
INTRODUCCIÓN .....	1

**CAPÍTULO I****REVISIÓN LITERARIA**

1.1	Procesos Estocásticos .....	3
1.2	Cadenas de Markov .....	4
1.2.1	Matriz de transición .....	6
1.2.2	Función de Probabilidad.....	7
1.2.3	Ecuaciones de Chapman-Kolmogorov .....	8
1.2.4	Clasificación de los estados de una cadena de Markov .....	11
1.2.5	Propiedades a largo plazo de las cadenas de Markov .....	12
1.2.6	Probabilidades de estado estable.....	13
1.3	Algoritmo de la ruta más corta .....	16

1.3.1	Algoritmo de DijKstra .....	16
1.4	Turismo .....	17
1.4.1	Clasificación del turismo .....	18
1.4.2	Turismo en la región Puno .....	18
1.4.3	Perfil del turista que visita la región Puno.....	21
1.4.4	Circuitos turísticos .....	26
1.5	Antecedentes .....	27

## CAPÍTULO II

### PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1	Identificación del problema .....	33
2.2	Justificación .....	34
2.3	Objetivos .....	35
2.3.1	Objetivo general .....	35
2.3.2	Objetivos Específicos .....	35
2.4	Hipótesis .....	35
2.4.1	Hipótesis general.....	35

## CAPÍTULO III

### MATERIALES Y MÉTODOS

3.1	Lugar de estudio .....	36
3.2	Población .....	36
3.3	Muestra .....	36

3.4	Método de investigación .....	37
-----	-------------------------------	----

## CAPÍTULO IV

### RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1	Circuitos turísticos para la región Puno.....	49
4.2	Flujo de turistas a cada provincia de la región Puno.....	50
4.3	Probabilidad de llegada de turistas a una provincia de la región Puno	50
4.4	Ruta más corta a los circuitos óptimos y potenciales.....	50
4.5	Evaluación de resultados .....	51
CONCLUSIONES .....		57
RECOMENDACIONES .....		58
BIBLIOGRAFÍA .....		59
ANEXOS .....		65

## ÍNDICE DE TABLAS

	<b>Pág.</b>
1. Provincias y distritos de la región Puno.....	20
2. Lugar de residencia del turista extranjero.....	22
3. Permanencia en la región del turista extranjero. ....	23
4. Atractivos turísticos visitados. ....	23
5. Motivo de viaje del turista interno. ....	24
6. Utilizó el turista interno agencias de viaje.....	24
7. Permanencia del turista interno.....	25
8. Motivo de viaje del turista interno. ....	25
9. Estados del modelo regional. ....	37
10. Matriz M para el modelo regional: periodo de 3 noches.....	38
11. Matriz V de transición del modelo regional: periodo un viaje.....	39
12. Tendencia del flujo turístico en 5 meses. ....	40
13. Probabilidad llegada de turistas a las provincias de la Región Puno ....	43
14. Circuitos turísticos óptimos y potenciales a nivel regional con menor recorrido. ....	50
15. Cantidad y proporción de turistas.....	51
16. Cantidad y proporción de turistas del estudio.....	52
17. Intervalos de confianza según origen. ....	52
18. Adquirió el turista su paquete turístico en una agencia. ....	52
19. Empleo de agencia de según datos de estudio.....	53
20. Intervalos de confianza turistas nacionales según agencia de viaje. ....	53
21. Cuadro comparativo de confiabilidad del modelo cadenas de Markov..	54



22. Contraste manual de ventas de operadores turísticos y circuitos óptimos resultantes.....	56
23. Arribo de turistas nacionales y extranjeros, 2016.....	66
24. Componentes de redes representativas.....	68
25. Datos encuesta circuitos turísticos marzo- abril 2018 según origen.....	70
26. Resumen en porcentajes turista extranjero del anexo 3.....	76
27. Resumen en porcentajes: turista nacional del anexo 3. ....	77
28. Resumen en porcentajes del anexo 3. ....	78
29. Datos encuesta circuitos turísticos marzo- abril 2018 según permanencia. .....	79
30. Resumen anexo 5 por permanencia turista extranjero.....	87
31. Resumen anexo 5 por permanencia turista nacional. ....	87
32. Elaboración de la matriz para el modelo regional con transición: periodo de tres noches.....	88
33. Matriz de transición para modelo regional con transición: periodo de tres noches.....	89
34. Elaboración de la matriz para el modelo regional con transición periodo-un viaje.....	90
35. Matriz para el modelo regional con transición: periodo de un viaje. ....	91
36. Distancias entre provincias de la región Puno.....	93

## ÍNDICE DE FIGURAS

	<b>Pág.</b>
1. Rutas Seervada Park .....	17
2. Ubicación Geopolítica de Puno .....	19
3. Uso de agencias de viaje. ....	21
4. Cifras arribo de turistas .....	26
5. Circuitos turísticos .....	27
6. Rutas viales región Puno.....	44
7. Ruta circuito óptimo.....	45
8. Circuito turístico óptimo. ....	45
9. Ruta Puno-Huancané- S.A de Putina. ....	46
10. Circuito Puno-Huancané-S.A de Putina. ....	46
11. Ruta Puno-Lampa-Melgar. ....	47
12. Circuito Puno-Lampa-Melgar.....	47
13. Ruta Puno-Yunguyo. ....	48
14. Circuito Puno-Yunguyo.....	48
15. Ruta optima a nivel regional. ....	49
16. Flujo Turístico a la provincia de Puno.....	55
17. Flujo turístico a la provincia de Chucuito. ....	55
18. Red dirigida .....	69

## ÍNDICE DE ANEXOS

	<b>Pág.</b>
1. Cifras del arribo de turistas nacionales y extranjeros a la provincia de Puno .....	66
2. Ejemplo prototipo de redes.....	68
3. Datos para el modelo circuitos turísticos región Puno.....	70
4. Estadísticas de los datos para el modelo regional. ....	76
5. Datos para el modelo circuitos turísticos región Puno con periodo un viaje. .....	79
6. Elaboración de la matriz para el modelo regional con transición de tres noches.....	88
7. Matriz de transición para modelo regional con transición: periodo de tres noches.....	89
8. Matriz de transición del modelo regional- un viaje.....	90
9. Matriz para el modelo regional con transición: un viaje.....	91
10. Producto de Matrices cuadradas en Excel .....	92
11. Distancia entre provincias a nivel regional. ....	93
12. Ficha técnica de encuesta: Circuitos turísticos para la región Puno. ....	94
13. Modelo de encuesta. ....	95

## RESUMEN

El desarrollo integral del turismo en la región Puno es un tema de gran interés para el gobierno regional, empresas y organismos a quienes incumbe esta importante actividad económica. El presente trabajo de investigación tiene como objetivos mostrar provincias de la región con mayor probabilidad de ser visitadas por turistas nacionales o extranjeros y la ruta más corta entre ellas, en base a la aplicación de cadenas de Markov, el algoritmo de la ruta más corta, el análisis documental de información proporcionada por organismos vinculados a la actividad turística y la aplicación de encuestas. El modelo evidencia el flujo turístico a las diferentes provincias en cada etapa y las provincias turísticas potenciales que posee la región mediante el estado estable de la cadena. Finalmente, como resultado de investigación tenemos el circuito óptimo: Chucuito-Puno-Lampa-San Antonio de Putina-Sandia con recorrido mínimo de 443.6 Km y otros circuitos potenciales formados por las provincias mencionadas cada uno con un diagrama de la mejor ruta del circuito, estos resultados se validan mediante intervalos de confianza y tablas que muestran la eficiencia del modelo en la toma de decisiones y planificación de la oferta del producto turístico en la región Puno a largo plazo.

**Palabras clave:** Cadenas de Markov, circuito turístico óptimo, diagrama de rutas, provincias turísticas potenciales y flujo turístico.

## ABSTRACT

The integral development of tourism in Puno region is a subject of great interest to the regional government, companies and organizations that are responsible for this important economic activity. The present research work objectives are to show to show provinces of the region most likely to be visited by national or foreign tourists and the shortest route among them, based on the application of Markov chains, the algorithm of the shortest route, the documentary analysis of information provided by organizations linked to the tourist activity and the application of surveys. The model shows the tourist flow to the different provinces in each stage and the potential tourist provinces that the region owns through the stable state of the chain. Finally, as a result of research we have the optimal circuit: Chucuito-Puno-Lampa-San Antonio de Putina-Sandia with a short route of 443.6 km and other potential circuits formed by the provinces mentioned each with a diagram of the best route of the circuit, these results are validated through confidence intervals and tables that show the efficiency of the model in the decision making and planning of the supply of the tourism product in the Puno region in the long term.

**Key words:** Markov chains, optimal tourist circuit, potential tourist provinces, route diagram and tourist flow.

## INTRODUCCIÓN

El turismo en el mundo es un motor económico muy importante, en el Perú constituye la tercera industria más grande y en la región Puno se incrementó en 12% en el año 2017 a pesar de los diferentes problemas sociales y gracias a la existencia de una gran variedad de recursos naturales y culturales, la región posee gran potencial turístico, sin embargo, el visitante está limitado a un turismo tradicional con destinos cortos y específicos, en consecuencia, las diferentes provincias de la región presentan escasa afluencia de turistas lo que impide el desarrollo integral de esta actividad económica en la región.

El presente trabajo de investigación muestra la aplicación de cadenas de Markov para simular el flujo turístico a cada provincia de la región Puno, considerando como estados de la cadena las trece provincias representadas en la matriz de transición de probabilidad inicial del sistema, este modelo matemático es eficaz pues permite modelar y simular la evolución de un proceso en el tiempo hasta alcanzar un estado estable, significa que la probabilidad estable de la llegada de turistas a las diferentes provincias de la región es independiente de la probabilidad inicial a largo plazo.

En el capítulo I se identifica la problemática de estudio y se plantea la aplicación de cadenas de Markov para el desarrollo de los objetivos de estudio. En el capítulo II se definen las cadenas de Markov, el algoritmo de rutas más cortas, turismo, el perfil del turista que visita la región Puno, circuitos turísticos y ejemplos que permiten el desarrollo de la investigación. En capítulo III se evidencia la aplicación de las cadenas de Markov mediante matrices de transición, considerando dos periodos: tres noches y un viaje como en Farro

Díaz, (2010), los datos de la encuesta aplicada, datos proporcionados por el gobierno regional y organismos del sector turismo, además se muestra la aplicación del algoritmo de Dijkstra para determinar el diagrama de rutas más cortas para los circuitos resultantes, en el capítulo IV se presentan los resultados de investigación: circuitos óptimos y potenciales formados por provincias con probabilidad de visita superior a 4% en el estado estable de la cadena, la ruta más corta en kilómetros para cada circuito resultante.

Finalmente, los resultados de investigación son contrastados mediante intervalos de confianza y cuadros comparativos con datos reales que evidencian la eficiencia del modelo, las conclusiones en función a los objetivos de estudio y las recomendaciones realizadas por el autor.

## CAPÍTULO I

### REVISIÓN LITERARIA

Las cadenas de Markov tienen la propiedad particular de que las probabilidades que describen la forma en que el proceso evolucionará en el tiempo dependen sólo del estado actual en que se encuentra, por tanto, son independientes de los eventos que ocurrieron en el pasado. (Hillier & Lieberman, 2010:673).

#### 1.1 Procesos Estocásticos

Un proceso estocástico es una colección indexada de variables aleatorias  $\{X_t\}$  donde el índice  $t$  toma valores de un conjunto de enteros no negativos y  $X_t$  representa una característica de interés cuantificable en tiempo  $t$ .

Los procesos estocásticos son de interés para describir el comportamiento de un sistema en operación durante algunos periodos. Tiene la siguiente estructura: la condición actual del sistema puede estar en una de  $m+1$  categorías mutuamente excluyentes llamadas *estados*, estos estados se etiquetan



$0,1,2,\dots,m$ . La variable aleatoria  $X_t$  representa el estado del sistema en el tiempo  $t$ , de manera que sus únicos valores posibles son  $0,1,2,\dots,m$ . El sistema se observa en puntos de tiempo dados, etiquetados  $t = 0,1,2,\dots$  de esta forma los procesos estocásticos  $\{X_t\} = \{X_0, X_1, X_2, \dots\}$  proporcionan una representación matemática de la forma en la que evoluciona la condición del sistema físico a través del tiempo (Hillier & Lieberman, 2010: 674).

## 1.2 Cadenas de Markov

Una cadena de Markov es un modelo matemático estocástico, es decir, permite describir la evolución de un sistema a lo largo del tiempo utilizando la probabilidad.

Una *cadena de Markov finita* es una sucesión de variables aleatorias  $X_0, X_1, X_2, \dots, X_n$  discretas y con conjunto de valores  $E$  (espacio de estados del sistema) que verifican:

$$P(X_{t+1} = j / X_0 = k_0, X_1 = k_1, \dots, X_{t-1} = k_{t-1}, X_t = i) = P(X_{t+1} = j / X_t = i)$$

La propiedad Markoviana establece que el estado actual  $X_t = i$ , es independiente de los estados anteriores. Así:

La probabilidad de transición en una etapa de la cadena es:

$$p_{ij} = P(X_{t+1} = j / X_t = i) \quad (1)$$

La probabilidad de transición en la etapa  $n$ :

$$p_{ij}^{(n)} = P(X_{t+n} = j / X_t = i) \quad (2)$$

Donde  $p_{ij}$  representa la probabilidad de transición del estado  $i$  al estado  $j$ .(González, 2002:88).

**Ejemplo 1.** El Clima en Centerville puede cambiar con rapidez de un día a otro. Sin embargo, las posibilidades de tener clima seco (sin lluvia) mañana es de alguna forma mayor si hoy está seco, es decir si no llueve. En particular, la probabilidad de que mañana este seco es de 0.8 si hoy está seco, pero es de 0.6 si hoy llueve. Estas probabilidades no cambian si se considera la información acerca del clima en los días anteriores.

La evolución del clima día tras día en Centerville es un proceso estocástico. Si se comienza en algún día inicial(etiquetado como día 0), el clima se observa cada día  $t$ , para  $t = 0,1,2,\dots$  el estado del sistema en el día  $t$  puede ser?.

La representación matemática del sistema, es: Estado 0 = El día  $t$  es seco, Estado 1 = El día  $t$  es lluvioso. Así, para  $t = 0,1,2,\dots$ , la variable aleatoria  $X_t$ , toma los valores:

$$X_t = \begin{cases} 0, & \text{si día } t \text{ es seco} \\ 1, & \text{si día } t \text{ es lluvioso} \end{cases}$$

El proceso estocástico es  $\{X_t\} = \{X_0, X_1, X_2, \dots\}$ , de la ecuación (1) se tiene en función a la probabilidad;

$$P\{X_{t+1} = 0 | X_t = 0\} = 0.8 \text{ y } P\{X_{t+1} = 0 | X_t = 1\} = 0.6$$

Como estas probabilidades no cambian, se toma también información del clima del día antes de hoy (día  $t$ ),

$$P\{X_{t+1} = 0 | X_0 = k_0, X_1 = k_1, \dots, X_{t-1} = k_{t-1}, X_t = 0\} = P\{X_{t-1} = 0 | X_t = 0\}$$

$$P\{X_{t+1} = 0 | X_0 = k_0, X_1 = k_1, \dots, X_{t-1} = k_{t-1}, X_t = 1\} = P\{X_{t-1} = 0 | X_t = 1\}$$

(Hillier & Lieberman, 2010:676).

### 1.2.1 Matriz de transición

Denominada matriz de probabilidad o matriz de transición de una etapa, de una cadena de Markov con espacio de estados  $E = \{1, 2, 3, \dots, r\}$  siendo  $r \geq 2$  a la matriz  $M$  de orden  $r$ ,

$$\begin{array}{c}
 \text{Estado en el instante (n+1).} \\
 \begin{array}{cccccc}
 E_1 & E_2 & \dots & E_i & \dots & E_r \\
 \begin{array}{c} E_1 \\ E_2 \\ \dots \\ E_j \\ \dots \\ E_r \end{array} \left( \begin{array}{cccccc}
 p_{11} & p_{21} & \dots & p_{i1} & \dots & p_{r1} \\
 p_{12} & p_{22} & \dots & p_{i2} & \dots & p_{r2} \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 p_{ij} & p_{2j} & \dots & p_{ij} & \dots & p_{rj} \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 p_{1r} & p_{2r} & \dots & p_{ir} & \dots & p_{rr}
 \end{array} \right) = M_{r \times r} \quad (3)
 \end{array}
 \end{array}$$

Cuyos elementos representan las probabilidades de pasar de un estado actual a estados posteriores. Así, el elemento de la fila  $i$  de la columna  $j$  representa la probabilidad de tránsito del estado  $i$  al estado  $j$  en cualquier etapa:

$$p_{ij} = P(X_{n+1} = j | X_n = i) = P(X_1 = j | X_0 = i) \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad (4)$$

(González, 2002: 89).

La matriz de probabilidad inicial cumple las siguientes propiedades.

### Propiedades de la matriz de transición

1) Una matriz de transición debe ser cuadrada, pues existe una fila y una columna para cada estado.

2) Cada elemento de una matriz de transición debe estar entre 0 y 1, pues los elementos son probabilidades:  $0 \leq p_{ij} \leq 1$

3) La suma de los elementos de cada fila es 1. Por tanto, se dice que la matriz de transición  $M$  es una matriz estocástica por filas, es decir:

$$\sum_{j=1}^r p_{ij} = 1, \forall i = 1, 2, \dots, r$$

4) Las potencias de matrices estocásticas por filas son también matrices estocásticas por filas.

Una matriz se dice que es estocástica por filas si sus filas son vectores de probabilidad. La matriz transpuesta de  $M$ ,  $M^t$  es estocástica por filas (González, 2002:90).

#### 1.2.2 Función de Probabilidad

La función de probabilidad para  $n$  etapas de la cadena es:

$$p_{ij}^{(n)} = P(X_{t+n} = j / X_t = i), \quad \forall m \in \mathbb{N} \quad (5)$$

La función probabilidad en una etapa, se obtiene para  $n = 1$ :

$$p_{ij}^{(1)} = p_{ij}$$

(González, 2002:92).

### 1.2.3 Ecuaciones de Chapman-Kolmogorov

Las siguientes ecuaciones relacionan las funciones de probabilidad en las distintas etapas:

$$p_{ij}^{(n)} = \sum_{k=1}^r p_{ik}^{(m)} \cdot p_{kj}^{(n-m)}, \forall i, j \in \{1, 2, 3, \dots, r\} \text{ y } \forall n \in \mathbb{N}, \text{ siendo } 0 \leq m \leq n. \quad (5)$$

En particular en la ecuación (5), si  $m = 1$ :  $p_{ij}^{(n)} = \sum_{k=1}^r p_{ik} \cdot p_{kj}^{(n-1)}$

y si  $m = 1$  y  $n = 2$ :  $p_{ij}^{(2)} = \sum_{k=1}^r p_{ik} \cdot p_{kj}, \quad \forall i, j \in \{1, 2, 3, \dots, r\}$

Por tanto:  $M^2 = [p_{ij}^{(2)}]$ . Así:

$$M^n = [p_{ij}^{(n)}], \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad (7)$$

Por ser un proceso homogéneo en el tiempo, la matriz de transición en dos etapas es el cuadrado de la matriz de transición de la cadena y en general la matriz de transición de  $n$  etapas es la potencia  $n$ -ésima de la matriz  $M$  de transición en una etapa. (Hillier & Lieberman, 2010:682)

### Evolución de la cadena de Markov

Una cadena de Markov queda determinada si:

1. Sea la matriz fila  $P(0) = p_i(0) = P(X_0 = i)$  cuyos elementos son las probabilidades iniciales de los estados.

2. Se forma la matriz de transición en una etapa  $M = [p_{ij}]_{r \times r}$ , la cual al cuadrado presenta elementos que representan probabilidades de pasar de los estados actuales a los primeros estados posteriores.

