UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

FACULTAD DE INGENIERÍA ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA

SIMULACIÓN DE LA DINÁMICA DE PERMANENCIA ESTUDIANTIL EN LA FACULTAD DE INGENIERÍA ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA DE LA UNA-PUNO, 2005 – 2020

TESIS

PRESENTADA POR:

Bach. DENNY MAGALITH ÑAUPA ÑAUPA

PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:

INGENIERO ESTADÍSTICO E INFORMÁTICO

PUNO – PERÚ

2017

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

FACULTAD DE INGENIERÍA ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA

SIMULACIÓN DE LA DINÁMICA DE PERMANENCIA ESTUDIANTIL EN LA FACULTAD DE INGENIERÍA ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA DE LA UNA-PUNO, 2005 - 2020

TESIS PRESENTADA POR:

Bach. DENNY MAGALITH ÑAUPA ÑAUPA

PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:

INGENIERO ESTADÍSTICO E INFORMÁTICO

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO Fac. de Ing. Estadística e Informática COORDINACION DE INVESTIGACION PUNO - PERU

APROBADA POR:

PRESIDENTE DE JURADO : ______________________
Dr. EDGAR ELOY CARPIO VARGAS

PRIMER MIEMBRO : ______________________
Dr. ALEJANDRO APAZA TARQUI

SEGUNDO MIEMBRO : ______________________
Ing. ALCIDES RAMOS CALCINA

DIRECTOR DE TESIS : ______________________
M.C. CONFESOR MILÁN VARGAS VALVERDE

ASESOR DE TESIS : ______________________
M.Sc. FREDY HERIC VILLASANTE SARAVIA

Área : Estadística

Tema : Simulación

Fecha de sustentación : 26/10/2017

DEDICATORIAS

A DIOS:

Por darme la oportunidad de vivir y por estar conmigo en cada paso que doy, por ser mi fortaleza, por darme la fuerza necesaria para salir adelante y por siempre cuidarme.

A mis padres Guido y Claudia:

Por ser el pilar fundamental en todo lo que soy, en toda mi educación, tanto académica, como de la vida, Por haberme apoyado incondicionalmente en todo momento, Por los ejemplos de perseverancia y constancia que lo caracterizan, por sus consejos, sus valores, por la motivación constante que me ha permitido ser una persona de bien, pero más que nada, gracias por su amor.

A mi hermano Vidman:

Que siempre ha estado junto a mí, con sus consejos me ha ayudado a afrontar los retos que se me han presentado a lo largo de mi vida y uno de los seres más importantes en mi vida.

A mi familia y amigo(a)s:

Por acompañarme en este camino y por su apoyo incondicional y demostrarme que siempre podré contar con ustedes.

Denny Magalith Ñaupa

AGRADECIMIENTOS

A DIOS, porque sin él nada de esto hubiera sido posible, por haberme acompañado y guiado a lo largo de mi carrera.

A la Universidad Nacional del Altiplano-Puno.

Especial reconocimiento a todos los docentes de la Facultad de Ingeniería Estadística e Informática, a quienes agradezco por brindarme sus conocimientos.

También agradecer a mis amigo(a)s por confiar y creer en mí y haber hecho de mi etapa universitaria un trayecto de vivencias que nunca olvidare.

Finalmente agradezco a todos los que fueron mis compañeros de clase durante todos los niveles de Universidad ya que gracias al compañerismo, amistad y apoyo moral han aportado con un granito de arena a mi formación profesional.

ÍNDICE GENERAL

CAPÍTULO III

MATERIALES Y MÉTODOS

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

ÍNDICE DE TABLAS

Pág.

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Pág.

ÍNDICE DE ANEXOS

Pág.

RESUMEN

Dado que, para la Facultad de Ingeniería Estadística e Informática, tal y como se describe en su misión, los estudiantes son su razón de ser y por lo tanto es de vital importancia la continuidad de su proyecto formativo hasta alcanzar la graduación. La permanencia estudiantil es entendida como el conjunto de acciones interrelacionadas que procuran mantener a quienes se han vinculado a los programas de formación académica. En el presente trabajo se planteó como objetivo modelar la evolución de permanencia estudiantil en la Facultad de Ingeniería Estadística e Informática de la UNA Puno, para el periodo 2016-2020. Para cumplir el objetivo como metodología se desarrolló un modelo estocástico utilizando cadenas de Markov para representar las probabilidades de que el estudiante de la FINESI puede encontrarse o cambiar de estado, en un determinado momento de tiempo. En este modelo se involucra la relación de estados del estudiante como: condición de Ingresante, regular, no regular, reserva de matrícula o haya dejado los estudios y finalmente que sea egresado cumpliendo todos los requisitos, para analizar la permanencia estudiantil durante su proyecto formatico como futuro ingenieros estadístico e informático. Se realizaron simulaciones para entender cómo se comportan dichos estados. Se analizaron diferentes escenarios y las posibles soluciones brindadas por los modelos con el propósito de disminuir las tasas de permanencia para los estudiantes que prolongan sus estudios hasta 15 o más semestres académicos. Se concluye que el modelo 1 con estados $\Omega = \{I, RG, NR, D\}$ describe apropiadamente la permanencia estudiantil en la facultad de Ingeniería Estadística e Informática, pues cumple con la propiedad de estacionariedad de las cadenas de Markov.

Palabras Clave: Permanencia estudiantil, cadenas de Markov, modelo.

ABSTRACT

Given that, for the Faculty of Statistical Engineering and Computer Science, as described in its mission, students are their raison d'être and therefore it is of vital importance the continuity of their training project until graduation. Student permanence is understood as the set of interrelated actions that seek to maintain those who have been linked to the academic training programs. The objective of this paper was to model the evolution of student permanence in the Faculty of Statistical and Computer Engineering of UNA Puno, for the period 2016-2020. To meet the goal as a methodology, a stochastic model was developed using Markov chains to represent the probabilities that the FINESI student can find or change state, at a certain moment of time. In this model, the relationship of the student's status is included as: condition of the student, regular, non-regular, reservation of enrollment or has left the studies and finally that he / she is graduated fulfilling all the requirements, to analyze the student permanence during his / her formative project as future statistical and computer engineers. Simulations were performed to understand how these states behave. Different scenarios and the possible solutions offered by the models were analyzed with the purpose of reducing the permanence rates for the students who prolong their studies until 15 or more academic semesters. It is concluded that the model 1 with states $\Omega = \{I, RG, NR, D\}$ appropriately describes the student permanence in the Faculty of Statistical and Computer Engineering, since it complies with the stationarity property of the Markov chains.

Keywords: Student Permanence, Markov chain model.

INTRODUCCIÓN

Hasta hace unos años se hablaba de deserción y no de permanencia, lo cual implicaba un enfoque en el problema y no en la prevención, además se trataba desde una perspectiva de cifras y estadísticas sin comprender los aspectos de fondo que llevaban a esta situación. Hoy en día, la apuesta por la permanencia se entiende como un tema ocasionado por múltiples causas en el que intervienen diferentes actores y que más allá de un asunto económico, pues tiene también un impacto directo en el proyecto de vida del estudiante y su familia.

En la Facultad de Ingeniería Estadística e Informática en los últimos años se ha presentado este problema conjuntamente con una baja considerable de postulantes lo que hacen que este problema se haga más crítico. En ese sentido, abordamos este estudio de la deserción universitaria a través del análisis de la dinámica de permanencia estudiantil en la FINESI el cual nos permitió analizar esta problemática ya que sus resultados van a ser de mucha utilidad en la planificación de nuevas estrategias y decisiones por parte de nuestras autoridades universitarias. En ese sentido, este trabajo presenta los siguientes capítulos:

En el capítulo I se presenta el plan de investigación en él se describe, el problema, la justificación, los objetivos y la hipótesis.

En el capítulo II se abordan los aspectos teóricos relacionados a las cadenas de Markov discretas y continuas, así como también los aspectos metodológicos.

En el capítulo III se abordan la metodología la cual consiste en modelizar la dinámica de permanencia estudiantil de la FINESI mediante un modelo basado en las técnicas de Cadenas de Markov. Estas técnicas permiten hacer predicciones de la prevalencia de permanencia estudiantil.

En el Capítulo IV se ofrece la discusión e interpretación de los resultados.

Finalmente se presentan las conclusiones y recomendaciones de esta Tesis.

CAPÍTULO I

PLAN DE INVESTIGACIÓN

1.1. EL PROBLEMA

1.1.1. Definición del problema

La formación universitaria es una experiencia y oportunidad para muchos jóvenes que desean disfrutar de una vida digna en su futuro; además de ser el espacio para el conocimiento, es por supuesto un espacio para el crecimiento personal, un sitio de encuentro de culturas, formas de pensamiento, de relaciones interpersonales, un lugar que permite reconocerse, adquirir habilidades, descubrir competencias, y desarrollar capacidades tanto individuales como colectivas.

Hoy por hoy se viene presentando en las universidades públicas y privadas la Deserción Estudiantil, una problemática que se convierte en un fenómeno preocupante a nivel regional y nacional, significando un alto costo que compromete la estabilidad de los ingresos transferidos a las Instituciones de Educación Superior. Así mismo, se constituye en un alto costo social el cual es asumido por las familias, la universidad y el Estado. Por ello es de esperar que se trabaje conjuntamente individuo, sociedad y Estado para adoptar las medidas necesarias que prevengan este panorama preocupante en el país.