3. Su espacio de estados, el espacio finito  $E = \{1, 2, 3, \dots, r\}$  (siendo  $r \geq 2$ ).

Con los datos anteriores se puede deducir la ley de probabilidad para cualquier etapa  $n$ . Así, la ley de probabilidad pasada una etapa es:

$$p_j(1) = P(X_1 = j) = P(X_0 = 1)P(X_1 = j / X_0 = 1) + P(X_0 = 2)P(X_1 = j / X_0 = 2) + \dots + P(X_0 = r)P(X_1 = j / X_0 = r) = p_1(0).p_{1j} + p_2(0).p_{2j} + \dots + p_r(0).p_{rj}$$

$$\forall j = 1, 2, \dots, r$$

De donde, en forma matricial se tiene:

$$\text{Si } n = 1: \quad P(1) = P(0).M$$

$$\text{Si } n = 2: \quad P(2) = P(1).M = P(0).M^2 \dots$$

$$P(n) = P(0).M^n, \forall n \in \mathbb{N} \quad (8)$$

La ley de probabilidad en la etapa  $n$ -ésima es el producto de la matriz de probabilidad inicial y la potencia  $n$ -ésima de  $M$ , como se muestra en la ecuación (8), (González, 2002:92).

**Ejemplo 2:** Del ejemplo 1, las probabilidades de los dos estados deben sumar uno, por tanto, el proceso estocástico tiene la propiedad Markoviana, que lo convierte en una cadena de Markov, las probabilidades de transición de un paso son:

$$p_{00} = P\{X_{t+1} = 0 | X_t = 0\} = 0.8$$

$$p_{10} = P\{X_{t+1} = 0 | X_t = 1\} = 0.6$$

Para toda  $t = 1, 2, \dots$ , por lo que estas son las probabilidades de transición estacionarias. Además,

$$p_{00} + p_{01} = 1, \text{ entonces } p_{01} = 1 - 0.8 = 0.2,$$

$$p_{10} + p_{11} = 1, \text{ entonces } p_{11} = 1 - 0.6 = 0.4,$$

Por tanto, la matriz de transición es:

$$M = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} \\ p_{10} & p_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.2 \\ 0.6 & 0.4 \end{bmatrix}$$

(Hillier & Lieberman, 2010)

**Ejemplo 3:** El aprendizaje reforzado. Para aprender determinada tarea se dispone de un método de feedback según el cual la probabilidad de realizar bien la tarea es  $2/3$ , si se ha hecho bien la vez anterior y la probabilidad de hacerla mal es  $1/4$ , si se ha realizado mal la vez anterior.

Los estados del sistema son B (bien hecha) o M (mal hecha). El espacio de estados del sistema es:  $E = \{B, M\}$

La matriz de transición de esta cadena es:  $M = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 \\ 3/4 & 1/4 \end{pmatrix}$

**a)** Si al principio hace bien la tarea **¿Cuál es la probabilidad de que la vuelva a hacer bien la siguiente?**

De la ecuación (7) se tiene:  $P(1) = P(0).M = (1 \ 0) \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 \\ 3/4 & 1/4 \end{pmatrix} = (2/3 \ 1/3)$

La probabilidad de que vuelva a hacer bien a la siguiente está dada por

$$P(X_1 = B) = P(X_1 = B / X_0 = B) = 2/3, \text{ por ser } P(X_0 = B) = 1.$$

**b) ¿Cuál es la probabilidad de hacerla bien a la séptima si la hizo bien al principio la hizo mal?**

$P(7) = P(0).M^7 = (1 \ 0).M^7 = (0.692 \ 0.308)$  Por tanto, la probabilidad a la séptima es  $P(X_7 = B) = 0.692$  si empezó haciéndolo bien. (González, 2002).

#### 1.2.4 Clasificación de los estados de una cadena de Markov

Las probabilidades de transición asociadas a los estados juegan un papel importante en el estudio de las cadenas de Markov.

**Estado accesible:** Se dice que el estado  $j$  es accesible desde el estado  $i$  si  $p_{ij}^{(n)} > 0$  para alguna  $n \geq 0$ , si se puede llegar al estado  $j$ , en  $n$  etapas, partiendo de  $i$ .

**Estados que se comunican:** Dos estados  $i$  y  $j$  están comunicados si  $j$  es accesible desde  $i$  e  $i$  es accesible desde  $j$ , todo estado se comunica consigo mismo pues  $p_{ii}^{(0)} = P\{X_0 = i | X_0 = i\} = 1$ , cualquiera que sea el estado  $i \in E$ .

**Estados irreducibles:** si existe solo una clase es decir si todos los estados se comunican se dice que la cadena de Markov es irreducible.



**Estados recurrentes:** Si el proceso comienza en el estado  $i$  y regresa alguna vez al mismo estado se denomina estado *recurrente* si  $f_{ii} = 1$  y es transitorio sí  $f_{ii} < 1$ .

**Estado absorbente:** un caso especial de un estado recurrente es un estado absorbente si la probabilidad de transición de un paso  $p_{ii} = 1$ , pues después de haber entrado ahí, el proceso nunca saldrá de él.

**Periodicidad:** Otra propiedad importante de las cadenas de Markov es la de periodicidades. El periodo de un estado  $i$  se define como el entero  $t (t > 1)$  si  $p_{ij}^{(n)} = 0$ , para todos los valores  $n$  distintos de  $t, 2t, 3t, \dots$  y  $t$  es el entero mas grande con esta propiedad.

**Estado aperiódico:** si existen dos números consecutivos  $s$  y  $(s + 1)$  tales que el proceso puede encontrarse en el estado  $i$  en los tiempos  $s$  y  $(s + 1)$

**Estado recurrente positivo:** Si comenzando en el estado  $i$ , el tiempo esperado para que el estado regrese al estado  $i$  es finito.

**Estado recurrente nulo:** Si comenzando en el estado  $i$ , el tiempo esperado para que regrese al estado  $i$  es infinito.

**Estados ergódicos:** Sus probabilidades de transición convergen a estados estables (Hillier & Lieberman, 2010:684).

### 1.2.5 Propiedades a largo plazo de las cadenas de Markov

La característica de la matriz  $M$ , si  $n$  es lo suficientemente grande, todas las columnas de la matriz tienen elementos idénticos, lo que significa que

la probabilidad de que el sistema esté en el estado  $j$  ya no depende del estado inicial del sistema. En otras palabras, existe una probabilidad límite de que el sistema se encuentre en el estado  $j$  después de un número grande de transiciones, y que esta probabilidad es independiente del estado inicial. (Hillier & Lieberman, 2010:687).

### 1.2.6 Probabilidades de estado estable

**Teorema 1 :** Para una cadena de Markov ergódica e irreductible, existe el

$\lim_{n \rightarrow \infty} P_{ij}^{(n)}$  y es independiente de  $i$ , así

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_{ij}^{(n)} = \pi_j > 0 \quad (9)$$

Donde las  $\pi_j$  satisface de manera única las siguientes ecuaciones de estado estable.

$$\pi_j = \sum_{i=0}^m \pi_i P_{ij}, \quad \forall j = 0, 1, 2, \dots, m \quad (10)$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} \pi_i = 1. \quad (11)$$

(Ríos & Jiménez, 2009:86)

Si  $M$  es la matriz de transición de una cadena de Markov ergódica e irreductible, existe el límite y es independiente de  $i$ , se cumple:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_{ij}^{(n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} P(0) \cdot M^n$$

El vector de estado estable de la cadena cuando el número de etapas tiende al infinito es un vector de probabilidad y no depende del estado inicial  $P(0)$ , (González, 2002:147).

**Observación:** la propiedad anterior en forma matricial (excluyendo la ecuación  $\sum=1$ ) también puede expresarse como:

$$\pi_j = \pi M \quad (12)$$

Donde  $\pi = [\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_m]$

Las probabilidades  $\pi_j$  se denominan **probabilidades de estado estable** de la cadena de Markov, significa que la probabilidad de encontrar el proceso en cierto estado después de un número grande de transiciones tiende al valor  $\pi_j$  y es independiente de la distribución de probabilidad inicial. También se pueden interpretar las  $\pi_j$  como probabilidades estacionarias, si la probabilidad de encontrarse en el estado  $j$  esta dada por  $\pi_j$  (esto es,  $P\{X_0 = j\} = \pi_j$ ) para toda  $j$ , entonces la probabilidad de encontrar el proceso en el estado  $j$  en el tiempo  $n = 1, 2, \dots$  también está dada por  $\pi_j$ , es decir,  $P\{X_n = j\} = \pi_j$  (Hillier & Lieberman, 2010:689).

**Ejemplo 4:** Del ejemplo 1, determinamos el estado estable de la cadena.

$$M = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} \\ p_{10} & p_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.2 \\ 0.6 & 0.4 \end{bmatrix}$$

$$M^2 = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.2 \\ 0.6 & 0.4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.8 & 0.2 \\ 0.6 & 0.4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.76 & 0.24 \\ 0.72 & 0.28 \end{bmatrix}$$

Si el clima está seco (estado 0), la probabilidad de estar en el estado 0 dos días después es 0.76, por lo que la probabilidad de que llueva (estado 1) es 0.24. Si el clima está en el estado 1 ahora, la probabilidad de estar en el estado 0 dos días después es 0.72 mientras que la probabilidad de estar en el mismo estado es 0.28. En la matriz de transición cinco se observa que las columnas poseen elementos idénticos.

$$M^5 = \begin{bmatrix} 0.75 & 0.25 \\ 0.75 & 0.25 \end{bmatrix}$$

Esto refleja que la probabilidad del clima es independiente de estado de clima cinco días antes. Por lo tanto, se denomina *probabilidad del estado estable* de la cadena de Markov.

**Ejemplo 5:** En el ejemplo 1, se tiene dos estados (seco y lluvioso) por lo que las ecuaciones en (9) y (10) de estado estable se convierten en:

$$\pi_0 = \pi_0 P_{00} + \pi_1 P_{10}$$

$$\pi_1 = \pi_0 P_{01} + \pi_1 P_{11}$$

$$1 = \pi_0 + \pi_1$$

Estas ecuaciones se convierten en:

$$\pi_0 = 0.8\pi_0 + 0.6\pi_1, \text{ así } 0.2\pi_0 = 0.6\pi_1$$

$$\pi_1 = 0.2\pi_0 + 0.4\pi_1, \text{ así } 0.6\pi_1 = 0.2\pi_0$$

$$1 = \pi_0 + \pi_1$$

Al combinar estos resultados con la tercera ecuación se producen de inmediato las siguientes probabilidades de estado estable:

$$\pi_0 = 0.25, \quad \pi_1 = 0.75$$

Son las mismas probabilidades que se obtuvieron en el ejemplo 4, para que las probabilidades en esencia sean independientes del estado inicial (Ríos & Insúa, 2009:105).

### 1.3 Algoritmo de la ruta más corta

Mediante este procedimiento se analiza toda una red desde el origen, identificando sucesivamente la ruta más corta a cada uno de los nodos en forma ascendente de sus distancias (más cortas), desde el origen quedando el problema resuelto al momento de llegar al nodo destino.

#### 1.3.1 Algoritmo de Dijkstra

Sea  $U_i$  la distancia más corta desde el nodo origen hasta el nodo  $i$ , se define la distancia  $d_{ij} > 0$  como la longitud entre los nodos  $ij$ , se etiquetarán los nodos de la siguiente forma:

$$[U_i + d_{ij}, i] \quad (13)$$

Dónde:  $U_i + d_{ij}$  es la distancia hasta el nodo  $j$  desde el nodo origen e  $i$  es el nodo inmediato anterior.

La aplicación del algoritmo consiste en seleccionar los caminos más cortos que parten desde el nodo origen etiquetando con  $[U_i + d_{ij}, i]$  el nodo próximo con menor distancia hasta el nodo destino. (Miranda, 2013).

**Ejemplo 6:** La administración de Seervada Park necesita encontrar la ruta más corta desde la entrada del parque (origen, nodo O) al mirador (nodo T) a través del sistema de caminos que se muestra en la figura.

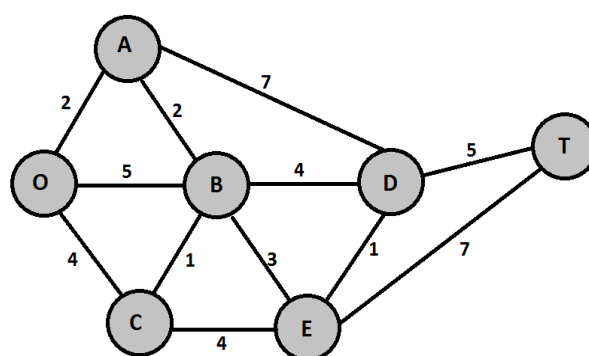


Figura 1. Rutas Seervada Park

Fuente: Hillier & Lieberman (2010).

La ruta más corta desde el nodo origen al nodo destino según la gráfica es:  $O \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow T$  (Hillier & Lieberman, 2010:97).

#### 1.4 Turismo

Según Miralbell (2010) el turismo consiste en los viajes y estancias que realizan personas, en lugares distintos a su entorno habitual (al menos durante una noche y como máximo 365 días), por ocio, negocios u otros motivos. Si no se realiza pernoctación, se consideran excursionistas. Los turistas y excursionistas forman el total de visitantes.

El Turismo en el Perú se constituye en la tercera industria más grande de la nación, detrás de la pesca y la minería. Principalmente está dirigida hacia

los monumentos arqueológicos, pues cuenta con más de cien mil sitios de interés, el ecoturismo en la Amazonía peruana, el turismo cultural en las ciudades coloniales, turismo gastronómico, turismo de aventura.

De acuerdo con un estudio del gobierno peruano, el índice de satisfacción de los turistas después de visitar el Perú es del 94%. Es la industria de más rápido crecimiento en el Perú, creció anualmente a un ritmo del 25% en los últimos cinco años, siendo la tasa de crecimiento más alto que cualquier otro país en América del Sur. según ACUPEC, (2016).

#### 1.4.1 Clasificación del turismo

Los tipos, formas o flujos de turismo con relación a un país dado, se pueden distinguir de la manera siguiente:

**Turismo interno:** el de los visitantes residentes, que viajan dentro del territorio del país de referencia, residentes visitando su propio país.

**Turismo receptivo o receptor:** el de los visitantes no residentes, que viajan dentro del territorio del país de referencia, no residentes que provienen de un país determinado.

**Turismo emisor o egresivo:** el de los visitantes residentes, que viajan fuera del territorio del país de referencia, residentes del propio país que se dirigen a otros países diferentes. (Gerrero & Ramos, 2014:12).

#### 1.4.2 Turismo en la región Puno

En el Perú el turismo constituye la tercera industria más grande, el ingreso de turistas y su capacidad de gasto hacen que toda la maquinaria relacionada al turismo se dinamice y genere empleo sostenido, no solo para emisores de estas visitas; sino también para los pobladores de las

zonas visitadas (Ramos, 2016). En la región Puno el turismo es de gran importancia, pues tiene importantes atractivos turísticos de carácter natural (Lago Titicaca, Lagunas, ríos, ceja de selva, flora, fauna etc.), cultural (sitios arqueológicos, templos coloniales).

Puno, tiene ubicación geopolítica estratégica en el continente, y una ubicación estratégica en el corredor turístico Cusco – Puno - La paz (Bolivia).



Figura 2. Ubicación Geopolítica de Puno  
Fuente: Gobierno Regional Puno (2011).

La base física de la región está conformada por dos zonas bien definidas: Altiplano y selva, la primera es plana y la segunda zona corresponde a la vertiente oriental de los Andes, en el altiplano peruano entre los 3,812 a 5,500 m.s.n.m, en la ceja de selva y selva alta entre los 4,200 a 500 m.s.n.m. su población alcanza a 1'268,441 habitantes, con una densidad poblacional de 17.62 hab/km<sup>2</sup>, cuenta con 13 provincias y 109 distritos.



Tabla 1

*Provincias y distritos de la región Puno.*

PROVINCIAS	DISTRITOS
Puno	Puno, Acora, Amantani, Atuncolla, Capachica, Capachica, Chucuito, Coata, Huata, Mañazo, Paucarcolla, Pichacani, Platería, San Antonio, Tiquillaca.
Azángaro	Azángaro, Achaya, Arapa, Asillo, Caminaca, Chupa, Jose Domingo Choquehuanca, Muñani, Potoni, Samán, San Antón, San José, San Juan de Salinas, Santiago de Pupuja, Tirapata.
Carabaya	Macusani, Ajoyani, Ayapata, Coasa, Corani, Crucero, Ituata, Ollachea, San Gaban, Usicayos
Chucuito	Juli, Desaguadero, Huacullani, Kelluyo, Pisacoma, Pomata, Zepita.
El collao	Ilave, Capazo, Pilcuyo, Santa Rosa, Conduriri.
Huancané	Huancané, Cojata, Huatasani, Inchupalla. Pusi, Rosaspata, Taraco, Vilque Chico.
Lampa	Lampa, Cabanilla, Calapuja, Nicasio, Ocuviro, Palca, Paratia, Pucara, Santa Lucia, Vilavila.
Melgar	Ayaviri, Antauta, Cupi, Llalli, Macari, Nuñoa, Orurillo, Santa Rosa, Umachiri.
Moho	Moho. Conima, Huayrapata, Tilali.
S.A. Putina	Putina, Ananea, Pedro Vilcapaza, Quilcapuncu, Sina.
San Román	Juliaca, Cabana, Cabanillas, Caracoto.
Sandia	Sandia, Cuyocuyo, Limbani, Patambuco, Phara, Quiaca, San Juan del Oro, Yanahuaya, Alto Inambari.
Yunguyo	Yunguyo, Anapia, Copani, Cuturapi, Collacahi, Ollaraya, Tinicachi, Unicachi.

Fuente: PERTUR (2011).

### 1.4.3 Perfil del turista que visita la región Puno

Principales características del turista nacional o extranjero que visita la región Puno, el medio de transporte más utilizado con 76% es el ómnibus, avión 43%, otros 4%, el 78% de los visitantes busca información antes de salir de viaje

**Turista Extranjero:** Se describen aspectos previos al viaje como el uso de agencias de turismo.

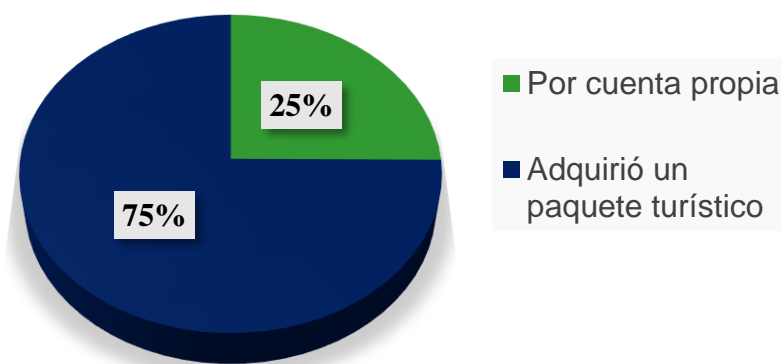


Figura 3. Uso de agencias de viaje.