La deserción y repitencia en la Universidad indican con claridad que, en muchos casos, la base colegial y familiar ha sido débil; que el proceso de admisión no ha permitido detectar a quienes realmente valían para los estudios universitarios; que el desarrollo de la preparación universitaria no ha cumplido a cabalidad con sus objetivos en un número importante de alumnos; que, por motivos muy variados, un número significativo de alumnos no ha sabido responder a las exigencias que le hubieran conducido a logros satisfactorios en la Universidad y un desempeño posterior valioso.

En la Facultad de Ingeniería Estadística e Informática en los últimos años se ha presentado este problema conjuntamente con una baja considerable de postulantes lo que hacen que este problema se haga más crítico. Así mismo, es importante mencionar que, la nueva ley universitaria establece que los alumnos solo disponen de dos años adicionales, o cuatro semestres extras, a la duración normal de su carrera para culminarla satisfactoriamente o aprobar los créditos requeridos por su facultad. Caso contrario, el estudiante será retirado de la universidad. En ese sentido, abordar este estudio de la deserción universitaria a través del análisis de la dinámica de permanencia estudiantil en la FINESI nos permitirá indagar con profundidad esta problemática ya que sus resultados van a ser de mucha utilidad en la planificación de nuevas estrategias y decisiones por parte de nuestras autoridades universitarias y en vista que no se tiene antecedentes de investigación sobre el mismo en la Universidad, materia de estudio, nos interesa mostrar los elementos más relevantes de esta problemática.

1.1.2. Formulación del problema

Por consiguiente, se hace necesario e indispensable analizar la dinámica de la permanencia estudiantil en la Facultad de Ingeniería Estadística e Informática de la UNA-Puno, de esta forma el estudio se concreta formulando el siguiente enunciado del problema de investigación:

¿La simulación de la dinámica de permanencia estudiantil basado en las técnicas de Cadenas de Markov, permite hacer predicciones válidas de la permanencia estudiantil en la Facultad de Ingeniería Estadística e Informática de la UNA-Puno?

1.2. JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA

La deserción estudiantil universitaria es un problema, que a través de los tiempos y en todos los niveles de la educación, ha ocupado la atención de quienes, de una u otra forma, están comprometidos en la difícil tarea de educar. Así cualquier investigación que arroje luces sobre él es fundamental, ya que permite una mejor comprensión de la situación. Actualmente, a pesar de la preocupación y los estudios realizados en la búsqueda de soluciones, estos han sido insuficientes y las consecuencias continúan reflejándose en forma negativa en el estudiante y las Escuelas Profesionales.

1.3. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

1.3.1. Objetivo general

Modelar la evolución de permanencia estudiantil en la Facultad de Ingeniería Estadística e informática de la UNA Puno, Periodo 2016-2020.

1.3.2. Objetivos específicos

- Determinar un modelo de predicción de la permanencia estudiantil basado en Cadenas de Markov.
- Simular las prevalencias de permanencia estudiantil en la FINESI de la UNA Puno desde 2016 a 2020.

1.4. HIPÓTESIS DE INVESTIGACIÓN

1.4.1. Hipótesis general

La evolución de permanencia estudiantil en la Facultad de Ingeniería Estadística e informática de la UNA Puno, es explicada por modelos basados en Cadenas de Markov en Tiempo Discreto (CMTD).

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

Hierro & Guijarro (2003). Determinan que cadenas de Markov discretas son una herramienta estadística que ofrece grandes posibilidades en la descripción y pronóstico de la evolución de un fenómeno dinámico, como es la movilidad interterritorial, al considerar simultáneamente dos de las dimensiones de un fenómeno de movilidad: el tiempo y el espacio. Aunque las cadenas de Markov sostenidas sobre la hipótesis de homogeneidad temporal han sido las más divulgadas en la literatura, los movimientos migratorios interiores en España, sin embargo, constituyen un fenómeno propiamente dinámico, cuyos cambios responden a causas que encierran una gran complejidad y son de difícil previsión.

Raña (2012). En su trabajo se modeliza la dinámica de consumo de tabaco en Galicia mediante un modelo basado en las técnicas de Cadenas de Markov. Estas técnicas permiten hacer predicciones de la prevalencia de consumo de tabaco en la comunidad gallega. El objetivo es estudiar la evolución del consumo de tabaco en la población gallega (población de residentes en Galicia) mayor de 16 años y valorar el impacto de las leyes reguladoras del consumo en la población entre los años 2010-2020.

Perlaza (2010). Desarrolla un modelo estocástico utilizando cadenas de Markov para representar la probabilidad de que se dé el acarreo de polen por murciélagos desde un parche de forrajeo a otro (de sitio A a un sitio B). En este modelo se involucra la relación de variables como: la amplitud de la dieta, el requerimiento energético, la capacidad de vuelo, y la permeabilidad de la matriz a atravesar, para analizar el efecto diferencial de cada especie de murciélago sobre dicha probabilidad. Se realizaron simulaciones para entender cómo se comportan dichas variables. Finalmente se plantearon estudios de caso tratando Leptonycteris curasoae y Glossophaga longirostris como especies modelo, polinizadoras de Stenocereus griseus. Se analizaron diferentes escenarios y se discutieron posibles soluciones para incrementar la probabilidad de intercambio polínico efectuado por estas especies de murciélagos.

Rivera *et al.* (2005). Encuentran que la repitencia y la deserción en las universidades públicas de Bolivia tienen niveles elevados, Derecho, Medicina e Ingeniería Civil la deserción específica alcanza al 50 y 60% y los factores en orden de importancia son la pobreza que obliga a los jóvenes a buscar empleo, la falta de orientación respecto a los programas y el mercado profesional, el cambio de situación familiar de solteros(as) a casados(as) y las dificultades de estudio entre ellas la masificación.

Tonconi (2009), se basa en el análisis de los factores del rendimiento académico y la deserción de los estudiantes de la Facultad de Ingeniería Económica de la Universidad Nacional del Altiplano de Puno; los resultados se estimaron, a través del modelo econométrico lineal mediante mínimos cuadrados ordinarios, el cual indica que el rendimiento académico del estudiante es explicado significativamente en términos marginales por las variables como el número de créditos matriculados (-0.26), número de horas dedicas al estudio por día (0.20), nivel de asistencia del estudiante a clases (1.70), número de cursos que desaprobó (-1.33), ingreso económico mensual del estudiante (0.012), tamaño familiar (-0.15), nivel de educación secundario del jefe de hogar (0.97) y nivel de educación superior del jefe de hogar (1.29). Asimismo, a través del modelo econométrico próbit de máxima verosimilitud se estimó que la variable deserción estudiantil de la Facultad de Ingeniería Económica de la UNA-Puno, el cual es explicado significativamente por el índice del desempeño académico (-0.12), número de créditos matriculados (-0.03), nivel de asistencia a clases del estudiante (-0.01), ingreso económico mensual del estudiante (-0.15), sexo del jefe de hogar (-0.006) y la variable si trabaja el alumno aparte de estudiar (0.20).

2.2. BASE TEÓRICA

2.2.1. Modelos de deserción

En la investigación de Himmel (2002) de los modelos de análisis de la deserción estudiantil en la educación superior, se encuentra que los diversos modelos que enfatizan factores diversos como los psicológicos, económicos, sociológicos, organizacionales o aspectos relacionados a la interacción estudiante-institución y últimamente los integradores; es decir que consideran más de uno de los factores mencionados.

El primer modelo eminentemente psicológico de Fishbein y Ajzen (1975, citado por Himmel, 2002) señala que la decisión de desertar o persistir se ve influida por las conductas previas, las actitudes acerca de la deserción o persistencia y por normas subjetivas acerca de estas acciones, conduciendo y constituyendo una intención conductual que finalmente se traduce en un comportamiento.

El modelo económico, contempla el enfoque de costo-beneficio y el de subsidios (Himmel, 2002). En el primer caso la decisión de desertar estará asociada a la percepción del estudiante de si es capaz o no de solventar los costos universitarios y un análisis del beneficio social-económico en relación con otras alternativas como el trabajo lo conducirá a decidirse por permanecer o no en el sistema universitario.

Para el caso del enfoque de subsidios, si la institución ofrece rebajas de matrícula, becas, créditos educativos a tasas de interés bajas, ayudará a los estudiantes con problemas económicos a considerar el impacto de beneficios en contraposición al de abandonar la universidad.

En los modelos organizacionales (Himmel, 2002), elementos tales como la calidad de docencia y experiencias educativas en el aula, beneficios institucionales (atención de salud, deportes, actividades culturales, otras actividades académicas) y los recursos institucionales (bibliografía, laboratorios, número de alumnos por aula) cobran enorme importancia en la decisión del estudiante.

Determinantes de la Deserción en la Educación Superior.

Bean (1982) elabora un modelo causal, a partir del cual pretende encontrar los determinantes de la deserción de los estudiantes de primeros años en la universidad. El modelo incorpora, como variable dependiente, una variable dicotómica que toma el valor de uno si el estudiante es desertor, y de cero si no lo es. Para determinar los factores determinantes de la variable dependiente, considera las siguientes diez variables independientes:

- ✓ ***Intento de salirse***, referido a la probabilidad estimada de desvincularse de la institución.
- ✓ ***Valor práctico***, referido a si el estudiante piensa que la educación le va a servir para conseguir un buen trabajo.
- ✓ ***Certeza de escogencia***, relacionado con el grado de seguridad de que la universidad escogida es la correcta.

- ***Grado***, asociado al desempeño académico acumulado en la universidad.
- ***Cursos***, entendido como la oferta de cursos que le proporciona la universidad, y que son compatibles con los que el estudiante desea tomar.
- ***Lealtad***, referida a la importancia que asigna el estudiante, al hecho de graduarse en la institución, y no en otra.
- ***Meta educativa***, relacionada con lo importante que es para que el estudiante pueda finalizar los estudios.
- ***Certeza de un mejor empleo***.
- ***Transferencia***, referido a las posibilidades de transferirse a otra institución, en el momento en que el estudiante lo desee.
- ***Aprobación de la familia***, variable asociada al respaldo que proporciona la familia, al estudiante.

2.2.2. Deserción universitaria

Según el Diccionario de la Real Academia Española, “desertar” significa “abandonar las obligaciones o los ideales”, “separarse o abandonar la causa o apelación”. En nuestro estudio concretamente nos referimos a la deserción universitaria.

Sposetti (2000) señala que la deserción universitaria es un proceso de selección que se opera en la enseñanza superior; una medida del rendimiento académico del alumnado y de la eficacia del sistema educativo en general.

Esta precisión comprende tres términos: “proceso de selección”, “medida del rendimiento académico” y “eficacia del sistema educativo”. El primero se enmarca en el enfoque sociológico clásico, según el cual la “selección” que se opera en la Enseñanza Superior constituye un filtro social que regula la movilidad social. Por otro lado, la deserción como “medida del rendimiento académico” en una universidad se explica con el análisis de tres factores: el éxito en los estudios, el retraso y el abandono de los mismos. Y, finalmente, como “medida de la eficacia del sistema educativo”, la deserción solo muestra los efectos, sin embargo, no aporta ninguna luz acerca de las causas o acciones que la produjeron.

2.2.3. Introducción a las cadenas de Markov

Un elemento fundamental en el estudio de las cadenas de Markov son las probabilidades de transición entre estados. En el momento en que hablamos de tiempo discreto aparece el concepto de instantes consecutivos, lo que nos lleva a distinguir entre probabilidades de transición en un sólo paso y en varios pasos. Como veremos las segundas se pueden obtener fácilmente a partir de las primeras. Pero antes de definir las cadenas de Markov en tiempo discreto (CMTD), es necesario conocer algunos conceptos básicos.

Cadena.- Es un proceso estocástico con espacio de estados discreto.

Cadena en tiempo discreto.- Es un proceso estocástico en tiempo discreto con espacio de estados discreto.

Definición. Una CMTD es una sucesión de variables aleatorias $\{X_n, n \in \mathbb{N}\}$ que cumple:

1. Cada variable *Xn* toma valores en un conjunto finito o numerable *E*, que se denomina espacio de estados.

2. La sucesión de variables verifica la condición de Markov:

$$P\left(X_{n+1} = i_{n+1} \mid X_n = i_n, X_{n-1} = i_{n-1}, \cdots, X_0 = i_0\right) = P\left(X_{n+1} = i_{n+1} \mid X_n = i_n\right)$$

(1)

donde i_0, i_1, …, i_n denotan los estados en los que se encuentra la cadena en cada etapa.

La condición de Markov exige que la probabilidad de que la cadena de Markov se encuentre en un estado *j* en el instante (*n* + 1) dependa únicamente del estado en que se encontraba en el instante *n* y que esto se cumpla para cualquier etapa en que se encuentre la cadena. La condición de homogeneidad en el tiempo, según la cual la probabilidad de pasar de *i* a *j* es independiente de la etapa en que se encuentre la cadena, hace que la probabilidad de transición de *i* a *j* sea:

$$p_{ij} = P\left(X_{n+1} = j \mid X_n = i\right) = P\left(X_{m+1} = j \mid X_m = i\right), \ \forall n, m \in \mathbb{N}$$

(2)

Una CMTD que cumpla esta condición de homogeneidad en el tiempo se dice que tiene probabilidades de transición estacionarias. En este trabajo consideraremos este tipo de CMTD.

a) Caracterización de una CMTD

Para caracterizar una CMTD debemos definir los siguientes elementos:

- *Espacio de estados:* Es el conjunto de posibles estados en los que se puede encontrar la CMTD en cada etapa. Puede ser discreto o infinito numerable.
- *Matriz de transición:* Es la matriz que aglutina las probabilidades de transición de unos estados a otros.
- *Distribución inicial de la cadena:* Vector de probabilidades en la etapa inicial de la CMTD.

Espacio de estados

El espacio de estados, *E*, es el conjunto de posibles valores que puede tomar el proceso en cada una de sus etapas. Consideraremos un espacio de estados discreto con *k* estados, #*E* = *k*.

Matriz de transición

La matriz de transición *P*, que recoge las probabilidades de transición entre estados, es de dimensión *k* x *k*. Los elementos de esta matriz son $P\left(X_{n+1} = j \mid X_n = i\right) = p_{ij}$; *i*, *j* $\in$ $\forall n$ $\in$ *N*, que indican la probabilidad de pasar al estado *j* desde el estado *i*, en cualquier etapa. Dada la homogeneidad de la cadena, la matriz es de la forma:

$$P = \begin{pmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} & \cdots \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} & \cdots \\ p_{20} & p_{21} & p_{22} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix}$$

Los elementos de la matriz *P* verifican que $p_{ij} \geq 0$; $\forall i, j \in E$. Además $\sum_{j \in E} p_{ij} = 1$, $\forall i \in E$, es decir, las sumas por filas de la matriz son uno.

Esta propiedad es característica de las matrices estocásticas, a las que pertenecen las matrices de transición. Además, las potencias de una matriz estocástica también lo son, lo que será de utilidad a la hora de calcular la distribución de la CMTD en etapas posteriores.

Distribución inicial

La distribución inicial de la cadena se expresa en forma de vector, en el que cada componente indica la probabilidad de que la cadena se encuentre en el estado *i* en el instante inicial. De esta forma se conoce el punto de partida del proceso. Se expresa como:

$$P^{(0)} = \left(p_1^{(0)}, \cdots, p_i^{(0)}, \cdots, p_k^{(0)} \right)$$

Donde, $p_i^{(0)} = P\left(X_0 = i \right)$, $i \in E$.

b) Distribución de la CMTD en la etapa *n*-ésima

Una vez definida la CMTD se puede obtener la distribución marginal de *Xn*, es decir, la distribución de la cadena en la etapa *n*-ésima. Si se denota la probabilidad de que en la etapa *n* la Cadena de Markov se encuentre en el estado *i* por $p_i^{(n)} = P(X_n = i)$, para cada etapa se tiene un vector $P^{(n)} = \left(p_1^{(n)}, \cdots, p_i^{(n)}, \cdots, p_k^{(n)}\right)$ que representa la probabilidad de que la cadena se encuentre en cada uno de los posibles estados en la etapa *n*. Para poder obtener esta distribución se deberá calcular previamente la matriz de probabilidades de transición en *n* etapas.

Partiendo de que se conoce la probabilidad de transición en una etapa dada por (2), el siguiente paso es obtener la probabilidad de transición en *n* etapas, $p_{ij}^{(n)} = P(X_{m+n} = j \mid X_m = i)$. Dichas probabilidades de transición en *n* etapas se obtienen calculando la potencia *n*-ésima de la matriz de transición *P*.

Este resultado se obtiene a partir de la ecuación de Chapman-Kolmogorov:

$$p_{ij}^{(m+n)} = \sum_{g \in E} p_{ig}^{(m)} p_{gj}^{(n)} \quad i, j \in E.$$

(3)

Intuitivamente, para pasar del estado *i* al *j* en (*m* + *n*) etapas, se debe pasar por un estado *g* en m etapas y después ir desde *g* hasta *j* en las *n* etapas restantes.

La condición de Markov (1) implica que las dos partes de la transición de *i* a *j* son independientes, por lo que se puede escribir $p_{ij}^{(m+n)}$ como el producto de las probabilidades de transición y por lo tanto $P^{(m+n)} = P^{(m)} P^{(n)}$.

La distribución de la cadena en la etapa *n* se calcula como: $P^{(n)} = P^{(0)}P^{(n)}$

.

Por lo tanto, la probabilidad de transición en n etapas, $p_{ij}^{(n)} = P(X_{m+n} = j \mid X_m = i)$ se obtiene de la *n*-ésima potencia de la matriz de transición *P*.

Para calcular la potencia *n*-ésima de la matriz de transiciones se utiliza la descomposición espectral de dicha matriz. De esta forma, basándose en la teoría matricial, se obtienen de forma sencilla las potencias.

La matriz de transiciones es cuadrada, ya que es de dimensión *k* x *k*, siendo *k* el cardinal del espacio de estados. Se hace una diagonalización de la misma, que se puede escribir como:

$$P = V\Lambda V^{-1}$$

Donde Λ es la matriz diagonal formada por los valores propios de *P*:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \lambda_k \end{pmatrix}$$

y *V* es la matriz que contiene, por columnas, los vectores propios de *P*.