Fuente: PROMPERÚ (2016).

El turista adquirió su paquete turístico en una agencia de viajes física, a través de internet o por medio de un familiar que lo ayudo en adquirir su paquete (PROMPERÚ, 2016).

**Características sociodemográficas:** La población masculina que visita la región es de 53% frente a la femenina de 47%, la edad de 25 a 34 con un 39%, estado civil soltero con 53%, casado o conviviente 33%, grado de instrucción universitaria 44%, ocupación: estudiante 19%, profesional ejecutivo 16%.

Tabla 2

*Lugar de residencia del turista extranjero.*

Nº	País	Porcentaje
1	Francia	11%
2	Estados Unidos	10%
3	Alemania	9%
4	Argentina	8%
5	Colombia	8%
6	Brasil	7%
7	Chile	7%
8	Canadá	5%
9	Inglaterra	5%
10	Australia	4%
11	Holanda	4%
12	México	3%
13	Otros	26%
Total		<b>100%</b>

Fuente: PROMPERÚ (2016).

**Características del viaje:** Punto de ingreso al país en la región Puno: Desaguadero 14% Kasani 8%, aeropuerto Inca Manco Cápac en San Román Juliaca el único medio aéreo, el ferrocarril del sur con el 17.54% de transporte turístico: por la ruta Puno-Juliaca-Cusco-Machupicchu y el puerto principal de la ciudad de Puno permite anclaje de embarcaciones de Bolivia, la frecuencia de visita de turistas a la región: primera vez 89%, Más de una vez 11%, la permanecía del turista receptivo se resume en la siguiente tabla.

Tabla 3

*Permanencia en la región del turista extranjero.*

Permanencia	Tot.	Motivo de viaje				
		Recreación	Visitar	Negocios	Estudios	Otros
	%	93%	4 %	1%	1%	1%
Promedio (noches)	<b>3</b>	229	11	2	2	2

Fuente: PROMPERÚ (2016).

**Principales actividades:** Visitar atractivos turísticos naturales y arqueológicos.

Tabla 4

*Atractivos turísticos visitados.*

Atractivos	Porcentaje
Islas flotantes de los Uros	74%
Lago Titicaca	72%
Isla Taquile	52%
Isla Amantani	36%
Chullpas de Sillustani	32%
Inca Uyo (Chucuito)	11%
Juli	5%
Santuario de la Virgen Candelaria	4%
Chullpas de Cutimbo	4%
Llachón	4%
Luquina	4%

Fuente: PROMPERÚ (2016).

**Turista nacional:** Aspectos y datos importantes del turista interno que visita la región Puno.

Tabla 5

*Motivo de viaje del turista interno.*

<b>Motivo</b>	<b>Total %</b>
Descansar/relajarse	44
Conocer atractivos turísticos	19
Salir con la Familia	18
Conocer nuevos lugares	12
Diversión	5
Salir de la rutina	2
<b>Total</b>	<b>100%</b>

Fuente: Prom Perú (2016).

Lugar de búsqueda de información antes de realizar el viaje, la siguiente tabla muestra los diferentes medios que emplea el turista interno para realizar viajes en la región Puno:

Tabla 6

*Utilizó el turista interno agencias de viaje.*

<b>Información por</b>	<b>Total %</b>
Internet	82
A través de familiares y amigos	12
Agencias de viaje / turismo.	12
Oficinas de información turística de mi ciudad de residencia	6
<b>Total</b>	<b>100%</b>

Fuente: Prom Perú (2016).

**Permanencia en el lugar visitado:** Permanecía por noches en la región.

Tabla 7

*Permanencia del turista interno.*

Noches	Total %
De 1 a 3	36
De 4 a 7	30
De 8 a 14	34
Promedio (noches)	6
<b>Total</b>	<b>100%</b>

Fuente: Prom Perú (2016).

Principales actividades realizadas durante su visita a la región.

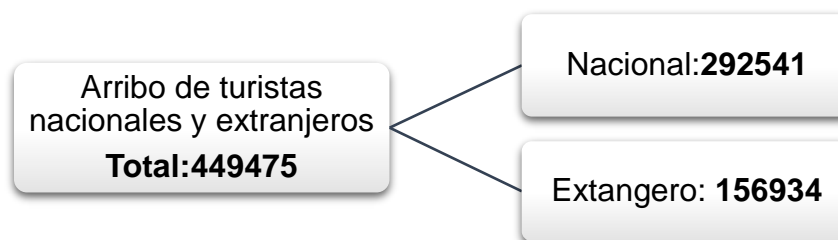
Tabla 8

*Motivo de viaje del turista interno.*

Actividades realizadas	Total %
Turismo de Naturaleza	89
Turismo Urbano	85
Compras	67
Turismo Cultural	65
Turismo de diversión y entretenimiento	18
Turismo de sol y playa	2
Otros	36

Fuente: Prom Perú (2016).

Las estadísticas del arribo de visitantes a la región Puno se levanta en formato especial publicado por el INEI, en base a información proporcionada por los establecimientos de hospedaje registrados en las provincias de Puno.



*Figura 4.* Cifras arribo de turistas

Fuente: DIRCETUR-Puno (2016).

#### 1.4.4 Circuitos turísticos

El circuito es la base para la producción de visitas guiadas, rutas y paquetes turísticos. Desde el programa simple como puede ser una visita guiada a un museo hasta los complejos paquetes temáticos o especializados. Un circuito se compone de cuatro elementos:

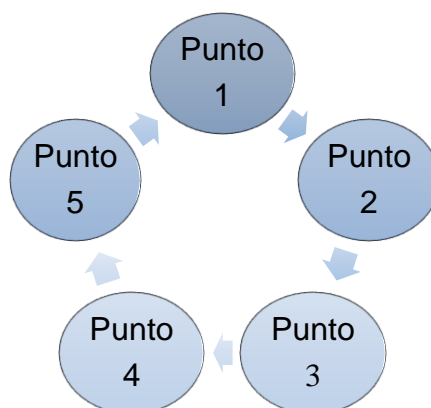
**Un espacio concreto o destino:** Será considerado local cuando se circunscribe a una localidad o regional cuando abarque más de una localidad

**Un patrimonio natural o cultural:** Son bienes o manifestaciones con capacidad de motivar o inducir el viaje.

**Una temática en el caso que el circuito sea especializado:** Los circuitos turísticos pueden ser generales (brindan al visitante un panorama global) o temáticos (significa que todos o la mayor parte de los atractivos turísticos se encuentran directamente relacionados) podrá ser de índole cultural o natural.

**El tiempo:** El tiempo que el pasajero pasa en ruta o desplazándose de un punto a otro, se trate de un centro de pernocte o un atractivo puntual. Su

duración dependerá de a distancia y del tipo de transporte elegido. (Chan, 2011:46).



*Figura 5. Circuitos turísticos*

Fuente: Cervantes (2015).

### 1.5 Antecedentes

Acebedo (2011), tuvo como objetivo: Analizar la factibilidad de la aplicación de cadena de Markov para realizar pronósticos a través del análisis de series de tiempo, sus conclusiones: A medida que va aumentando el orden de Markov, va mejorando en la precisión de los pronósticos realizados.

Astelarra (2010), su objetivo: Construir dos o más cadenas de Markov en un mismo espacio de probabilidad de forma tal de poder probar propiedades que involucran a las distribuciones de estas cadenas a partir de propiedades sobre las trayectorias de las mismas, sus conclusiones: dada una familia de cadenas de Markov que depende de una densidad y su ecuación diferencial correspondiente.

Bañuelos (2013), tuvo como objetivo: Aplicar Cadenas de Markov en el análisis del comportamiento del avance escolar para una materia del primer semestre



para la toma de decisiones en la planeación escolar y distinguir las etapas de problemáticas en el avance escolar, a fin de proponer estrategias para un mejor aprovechamiento de recursos determinando el impacto con base en un análisis de sensibilidad, sus conclusiones: El primer semestre es el que presenta mayores complicaciones para los estudiantes de la Facultad de ingeniería, y que la mayor deserción se presenta en los primeros dos años, adicionalmente con el análisis de sensibilidad, se concluye que el tratamiento del primer semestre es fundamental para incrementar la eficiencia terminal de los alumnos.

Cabanillas (2002), realizó investigación con el objetivo de formar una opinión de cuál es la importancia de los procesos de Markov en la recuperación de las cuentas por cobrar que se muestran en el balance general al cierre del ejercicio del 2001, sus conclusiones: Con la aplicación de las ecuaciones de Chapman Kolmogorov se tiene como resultado que los montos a cobrar calculados en el proceso de Markov se harían efectivos en su totalidad en doce años.

Farro (2010), su objetivo: Presentar los departamentos o gobiernos regionales con mayor probabilidad de ser visitados por un turista nacional o internacional, y brindar las rutas con menor recorrido entre dichos departamentos, sus conclusiones: A pesar de la aplicación de dos transiciones distintas en las Cadenas de Markov: un viaje y tres noches; ambas muestran resultados muy similares en los estados estables respectivos.

Guardiola (2013), su objetivo: plantear un modelo probabilístico para describir el comportamiento a largo plazo de Facebook utilizando la dinámica Markoviana, sus conclusiones En el otro extremo, en una red social en la que todos sus individuos establecen relaciones aleatorias fuera de su círculo íntimo la distancia

media entre ellos será pequeña. Por ejemplo, si un individuo tiene 50 contactos y sus contactos tienen a su vez 50 contactos en promedio, en sólo dos pasos el individuo podría contactarse con 2.500 personas, en tres pasos podría llegar a los 125.000 contactos, en cuatro a 6.250.000 y en cinco a 312.500.000.

Delgado (2017), En este trabajo se presentó un estudio basado en la matriz de transición de una cadena de Markov homogénea, donde sus estados coinciden con las posibles etapas por las cuales una persona transita en la dinámica de transmisión del dengue y el comportamiento de las entidades que varían en el tiempo. También propone una estrategia novedosa de control basada en la ponderación de las probabilidades trascendentales incorporándolo a la matriz con el objetivo de reducir el impacto de la epidemia en la sociedad.

Guanay (2011), tuvo como sus objetivos: desarrollar las clasificaciones estructurales y operacionales utilizando procesos Markovianos con el fin de pronosticar el deterioro de las tuberías a lo largo del tiempo, sus conclusiones: es muy difícil asegurar que la inspección y evaluación del estado llevado a cabo durante muchos años de diferencia muestre resultados consistentes.

Mejia (2017), tuvo como objetivos de investigación: presentar la construcción y formalización matemática del problema intertemporal de asignación de activos de un inversionista que rebalancea su portafolio de manera dinámica, sus conclusiones: en comparación a otras estrategias de inversión estáticas, la estrategia dinámica propuesta genera un mayor retorno ajustado por riesgo.

Mayta (2016), su objetivo fue analizar la estabilidad de los sistemas lineales asociados a una cadena de Markov, se concluyó que: el radio espectral de una matriz de transición y el test del tipo Lyapunov presentan tipos de estabilidad

equivalentes siempre y cuando el espacio de estados de la cadena de Markov es finito

Molina (2012), tuvo como objetivos: Aplicar modelos de cadenas Markovianas en la planeación del transporte carretero en México, sus conclusiones: La información que se obtuvo de la matriz de transición y probabilidad de estado estable caracteriza los estados del sistema y sugiere oportunidades de mejora: como seguridad, cumplimiento de regla de operación y el reforzamiento de capacitación.

Nieto (2010), el propósito de este trabajo de investigación es hacer uso de una colección de técnicas que se utilizan en el Credit Scoring y que usan las empresas consultoras para generar una scorecard; esto es, el puntaje (score) que se le asigna a las características de los clientes en base a sus datos demográficos sus conclusiones: los clientes buenos son aquellos que al final de los seis meses estaban al día en sus pagos y como máximo tuvieron dos pagos vencidos durante el periodo de seis meses.

Palafox (2009), tuvo como objetivo: Considerar el enfoque de verosimilitud para hacer inferencia estadística sobre las probabilidades de transición de una cadena de Markov paramétrica y no paramétrica, sus conclusiones: Lo que se puede concluir con este trabajo es que aun cuando la Probabilidad y la Estadística tienen diferentes objetivos e intereses ante una misma situación en el mundo real, aquí se logró ilustrar una conexión entre estas dos grandes ramas y bien establecidas de las matemáticas pues se conjuntaron las herramientas de ambas disciplinas en un mismo problema de aplicación real.

Prada (2013), su objetivo fue mostrar los modelos de Markov ocultos para modelizar familias de proteínas en la búsqueda automática de genes, y en alineamiento múltiple de secuencias, entre otras aplicaciones, sus conclusiones: Existen varios algoritmos para estimar los parámetros de estos modelos, a partir de los datos. Se trata de hacer una revisión de los mismos y aplicarlo a los reales.

Perlaza (2010), tuvo como objetivos: desarrollar un modelo estocástico utilizando cadenas de Markov para representar la probabilidad de que se dé el acarreo de polen por murciélagos desde un parche de forrajeo a otro (de sitio A a un sitio B), sus conclusiones: se plantearon estudios de caso tratando *Leptonycteris curasoae* y *Glossophaga longirostris* como especies modelo, polinizadoras de *Stenocereus griseus*.

Peña (2014), para el desarrollo de sus objetivos se estudió un problema de fenómenos de colectivos, sus conclusiones: El modelo que se obtuvo y en el cual está basada esta tesis, analiza el comportamiento de un grupo que se ve influenciado por la competitividad de un segundo. También se cuenta con las estadísticas pertinentes para cada simulación que se realice.

Quiroz (2011), tuvo como objetivo: Presentar aplicaciones no convencionales de cadenas de Markov, las cuales han sido orientadas a disciplinas artísticas con la finalidad de desmitificar la aparente incompatibilidad entre las matemáticas y las artes, sus conclusiones: Con la utilización de herramientas matemáticas como las Cadenas de Markov, es posible establecer una metodología de composición musical, con la obtención de una pieza musical con el estilo de una referencial.

Salas (2013), tuvo como objetivo: El estudio de las Cadenas de Markov mediante teoría y ejemplos para mostrar que las cadenas de Markov tienen diferentes

aplicaciones y por último es modelar de una manera muy sencilla cómo se comporta un proceso, sus conclusiones: A lo largo de este trabajo se analiza las cadenas de Markov a tiempo discreto y cadena a tiempo continuo relacionada con los procesos de Markov, demostramos el Teorema de la Convergencia.

Sánchez (2016), En su trabajo se aplicó el método de Cadenas de Markov para determinar los requerimientos de material vegetal para cumplir con una demanda determinada de acuerdo con la etapa del proceso de la que se inicia, incluyendo en ese cálculo las pérdidas y reprocesos.

Torres (2016), en su investigación tuvo como objetivo: conocer cómo se ordenan las variadas y muchas páginas que tienen algo en común con los temas o palabras consultadas mediante cadenas de Markov, sus conclusiones: Google, es el sitio más visitado por millones de personas, por lo cual, requiere de algoritmos como el PageRank para brindar un buen servicio a sus usuarios y proporcionar páginas con la información que requieren.

## CAPÍTULO II

### PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

#### 2.1 Identificación del problema

La región Puno tiene un gran potencial turístico pues posee gran variedad de atractivos, sin embargo, está limitada a un turismo tradicional que ofrece al visitante destinos cortos y específicos, como consecuencia a esta problemática los diferentes distritos de la región presentan escasa afluencia turística, es por ello que realizar estudios que contribuyan al desarrollo y mejora de la oferta del producto turístico en la región es de gran importancia. Lo que motiva a plantear la aplicación del modelo cadenas de Markov orientada a simular la tendencia del flujo turístico en toda la región que permite determinar circuitos turísticos óptimos y potenciales.

Para impulsar los esfuerzos que realizan en forma independiente las provincias de la región Puno por ofrecer un turismo innovador de acuerdo a los requerimientos del visitante actual. En la presente investigación se pretende responder a las siguientes interrogantes: ¿Cuáles son los circuitos turísticos óptimos y potenciales para la región Puno determinados mediante cadenas de

Markov?, ¿Cuál es la probabilidad del flujo turístico a cada provincia de la región Puno?, ¿Cuáles son las provincias turísticas potenciales que posee la región Puno?, ¿Cuál es la ruta más corta para los circuitos resultantes?

## 2.2 Justificación

Hoy en día, el turismo en el mundo iguala o incluso supera a las exportaciones de petróleo, productos alimentarios o automóviles. El turismo se ha convertido en uno de los principales actores del comercio internacional, y representa una de las principales fuentes de ingresos de números países en desarrollo. Este aumento va de la mano de la diversificación y de la competencia entre los destinos (OMT, 2017).

El turismo en la región Puno es un motor económico importante para la población y empresas dedicadas a este sector, actualmente en diferentes distritos de la región se está impulsando turismo de tipo vivencial, turismo de aventura, pero no cuentan con estudios de mercado y ni de pre factibilidad que permita generar confianza en la oferta de nuevas rutas o productos turísticos y tampoco reciben apoyo de las autoridades.

El análisis mediante las cadenas de Markov permite evidenciar distritos de la región con mayor probabilidad de ser visitados por turistas nacionales y extranjeros, simular su evolución en el tiempo mediante el estado estable de la cadena (n-ésima etapa) y determinar la probabilidad de transición a cada provincia de la región, estos resultados contribuyen al desarrollo de sectores olvidados de la población, empresas, organismos vinculados al turismo (PROMPERU, DIRCETUR, etc.) interesados en mejorar la administración del

flujo turístico en la región, al gobierno regional en el desarrollo y planificación del turismo en la región Puno.

## 2.3 Objetivos

### 2.3.1 Objetivo general

Determinar circuitos turísticos óptimos y potenciales mediante cadenas de Markov para la región Puno, 2018.

### 2.3.2 Objetivos Específicos

- Simular la transición del flujo de turistas a cada provincia de la región Puno.
- Determinar las provincias turísticas potenciales que posee la región Puno.
- Mostrar la ruta más corta para los circuitos turísticos óptimos y potenciales resultantes.

## 2.4 Hipótesis

### 2.4.1 Hipótesis general

En base a datos reales e información proporcionada por el gobierno regional y otros organismos, la cadena de Markov es un modelo que permite simular la tendencia del flujo turístico a las diferentes provincias de la región Puno para determinar circuitos turísticos óptimos.



### CAPÍTULO III

## MATERIALES Y MÉTODOS

### 3.1 Lugar de estudio

La investigación se realizó en la región Puno, considerada entre los diez principales destinos turísticos en el Perú, ocupando el tercer lugar y tiene como principal atractivo turístico el lago Titicaca.

### 3.2 Población

En el año 2016 la cantidad de turistas nacionales y extranjero que visitaron la región Puno fue de 449475.

### 3.3 Muestra

Se aplicó una encuesta y calculó la muestra considerando los siguientes datos: población N: 449475, nivel de confianza de 95% valor  $Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} = 1.96$  y error

0.05, Proporción 0.5 , reemplazando datos en la siguiente ecuación:

$$n = \frac{\left( Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} \right)^2 * \bar{p} * (1 - \bar{p}) * N}{\left( Z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} \right)^2 * \bar{p} * (1 - \bar{p}) + e^2 * (N - 1)} = \frac{(1.96)^2 * (0.5) * (1 - 0.5) * (449475)}{(1.96)^2 * \bar{p} * (1 - 0.5) + (0.05)^2 * (449475 - 1)}$$

$$n = 384.16$$

Del resultado anterior el tamaño de muestra calculado es de 385.