De esta forma, la potencia de *P* se corresponde con:

$$P^n = V\Lambda^n V^{-1}$$

Donde los elementos de P^n son las probabilidades de transición en n etapas.

Basta entonces saber que la potencia de una matriz diagonal se calcula a partir de la potencia de cada elemento de la matriz:

$$\Lambda^n = \begin{pmatrix} \lambda_1^n & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \lambda_k^n \end{pmatrix}$$

La distribución en la etapa n se reduce al producto de la distribución inicial de la cadena por la potencia correspondiente de la matriz de transición.

$$P^{(n)} = P^{(0)} P^{(n)}$$

c) Clasificación de estados

Dentro del espacio de estados de una CMTD se puede hacer una clasificación de los estados según las transiciones permitidas entre ellos y las probabilidades de pasar de un estado a otro.

Para realizar dicha clasificación de los distintos tipos de estado es necesario definir los conceptos de probabilidad y tiempos de primera pasada.

- ***Probabilidad de primera pasada.*** Es la probabilidad de que, empezando en i, la cadena pase por primera vez por el estado j en la etapa n. Se denota por:

$$f_{ij}^{(n)} = P\left(X_n = j, X_r \neq j \forall r < n \mid X_0 = i\right)$$

- ***Probabilidad de pasada.*** Se trata de la probabilidad de que la cadena llegue alguna vez al estado *j* partiendo del estado *i*.

$$f_{ij} = \sum_{n=1}^{\infty} f_{ij}^{(n)} = P\left(\exists n; X_n = j \mid X_0 = i\right)$$

- ***Tiempo de primera pasada.*** Es el número de etapa en que la cadena llega por primera vez al estado *j* cuando parte del estado *i*. Se determina por la siguiente variable aleatoria:

N_{ij} = {n° de la primera etapa en la cual la cadena está en *j* partiendo de *i*}

$$f_{ij}^{(n)} = P\left(N_{ij} = n\right), f_{ij} = \sum_{i=1}^{\infty} f_{ij}^{(n)} = P\left(N_{ij} < \infty\right)$$

Se establece la siguiente relación entre las probabilidades de transición en *n* etapas, $p_{ij}^{(n)}$ y las probabilidades de primera pasada $f_{ij}^{(n)}$:

$$p_{ij}^{(n)} = f_{ij}^{(1)} p_{jj}^{(n-1)} + f_{ij}^{(2)} p_{jj}^{(n-2)} + \cdots + f_{ij}^{(n-1)} p_{jj}^{(1)} + f_{ij}^{(n)}$$

Se puede hacer, entonces, la siguiente clasificación en el espacio de estados *E* de una CMTD:

1. ***Estado recurrente***: Un estado $j \in E$ se dice que es recurrente si $f_{ij} = 1$, es decir, es seguro que la cadena va a volver al estado j una vez que ya ha llegado a él en alguna etapa. De otra forma, es recurrente, si y sólo si el número de veces que se espera que la cadena pase por él cuando ya parte de él es infinito.

2. ***Estado transitorio***: Se dice que un estado $j \in E$ es transitorio si no es recurrente, es decir, $f_{ij} < 1$. En este caso se espera un número finito de visitas a dicho estado.

3. ***Estado que comunica con otro estado***: Se dice que un estado $i \in E$ comunica con otro estado $j \in E$, si $f_{ij} > 0$, es decir, existe la posibilidad de que la cadena llegue al estado *j* partiendo del estado *i*. Se cumple también si alguna potencia de la matriz de transición otorga probabilidad no nula a la transición entre los estados.

4. ***Estados que intercomunican***. Dos estados $i,j \in E$ intercomunican si *i* comunica con *j* y *j* comunica con *i*.

5. ***Estado efímero***: Se dice que un estado $j \in E$ es efímero si $p_{ij} = 0$, $\forall i \in E$. No se puede llegar a él desde ningún otro, solo se puede salir desde él hacia cualquier otro.

6. ***Estado absorbente***: Un estado $j \in E$ se dice absorbente si es imposible abandonarlo, es decir, $p_{ij} = 1$. Una vez que se alcanza, la CMTD sólo puede mantenerse en él. Además, una CMTD se dice que es absorbente si tiene al menos un estado absorbente y desde cada uno de los estados es posible alcanzar alguno de los absorbentes en un número finito de etapas.

d) Distribución estacionaria de una CMTD

La distribución estacionaria asociada a una CMTD tiene la propiedad de que, si X_0 tienen una determinada distribución, todas las X_n tiene la misma distribución. Al considerarse probabilidades de transición homogéneas, la transición de un estado a otro no depende de la etapa en que se produzca. Esto hace que las distribuciones marginales de la cadena se estabilicen, por lo que no hay variaciones entre ellas en diferentes etapas una vez que se alcanza la distribución "en equilibrio".

Distribución estacionaria. Una distribución $\Pi = \{\pi_i\}_{i \in E}$ sobre *E* se dice estacionaria respecto de una Cadena de Markov con matriz de transición *P* si verifica que $\Pi P = \Pi$.

De la misma forma, Π es una distribución estacionaria si $\sum_{i \in E} \pi_i = 1$ y se verifica:

$$\pi_i = \sum_{i \in E} \pi_i p_{ij} \ , \ \forall i \in E$$

Los valores de la distribución estacionaria, $\{\pi_i\}_{i \in E}$ se pueden interpretar como la proporción final de tiempo que la cadena ha pasado en cada estado a lo largo de su evolución, con probabilidad 1. Se puede decir que es también la proporción, a largo plazo, de etapas en que la cadena se encuentra en el estado *i* a lo largo de su evolución si ha partido de *i*, o de otro estado recurrente que intercomunica con *i*.

La distribución estacionaria asigna probabilidad 0 a los estados transitorios o recurrentes nulos. Además, la condición necesaria y suficiente para que una CMTD tenga distribución estacionaria es que tenga alguna subcadena recurrente positiva.

Una cadena resulta estacionaria cuando:

a) Cadenas ergódicas

Una cadena es estacionaria, siempre que su distribución inicial fuese $\pi^0 = \pi$. Si consideramos una distribución inicial distinta la cadena deja de ser estacionaria, sin embargo, presenta un comportamiento muy interesante ya que, a largo plazo, cuando pasa mucho tiempo, se alcanza una distribución estacionaria que además resulta ser π es decir:

$$\lim_{x \to \infty} \pi^0 = \pi$$

De hecho, esta distribución estacionaria es siempre la misma independientemente de cual haya sido la distribución inicial. Cuando una cadena de Markov se comporta de esta manera decimos que es "ergódica".

Realmente para que sea ergódica se exige además que todos los elementos de π sean positivos, si alguno de ellos es cero se dice que la cadena es "semiergódica".

Definición: Una cadena de Markov es ergódica si es ***irreducible***, ***positivamente recurrente*** y ***aperiódica***.

A continuación, mencionamos cómo reconocer cuándo una cadena tiene esta propiedad:

- **Cadenas irreducibles**

Decimos que el estado *j* es ***accesible*** desde el *i* si es posible transitar desde *i* a *j* en un número finito de pasos, es decir, si $p_{ij}^{(n)} > 0$ para algún $n \geq 0$. Esto equivale a decir que existe, sobre el diagrama de transición, algún camino que lleva de *i* a *j*. Si es posible el tránsito en ambos sentidos decimos que los dos estados están ***comunicados***.

Por tanto, si todos los estados de una cadena de Markov se comunican entre sí, es decir si la cadena consta de una sola **clase de equivalencia** (cuando un subconjunto de estados es tal que todos ellos están comunicados unos con otros), se dice que es ***irreducible***.

- **Cadenas recurrentes**

Supongamos que estamos en el estado i y sea f_i la probabilidad de volver en algún momento a dicho estado. Decimos que el estado i es ***recurrente*** si $f_i = 1$ y que es ***transitorio*** si $f_i < 1$. Es decir:

- El estado *i* es **recurrente** si y sólo si comenzando en el estado *i*, el número esperado de instantes que la cadena está en *i* es infinito.
- El estado *i* es **transitorio** si y sólo si comenzando en el estado *i*, el número esperado de instantes que la cadena está en *i* es finito.

Observación: Todos los estados en una misma clase comunicante son del mismo tipo, recurrentes o transitorios. Como consecuencia, en una cadena finita e irreducible todos los estados serán recurrentes.

- **Cadenas aperiódicas**

Consideremos un estado recurrente i. Sabemos que la cadena volverá a pasar por él infinitas veces. La información sobre los instantes en que esto puede ocurrir viene dada por $p_{ii}^{(n)}$, la probabilidad de que se vuelva a él en n pasos. Decimos que dicho estado tiene periodo d si sólo puede volverse a él en instantes múltiplos de d, es decir, si ocurre que $p_{ii}^{(n)}$ = 0 para todo n salvo los múltiplos de d (donde d es el máximo número que cumple esta condición).