### 3.4 Método de investigación

**Metodología del objetivo:** Definir el modelo regional, para definir el modelo se hará primero la elección de estados de la cadena de Markov, se describe en la siguiente tabla considerando como tales las trece provincias de la región.

Tabla 9

*Estados del modelo regional.*

Provincias de la Región Puno		
Origen(0)	Huancané(5)	Sandia(10)
Azángaro(1)	Lampa(6)	San Antonio de Putina (11)
Carabaya(2)	Melgar(7)	San Román(12)
Chucuito(3)	Moho(8)	Yunguyo(13)
El Collao(4)	Puno(9)	

Cada estado significa la probabilidad de llegada de un turista a la provincia, el origen (0) representa en lugar de donde provienen los turistas nacionales o extranjeros.

Se elabora la matriz de transición en la primera etapa aplicando dos tipos de modelos Markovianos que se diferencian por el periodo de transición: periodo de



tres noches (la probabilidad de que en las próximas tres noches el turista pase de una provincia a otra o permanezca en una de ellas) y un viaje (la probabilidad de que un turista pase a otra región en un viaje), los elementos en ambos modelos resultan del anexo3 y anexo5, para construir la matriz de transición: se considera la probabilidad de transición de zona (provincia) a zona (provincia).

**a) Modelo regional con transición: Periodo de tres Noches**

Para obtener la siguiente matriz se emplearon datos del anexo 4, los datos indican la probabilidad de viajar o permanecer en una provincia (estado) en las próximas tres noches (transición).

Tabla 10

*Matriz M para el modelo regional: periodo de 3 noches.*

3N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	0.00	0.02	0.00	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.61	0.06	0.01	0.23	0.01
1	0.27	0.00	0.03	0.03	0.03	0.08	0.14	0.05	0.00	0.11	0.05	0.03	0.16	0.03
2	0.42	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.08	0.00	0.08	0.17	0.08	0.08	0.08
3	0.26	0.04	0.02	0.00	0.21	0.02	0.04	0.00	0.02	0.15	0.02	0.02	0.04	0.17
4	0.27	0.00	0.03	0.32	0.00	0.05	0.00	0.00	0.00	0.16	0.00	0.03	0.00	0.14
5	0.24	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.07	0.00	0.41	0.17	0.00	0.03	0.03	0.00
6	0.29	0.10	0.04	0.06	0.02	0.04	0.00	0.06	0.04	0.10	0.00	0.10	0.13	0.04
7	0.36	0.27	0.00	0.00	0.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.18	0.00	0.00	0.09	0.00
8	0.45	0.03	0.00	0.00	0.00	0.06	0.00	0.06	0.00	0.13	0.03	0.13	0.10	0.00
9	0.40	0.02	0.00	0.04	0.02	0.01	0.04	0.00	0.01	0.31	0.03	0.02	0.09	0.01
10	0.30	0.03	0.05	0.02	0.00	0.05	0.02	0.00	0.00	0.23	0.00	0.17	0.13	0.00
11	0.28	0.00	0.05	0.05	0.03	0.00	0.03	0.03	0.05	0.18	0.15	0.00	0.15	0.03
12	0.38	0.03	0.00	0.01	0.01	0.03	0.08	0.01	0.01	0.27	0.03	0.02	0.11	0.02
13	0.37	0.00	0.00	0.13	0.17	0.00	0.03	0.00	0.07	0.10	0.00	0.07	0.07	0.00

La probabilidad de que un turista regrese sin visitar una provincia de la región  $O \rightarrow O$  es cero, para obtener esta matriz se considera que en la primera noche el turista se encuentra en por lo menos en alguna provincia de la región Puno para iniciar su recorrido.

**b) Transición: Un viaje**

Al elegir un viaje como el periodo de transición, da como resultados ceros en la diagonal principal de la matriz, dado que no puede existir un viaje entre las mismas provincias. para obtener la siguiente matriz se empleó datos del anexo 3, se denomina matriz  $V$  de transición inicial un viaje para el modelo regional.

Tabla 11

*Matriz  $V$  de transición del modelo regional: periodo un viaje.*

1V	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	0.00	0.02	0.00	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.61	0.06	0.01	0.23	0.01
1	0.30	0.00	0.05	0.03	0.03	0.08	0.11	0.05	0.00	0.11	0.05	0.03	0.14	0.03
2	0.50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.20	0.10	0.20	0.00
3	0.35	0.04	0.02	0.00	0.18	0.02	0.02	0.00	0.02	0.06	0.02	0.02	0.04	0.20
4	0.34	0.00	0.00	0.31	0.00	0.07	0.00	0.00	0.00	0.03	0.00	0.03	0.00	0.21
5	0.30	0.04	0.00	0.04	0.00	0.00	0.07	0.00	0.37	0.15	0.00	0.04	0.00	0.00
6	0.32	0.11	0.00	0.05	0.02	0.02	0.00	0.05	0.05	0.07	0.00	0.11	0.16	0.05
7	0.50	0.40	0.00	0.00	0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
8	0.56	0.04	0.00	0.00	0.00	0.07	0.00	0.07	0.00	0.00	0.04	0.15	0.07	0.00
9	0.57	0.03	0.00	0.08	0.03	0.00	0.05	0.00	0.02	0.00	0.04	0.03	0.13	0.00
10	0.35	0.02	0.04	0.00	0.00	0.05	0.02	0.00	0.00	0.22	0.00	0.16	0.15	0.00
11	0.20	0.00	0.14	0.06	0.03	0.03	0.03	0.00	0.06	0.17	0.14	0.00	0.11	0.03
12	0.46	0.03	0.00	0.01	0.01	0.04	0.12	0.01	0.01	0.21	0.03	0.04	0.00	0.02
13	0.50	0.00	0.00	0.11	0.07	0.00	0.04	0.00	0.04	0.11	0.00	0.04	0.11	0.00

Las probabilidades de transición de la matriz  $M$  y  $V$ , en las tablas 10 y 11 muestran la probabilidad de viajar(transición) de una provincia a otra(estado) en el próximo viaje, que determinan el flujo turístico entre las diferentes provincias de la región Puno en la etapa inicial.

### **Simulación mediante cadenas de Markov para el flujo turístico a las provincias de la región Puno.**

De acuerdo al modelo de probabilidad el producto del vector de probabilidad inicial y la  $n$ -ésima potencia de la matriz  $M$  tiene como resultado la probabilidad del proceso en la etapa  $n$ .

Tabla 12

*Tendencia del flujo turístico en 5 meses.*

<b>Provincias</b>	<b>(1)</b>	<b>(2)</b>	<b>(3)</b>	<b>(4)</b>	<b>(5)</b>
Azángaro	4.69	3.06	3.30	3.18	3.22
Carabaya	1.76	0.98	0.97	0.93	0.94
Chucuito	6.81	4.79	4.99	4.69	4.75
El collao	5.67	3.71	3.72	3.51	3.53
Huancané	3.15	2.33	2.49	2.37	2.41
Lampa	5.42	3.76	4.83	4.42	4.60
Melgar	1.88	1.41	1.27	1.27	1.27
Moho	4.68	2.82	2.87	2.78	2.78
Puno	36.15	46.52	45.85	46.88	46.67
Sandía	4.56	5.80	5.40	5.53	5.49
S.A Putina	6.63	3.91	4.44	4.15	4.24
S. Román	13.90	18.18	17.24	17.78	17.62
Yunguyo	4.71	2.75	2.63	2.50	2.49

La evolución de este depende solo de la matriz  $M$  y no de los estados anteriores, en el siguiente cuadro se muestra la tendencia del flujo turístico a cada provincia de la región, según la ecuación (8) y el anexo 4 en la tabla 28 muestra el vector de probabilidad inicial del proceso. En las cinco primeras etapas de la cadena de Markov se obtuvieron los siguientes resultados.

De acuerdo a la tabla 12 se observa que las provincias con tendencia a crecimiento en las cinco (5 meses) primeras etapas: Puno, Sandia y San Román.

**Metodología del objetivo específico:** Desarrollar los modelos, dado que las matrices presentadas anteriormente son cadenas de Markov ergódicas se puede obtener el estado estable de cada una de ellas, según el **teorema 1** es posible obtener un estado estable de la cadena para  $n$  suficientemente grande, se muestran los siguientes resultados.

**a) Transición: Periodo de tres noches.**

Consideramos la matriz  $M$  del cuadro 10, determinamos el estado estable de la cadena para  $n$  suficientemente grande,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} M^n =$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0.267	0.024	0.007	0.035	0.026	0.018	0.033	0.009	0.020	0.343	0.040	0.031	0.130	0.018

El estado 0 resultante tiene probabilidad 0 en la matriz, por lo que no se considera este valor, solo se tomarán las probabilidades de las demás provincias, descontando este valor se hace un recalcu del nuevo valor porcentual.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Total
0.024	0.007	0.035	0.026	0.018	0.033	0.009	0.020	0.343	0.040	0.031	0.130	0.018	0.733

Del resultado anterior consideramos el 73.3% como el nuevo 100%, tenemos:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Total
0.032	0.009	0.047	0.035	0.024	0.046	0.013	0.028	0.468	0.055	0.042	0.177	0.025	1

Valores que determina a probabilidad de estado estable de la cadena.

**b) Transición: Un viaje.**

Consideramos la matriz *V* del cuadro 11 y la aplicación del teorema 1.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} V^n =$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0.312	0.029	0.010	0.041	0.025	0.021	0.041	0.009	0.024	0.249	0.046	0.038	0.134	0.023

El estado 0 resultante tiene probabilidad 0 en la matriz, como nos interesa trabajar con trece restantes solo se tomarán las probabilidades de las demás provincias, se hace un recalcu del valor descontando el estado (0) como se muestra a continuación.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Total
0.029	0.010	0.041	0.025	0.021	0.041	0.009	0.024	0.249	0.046	0.038	0.134	0.023	0.688

Del resultado anterior consideramos el 68.8% como el nuevo 100%, tenemos:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Total
0.042	0.014	0.060	0.037	0.030	0.059	0.012	0.034	0.362	0.067	0.055	0.194	0.033	1

Los datos determinan la probabilidad de estado estable de la cadena de Markov, a cada provincia de la región Puno.

De los resultados del modelo regional se obtuvo los siguientes datos para el periodo de transición de tres noches y un viaje.

Tabla 13

*Probabilidad llegada de turistas a las provincias de la Región Puno*

Provincia	Transición	
	3 Noches	Un viaje
Azángaro	3.21%	4.24%
Carabaya	0.93%	1.38%
Chucuito	4.71%	5.98%
El collao	3.50%	3.70%
Huancané	2.39%	3.02%
Lampa	4.55%	5.89%
Melgar	1.27%	1.24%
Moho	2.77%	3.42%
Puno	46.79%	36.20%
Sandia	5.50%	6.74%
San Antonio de Putina	4.21%	5.50%
San Román	17.69%	19.40%
Yunguyo	2.47%	3.28%
<b>Total</b>	<b>100.00%</b>	<b>100.00%</b>

Las provincias que tienen una probabilidad mayor al 4%, en ambos modelos, son: San Román, San Antonio de Putina, Puno, Chucuito, Lampa y Sandia. La provincia de san Román es considerada por los turistas como punto de inicio y fin de su recorrido en la región, ya que tiene salidas a los departamentos del sur y cuenta además con el aeropuerto Inca Manco Cápac, es por ello que no se le considera como parte de los distritos que determinan el circuito más óptimo.



**Aplicación del Algoritmo de ahorro de rutas**

Se aplica el algoritmo Dijkstra para determinar las rutas con menor recorrido en cada modelo tomando destinos con mayor probabilidad de ser visitados por turistas. En la aplicación del algoritmo se considera: La distancia en km entre las regiones, el nodo origen en la siguiente gráfica es la Provincia de Puno (O), San Román (A), Huancané (B), El Collao (C), Moho (D), Chucuito (E), Yunguyo (F), Lampa (G), Azángaro (H), San Antonio de Putina (I), Melgar (J), Carabaya (K) y Sandia (L).

**Recorrido a nivel Regional:**

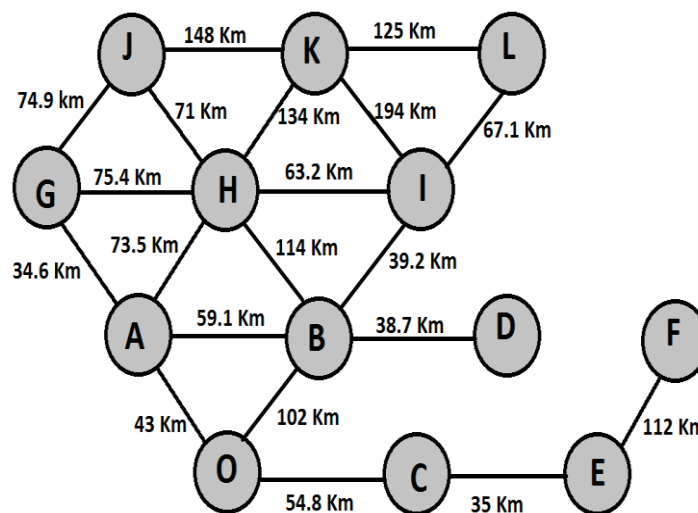


Figura 6. Rutas viales región Puno.

Con los datos en la figura 6 y la aplicación del algoritmo Dijkstra se obtendrá la ruta más corta para los circuitos turísticos formados por las provincias turísticas potenciales, estos resultados son mínimos para un recorrido por red vial.

- a) Se determina la ruta más corta para el circuito optimo desde el nodo origen Chucuito (E)-Puno(O)-Lampa(G)-San Antonio de Putina(I)-Sandia (L) según la aplicación del método de ahorro de rutas.

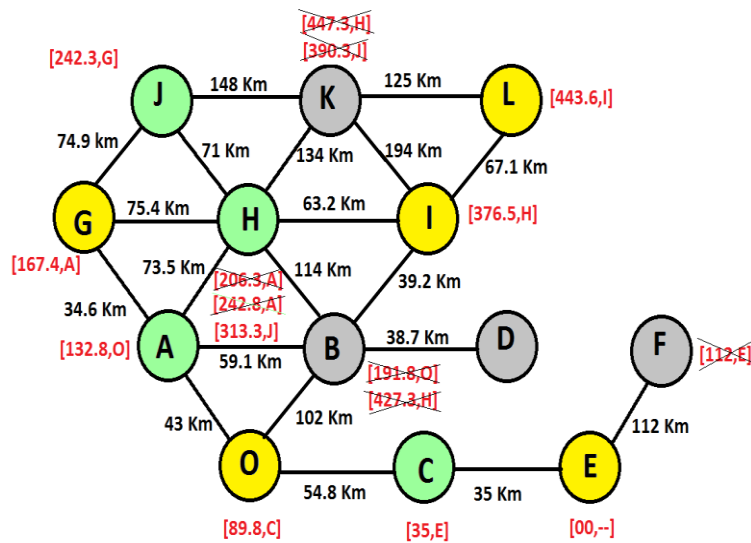


Figura 7. Ruta circuito óptimo.

Para la ruta:  $E \rightarrow O \rightarrow A \rightarrow G \rightarrow J \rightarrow H \rightarrow I \rightarrow L$ , el recorrido mínimo total es 443.6 Km, los nodos (A), (J) y (H) son puntos de paso, el circuito óptimo con la ruta más corta es:

**Chucuito→Puno→Lampa→San Antonio Putina→Sandia (443.6 Km).**

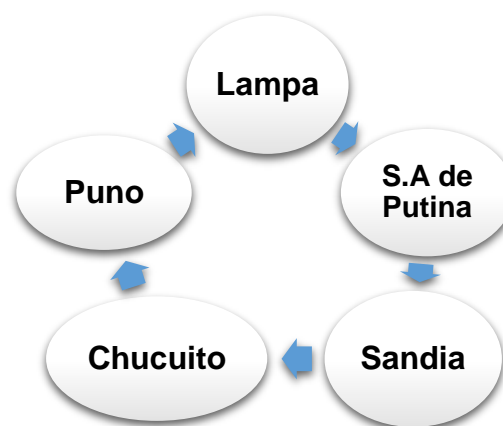


Figura 8. Circuito turístico óptimo.

- b) Se determina la ruta más corta para el circuito potencial: Puno(O)-Huancané(B)-San Antonio de Putina(I), el nodo origen es (O) al nodo destino(I).

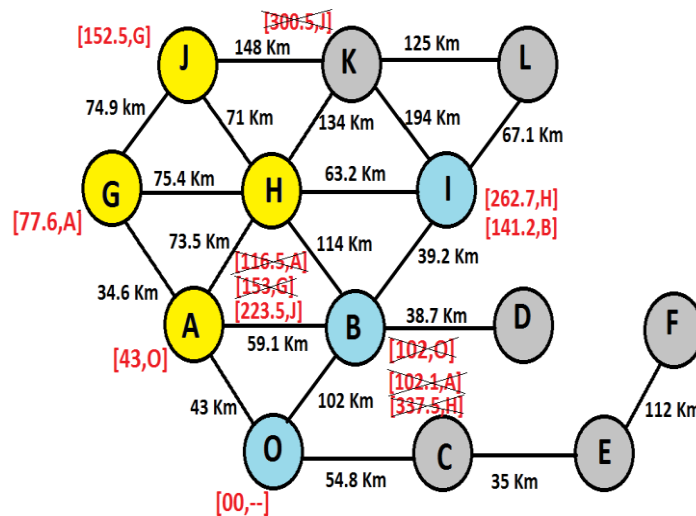


Figura 9. Ruta Puno-Huancané- S.A de Putina.

Para la ruta  $O \rightarrow B \rightarrow I$  el recorrido mínimo total es 141.2 Km, se sugiere la ruta  $O \rightarrow A \rightarrow G \rightarrow J \rightarrow H \rightarrow I$  a mayor periodo de estadía, el circuito turístico potencial con la ruta más corta es:

**Puno  $\rightarrow$  Huancané  $\rightarrow$  San Antonio de Putina (141.2 Km)**

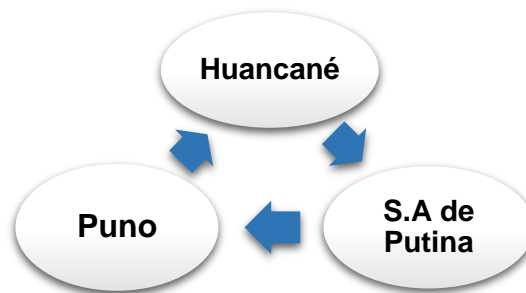


Figura 10. Circuito Puno-Huancané-S.A de Putina.

- c) Se determina la ruta más corta para el circuito potencial: Puno-Lampa-Melgar, desde el nodo origen Puno (O) a el nodo destino Melgar (J).

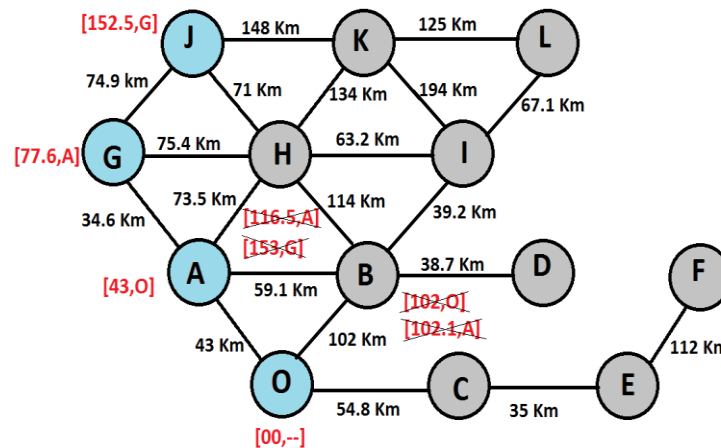


Figura 11. Ruta Puno-Lampa-Melgar.

Para la ruta:  $O \rightarrow A \rightarrow G \rightarrow J$ , el recorrido mínimo es de: 152.5 Km, se considera el nodo (A) como un punto de paso, pero a mayor periodo de estadía se sugiere la ruta completa, por tanto el circuito potencial con la ruta más corta es:

**Puno  $\rightarrow$  Lampa  $\rightarrow$  Melgar (152.5 Km).**

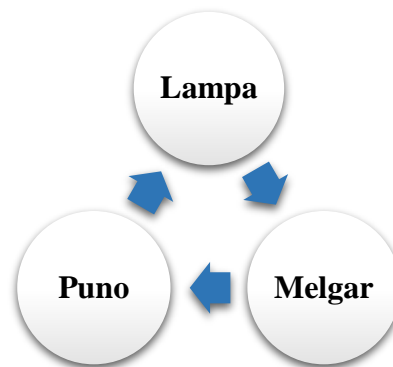


Figura 12. Circuito Puno-Lampa-Melgar.

- d) Se determina la ruta más corta para el circuito potencial: Puno-El Collao-Chucuito-Yunguyo, desde el nodo origen Puno (O) a el nodo destino Yunguyo (F) según la aplicación del método de ahorro de rutas.

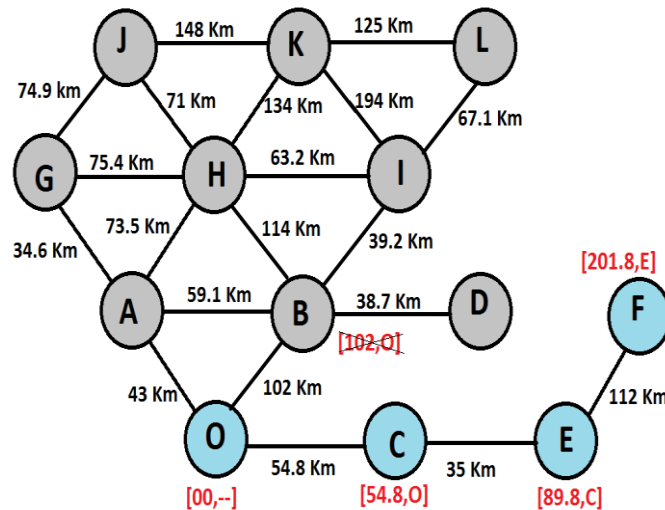


Figura 13. Ruta Puno-Yunguyo.

Para la ruta:  $O \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow F$ , el recorrido mínimo es de 201.8 Km. Por tanto, el circuito turístico potencial con la ruta más corta es:

**Puno  $\rightarrow$  El Collao  $\rightarrow$  Chucuito  $\rightarrow$  Yunguyo. (201.8 Km)**

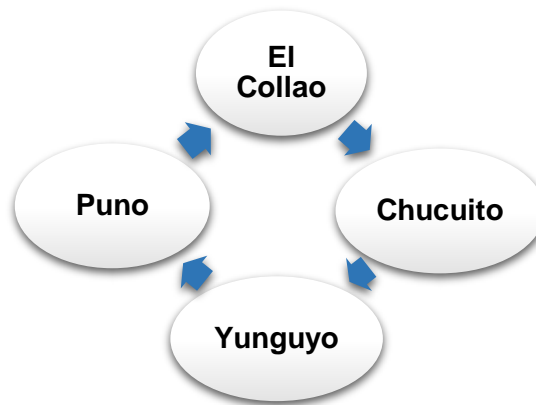


Figura 14. Circuito Puno-Yunguyo.

## CAPÍTULO IV

### RESULTADOS Y DISCUSIÓN

#### 4.1 Circuitos turísticos para la región Puno

Por los resultados en el capítulo anterior se determinan el circuito óptimo:

**Chucuito → Puno → Lampa → San Antonio Putina → Sandia.**



Figura 15. Ruta óptima a nivel regional.

Los siguientes circuitos turísticos muestran potencial turístico, pues incluyen provincias de interés para el turista nacional o internacional que visita la región: Puno - Huancané - San Antonio de Putina, Puno - Lampa – Melgar, Puno - El Collao - Chucuito - Yunguyo.

#### 4.2 Flujo de turistas a cada provincia de la región Puno

El flujo turístico a cada provincia de la región Puno se muestran en la tabla 13 muestra que las provincias con tendencia a crecimiento del flujo turístico en los cinco primeros meses son: Puno, Sandia y San Román.

#### 4.3 Probabilidad de llegada de turistas a una provincia de la región Puno

Las probabilidades resultantes para ambos modelos en la tabla 14 son similares por lo que se considera ambos modelos válidos para tomar decisiones en el sector turismo de la región Puno las provincias turísticas potenciales para la región Puno con probabilidad superior a 4% son: Chucuito, Puno, Lampa, San Antonio de Putina y Sandia.

#### 4.4 Ruta más corta a los circuitos óptimos y potenciales

Tabla 14

*Circuitos turísticos óptimos y potenciales a nivel regional con menor recorrido.*

Nivel Regional	Recorrido (Km)
Chucuito – Puno – Lampa - San Antonio Putina - Sandia	443.6
Puno - Huancané - San Antonio de Putina	141.2
Puno - Lampa - Melgar	152.5
Puno - El Collao - Chucuito - Yunguyo	201.8

#### 4.5 Evaluación de resultados

##### Validación de los datos para el modelo regional

A continuación, se describen el cálculo de intervalos de confianza como un método para evaluar la validez de los datos.

**Validación según origen:** Para validar los datos de los dos modelos aplicados, se utilizarán datos de la **tabla 9**.

Tabla 15

*Cantidad y proporción de turistas.*

Población		
Características	Cantidad	%
Turistas	449475	100.0%
Turistas extranjeros	292541	34.91%
Turistas Nacionales	156934	65.09%

Fuente: DIRCETUR PUNO (2016).

Con los datos en el cuadro anterior se determina el intervalo de confianza con tamaño de muestra  $n = 385$ , nivel de confianza 95%, valor  $Z_{\left(\frac{1-\alpha}{2}\right)} = 1.96$ ,

mediante la siguiente ecuación:

$$P\left[\bar{p} - Z_{\left(\frac{1-\alpha}{2}\right)} \cdot \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \leq p \leq \bar{p} + Z_{\left(\frac{1-\alpha}{2}\right)} \cdot \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}\right] = 1 - \alpha \quad (14)$$

Se tomarán los datos que se obtuvieron de la aplicación de una encuesta presentados en el anexo 3, en la siguiente tabla se muestra un resumen de datos de la cantidad de turistas nacionales e internacionales:



Tabla 16

*Cantidad y proporción de turistas del estudio.*

Características	Cantidad	%
Turistas	385	100.0%
Turistas extranjeros	151	39.22%
Turistas Nacionales	234	60.78%

Se determina los intervalos de confianza según el lugar de origen del turista nacional y extranjero, calculando el límite inferior y superior del intervalo de confianza, se determinará si la muestra es significativa.

Tabla 17

*Intervalos de confianza según origen.*

Turistas	Límite inferior	Limite Superior	Proporción de la muestra	Validación
Turistas extranjeros	0.302	0.397	0.392	La muestra es significativa.
Turistas Nacionales	0.603	0.698	0.608	La muestra es significativa

**Validación según agencia de viajes:** Según datos de la tabla 6 y figura 4 tenemos:

Tabla 18

*Adquirió el turista su paquete turístico en una agencia.*

Turista Nacional	%	Turista Extranjero	%
Si	12%	Si	25.10%
No	88%	No	74.90%
<b>Total</b>	100%	<b>Total</b>	100%

Fuente: Turismo-in (2016).

Se determina los intervalos de confianza según la ecuación (14).

Tabla 19

*Empleo de agencia de según datos de estudio.*

<b>Turista Nacional</b>	<b>Cantidad</b>	<b>%</b>
Si	12	5.13%
No	222	94.87%
<b>Total</b>	234	100.0%

De acuerdo a los datos de tabla 18, tabla 19 y la ecuación (14) se obtiene los siguiente:

Tabla 20

*Intervalos de confianza turistas nacionales según agencia de viaje.*

<b>Turistas Nacionales</b>	<b>Límite inferior</b>	<b>Limite Superior</b>	<b>Proporción de la muestra</b>	<b>Validación</b>
Si	0.038	0.152	0.051	La muestra es significativa.
No	0.848	0.972	0.949	La muestra es significativa

No existen datos de estudio para turistas internacionales que optaron por no contratar servicios de agencias de viaje, por lo que no se realiza una validación con dicha característica.

### **Eficiencia del modelo**

A continuación, se describen dos métodos para evaluar la confiabilidad del modelo. Según el cuadro 9 tenemos datos del flujo turístico del mes de marzo a junio 2016, y se contrasta con datos de las 5 primeras etapas de la matriz de transición, que se resume en el siguiente cuadro:

Tabla 21

*Cuadro comparativo de confiabilidad del modelo cadenas de Markov.*

Provincias	Arribo de turistas nacionales y extranjeros DIRCETUR PUNO 2016					Evolución de la cadena de Markov en las 5 primeras etapas				
	Feb	Mar	Abr	May	Jun	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Azángaro	0.66	0.64	0.80	0.62	0.72	4.69	3.06	3.30	3.18	3.22
Carabaya	2.25	2.09	2.37	1.96	2.17	1.76	0.98	0.97	0.93	0.94
Chucuito	4.16	3.73	3.55	3.55	3.29	6.81	4.79	4.99	4.69	4.75
El collao	1.86	1.91	1.73	1.57	1.81	5.67	3.71	3.72	3.51	3.53
Huancané	0.85	0.80	0.83	0.69	0.71	3.15	2.33	2.49	2.37	2.41
Lampa	1.09	0.96	1.05	0.92	0.98	5.42	3.76	4.83	4.42	4.60
Melgar	3.12	2.90	2.99	2.93	2.86	1.88	1.41	1.27	1.27	1.27
Moho	0.88	0.75	0.65	0.40	0.41	4.68	2.82	2.87	2.78	2.78
Puno	51.94	50.88	52.94	49.38	48.79	36.15	46.52	45.85	46.88	46.67
Sandia	0.59	0.49	0.49	0.37	0.41	4.56	5.80	5.40	5.53	5.49
S.A Putina	1.54	1.54	1.57	1.26	1.44	6.63	3.91	4.44	4.15	4.24
S.Román	30.56	31.67	29.40	34.90	34.96	13.90	18.18	17.24	17.78	17.62
Yunguyo	0.52	0.49	0.49	0.37	0.41	4.71	2.75	2.63	2.50	2.49

Fuente: DIRCETUR (2016).

Se evidencia la eficiencia del modelo las barras de color azul representan la evolución en los meses de febrero a junio según DIRCETUR-PUNO (2016) y las barras de color verde muestran la evolución de la cadena en las 5 primeras etapas de acuerdo a la tabla 21.

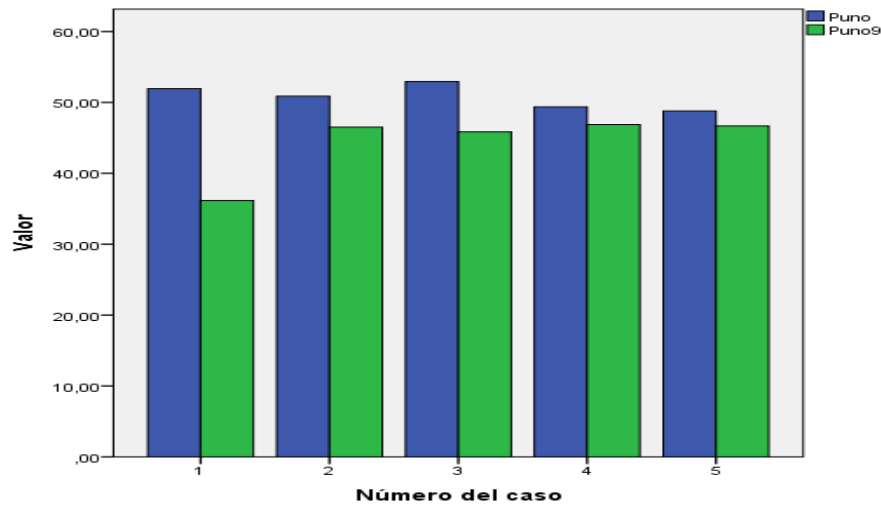


Figura 16. Flujo Turístico a la provincia de Puno.

Fuente: DIRCETUR (2016).

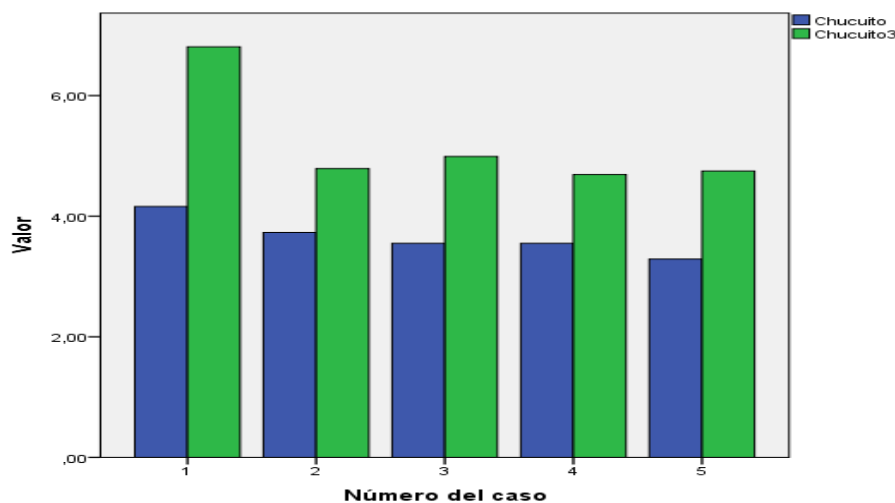


Figura 17. Flujo turístico a la provincia de Chucuito.

Fuente: DIRCETUR (2016).

Según la información de corredores y rutas turísticas PERTUR (2013) tenemos el siguiente cuadro comparativo, que muestra que las provincias turísticas potenciales que posee la región Puno como resultado de la aplicación de cadenas de Markov, coincide con algunos destinos ofertados en el mercado internacional:

Tabla 22

*Contraste manual de ventas de operadores turísticos y circuitos óptimos resultantes.*

Información del manual de ventas de operadores turísticos para el mercado internacional		Resultados de la investigación
Nº	Recorrido	Recorrido de provincias
1	Bahuaja Sonene-Pampa Grande-Putina Punco-San –Juan del Oro-Sandia-Cuyo Cuyo-Putina-Huancané-Juliaca-Puno.	Chucuito-Puno-Lampa-San Antonio Putina-Sandia
2	Bahuaja Sonene-Pampa Grande-Putina Punco-San –Juan del Oro-Sandia-Cuyo Cuyo-Putina-Azángaro-Juliaca-Puno.	Chucuito-Puno-Lampa-San Antonio Putina-Sandia
3	Cusco-La Raya-Santa Rosa-Ayaviri-Pucara-Lampa-Juliaca-Puno.	Puno - Lampa - Melgar
4	Brasil-Madre de Dios-Puente Inambari-San Gabán-Ollachea-Macusani-San Antón Asillo-Azangaro-Juliaca-Puno	Puno -Huancané - San Antonio de Putina
	Bolivia-Tilali-Conima-Moho-Vilque Chico-Huancané-Taraco-Juliaca-Puno.	Puno -Huancané - San Antonio de Putina
5	Bolivia-Kasani-Yunguyo-Pomata-Juli-llave-Acora-Chucuito-Puno	Puno - El Collao - Chucuito - Yunguyo
6	Bolivia-Desaguadero-Zepita-Pomata-Juli-llave-Acora-Chucuito-Puno.	Puno - El Collao - Chucuito - Yunguyo

Fuente: PERTUR (2013).

De las provincias mencionadas en la tabla 21 pertenecen al menos uno de los circuitos presentados en la presente investigación las cuales son: Puno, El Collao, Chucuito, Yunguyo, Huancané, Melgar y Sandia

De las provincias que se tomaron para formar los circuitos turísticos tres de ellas se encuentran entre los principales destinos visitados por el turista extranjero.

## CONCLUSIONES

- Mediante cadenas de Markov se determinó el circuito turístico óptimo: Chucuito-Puno-Lampa-San Antonio de Putina-Sandia y los Circuitos turísticos potenciales: Puno - Lampa – Melgar, Puno -Huancané - San Antonio de Putina y Puno - El Collao - Chucuito – Yunguyo.
- Las provincias que muestran tendencia de crecimiento del flujo turístico en las 5 primeras etapas del proceso son: Puno 46.67%, San Román 17.62% y Sandia 5.49%.
- Los estados estables muestran resultados similares, es decir ambos modelos son aplicables, las provincias turísticas potenciales son: Chucuito 5.98%, Puno 46.79%, Lampa 5.89%, San Antonio de Putina 5.50%, Sandia 6.64% en un plazo de 2 a 4 años.
- El recorrido mínimo al circuito turístico óptimo: Chucuito-Puno-Lampa-San Antonio de Putina-Sandia es de 443.6 Km, y a los circuitos turísticos óptimos Puno-Lampa– Melgar (152.5 Km), Puno-Huancané - San Antonio de Putina (141.2 Km), Puno-El Collao-Chucuito–Yunguyo (201.8 Km).

## RECOMENDACIONES

- Las empresas dedicadas al sector turismo deberían realizar un estudio a largo plazo (dos a cuatro años) y un estudio de pre factibilidad que permita mejorar la oferta del producto turístico en la región.
- La preferencia de los turistas podría variar por diferentes circunstancias como: aspectos sociales que afecten el flujo turístico, la construcción de nuevas vías, la estabilidad económica, tiempo entre otras, se sugiere actualizar los datos de investigación para obtener nuevos destinos turísticos de acuerdo a la realidad de la región Puno.
- Es posible implementar un software para determinar la ruta más corta a los circuitos resultantes en la presente investigación, mostrando destinos específicos en cada provincia turística potencial.

## BIBLIOGRAFÍA

- Acebedo Beltrán, C. A. (2011). *Aplicación de cadenas de Markov para el análisis y pronóstico de series de tiempo*. Bucaramanga.
- ACUPEC. (2016). *Asociación de Capacitadores Unidos para la Educación y Cultura*. Obtenido de <http://www.acupec.org/blog/304-el-turismo-eje-importante-del-crecimiento-economico>
- Astelarra, M. (2010). *Cadenas de Markov y ecuaciones diferenciales ordinarias: un acoplamiento para probar convergencia*. Tesis, Universidad de Buenos Aires, Departamento de matemática, Buenos Aires.
- Bañuelos Saucedo, A. L. (2013). *Análisis del avance escolar a nivel licenciatura aplicando cadenas de Markov*. Tesis, Universidad Nacional Autónoma de México, Ingeniería de sistemas-Investigación de operaciones, México.
- Cabanillas Celis, E. (2002). *Procesos de Markov de tiempo discreto y espacio discreto: aplicaciones a procesos contables caso: Empresa agroindustrial*.