Un estado con periodo 1 se dice **aperiódico**. Es decir, el periodo de un estado i de una cadena de Markov es el máximo común divisor del número de pasos necesarios para volver al estado *i* supuesto se ha partido de él.

b) Teorema límite

Una distribución límite (distribución estacionaria) de una Cadena de Markov en tiempo discreto consiste en una distribución de estado estacionario para los estados de una cadena que es independiente de la distribución inicial. Entonces podemos definir:

El vector de probabilidades de una CMTD se dice **estacionario** si cualquier transición de acuerdo con la matriz P no tiene efecto sobre esas probabilidades, es decir, se verifica:

$$\pi_j = \sum_{i=0}^{\infty} \pi_i p_{ij} , \qquad j \geq 0$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} \pi_j = 1$$

En este contexto existen ecuaciones que permiten encontrar estas probabilidades de largo plazo en la medida que el proceso markoviano en tiempo discreto sea una cadena irreducible con estados recurrentes positivos aperiódicos. En forma compacta las ecuaciones que permiten encontrar las probabilidades estacionarias son (ya mencionadas en el comportamiento estacionario):

$$\pi = \pi P$$

$$P\mathbf{1}^T = \mathbf{1}^T$$

El vector de probabilidades de una CMTD se dice que tiene **límite** si:

$$\lim_{x\to\infty} \pi^0 = \lim_{x\to\infty} \pi^0 P^n = \pi$$

2.2.4. Valor esperado

- Estado esperado en el instante *n* suponiendo que se parte del estado *i*:

$$E(X_n \mid X_0 = i) = \sum_{j=0}^{\infty} jP(X_n = j \mid X_0 = i) = \sum_{j=0}^{\infty} jp_{ij}^{(n)}$$

- Estado esperado en el instante *n*:

$$E(X_n) = \sum_{j=0}^{\infty} jP(X_n = j) = \sum_{j=0}^{\infty} j \sum_{i} p_{ij}^{(n)} \pi_i^0$$

2.2.5. Simulación de CMTD

Sea $E = \{1, 2, \ldots, r\}$ un espacio de estados finito, y π una distribución de probabilidad sobre E: ¿Cómo obtener un valor de la variable X con distribución π? Si r, el cardinal de E, no es muy grande (del orden del millar), se simula π por el método clásico: se forma la sucesión creciente en [0, 1] que define la función de distribución de $X \sim \pi$,

i) $F_0 = 0$ y para $0 < i \leq r$. $F_i = \sum_{j \leq i} \pi_j$;

ii) se simula una distribución uniforme U en [0, 1], y

iii) se guarda el valor $x = x(U)$ si $F_{x-1} < U \leq F_x$

2.3. DEFINICIÓN DE TÉRMINOS BÁSICOS

- **Deserción:** En el plano educativo, se utiliza el término para hablar de aquellos alumnos que abandonan sus estudios por diferentes causas; entendiéndose por estudios a toda educación que se encuentra dentro del sistema educativo impuesto por el gobierno que rija en aquel Estado (primaria, secundaria, universidad, etc).

- **Permanencia:** Es el término que se usa para designar al mantenimiento de determinados elementos a través del tiempo. La permanencia puede ser una cualidad que se le aplica a una persona, a un fenómeno, a un objeto y si bien nada en el mundo empírico es eterno, muchas cosas poseen una duración muy importante dentro de los parámetros normales de cada una de ellas. La permanencia depende, entonces, principalmente del elemento, fenómeno o circunstancia al que hagamos referencia y de los parámetros considerados normales para él.

- **Proceso Estocástico:** Es un concepto matemático que sirve para caracterizar una sucesión de variables aleatorias (estocásticas) que evolucionan en función de otra variable, generalmente el tiempo.

- **Modelo:** Es una representación simplificada y en símbolos matemáticos de cierto conjunto de relaciones.
- **Cadena:** Es un proceso estocástico con espacio de estados discreto.
- **Cadena en tiempo discreto:** Es un proceso estocástico en tiempo discreto con espacio de estados discreto.
- **Cadena de Markov:** Se conoce como cadena de Márkov o modelo de Márkov a un tipo especial de proceso estocástico discreto en el que la probabilidad de que ocurra un evento depende solamente del evento inmediatamente anterior. Esta característica de falta de memoria recibe el nombre de propiedad de Markov.
- **Estados:** Los estados son una característica de la situación en que se halla el sistema en un instante dado.
- **Estado transitorio:** Cuando una vez que se ha abandonado el estado para alcanzar un nuevo estado, ya no se puede volver a aquel estado.
- **Ergódico:** Una matriz de transición de Markov es ergódica si la misma matriz y su traspuesta comparten los mismos valores propios, entonces la unidad es un valor propio de la matriz de transición.
- **Homogénea:** Si las probabilidades de transición dentro de la cadena de Markov son fijas, es decir, independientes del tiempo, se dicen que son homogéneas. En otras palabras, la probabilidad de pasar de un estado a otro es invariante en el tiempo.

2.4. OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES

VARIABLE	*INDICADOR*	*ÍNDICE*
Dependiente:		
Condición (estado) del estudiante	Cambios de Estado	**I** : Alumno Ingresante **RG**: Alumno regular (invicto). **NR**: Alumno no regular. **D** : Alumno que dejo los estudios o reservo matrícula.
Independiente:		
Tiempo	Matricula de alumno	Semestre

CAPÍTULO III

MATERIALES Y MÉTODOS

Los modelos basados en Cadenas de Markov en Tiempo Discreto (CMTD) necesitan datos que permitan calcular las transiciones entre los distintos estados considerados. En este caso concreto, en el que se define un modelo que predice la permanencia estudiantil en la FINESI, se necesita conocer el comportamiento de un grupo de individuos con respecto a la permanencia en un determinado momento temporal. Este comportamiento individual determinará la evolución de la CMTD.

La fuente principal de datos para el modelo fue la Oficina De Coordinación Académica de la FINESI.

3.1. POBLACIÓN

La población está constituida por todos los estudiantes que estudiaron y estudian en la Facultad de Ingeniería Estadística e Informática de la UNA Puno.

3.2. MUESTRA

Basado en la definición de una cadena de Markov, la cual nos indica que la probabilidad de que un estado se encuentre en un estado j en el instante $(n + 1)$ depende únicamente del estado en que se encontraba en el instante n (anterior). Por tanto, para realizar el estudio de la permanencia estudiantil para los años académicos 2016 al 2020 se tomó en cuenta el número de los estudiantes matriculados en todas sus modalidades, por semestres académicos 2015-I y 2015-II.

3.3. MÉTODO DE RECOPILACIÓN DE DATOS

Dado que se necesita conocer la dinámica de permanencia estudiantil, se tomó en cuenta el reporte generado por la Oficina de Coordinación Académica de la Facultad de Ingeniería Estadística e Informática del número de estudiantes matriculados en las diferentes modalidades durante el periodo 2005-I al 2015-II.

3.4. MÉTODO DE TRATAMIENTO DE DATOS

La metodología utilizada para la investigación incorpora una primera etapa deductiva, donde se realiza la conceptualización del problema, situándolo en su contexto del estudiante. Además, se realizó el reconociendo del modelo, el cual se ha orientado hacia los propósitos enunciados.

En un segundo momento, de acuerdo al modelo encontrado que nos permitió analizar la permanencia estudiantil, se procedió a realizar la simulación, para lo cual se implementó el modelo en un script haciendo uso de ***Matlab R2014***.

Metodológicamente, por su finalidad es básica, porque nos permitió ampliar el conocimiento sobre la dinámica de permanencia. Por su alcance temporal es longitudinal retrospectiva de tendencia, ya que se analizó el período 2010 – 2020.

En resumen, la investigación es una contrastación empírica, con un alcance de nivel exploratorio y explicativo que permitió ampliar los conocimientos entorno a la problemática de la variable mencionada.

3.5. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

Los modelos basados en Cadenas de Markov en Tiempo Discreto (CMTD) necesitan datos que permitan calcular las transiciones entre los distintos estados considerados. En este caso concreto, en el que se define un modelo que predice la permanencia estudiantil, se necesita conocer el comportamiento de los estudiantes desde su matrícula en el I semestre hasta el X semestres en un determinado momento temporal. Este comportamiento individual determinará la evolución de la CMTD.

La fuente principal de datos para el modelo fue el reporte generado por la Oficina de Coordinación Académica de la Facultad de Ingeniería Estadística e Informática (FINESI) del número de estudiantes matriculados en las diferentes modalidades durante el periodo 2005-I al 2015-II.

3.5.1. Fuente de datos

Oficina De Coordinación Académica de la FINESI

La Oficina de Coordinación Académica de la Facultad de Ingeniería Estadística e Informática es un órgano del Vicerrectorado de Investigación, es la encargada de los procesos de matrícula, expedición de certificados de estudios de Pre grado, Constancias, Informes Académicos, Avances Curriculares, entre otros documentos de índole académico de la FINESI.

Marco de muestreo: reporte del número de estudiantes matriculados en las diferentes modalidades durante el periodo 2005-I al 2015-II.

3.5.2. Tamaño de la muestra

El tamaño de la muestra está conformado por el número total de estudiantes matriculados del año 2015-I y 2015–II de la Escuela Profesional de Ingeniería Estadística e Informática. Se toma el semestre 2015-I la condición de los estudiantes como estados iniciales de la cadena cuyos comportamientos son totalmente probabilísticos. En la tabla 1 se muestra el número de estudiantes matriculados por modalidad de los años académicos del 2005 al 2015, esto con el propósito de analizar el comportamiento temporal de los alumnos matriculados en la FINESI y el tamaño de la muestra está conformada únicamente por el número de estudiantes matriculados en el año 2015 semestres I y II.