Tesis, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Facultad de Ciencias Matemáticas, Lima.

Cayo, N., & Apaza, A. (2017). Evaluación de la ciudad de Puno como destino turístico – Perú. *Scielo Perú*.

Cervantes, A. (2015). *Curso de Circuitos y paquetes*. Obtenido de Centro de Educación Técnico Productiva:  
<https://es.slideshare.net/acervantesarriola/presentacin-1-el-circuito-turstico-52776252>

Chan, N. (2011). *Circuitos turísticos: programación y cotización*. Buenos Aires-Argentina: Ediciones Turísticas.

Correo Puno. (2015). Presentan 180 lugares turísticos en la región Puno. *Atractivos se ubican en las trece provincias pero muchos no han recibido promoción suficiente*.

Delgado Moya, E. M. (2017). Estudio estocástico con el uso de cadenas de Markov para la transmisión del dengue. *Uniciencia*, 108.

ENVIR. (2013). Encuesta Nacional de Viajes de los Residentes (ENVIR). *Perú: Turismo interno*.

Farro Díaz, V. D. (2010). *Aplicación de cadenas de Markov en la determinación de circuitos turísticos del Perú*. Tesis, Pontificia Universidad Católica del Perú, Facultad de ciencias e ingeniería, Lima.

García, J. C. (2012). *Informática Básica*. New York: Mc GrawHill Interamericana.

Gerrero González, P. E., & Ramos Mendoza, J. R. (2014). *Introducción al Turismo*. México: Grupo Editorial Patria.

- Gobierno Regional Puno. (2011). *Plan estratégico regional de el turismo Puno PERTUR-2021*. Puno.
- González Manteiga, M. T. (2002). *Modelos Matemáticos discretos en ciencias de la naturaleza*. Madrid: Diaz de Santos.
- Google Maps. (2018). Obtenido de <https://www.google.com.pe/maps/@-9.2435385,-83.9843583,5z>
- Guanay Forero, Y. K. (2011). *Cadenas de Markov aplicadas a la toma de decisiones en gestión patrimonial de alcantarillados*. Bogota: Pontificia Univeridad Javeriana.
- Guardiola, M. V. (2013). *Estadística de precesos estocásticos y aplicaciones a las redes sociales*. Bahia Blanca: Universidad Nacional del Sur.
- La Dirección Regional de Comercio Exterior y Turismo de Puno DIRCETUR-PUNO. (2016). *Arribo de turistas nacionales y extranjeros segun provincias*. Puno.
- Lázaro Carreon, M. (2005). *Álgebra Lineal*. Lima-Perú: MOSHERA.
- Lopez, J. (2010). *Informática Intermedia*. España: Universia.
- Mayta Guillermo, J. E. (2016). *Sistemas lineales asociados a una cadena de Markov en tiempo discreto*. Lima: Universidad Nacional de Igeniería.
- Mejia Tamariz, C. M. (2017). *Aplicación de estrategias de asignación de activos basadas en un modelo de Markov de regímenes cambiantes* . Lima: PUCP.

- Miralbell Izard, O., & Arcarons Simon, R. (2010). *Gestión Pública del turismo* (Primera ed.). Barcelona: UOC.
- Miranda, P. (2013). *Algoritmo de DijkStra*. Corporación Universitaria Republicana.
- Molina Flores, I. (2012). *Modelos de cadenas Markovianas en la planeación del transporte carretero en México*. Querétaro: Universidad Autónoma de Queretaro.
- Nieto Murillo, S. (2010). *Crédito al consumo: La estadística aplicada a un problema de Riesgo Crediticio*. Tesis, Universidad Autónoma Metropolitana.
- OMT. (2017). *Organización mundial del turismo*. Obtenido de La Organización Mundial del Turismo es un organismo especializado de las Naciones Unidas: <http://www2.unwto.org/es/content/por-que-el-turismo>
- Palafox Duarte, M. C. (2009). *Inferencia Estadística para cadenas de Markov*. tesis, Universidad de Sonora, Programa de Maestría en Matemática, México.
- Peña Aguilar, J. D. (2014). *Análisis y Simulación De Procesos Estocásticos En Redes De Interacción*. Nuevo León: Universidad Autónoma de Nuevo León.
- Perlaza Jiménez, L. (2010). *Aplicación de Cadenas de Markov para Describir la Dinámica del Transporte Polen por Murciélagos Polinizadores*. Bogotá: Pontificia Universidad Javeriana.

- Prada Alonso, S. (2013). *Cadenas de Markov en la investigación del genoma*.  
Da Coruña: Univeridad da Coruña.
- Prom Perú. (2016). *Perfil del turista extranjero que visita Puno*. Puno.
- Prom Perú. (2016). *Perfil del vacacionista nacional que visita Puno*. Puno.
- Quiroz Martínez, T. L. (2011). *Aplicaciones no convencionales de cadena de Markov*. Tesis, Pontificia Universidad Católica del Perú, Facultad de Ciencias e Ingeniería, Lima.
- Ramos, J. (2016). *Importancia del Turismo para el desarrollo económico en Perú*.  
Obtenido de <https://www.peruenvideos.com/la-importancia-del-turismo-para-el-desarrollo-del-peru/>
- Revuelta, J., & Ponsoda, V. (2003). *Simulación de Modelos Estadísticos en Ciencias Sociales*. Madrid: HESPÉRIDES.
- Ríos Insúa, S., Martín Jiménez, J., Jiménez Martín, A., & Ríos Insúa, D. (2009). *Simulación Métodos y Aplicaciones*. México: Alfaomega.
- Rumbo, V. (2017). *Cadenas de Markov con restricciones y aplicación a la composición automática de música tonal*. Uruguay: Universidad de la Republica de Uruguay.
- S. Hillier, F., & Lieberman, G. (2010). *Introducción a la investigación de operaciones* (Novena ed.). Standford University: Mc Graw Hill.
- Salas Martínez, J. (2013). *Cadenas de Markov desde un punto de vista de aplicaciones*. Tesis, Universidad Veracruzana, Facultad de Matemáticas, Veracruz.

Sánchez, A. (2016). Aplicación de Cadenas de Markov en un proceso de producción de plantas in vitro. *Tecnología en Marcha*, 76.

Torres González, M. G. (2016). *Cadenas de Markov aplicadas al ordenamiento de páginas web*. Tesis, Benemérita Universidad Autónoma de México, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas.



**ANEXOS**

**Anexo 1.** Cifras del arribo de turistas nacionales y extranjeros a la provincia de Puno

Tabla 23

*Arribo de turistas nacionales y extranjeros, 2016.*

PROVINCIA	TOTAL							
	ABS	%	ENE	FEB	MAR	ABR	JUN	JUL
<b>PUNO</b>	<b>227889</b>	<b>50,70%</b>	<b>32574</b>	<b>36422</b>	<b>35374</b>	<b>39549</b>	<b>44165</b>	<b>39805</b>
Nacional	100420	44,07	15980	21158	14399	15326	17188	16369
Extranjero	127469	55,93	16594	15264	20975	24223	26977	23436
<b>AZANGARO</b>	<b>3040</b>	<b>0,68%</b>	<b>404</b>	<b>460</b>	<b>447</b>	<b>594</b>	<b>551</b>	<b>584</b>
Nacional	1660	54,61	155	250	136	251	423	445
Extranjero	1380	45,39	249	210	311	343	128	139
<b>CARABAYA</b>	<b>9761</b>	<b>2,17%</b>	<b>1433</b>	<b>1575</b>	<b>1456</b>	<b>1770</b>	<b>1753</b>	<b>1774</b>
Nacional	6157	63,08	797	1053	674	914	1352	1367
Extranjero	3604	36,92	636	522	782	856	401	407
<b>CHUCUITO</b>	<b>16907</b>	<b>3,76%</b>	<b>2882</b>	<b>2918</b>	<b>2596</b>	<b>2652</b>	<b>3171</b>	<b>2688</b>
Nacional	14192	83,94	2330	2523	2058	2168	2774	2339
Extranjero	2715	16,06	552	395	538	484	397	349
<b>EL COLLAO</b>	<b>8050</b>	<b>1,79%</b>	<b>1248</b>	<b>1301</b>	<b>1327</b>	<b>1296</b>	<b>1402</b>	<b>1476</b>
Nacional	6905	85,78	1046	1127	1095	1046	1248	1343
Extranjero	1145	14,22	202	174	232	250	154	133
<b>HUANCANE</b>	<b>3485</b>	<b>0,78%</b>	<b>511</b>	<b>595</b>	<b>556</b>	<b>621</b>	<b>621</b>	<b>581</b>
Nacional	2670	76,61	371	477	392	436	513	481
Extranjero	815	23,39	140	118	164	185	108	100
<b>LAMPA</b>	<b>4538</b>	<b>1,01%</b>	<b>696</b>	<b>761</b>	<b>669</b>	<b>787</b>	<b>822</b>	<b>803</b>
Nacional	3022	66,59	425	535	338	438	661	625
Extranjero	1516	33,41	271	226	331	349	161	178
<b>MELGAR</b>	<b>13538</b>	<b>3,01%</b>	<b>2148</b>	<b>2186</b>	<b>2013</b>	<b>2233</b>	<b>2623</b>	<b>2335</b>
Nacional	11790	87,09	1835	1919	1610	1795	2476	2155

Extranjero	1748	12,91	313	267	403	438	147	180
<b>MOHO</b>	<b>2888</b>	<b>0,64%</b>	<b>571</b>	<b>619</b>	<b>520</b>	<b>485</b>	<b>355</b>	<b>338</b>
Nacional	2450	84,83	484	544	431	413	294	284
Extranjero	438	15,17	87	75	89	72	61	54
<b>S.A. DE PUTINA</b>	<b>6475</b>	<b>1,44%</b>	<b>858</b>	<b>1078</b>	<b>1072</b>	<b>1170</b>	<b>1126</b>	<b>1171</b>
Nacional	4565	70,50	512	799	638	713	933	970
Extranjero	1910	29,50	346	279	434	457	193	201
<b>SN ROMAN</b>	<b>145246</b>	<b>32,31%</b>	<b>20101</b>	<b>21426</b>	<b>22017</b>	<b>21965</b>	<b>31212</b>	<b>28525</b>
Nacional	133295	91,77	17678	19365	18940	18068	30916	28328
Extranjero	11951	8,23	2423	2061	3077	3897	296	197
<b>SANDIA</b>	<b>5594</b>	<b>1,24%</b>	<b>352</b>	<b>416</b>	<b>1139</b>	<b>1221</b>	<b>1301</b>	<b>1165</b>
Nacional	3828	68,43	0	128	802	863	1035	1000
Extranjero	1766	31,57	352	288	337	358	266	165
<b>YUNGUYO</b>	<b>2064</b>	<b>0,46%</b>	<b>330</b>	<b>363</b>	<b>339</b>	<b>364</b>	<b>331</b>	<b>337</b>
Nacional	1587	76,89	231	288	234	280	275	279
Extranjero	477	23,11	99	75	105	84	56	58
<b>TOTAL</b>	<b>449475</b>	<b>100,00</b>	<b>64108</b>	<b>70120</b>	<b>69525</b>	<b>74707</b>	<b>89433</b>	<b>81582</b>
Nacional	292541	65,09	41844	50166	41747	42711	60088	55985
Extranjero	156934	34,91	22264	19954	27778	31996	29345	25597

Fuente: DIRCETUR Puno (2016).



**Anexo 2.** Ejemplo prototipo de redes.

Una **red** es un conjunto de puntos y un conjunto de líneas que unen ciertos pares de puntos denominados **nodos** (o vértices), por ejemplo la red de la figura 1 tiene 7 nodos representados por siete círculos. Las líneas se llaman **arcos** (o ligaduras, aristas o ramas), en la red tenemos 12 arcos que corresponden a los doce caminos. Los arcos se etiquetan dando nombre a los nodos en sus puntos terminales, por ejemplo, *AB* es el arco entre los nodos *A* y *B*.

Los arcos de una red pueden tener un flujo de algún tipo que pasa por ellos, se dice que un arco es dirigido si se agrega una cabeza de flecha al final de la línea que representa al arco. Al etiquetar un **arco dirigido** con el nombre de los nodos que une, siempre se pone primero al nodo de donde viene y después al nodo a donde va, esto es un arco dirigido del nodo *A* al nodo *B* debe etiquetarse como *AB* o  $A \rightarrow B$ .

Si el flujo a través de un arco se permite en ambas direcciones, se dice que el arco es un arco no dirigido, para ayudar a distinguir entre los dos tipos con frecuencia se hará referencia a los arcos no dirigidos con el nombre de ligadura.

Tabla 24

*Componentes de redes representativas.*

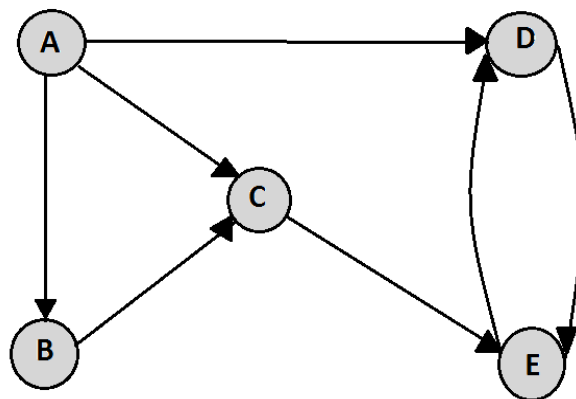
<b>Nodos</b>	<b>Arcos</b>	<b>Flujo</b>
Cruceros.	Caminos.	Vehículos.
Aeropuertos.	Líneas Aéreas.	Aviones.
Puntos de comunicación.	Cables, canales.	Mensajes.
Estaciones de Bombero.	Tuberías.	Fluidos.
Centros de trabajo.	Rutas de manejo de materiales	Trabajos.

Fuente: Hillier & Lieberman (2010)

Si una red tiene solo arcos dirigidos se llama red dirigida, de igual manera si todos sus nodos son no dirigidos, se trata de una red no dirigida. Una red con una mezcla de arcos dirigidos y no dirigidos se puede convertir en una red dirigida.

Cuando dos nodos no están unidos por un arco surge la pregunta natural de si están conectados por una serie de arcos.

Una trayectoria entre dos nodos es una sucesión de arcos distintos que conectan estos nodos, por ejemplo, una de las trayectorias que conectan a los nodos  $O$  y  $T$  es la sucesión de arcos  $OB - BD - DT(O \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow T)$ , cuando algunos o todos los arcos de una red son dirigidos, se hace la distinción entre trayectorias dirigidas y trayectorias no dirigidas. Una trayectoria dirigida del nodo  $i$  al nodo  $j$  es una sucesión de arcos cuya dirección (si la tienen) es hacia el nodo  $j$ , ejemplo:



*Figura 18.* Red dirigida

Fuente: S. Hillier (2010).

**Anexo 3.** Datos para el modelo circuitos turísticos región Puno.

Tabla 25

*Datos encuesta circuitos turísticos marzo- abril 2018 según origen.*

Nº	Recorrido	Cant.	Agencia	Origen
1	Azangaro-Carabaya-San Román	1	No	Perú
2	Azangaro-Melgar.	1	No	Perú
3	Azangaro-Lampa-Puno-San Antonio de Putina.	1	No	Perú
4	Azangaro-Huancané-Puno-San Román-Yunguyo-Lampa-San Antonio de Putina.	1	No	Perú
5	Azangaro-Puno-Sandia-San Antonio de Putina-San Román-Moho.	1	No	Perú
6	Azangaro-San Román-Huancané-Lampa-San Antonio de Putina-Puno.	1	No	Perú
7	Azangaro-Puno-San Román-Lampa-Yunguyo-San Antonio de Putina-Sandia.	1	No	Perú
8	Chucuito-Huancané	1	No	Perú
9	Chucuito-Juli-Puno-San Román.	1	No	Perú
10	Chucuito-Lampa-Puno-Sandia.	1	No	Perú
11	Chucuito-Puno-Lampa-San Antonio de Putina-Carabaya.	3	No	Perú
12	El Collao-Chucuito.	2	No	Perú
13	El Collao-Yunguyo.	3	No	Perú
14	Huancané-Moho	3	No	Perú
15	Huancané-Puno-Moho-San Antonio de Putina-Chucuito-Azangaro-San Román.	1	Si	Perú
16	Lampa-Chucuito-Puno-Sandia-San Antonio de Putina-San Román.	1	No	Perú
17	Lampa-San Román-Puno-San Antonio de Putina	2	No	Perú
18	Lampa-Puno-San Antonio de Putina-Yunguyo-San Román.	1	No	Perú
19	Melgar-Azangaro-San Román.	1	No	Perú

20	Melgar-Azangaro-San Román-Lampa-Puno-Chucuito	1	No	Perú
21	Moho	1	No	Perú
22	Moho-Sandia	1	Si	Perú
19	Moho-San Román-Puno-El Collao-Chucuito-Yunguyo.	1	No	Perú
20	Puno.	20	Si	Francia
21	Puno.	68	Si	Extranjeros
25	Puno.	20	Si	EEUU, Francia
26	Puno.	20	Si	Francia
27	Puno.	21	Si	Francia, Alemania  Perú
28	Puno.	3	No	Perú
29	Puno-Azangaro	2	No	Perú
30	Puno-Azangaro-Sandia-Puno.	1	No	Perú
31	Puno-Azangaro-Yunguyo-Chucuito- Sandia-Carabaya-San Román-Lampa-El Collao.	1	No	Perú
32	Puno-Chucuito	2	No	Perú
33	Puno-Chucuito-Yunguyo	3	Si	Perú
34	Puno-Chucuito-El Collao-Yunguyo.	2	No	Perú
35	Puno-Chucuito-El Collao	2	Si	Perú
37	Puno-Chucuito	3	No	Perú
38	Puno-Chucuito-San Román-Huancané-Moho-San Antonio de Putina.	1	No	Perú
40	Puno- Chucuito-Azangaro	1	No	Perú
41	Puno-Chucuito-Sandia-San Antonio de Putina-Lampa-San Román.	1	No	Perú
43	Puno-El Collao-Chucuito.	1	No	Bolivia
44	Puno- El Collao-Chucuito.	3	No	Perú

45	Puno-El Collao–Chucuito–Yunguyo–Moho-Huancané-San Antonio de Putina–Sandía–Carabaya–Melgar–Azangaro-Lampa-San Román.	1	No	Perú
46	Puno-El Collao-Chucuito-Yunguyo.	2	No	Perú
47	Puno-Huancané-Moho.	1	No	Perú
48	Puno-Lampa.	4	No	Perú
49	Puno-Lampa-Huancané-Moho.	1	No	Perú
50	Puno-Lampa-Chucuito-San Román-Azangaro	1	No	Perú
51	Puno-Lampa-San Román.	2	No	Perú
52	Puno-Melgar	1	No	Perú
53	Puno-Moho	4	No	Perú
54	Puno-El Collao	1	No	Perú
55	Puno-San Antonio de Putina- Sandía	1	Si	Perú
56	Puno-San Antonio de Putina-Chucuito-El Collao-Yunguyo-San Román.	1	No	Perú
57	Puno-San Román	11	No	Perú
58	Puno-San Román-Lampa-Melgar.	1	No	Perú
59	Puno-San Román-Lampa-Azangaro-San Antonio de Putina-Sandía.	1	No	Perú
60	Puno-San Román–Lampa	2	No	Perú
61	Puno-San Román-Melgar–Lampa.	1	No	Perú
62	Puno-San Román-San Antonio de Putina–Sandía.	1	No	Perú
63	Puno-San Román-Lampa-Azangaro	2	No	Perú
64	Puno-San Román-San Antonio de Putina.	1	No	Perú
65	Puno-San Román-Moho.	1	No	Perú
66	Puno-San Román-Lampa-Melgar.	1	No	Perú
67	Puno-San Román-El Collao.	2	No	Perú
68	Puno-San Román-Azangaro.	1	Si	Perú-AQP
69	Puno-San Román–Lampa–Melgar–Azangaro-Huancané-Moho.	1	No	Perú

70	Puno-San Román-Lampa-Azangaro-Carabaya-Sandia-Huancané.	1	No	Perú
71	Puno-San Román-Sandia	3	No	Perú
72	Puno-San Román-Sandia-San Antonio de Putina.	1	No	Perú
73	Puno-Sandia.	2	No	Perú
74	Puno-Sandia	2	Si	Perú
75	Puno-Sandia-San Román.	1	No	Perú
76	Puno-Sandia-Chucuito-Lampa-Carabaya-Yunguyo-San Román- El Collao.	1	No	Perú
77	Puno-Yunguyo-Chucuito-El Collao-Carabaya-Lampa-Huancané-Moho.	1	No	Perú
78	Puno-Yunguyo-El Collao-Chucuito-Moho-San Antonio de Putina- Melgar.	1	No	Perú
79	San Antonio de Putina	1	No	Perú
80	San Antonio de Putina-San Román-Puno-Lampa-Moho-Huancané.	1	No	Perú
81	San Antonio de Putina-Sandia	1	No	Perú
82	San Antonio de Putina-Sandia-San Román-Puno-Chucuito.	1	No	Perú
83	San Antonio de Putina-Huancané-Moho-Melgar-El Collao-Chucuito-Yunguyo-Puno.	1	No	Perú
84	San Román	38	No	Perú
85	San Román-Azangaro-Melgar-Puno-El Collao-San Antonio de Putina.	1	No	Perú
86	San Román- Azangaro-Lampa	1	No	Perú
87	San Román-Azangaro.	1	No	Perú
88	San Román-Azangaro-Puno-Sandia.	1	No	Perú
89	San Román-Chucuito-San Antonio de Putina-El Collao.	1	No	Perú
90	San Román-Melgar-Puno-El Collao-Huancané-Azangaro-Chucuito-Yunguyo.	1	No	Perú
91	San Román-Huancané	4	No	Perú
92	San Román-Huancané-Moho-Conima.	1	No	Perú

93	San Román-Lampa	5	No	Perú
94	San Román-Lampa-Moho-Melgar.	1	No	Perú
95	San Román-Lampa-Azangaro-Huancané-Puno-Yunguyo	1	No	Perú
96	San Román-Lampa-Azangaro-Puno.	1	No	Perú
97	San Román-Lampa-Yunguyo-Moho-Azangaro-Sandia.	1	No	Perú
98	San Román-Puno	6	No	Perú
99	San Román-Puno-Chucuito	4	No	Perú
100	San Román-Puno-Chucuito-Yunguyo	1	No	Perú
101	San Román-Puno-Chucuito-Lampa.	1	No	Perú
102	San Román-Puno-Huancané.	1	No	Perú
103	San Román-Puno-Arequipa-Cusco	1	No	Perú
104	San Román-Puno-San Antonio de Putina-Sandia.	1	No	Perú
105	San Román-Puno-Azangaro.	2	No	Perú
106	San Román-Puno-Sandia	2	No	Perú
107	San Román-Puno-Sandia-San Antonio de Putina.	1	No	Perú
108	San Román-Puno-Lampa-Chucuito-Carabaya.	1	No	Perú
109	San Román-Puno-Lampa-Sandia-Huancané.	1	No	Perú
110	San Román-Puno-Moho-San Antonio de Putina-Sandia-Lampa.	1	No	Perú
111	San Román-San Antonio de Putina.	1	No	Perú
112	San Román-Puno-San Antonio de Putina-Carabaya.	1	No	Perú
113	San Román-Puno-San Antonio de Putina-Carabaya-Sandia.	1	No	Perú
115	San Román-Puno-Sandia-Azangaro-Lampa.	1	No	Perú
116	San Román-Sandia-Puno	1	No	Perú

117	San Román-Yunguyo-Puno-Sandia.	1	No	Perú
118	San Román-Yunguyo-Puno-Chucuito-El Collao.	1	No	Perú
119	Sandia-Azangaro-San Román-San Antonio de Putina-Puno-Chucuito.	1	No	Perú
120	Sandia-Azangaro-El Collao-Huancané-Lampa-San Román	1	No	Perú
121	Sandia-Carabaya-San Antonio de Putina-Huancané-Chucuito-Yunguyo-El Collao-Puno-San Román.	1	No	Perú
122	Sandia-Huancané-Puno	1	No	Perú
123	Sandia-Puno-Azangaro.	2	No	Perú
124	Sandia-Puno-Chucuito	2	Si	Perú
125	Sandia-Puno-San Román	3	No	Perú
126	Sandia-Puno-Moho-San Román-Lampa	1	No	Perú
127	Sandia-Puno-San Antonio de Putina-Moho.	2	No	Perú
128	Sandia-San Román-Puno	1	No	Perú
129	Sandia-San Antonio de Putina-San Román-Puno.	1	No	Perú
130	Sandia-San Antonio de Putina.	1	No	Perú
131	Sandia-San Antonio de Putina-Puno-Lampa.	1	No	Perú
132	Sandia-San Antonio de Putina-Puno.	1	No	Perú
133	Sandia-San Antonio de Putina-Puno-San Román	1	No	Perú
134	Sandia-San Román-Puno-Chucuito.	3	No	Perú
135	Sandia-San Román-San Antonio de Putina-Puno.	2	No	Perú
136	Yunguyo-Chucuito-El Collao	2	No	Perú
<b>Total</b>	<b>385</b>			



**Anexo 4.** Estadísticas de los datos para el modelo regional.

Tabla 26

*Resumen en porcentajes turista extranjero del anexo 3.*

<b>Turistas Extranjeros</b>		
<b>Provincias</b>	<b>Llegadas</b>	<b>Porcentajes</b>
Azángaro	0	0.00%
Carabaya	0	0.00%
Chucuito	1	0.66%
El Collao	1	0.66%
Huancané	0	0.00%
Lampa	0	0.00%
Melgar	0	0.00%
Moho	0	0.00%
Puno	149	98.68%
Sandia	0	0.00%
San Antonio de Putina	0	0.00%
San Román	0	0.00%
Yunguyo	0	0.00%
<b>Total de turistas</b>	<b>151</b>	<b>39.22%</b>

Tabla 27

*Resumen en porcentajes: turista nacional del anexo 3.*

<b>Turistas Nacionales y Regionales</b>		
<b>Provincias</b>	<b>Llegadas</b>	<b>Porcentajes</b>
Azángaro	39	16.67%
Carabaya	13	5.56%
Chucuito	59	25.21%
El Collao	32	13.68%
Huancané	26	11.11%
Lampa	54	23.08%
Melgar	14	5.98%
Moho	28	11.97%
Puno	162	69.23%
Sandia	48	20.51%
San Antonio de Putina	29	12.39%
San Román	83	35.47%
Yunguyo	17	7.26%
<b>Total de turistas</b>	<b>234</b>	<b>60.78%</b>

Tabla 28

*Resumen en porcentajes del anexo 3.*

<b>Total de Turistas</b>		
<b>Provincias</b>	<b>Llegadas</b>	<b>Porcentajes</b>
Azángaro	39	10.13%
Carabaya	13	3.38%
Chucuito	60	15.58%
El Collao	33	8.57%
Huancané	26	6.75%
Lampa	54	14.03%
Melgar	14	3.64%
Moho	28	7.27%
Puno	311	80.78%
Sandia	48	12.47%
San Antonio de Putina	29	7.53%
San Román	83	21.56%
Yunguyo	17	4.42%
<b>Total de turistas</b>	<b>385</b>	<b>100%</b>

**Anexo 5.** Datos para el modelo circuitos turísticos región Puno con periodo un viaje.

Tabla 29

*Datos encuesta circuitos turísticos marzo- abril 2018 según permanencia.*

Nº	Recorrido	Cant	Noches	Recorrido con permanencia
1	Azangaro-Carabaya-San Román	1	1	Azangaro-Carabaya-San Román
2	Azangaro-Melgar (Chullpas de Inampo)	1	5 a más	Azangaro-Melgar.
3	Azangaro-Lampa –Puno - San Antonio de Putina.	1	3 a 5	Azangaro-Lampa –Puno- San Antonio de Putina.
4	Azangaro-Huancané-Puno - San Román -Yunguyo-Lampa-San Antonio de Putina.	1	5 a más	Azangaro-Huancané-Puno - San Román - Yunguyo-Lampa-San Antonio de Putina.
5	Azángaro-Puno-Sandia- San Antonio de Putina- San Román-Moho.	1	5 a más	Azángaro-Puno-Sandia- San Antonio de Putina- San Román-Moho.
6	Azangaro-San Román- Huancané-Lampa-San Antonio de Putina-Puno.	1	1 a 3	Azangaro-San Román- Huancané-Lampa-San Antonio de Putina-Puno.
7	Azangaro-Puno-San Román-Lampa-Yunguyo-San Antonio de Putina-Sandia.	1	5 a más	Azangaro-Puno-San Román-Lampa-Yunguyo-San Antonio de Putina-Sandia.
8	Chucuito-Huancané	1	1	Chucuito-Huancané
9	Chucuito-Puno-San Román.	1	5 a más	Chucuito(Juli)- Puno- San Román.
10	Chucuito-Lampa- Puno - Sandia.	1	5 a más	Chucuito-Lampa- Puno- Sandia.
11	Chucuito-Puno-Lampa-San Antonio de Putina- Carabaya.	3	1 a 3	Chucuito-Puno-Lampa-San Antonio de Putina- Carabaya.
12	El Collao-Chucuito.	2	1	El Collao – Chucuito - El Collao.
13	El Collao –Yunguyo.	3	1	El Collao -Yunguyo-El Collao.
14	Huancané-Moho	3	1	Huancané-Moho.

15	Huancané-Puno-Moho-San Antonio de Putina-Chucuito-Azangaro-San Román.	1	3 a 5	Huancané-Puno-Moho-San Antonio de Putina-Chucuito-Azangaro-San Román.
16	Lampa-Chucuito-Puno-Sandia- San Antonio de Putina- San Román.	1	1 a 3	Lampa-Chucuito-Puno-Sandia-San Antonio de Putina- San Román.
17	Lampa - San Román-Puno-San Antonio de Putina	2	1 a 3	Lampa - San Román - Puno- San Antonio de Putina
18	Lampa-Puno-San Antonio de Putina -Yunguyo - San Román.	1	1	Lampa-Puno -San Antonio de Putina-Yunguyo-San Román.
19	Melgar-Azangaro-San Román.	1	1	Melgar-Azangaro-San Román.
20	Melgar - Azangaro - San Román - Lampa - Puno-Chucuito.	1	1 a 3	Melgar - Azangaro - San Román - Lampa - Puno -Chucuito.
21	Moho	1	1	Moho
22	Moho-Sandia	1	1 a 3	Moho-Sandia
23	Moho-San Román-Puno - El Collao - Chucuito -Yunguyo.	1	1	Moho - San Román - Puno-El Collao - Chucuito -Yunguyo.
24	<b>Ag.Lago Tours:</b> (Uros-Taquile-Sillusta) Puno.	20	1	Puno-Puno-Puno.
25	(Sillustani-Puno) Puno.	15	1	Puno-Puno.
26	<b>Ag.Misky Travel:</b> (Uros-Taquile-Amantani) Puno	20	1	Puno-Puno-Puno.
27	(Uros-Taquile) Puno.	22	1 a 3	Puno-Puno
28	(Amantani-Puno) Puno.	15	1	Puno-Puno.
29	<b>Ag. Edgar Adventures:</b> (Uros-Amantani-Taquile) Puno.	16	1 a 3	Puno-Puno-Puno.
30	<b>Ag.Amaya:</b> (Uros-Taquile-Amantani) Puno	20	1	Puno-Puno-Puno.

31	(Sillustani-Atuncolla) Puno	21	1	Puno-Puno
32	Puno.	3	1	Puno
33	Puno-Azangaro	2	1	Puno-Azangaro
34	Puno-Azángaro-Sandia.	1	1	Puno-Azángaro-Sandia-Puno.
35	Puno-Azángaro-Yunguyo - Chucuito-Sandia -Carabaya - San Román-Lampa-El Collao.	1	5 a más	Puno-Azángaro-Yunguyo- Chucuito-Sandia-Carabaya -San Román - Lampa-El Collao.
36	Puno-Chucuito	2	1	Puno-Chucuito
37	Puno-Chucuito-Yunguyo	2	3 a 5	Puno-Chucuito-Yunguyo
38	Puno-Chucuito-El Collao - Yunguyo.	1	3 a 5	Puno-Chucuito- El Collao- Yunguyo.
39	Puno-Chucuito(Juli)-El Collao.	2	1	Puno-Chucuito- El Collao-Puno
40	Puno-Chucuito-El Collao- Yunguyo.	1	1 a 3	Puno-Chucuito-El Collao- Yunguyo.
41	Puno-Chucuito.	1	1	Puno-Chucuito(Juli)-Puno
42	Puno-Chucuito-San Román - Huancané-Moho-San Antonio de Putina.	1	1	Puno-Chucuito-San Román- Huancané-Moho-San Antonio de Putina.
43	Puno-Chucuito-Yunguyo	1	1 a 3	Puno-Chucuito-Yunguyo
44	Puno-Chucuito-Azangaro	1	1	Puno- Chucuito-Azangaro
45	Puno- Chucuito- Sandia- San Antonio de Putina- Lampa- San Román.	1	3 a 5	Puno- Chucuito- Sandia- San Antonio de Putina- Lampa- San Román.
46	Puno- Chucuito.	2	1	Puno- Chucuito-Puno
47	Puno-El Collao-Chucuito	1	1 a 3	Puno-El Collao-Chucuito
48	Puno- El Collao-Chucuito.	3	5 a más	Puno- El Collao-Chucuito –Puno.
49	Puno-El Collao -Chucuito- Yunguyo-Moho-Huancané - San Antonio de Putina – Sandia - Carabaya-Melgar – Azangaro-Lampa-San Román.	1	5 a más	Puno- El Collao-Chucuito- Yunguyo- Moho-Huancané - San Antonio de Putina-Sandia- Carabaya-Melgar-Azangaro- Lampa-San Román -Puno.

50	Puno-El Collao –Chucuito - Yunguyo.	2	1	Puno - El Collao - Chucuito-Yunguyo.
59	Puno-Huancané-Moho.	1	1 a 3	Puno-Huancané-Moho-Puno
60	Puno-Lampa.	2	1	Puno-Lampa.
61	Puno-Lampa.	2	1 a 3	Puno-Lampa-Puno
62	Puno-Lampa-Huancané-Moho.	1	5 a más	Puno-Lampa-Huancané- Moho.
63	Puno-Lampa-Chucuito- San Román- Azangaro	1	3 a 5	Puno-Lampa-Chucuito- San Román- Azangaro
64	Puno-Lampa-San Román - Huancané-Moho.	2	1 a 3	Puno-Lampa-San Román -Puno-Huancané-Moho.
65	Puno-Melgar.	1	5 a mas	Puno-Melgar-Puno
66	Puno-Moho	2	1 a 3	Puno-Moho
67	Puno-Moho.	2	1 a 3	Puno-Moho-Puno
68	Puno-El Collao	1	5 a más	Puno-Puno-El Collao
69	Puno-San Antonio de Putina-Sandia	1	1	Puno-San Antonio de Putina-Sandia
70	Puno-San Antonio de Putina-Chucuito-El Collao -Yunguyo-San Román.	1	1	Puno-San Antonio de Putina-Chucuito-El Collao-Yunguyo-San Antonio de Putina- San Román- Puno.
71	Puno-San Román	7	1	Puno-San Román
72	Puno-San Román	4	3 a 5	Puno-San Román
73	Puno-San Román-Lampa - Melgar.	1	5 a más	Puno-San Román-Lampa-Melgar.
74	Puno-San Román-Lampa - Azangaro-San Antonio de Putina -Sandia.	1	1 a 3	Puno-San Román-Lampa-Azangaro-San Antonio de Putina-Sandia.
75	Puno-San Román–Lampa	2	1	Puno-San Román –Lampa
76	Puno-San Román –Melgar – Lampa.	1	1 a 3	Puno-San Román -Melgar (Ayaviri) –Lampa(Pucara).
77	Puno-San Román- San Antonio de Putina – Sandia.	1	1 a 3	Puno-San Román- San Antonio de Putina – Sandia-Puno.
78	Puno-San Román-Lampa - Azángaro	2	1 a 3	Puno-San Román-Lampa-Azángaro

79	Puno-San Román-San Antonio de Putina.	1	1 a 3	Puno-San Román-San Antonio de Putina- Puno.
80	Puno-San Román- Moho- San Román.	1	1	Puno-San Román- Moho- San Román-Puno.
81	Puno-San Román-Lampa - Melgar.	1	1	Puno-San Román-Lampa - Melgar.
82	Puno - San Román - El Collao.	2	1 a 3	Puno - San Román - El Collao- Puno.
83	Puno- San Román - Azángaro.	1	1	Puno - San Román-Azángaro - Puno.
84	Puno-San Román-Lampa - Melgar-Azángaro- Huancané - Moho.	1	5 a más	Puno-San Román-Lampa- Melgar-Azángaro-Huancané - Moho-Puno.
85	Puno-San Román- Lampa - Azángaro - Carabaya - Sandia -Huancané.	1	1 a 3	Puno- San Román- Lampa- Azángaro-Lampa- Carabaya- Sandia-Huancané
86	Puno-San Román -Sandia.	3	5 a más	Puno-San Román-Sandia
87	Puno-San Román- Sandia - San Antonio de Putina.	1	1 a 3	Puno-San Román- Sandia - San Antonio de Putina.
88	Puno-Sandia.	1	1 a 3	Puno-Sandia.
89	Puno-Sandia	2	3 a 5	Puno-Sandia
90	Puno-Sandia.	1	1	Puno-Sandia-Puno
91	Puno-Sandia-San Román.	1	5 a más	Puno-Sandia-San Román- San Román.
92	Puno-Sandia-Chucuito- Lampa-Carabaya- Yunguyo - San Román- El Collao.	1	5 a más	Puno-Sandia-Chucuito-Lampa- Carabaya- Yunguyo-San Román- El Collao- Puno.
93	Puno-Yunguyo-Chucuito -El Collao - Carabaya- Lampa- Huancané -Moho.	1	5 a más	Puno-Yunguyo-Chucuito-El Collao-Carabaya-Puno-Lampa- Huancané-Moho.
94	Puno-Yunguyo-El Collao- Chucuito-Moho-San Antonio de Putina - Melgar.	1	1 a 3	Puno - Yunguyo-El Collao- Chucuito- Moho- San Antonio de Putina- Melgar.
95	San Antonio de Putina	1	1	San Antonio de Putina
96	San Antonio de Putina-San Román-Puno-Lampa-Moho - Huancané.	1	1 a 3	San Antonio de Putina-San Román-Puno-Lampa-Moho- Huancané.