Tabla 1. Número de estudiantes matriculados y tasa por semestre en la Escuela Profesional de Ingeniería Estadística e Informática, periodo 2005-I- 2015-II.

	2005		2006		2007		2008		2009		2010		2011		2012		2013		2014		2015	
MODALIDAD	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
REGULAR	297	310	278	255	256	249	181	149	144	118	93	75	177	178	190	182	209	207	208	189	185	182
OTRA MODALIDAD	103	82	116	123	138	129	133	111	86	82	82	79	122	97	98	107	115	113	127	132	134	108
TOTAL	400	392	394	378	394	378	314	260	230	200	175	154	299	275	288	289	324	320	335	321	319	290

Fuente: Coordinación académica de la FINESI.

3.5.3. Análisis estadístico

El plan de análisis estadístico de los datos se realizó en tres etapas:

1°. Una primera etapa se ajusta un modelo general basado en CMTD que permite estudiar la evolución de la prevalencia de permanencia estudiantil. Se modeliza así su evolución dentro de una población fija, sin remplazo.

La CMTD queda caracterizado por su distribución inicial, su matriz de transición y un espacio de estados. Se considerará el siguiente modelo:

$$\Omega = \{I, RG, NR, DE\}$$

Donde:

I: Alumno ingresante

RG: Alumno regular (invicto).

NR: Alumno matriculado por tercera vez en al menos un curso (no regular).

DE: Deja estudios / Egresados.

A partir del espacio de estados se define las transiciones entre ellos. Las estimaciones de las probabilidades de transición se basan en los cambios permitidos de los individuos entre dos etapas y estas serán obtenidos de los datos descritos anteriormente.

2°. En una segunda etapa se ajusta un modelo general basado en CMTD que permite estudiar la evolución de la prevalencia de la permanencia estudiantil. Se modeliza así su evolución dentro de una población fija, sin mortalidad y sin reemplazo.

El modelo de simulación generado se basa en CMTD como las presentadas en la base teórica. Se considera como distribución inicial de la cadena la correspondiente al año 2015-I, considerando que cada semestre académico constituye una etapa. La CMTD, como se ha visto, queda caracterizada por su distribución inicial, su matriz de transición y un espacio de estados.

- ✓ Espacio de estados
- ✓ Determinación del estado de los individuos
- ✓ Distribución inicial
- ✓ Matriz de transición
- ✓ Distribución en la etapa *n*-ésima
- ✓ Comparación con los datos observados

3°. En esta tercera etapa se desarrolla la simulación del modelo de predicción. Basándose en los modelos de CMTD en los años comprendidos entre 2016 y 2020.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. MODELADO GENERAL DE SIMULACIÓN

El modelo de simulación generado se basa en CMTD como las presentadas en el Capítulo II. Se considera como distribución inicial de la cadena la correspondiente al año 2015 semestre I, considerando que cada semestre constituye una etapa. La CMTD, como se ha visto en el Capítulo 2, queda caracterizada por su distribución inicial, su matriz de transición y un espacio de estados.

4.1.1. Espacio de estados

La definición del espacio de estados puede variar en función de las categorías consideradas. Dentro de cada espacio se puede adaptar la definición de cada estado para conocer la predicción de la permanencia estudiantil de la FINESI. En este caso se han considerado tres espacios de estados distintos, que se describen con detalle en capítulos posteriores.

En el modelo se toman como referencia la permanencia estudiantil. De modo que los estados se definen a partir de la clasificación de un estudiante según su relación con la permanencia en alumno regular (RG), alumno matriculado por tercera vez en al menos un curso o no regular (NR) y dejo de estudiar / egresados (DE). Estas tres categorías definen el espacio de estados del modelo considerado. Son entonces los estados de referencia en el desarrollo de ese modelo y de otros modelos posteriores.

Teniendo en cuenta las modalidades de matrícula del alumno en la FINESI, en el diseño de los espacios de estados para los distintos modelos se han tenido en cuenta las siguientes hipótesis:

- Los alumnos ***regulares*** desde su ingreso a la FINESI, a partir de esta fecha, no desaprueban ningún curso o solo una vez el resto de su vida académica.
- Los alumnos ***no regulares*** desaprueban dos o más cursos en su vida académica. Pero no se produce el abandono de us estudios.
- Los alumnos ***reserva de matrícula o dejo de estudiar*** abandonan sus estudios pudiendo retomarlo luego de un tiempo. Sin embargo, si el tiempo que llevan sin matricularse supera un año, académico ya no se considera alumno.

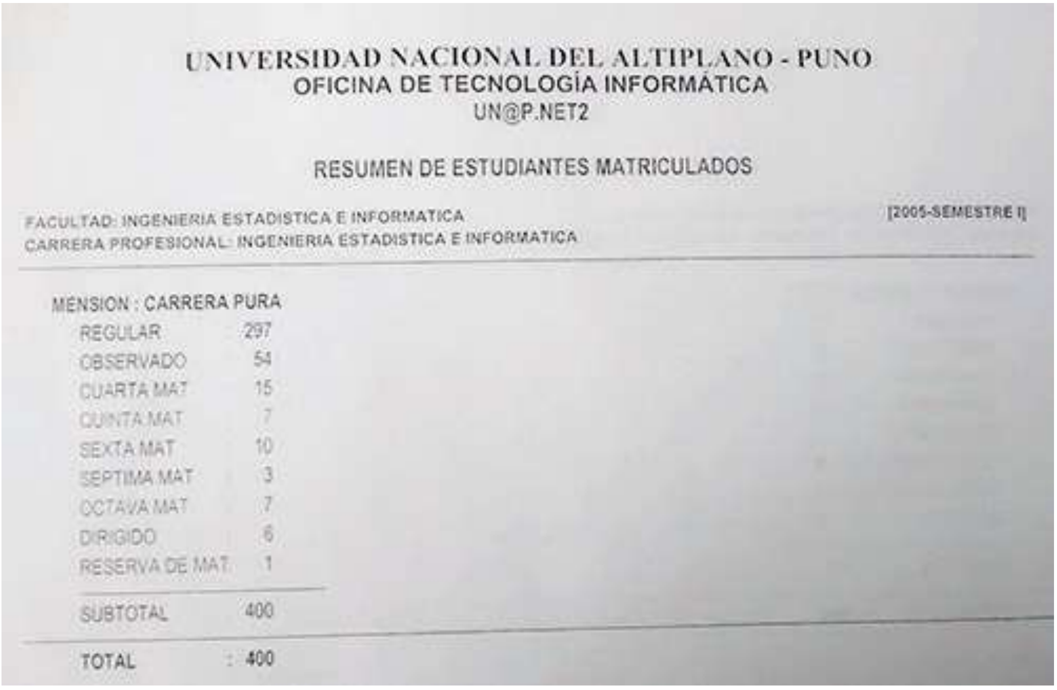
4.1.2. Determinación del estado de los estudiantes

Una vez que se plantea el espacio de estados, el siguiente paso es estimar las probabilidades de transición. Para ello necesitamos conocer, para cada alumno el estado al que pertenece en ese momento (estado actual) y el estado del que proviene (estado anterior) que en este caso hace referencia al estado en el año **2015-I**.

A) DETERMINACIÓN DEL ESTADO ACTUAL

Del reporte de la Oficina de Coordinación Académica de la FINESI 2015 se puede obtener la relación de los alumnos de la muestra con respecto a la permanencia estudiantil. En la Figura 1 se muestra un extracto de las encuestas.

Figura 1. Reporte de Coordinación Académica FINESI.



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO - PUNO
OFICINA DE TECNOLOGÍA INFORMÁTICA
UN@P.NET2

RESUMEN DE ESTUDIANTES MATRICULADOS

FACULTAD: INGENIERIA ESTADISTICA E INFORMATICA
CARRERA PROFESIONAL: INGENIERIA ESTADISTICA E INFORMATICA
[2005-SEMESTRE I]

MENSION : CARRERA PURA

REGULAR	297
OBSERVADO	54
CUARTA MAT	15
QUINTA MAT	7
SEXTA MAT	10
SEPTIMA MAT	3
OCTAVA MAT	7
DIRIGIDO	6
RESERVA DE MAT	1
SUBTOTAL	400
TOTAL	: 400

B) DETERMINACIÓN DEL ESTADO ANTERIOR

Para poder estimar las probabilidades de transición, que conforman la matriz de transición del modelo, es necesario definir para los alumnos de la muestra (de los que ya se conoce su estado en ese momento) su estado en la etapa anterior, en el año 2015-I.

Los datos obtenidos del reporte de Coordinación Académica de la FINESI, permiten hacer esa clasificación del estado anterior de los alumnos de la muestra.

A partir del reporte de la Figura 01 y de otros datos complementarios, se puede identificar el estado de los alumnos, por ejemplo, si aún no ha reprobado ningún curso, si ha reprobado más de dos cursos, o si dejo sus estudios.

4.1.3. Distribución inicial

Al conocer la clasificación de cada individuo según su estado actual, que es su estado en el año 2015-II, se puede conocer ya la distribución inicial de la CMTD. Esto se debe a que se considera el año 2015-I como año académico de partida de la cadena, es decir, como etapa inicial.

4.1.4. Matriz de transición

En este momento se tiene un conjunto de alumnos con una clasificación según su estado anterior y su estado actual, relativos a los semestres 2015-I y 2015-II. Esta clasificación permite estimar las probabilidades de transición que conforman la matriz de transición de la cadena.

Estimación de las probabilidades de transición

El método se basa en hacer un recuento, de forma que se tiene para cada uno de los estados el número de alumnos que, en el 2015-I, se encontraban en él. De cada uno de estos grupos se conoce también el número de alumnos que, saliendo de ese estado, llegan a cada uno de los estados en 2015-II. La probabilidad entonces de pasar de un estado *i* a un estado *j* en una etapa es el cociente entre el número de individuos que estando en el estado *i* en el año 2015-I, pasan al estado *j* en el año 2015-II, y el número de alumnos que salen del estado *i* en el año 2015-I. Dichas estimaciones, se puede obtener a partir de la tabla de contingencia de las variables “estado anterior” y “estado actual”.

4.1.5. Distribución en la etapa *n*-ÉSIMA

A partir del espacio de estados, la matriz de transición y la distribución inicial, es posible aplicar la teoría de CMTD para calcular la distribución de la cadena en cualquier etapa n, lo que permite obtener predicciones para cualquier año posterior a 2006. Para cada etapa se obtiene una distribución de los individuos en cada uno de los estados, de forma que es posible conocer la evolución que siguen a lo largo de los años.

Representaremos la matriz de transición a través de un grafo dirigido, en el que los estados son los nodos y las aristas representan la probabilidad.

4.2. MODELOS DE PREDICCIÓN

4.2.1. Modelo 1

Se han considerado el modelo en el que se considera un espacio de estados según el cual se divide a la población en ingresantes, regulares, no regulares y dejo estudiar/reserva y egresados.

a) Espacios de Estados

$$\Omega = \{I, RG, NR, D\}$$

Definición de los estados

- ***I***: Ingresante es el alumno que ingresa en el primer semestre académico de estudios por las modalidades de Examen General, CePreU y Examen Extraordinario.

- ***RG***: Son estudiantes regulares todos aquellos que aprobaron satisfactoriamente los créditos en que se han matriculado en el semestre anterior y aquellos que repiten asignaturas por primera vez (pueden llevar un máximo de 24 créditos).

- ***NR***: Son estudiantes no regulares aquellos que desaprueba una o más asignaturas por segunda vez (tercera matricula), por tercera vez (cuarta matricula) y así sucesivamente, debiendo matricularse en ellas obligatoriamente (pueden llevar un máximo de 12 créditos).

- ***D***: Son estudiantes que dejaron sus estudios, es decir, que habiéndose matriculado y cursado por lo menos un (01) semestre dejaron de estudiar cuatro (04) semestres consecutivos o seis (06) semestres alternados, así como los estudiantes que haya concluidos satisfactoriamente sus estudios (no llevan créditos).

Se consideran egresados o que concluyeron sus estudios los estudiantes que acumularon un total de 226 créditos durante su permanencia en la Escuela Profesional de Ingeniería Estadística e Informática.

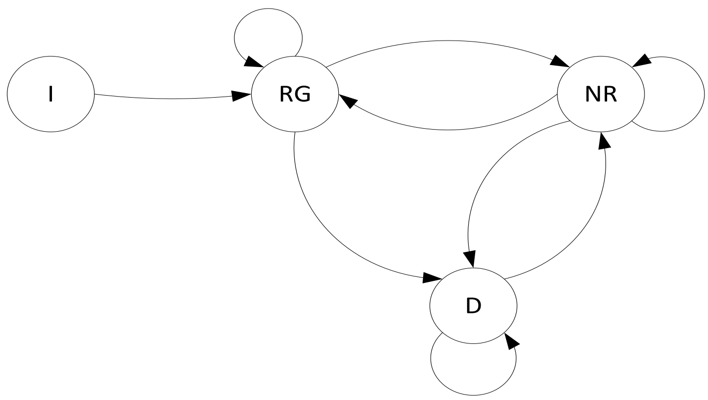
El estado no regular es un estado transitorio y comunica con los regulares y dejaron. A su vez, los estados regulares y no regulares intercomunican y son recurrentes.

b) Transiciones

A partir del espacio de estados se definen también las transiciones entre ellos. La estimación de las probabilidades de transición se basa en los cambios permitidos en los individuos entre dos etapas.

En la Figura 2 se representa el espacio de estados con las transiciones permitidas entre ellos.

Figura 2. Representación del espacio de estados y transición en el modelo 1.



Transiciones posibles

- **I → RG:** el estudiante ingresante al siguiente semestre pasa a ser regular.
- **RG → RG:** el estudiante regular para el siguiente semestre sigue siendo regular.
- **RG → NR:** el estudiante regular para el siguiente semestre pasa a ser no regular.
- **RG → D:** el estudiante regular para el siguiente semestre puede dejar sus estudios o reservar matricula.
- **NR → NR**: el estudiante no regular para el siguiente semestre continúa siendo no regular.
- **NR → D**: el estudiante no regular para el siguiente semestre deja los estudios.
- **D → NR**: el estudiante que dejo o reservo su matrícula vuelve a sus estudios como estudiante no regular.
- **D → D**: el estudiante que dejo los estudios temporalmente (reserva) puede reservar su matrícula 4 veces consecutivas o 6 veces alternado antes de ser retirado de la escuela profesional definitivamente.

Transiciones no permitidas en una etapa

- **D → RG:** el estudiante que dejo o reservo matricula no puede pasar a ser regular debido a la condición, tendría que al menos aprobar todos los cursos un semestre para ser regular.
- **I → NR:** el estudiante que ingreso no puede pasar a un estado de no regular o reservar matrícula al menos en este último caso no se presentó, pues la universidad permite la reserva de matrícula a los estudiantes que ingresen con estudios de cuarto y quinto grados de educación secundaria.

Además de estas restricciones, tanto en la definición de los estados como en las transiciones permitidas y no permitidas es importante mencionar que para dejar los estudio definitivamente el estudiante tendrá que reservar cuatro veces seguidas su matrícula o 6 veces alternadas y el estudiante será considerado retirado, esto se considera en tiempo al menos 4 semestres académicos o dos ciclos de estudio completos.

Entonces una posible etapa para que ocurra este caso sería:

Ingresante → Regular → Dejo estudios → Dejo estudios → Dejo estudios → Dejo estudios.

c) Determinación del estado actual

En este modelo el estado actual se determina de forma muy sencilla a partir de la clasificación que hace la variable en ingresantes, regulares, no regulares y dejo o reservo su matrícula. Se parte del informe de la oficina de registro académico de la FINESI 2015-II.

Tabla 2. Estados anterior y actual de los alumnos de la FINESI.

		ESTADO ACTUAL				TOTAL
		INGRESANTE	REGULAR	NO REGULAR	DEJO/RESER	
ESTADO ANTERIOR	INGRESANTE	0	21	0	0	21
	REGULAR	0	144	18	2	164
	NO REGULAR	0	10	87	35	132
	DEJO/RESER	0	0	1	1	2
	TOTAL	0	175	106	38	319

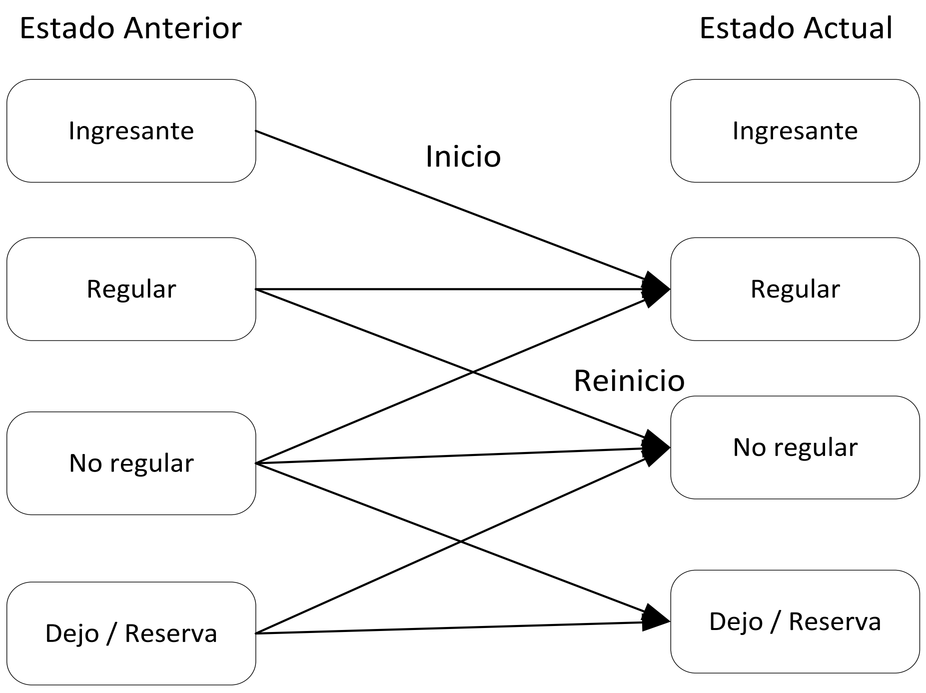
Tabla 3. Estimación de las probabilidades de transición**.**

		ESTADO ACTUAL				TOTAL
		INGRESANTE	REGULAR	NO REGULAR	DEJO/RESER	
ESTADO ANTERIOR	INGRESANTE	0	1	0	0	1
	REGULAR	0	0.878	0.116	0.006	1
	NO REGULAR	0	0.076	0.652	0.273	1
	DEJO/RESER	0	0	0.500	0.500	1

Para estimar las probabilidades de transición es necesario determinar el estado del que proceden los individuos que se han clasificado en la etapa actual, 2015-II. Se razona la asignación del estado anterior, 2015 - I, a partir del estado actual y de la información obtenida de la oficina de registro académico de la FINESI.