97	San Antonio de Putina – Sandia.	1	3 a 5	San Antonio de Putina -Sandia
98	San Antonio de Putina-Sandia-San Román-Puno – Chucuito.	1	1 3	San Antonio de Putina-Sandia-San Román-Puno - Chucuito-Puno- San Antonio de Putina.
99	San Antonio de Putina-Huancané-Moho-Melgar – El Collao – Chucuito - Yunguyo - Puno.	1	1	San Antonio de Putina-Huancané-Moho-Melgar-El Collao-Chucuito-Yunguyo-Puno.
100	San Román	27	1	San Román
101	San Román	7	5 a más	San Román
102	San Román	4	3 a 5	San Román
103	San Román-Azangaro-Melgar – Puno- El Collao-San Antonio de Putina.	1	3 a 5	San Román-Azangaro- Melgar – Puno- El Collao-San Antonio de Putina-San Román.
104	San Román- Azángaro-Lampa	1	1 a 3	San Román- Azángaro-Lampa
105	San Román-Azangaro.	1	1 a 3	San Román-Azangaro-San Román.
106	San Román - Azangaro-Puno-Sandia.	1	1 a 3	San Román - Azangaro-Puno-Sandia.
107	San Román-Chucuito-San Antonio de Putina- El Collao.	1	1	San Román-Chucuito-San Antonio de Putina- El Collao.
108	San Román-Melgar-Puno -El Collao - Huancané-Azángaro-Chucuito-Yunguyo.	1	5 a más	San Román-Melgar-Puno-El Collao- Huancané-Azángaro-Chucuito-Yunguyo.
109	San Román-Huancané	4	1 a 3	San Román-Huancané
110	San Román-Huancané-Moho.	1	1 a 3	San Román – Huancané - Moho(Conima).
111	San Román-Lampa	5	1	San Román-Lampa
112	San Román-Lampa-Moho - Melgar.	1	1	San Román-Lampa-Moho-Melgar - San Román.
113	San Román - Lampa – Azangaro-Huancané-Puno - Yunguyo	1	3 a 5	San Román - Lampa -Azangaro-Huancané-Puno-Yunguyo
114	San Román – Lampa - Azángaro-Puno.	1	1	San Román – Lampa –Azángaro-Puno-San Román

115	San Román - Lampa- Yunguyo-Moho-Azangaro - Sandia.	1	5 a más	San Román – Lampa - Yunguyo- Moho-Azangaro - Sandia.
116	San Román-Puno	5	1	San Román-Puno
117	San Román – Puno -Chucuito	4	1	San Román – Puno -Chucuito
118	San Román – Puno - Chucuito -Yunguyo.	1	1 a 3	San Román-Puno - Chucuito -Yunguyo.
119	San Román – Puno - Chucuito-Lampa.	1	3 a 5	San Román-Puno-Chucuito – Puno-Lampa-Puno.
120	San Román – Puno - Huancané.	1	1 a 3	San Román – Puno -Huancané - San Román.
121	San Román – Puno -Arequipa - Cusco	1	1 a 3	San Román-Puno.
122	San Román-Puno-San Antonio de Putina-Sandia.	1	1	San Román – Puno - San Román – San Antonio de Putina - Sandia -San Antonio de Putina -San Román.
123	San Román - Puno- Azangaro.	2	5 a más	San Román – Puno - Azangaro.
124	San Román – Puno -Sandia	2	5 a más	San Román-Puno-Sandia
125	San Román-Puno-Sandia - San Antonio de Putina.	1	5 a más	San Román-Puno-Sandia-San Antonio de Putina.
126	San Román – Puno - Lampa – Chucuito - Carabaya	1	3 a 5	San Román–Puno- Lampa - Chucuito-Carabaya.
127	San Román-Puno-Lampa - Sandia- Huancané	1	3 a 5	San Román-Puno-Lampa – San Román - Sandia- Huancané - Puno.
128	San Román - Puno- Moho- San Antonio de Putina - Sandia-Lampa.	1	1	San Román-Puno- Moho- San Antonio de Putina- Sandia- Lampa.
129	San Román- San Antonio de Putina.	1	1	San Román- San Antonio de Putina.
130	San Román-Puno-San Antonio de Putina- Carabaya.	1	1 a 3	San Román-Puno-San Antonio de Putina- Carabaya.
131	San Román-Puno-San Antonio de Putina- Carabaya - Sandia.	1	1 a 3	San Román-Puno-San Antonio de Putina- Carabaya -Sandia.

132	San Román-Puno.	1	1 a 3	San Román – Puno - San Román.
133	San Román– Puno-Sandia– Azángaro-Lampa	1	1	San Román-Puno-Sandia – Azángaro-Lampa.
134	San Román–Sandia-Puno	1	5 a más	San Román-Sandia-Puno
135	San Román-Yunguyo-Puno - Sandia.	1	1 a 3	San Román-Yunguyo-Puno - Sandia.
136	San Román-Yunguyo-Puno-Chucuito-El Collao	1	1	San Román-Yunguyo-Puno-Chucuito- El Collao.
137	Sandia-Azangaro-San Román- Puno- San Antonio de Putina - Chucuito.	1	5 a más	Sandia-Azangaro-San Román - Puno- San Antonio de Putina-Puno- Chucuito.
138	Sandia-Azangaro-El Collao - Huancané-Lampa-San Román	1	1	Sandia-Azangaro-El Collao- Huancané-Lampa-San Román
139	Sandia-Carabaya- San Antonio de Putina- Huancané - Chucuito- Yunguyo- El Collao- Puno - San Román.	1	5 a más	Sandia- Carabaya - San Antonio de Putina – Huancané – Chucuito – Yunguyo - El Collao- Puno- San Román.
140	Sandia-Huancané-Puno	1	5 a más	Sandia-Huancané-Puno
141	Sandia-Puno-Azangaro.	2	5 a más	Sandia-Puno-Azangaro.
142	Sandia-Puno-Chucuito	2	5 a más	Sandia-Puno-Chucuito
143	Sandia-Puno-San Román	3	5 a más	Sandia-Puno-San Román
144	Sandia-Puno-Moho-San Román-Lampa	1	5 a mas	Sandia-Puno-Moho-San Román-Lampa
145	Sandia – Puno - San Antonio de Putina - Moho.	2	5 a más	Sandia-Puno-San Antonio de Putina- Moho.
146	Sandia-San Román-Puno	1	1	Sandia-San Román-Puno
147	Sandia- San Antonio de Putina-San Román-Puno.	1	1 a 3	Sandia- San Antonio de Putina-San Román-Puno.
148	Sandia-San Antonio de Putina.	1	1 a 3	Sandia-San Antonio de Putina.
149	Sandia-San Antonio de Putina-Puno-Lampa.	1	1 a 3	Sandia-San Antonio de Putina-Puno-Lampa.
150	Sandia-San Antonio de Putina – Puno.	1	1 a 3	Sandia-San Antonio de Putina – Puno.

151	Sandia-San Antonio de Putina- Puno- San Román	1	1 a 3	Sandia-San Antonio de Putina- Puno- San Román
152	Sandia-San Román-Puno – Chucuito.	3	5 a más	Sandia-San Román-Puno – Chucuito.
153	Sandia-San Román-San Antonio de Putina- Puno.	2	3 a 5	Sandia - San Román - San Antonio de Putina - Puno.
154	Yunguyo-Chucuito-El Collao	2	1	Yunguyo-Chucuito-El Collao
Total		385		

En la siguiente tabla se muestra datos de la permanencia por tipo de turista.

Tabla 30

*Resumen anexo 5 por permanencia turista extranjero.*

Turistas extranjero		
Permanencia(Noches)	Cantidad	Porcentaje
1	127	72.57%
1 a 3	48	27.43%
3 a 5	0	0.00%
5 a más	0	0.00%
<b>Total</b>	175	100%

Tabla 31

*Resumen anexo 5 por permanencia turista nacional.*

Turistas internos		
Permanencia(Noches)	Cantidad	Porcentaje
1	83	38.60%
1 a 3	54	25.12%
3 a 5	25	11.63%
5 a más	53	24.65%
<b>Total</b>	215	100%
<b>Promedio(Noches)</b>	3 Noches	

**Anexo 6.** Elaboración de la matriz para el modelo regional con transición de tres noches.

Para elaborar la matriz del modelo regional con transición: periodo de tres noches se tomaron datos del **anexo 5**, las rutas descritas por los encuestados se resumen en la siguiente tabla.

Tabla 32

*Elaboración de la matriz para el modelo regional con transición: periodo de tres noches.*

3N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Total
0	0	7	0	6	5	4	4	2	3	234	25	5	88	2	385
1	10	0	1	1	1	3	5	2	0	4	2	1	6	1	37
2	5	0	0	0	0	0	0	1	0	1	2	1	1	1	12
3	14	2	1	0	11	1	2	0	1	8	1	1	2	9	53
4	10	0	1	12	0	2	0	0	0	6	0	1	0	5	37
5	7	1	0	0	0	0	2	0	12	5	0	1	1	0	29
6	15	5	2	3	1	2	0	3	2	5	0	5	7	2	52
7	4	3	0	0	1	0	0	0	0	2	0	0	1	0	11
8	14	1	0	0	0	2	0	2	0	4	1	4	3	0	31
9	195	8	0	20	11	4	17	1	7	150	15	11	42	3	484
10	18	2	3	1	0	3	1	0	0	14	0	10	8	0	60
11	11	0	2	2	1	0	1	1	2	7	6	0	6	1	40
12	73	5	0	1	2	5	16	2	2	52	6	4	21	3	192
13	11	0	0	4	5	0	1	0	2	3	0	2	2	0	30

**Anexo 7.** Matriz de transición para modelo regional con transición: periodo de tres noches

Tabla 33

*Matriz de transición para modelo regional con transición: periodo de tres noches.*

3N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Tot
0	0.000	0.018	0.000	0.016	0.013	0.010	0.010	0.005	0.008	0.608	0.065	0.013	0.229	0.005	1
1	0.270	0.000	0.027	0.027	0.027	0.081	0.135	0.054	0.000	0.108	0.054	0.027	0.162	0.027	1
2	0.417	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.083	0.000	0.083	0.167	0.083	0.083	0.083	1
3	0.264	0.038	0.019	0.000	0.208	0.019	0.038	0.000	0.019	0.151	0.019	0.019	0.038	0.170	1
4	0.270	0.000	0.027	0.324	0.000	0.054	0.000	0.000	0.000	0.162	0.000	0.027	0.000	0.135	1
5	0.241	0.034	0.000	0.000	0.000	0.000	0.069	0.000	0.414	0.172	0.000	0.034	0.034	0.000	1
6	0.288	0.096	0.038	0.058	0.019	0.038	0.000	0.058	0.038	0.096	0.000	0.096	0.135	0.038	1
7	0.364	0.273	0.000	0.000	0.091	0.000	0.000	0.000	0.000	0.182	0.000	0.000	0.091	0.000	1
8	0.452	0.032	0.000	0.000	0.000	0.065	0.000	0.065	0.000	0.129	0.032	0.129	0.097	0.000	1
9	0.403	0.017	0.000	0.041	0.023	0.008	0.035	0.002	0.014	0.310	0.031	0.023	0.087	0.006	1
10	0.300	0.033	0.050	0.017	0.000	0.050	0.017	0.000	0.000	0.233	0.000	0.167	0.133	0.000	1
11	0.275	0.000	0.050	0.050	0.025	0.000	0.025	0.025	0.050	0.175	0.150	0.000	0.150	0.025	1
12	0.380	0.026	0.000	0.005	0.010	0.026	0.083	0.010	0.010	0.271	0.031	0.021	0.109	0.016	1
13	0.367	0.000	0.000	0.133	0.167	0.000	0.033	0.000	0.067	0.100	0.000	0.067	0.067	0.000	1

La sumatoria de los elementos de cada fila suman uno de acuerdo a la propiedad Markoviana, tal como se observa en la tabla 33.

**Anexo 8.** Matriz de transición del modelo regional- un viaje.

Para construir la matriz se tomaron datos del **anexo 3**, para el modelo regional con transición: Un viaje.

Tabla 34

*Elaboración de la matriz para el modelo regional con transición periodo- un viaje*

1V	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Total
<b>0</b>	0	7	0	6	5	4	4	2	3	234	25	5	88	2	385
<b>1</b>	11	0	2	1	1	3	4	2	0	4	2	1	5	1	37
<b>2</b>	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	1	2	0	10
<b>3</b>	17	2	1	0	9	1	1	0	1	3	1	1	2	10	49
<b>4</b>	10	0	0	9	0	2	0	0	0	1	0	1	0	6	29
<b>5</b>	8	1	0	1	0	0	2	0	10	4	0	1	0	0	27
<b>6</b>	14	5	0	2	1	1	0	2	2	3	0	5	7	2	44
<b>7</b>	5	4	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10
<b>8</b>	15	1	0	0	0	2	0	2	0	0	1	4	2	0	27
<b>9</b>	169	8	0	23	8	1	15	1	7	0	13	9	39	1	294
<b>10</b>	19	1	2	0	0	3	1	0	0	12	0	9	8	0	55
<b>11</b>	7	0	5	2	1	1	1	0	2	6	5	0	4	1	35
<b>12</b>	67	5	0	1	2	6	18	1	2	31	5	6	0	3	147
<b>13</b>	14	0	0	3	2	0	1	0	1	3	0	1	3	0	28



**Anexo 9.** Matriz para el modelo regional con transición: un viaje.

Tabla 35

*Matriz para el modelo regional con transición: periodo de un viaje.*

1V	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Tot.
0	0.000	0.018	0.000	0.016	0.013	0.010	0.010	0.005	0.008	0.608	0.065	0.013	0.229	0.005	1
1	0.297	0.000	0.054	0.027	0.027	0.081	0.108	0.054	0.000	0.108	0.054	0.027	0.135	0.027	1
2	0.500	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.200	0.100	0.200	0.000	1
3	0.347	0.041	0.020	0.000	0.184	0.020	0.020	0.000	0.020	0.061	0.020	0.020	0.041	0.204	1
4	0.345	0.000	0.000	0.310	0.000	0.069	0.000	0.000	0.000	0.034	0.000	0.034	0.000	0.207	1
5	0.296	0.037	0.000	0.037	0.000	0.000	0.074	0.000	0.370	0.148	0.000	0.037	0.000	0.000	1
6	0.318	0.114	0.000	0.045	0.023	0.023	0.000	0.045	0.045	0.068	0.000	0.114	0.159	0.045	1
7	0.500	0.400	0.000	0.000	0.100	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1
8	0.556	0.037	0.000	0.000	0.000	0.074	0.000	0.074	0.000	0.000	0.037	0.148	0.074	0.000	1
9	0.575	0.027	0.000	0.078	0.027	0.003	0.051	0.003	0.024	0.000	0.044	0.031	0.133	0.003	1
10	0.345	0.018	0.036	0.000	0.000	0.055	0.018	0.000	0.000	0.218	0.000	0.164	0.145	0.000	1
11	0.200	0.000	0.143	0.057	0.029	0.029	0.029	0.000	0.057	0.171	0.143	0.000	0.114	0.029	1
12	0.456	0.034	0.000	0.007	0.014	0.041	0.122	0.007	0.014	0.211	0.034	0.041	0.000	0.020	1
13	0.500	0.000	0.000	0.107	0.071	0.000	0.036	0.000	0.036	0.107	0.000	0.036	0.107	0.000	1



**Anexo 10.**Producto de Matrices cuadradas en Excel

Sean las matrices  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  y  $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

Ingresar cada matriz, por ejemplo, A en las celdas A2:C4 y B en E2:G4

**Matriz A**

1	2	3
2	3	5
2	1	1

**Matriz B**

0	1	4
2	5	3
4	2	1

**Producto A.B**

16	17	13
26	27	22
6	9	12

Seleccionar celdas en la misma dimensión de las matrices 3x3, luego escribir la formula **=MMULT(A2:C4,E2:G4)** y finalmente presionar **Ctrl+Shift+Enter** para obtener el producto.

**Anexo 11.** Distancia entre provincias a nivel regional.

De acuerdo a la tabla 9, se describe las distancias en kilómetros entre las provincias de la región Puno.

Tabla 36

*Distancias entre provincias de la región Puno.*

Prov	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	0	134	137.5	172	114	75.4	71	126	117	108	63.2	73.5	250
2	134	0	273	308	220	191	148	259	252	125	194	209	385
3	137.5	273	0	35	122	98	159	161	19.7	222	155	63.4	112
4	172	308	35	0	157	133	194	196	54.8	257	190	98.4	79.3
5	114	220	122	157	0	91.1	135	38.7	102	106	39.2	59.1	235
6	75.4	191	98	133	91.1	0	74.9	130	77.6	191	124	34.6	210
7	71	148	159	194	135	74.9	0	174	139	169	168	96.1	272
8	126	259	161	196	38.7	130	174	0	141	145	78.3	97.6	273
9	117	252	19.7	54.8	102	77.6	139	141	0	201	135	43	132
10	108	125	222	257	106	191	169	145	201	0	67.1	158	334
11	63.2	194	155	190	39.2	124	168	78.3	135	67.1	0	91.6	268
12	73.5	209	63.4	98.4	59.1	34.6	96.1	97.6	43	158	91.6	0	176
13	250	385	112	79.3	235	210	272	273	132	334	268	176	0

Fuente: Gobierno Regional Puno (2011) y Google Maps (2018).

La distancia de una provincia a la misma es cero, la distancia de 1 a 2 es la misma distancia de 2 a 1.

**Anexo 12.** Ficha técnica de encuesta: Circuitos turísticos para la región Puno.

### FICHA TÉCNICA

**Finalidad:** Conocer las rutas que prefieren los turistas nacionales y extranjeros que visitan la región Puno.

**Objetivos:**

- Determinar el recorrido de los turistas a las diferentes provincias de la región Puno.
- Conocer el periodo de estadía de los turistas que visitan la región Puno.
- Identificar el lugar de origen de los turistas que visitan la región.
- Establecer si el turista emplea una agencia de viaje.

**Características de la encuesta:** Se empleará el modo de entrevista directa.

**Metodología:**

- Instrumento: Encuesta con cuatro preguntas.
- Población: turistas nacionales y extranjeros que permanecieron al menos una noche en la región Puno.
- Tipo de muestreo: probabilístico.
- Tamaño de muestra: 385.

**Periodo:** Marzo – abril 2018.

**Unidades de muestreo:** Se aplicó las encuestas en agencias de viaje y a turistas en las provincias con mayor afluencia de turistas; Puno, San Román, Chucuito y Sandía.

Anexo 13. Modelo de encuesta.

**ENCUESTA CIRCUITOS TURÍSTICOS REGIÓN PUNO**

Encuesta N°:	
Encuesta realiza en:	
País de residencia:	



**Provincias visitadas (En orden):**

1)Azángaro	8)Moho
2)Carabaya	9)Puno
3)Chucuito	10)Sandia
4)El Collao	11)San Antonio de Putina.
5)Huancané	12)San Román
6)Lampa	13)Yunguyo
7)Melgar	

Mapa de la Región Puno

Describe donde inicio y terminó su recorrido, ejemplo: 9-3-8-9 ó Puno-Chucuito-Moho-Puno

---



---

Agencia de viaje o Turismo:  Si  No

**Permanencia:**

Una Noche	<input type="checkbox"/>	3 a 5 Noches	<input type="checkbox"/>
1 a 3 Noches	<input type="checkbox"/>	5 a más Noches	<input type="checkbox"/>