En la Figura 3 se muestran las transiciones entre dos etapas.

Figura 3. Representación de las transiciones entre dos etapas en el modelo 1.



Los que son estudiantes regulares en el estado actual, solo pueden proceder del estado ingresante, quienes se mantienen como regulares y no regulares, es decir, aquellos que vuelvan a ser regulares.

Los no regulares, como se ve en la Figura 3, pueden proceder de regulares, de no regulares y quienes dejaron o reservaron su matrícula. Es importante mencionar que un estudiante no puede pasar del estado ingresante al no regular.

En la Figura tres se observa que los estudiantes que se encuentran en el estado actual de dejo o reserva no proceden de regular, esto debido a que en los reportes de la oficina de Registro Académico de la FINESI no se encontraron tales casos, estos solo pueden provenir de los estados anteriores no regular u dejo o reservo.

Las probabilidades se representan en la matriz de transición, la cual será la siguiente:

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.878 & 0.110 & 0.012 \\ 0 & 0.076 & 0.659 & 0.265 \\ 0 & 0 & 0.500 & 0.500 \end{pmatrix}$$

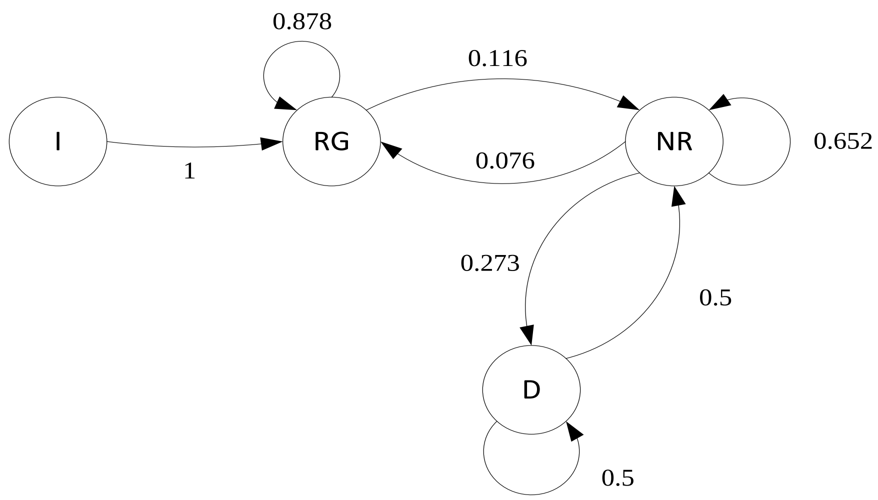
La distribución de probabilidad inicial está dada por:

$$\pi^0 = (\mathrm{I} \quad \mathrm{RG} \quad \mathrm{NR} \quad \mathrm{D}) = (1 \quad 0 \quad 0 \quad 0)$$

Esto debido a que en este modelo todos parten del estado inicial ingresantes.

En la Figura 4 representa el espacio de estados con las transiciones permitidas entre ellos y sus respectivas probabilidades.

Figura 4. Representación de las probabilidades de transición en el modelo 1.sición en el modelo 1.



4.2.2. Modelo 2

En este modelo 2 se considera únicamente tres espacios de estados regulares, no regulares y dejo estudiar/reserva pues para pasar a ser egresados, tendrá que ser de acuerdo a la probabilidad establecida para pasar a este estado o haber cumplido los requisitos de acumulado de 226 créditos.

a) Espacios de Estados

$$\Omega = \{RG, NR, D, E\}$$

Definición de los estados

- ***RG***: Son estudiantes regulares todos aquellos que aprobaron satisfactoriamente los créditos en que se han matriculado en el semestre anterior y aquellos que repiten asignaturas por primera vez (pueden llevar un máximo de 24 créditos).

- ***NR***: Son estudiantes no regulares aquellos que desaprueba una o más asignaturas por segunda vez (tercera matricula), por tercera vez (cuarta matricula) y así sucesivamente, debiendo matricularse en ellas obligatoriamente (pueden llevar un máximo de 12 créditos).

- ***D***: Son estudiantes que dejaron sus estudios, es decir, que habiéndose matriculado y cursado por lo menos un (01) semestre dejaron de estudiar cuatro (04) semestres consecutivos o seis (06) semestres alternados, así como los estudiantes que haya concluidos satisfactoriamente sus estudios (no llevan créditos).

- ***E***: Son los estudiantes que acumularon un total de 226 créditos, por tanto, se considera egresado.

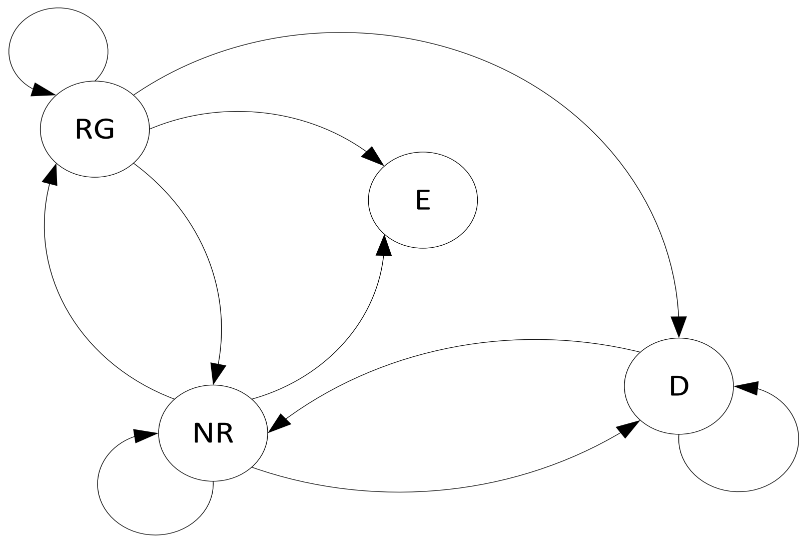
El estado no regulares en este modelo 2 también es un estado transitorio y comunica con los regulares, dejaron y egresados. A su vez, los estados regulares y no regulares intercomunican y son recurrentes.

b) Transiciones

A partir del espacio de estados se definen también las transiciones entre ellos. La estimación de las probabilidades de transición se basa en los cambios permitidos en los individuos entre dos etapas.

En la Figura 5 se representa el espacio de estados con las transiciones permitidas entre ellos.

Figura 5. Representación del espacio de estados y transición en el modelo 2.



Transiciones posibles

- **RG → RG:** el estudiante regular para el siguiente semestre sigue siendo regular.
- **RG → NR:** el estudiante regular para el siguiente semestre pasa a ser no regular.
- **RG → E**: el estudiante regular después de haber acumulado 226 créditos pasa a ser egresado.
- **RG → D**: el estudiante regular para el siguiente semestre deja los estudios.
- **NR → NR**: el estudiante no regular para el siguiente semestre continúa siendo no regular.
- **NR → D**: el estudiante no regular para el siguiente semestre deja los estudios.
- **NR → E**: el estudiante no regular que haya acumulado 226 créditos pasa a ser egresado.
- **D → NR**: el estudiante que dejo o reservo su matrícula vuelve a sus estudios como estudiante no regular.
- **D → D**: el estudiante que dejo los estudios temporalmente (reserva) puede reservar su matrícula 4 veces consecutivas o 6 veces alternado antes de ser retirado de la escuela profesional definitivamente.

Transiciones no permitidas en una etapa

- **D → RG:** el estudiante regular no puede pasar al estado regular, debido a que si retoma sus estudios es en condición de no regular.
- **D → E:** el estudiante que dejo o reservo su matrícula no puede egresar, debido a que no cumplió los requisitos para egresar.

c) Determinación del estado actual

En este modelo el estado actual se determina de forma muy sencilla a partir de la clasificación que hace la variable en regulares, no regulares y dejo /reservo y egreso. Se parte del informe de la oficina de registro académico de la FINESI 2015-II.

Tabla 4. Estados anterior y actual de los alumnos de la FINESI modelo 2.

		ESTADO ACTUAL				**TOTAL**
		REGULAR	NO REGULAR	DEJO/RESER	EGRESADO	
ESTADO ANTERIOR	REGULAR	164	18	1	2	185
	NO REGULAR	11	87	29	5	132
	DEJO/RESER	0	1	1	0	2
	EGRESADO	0	0	0	0	0
	TOTAL	175	106	31	7	319

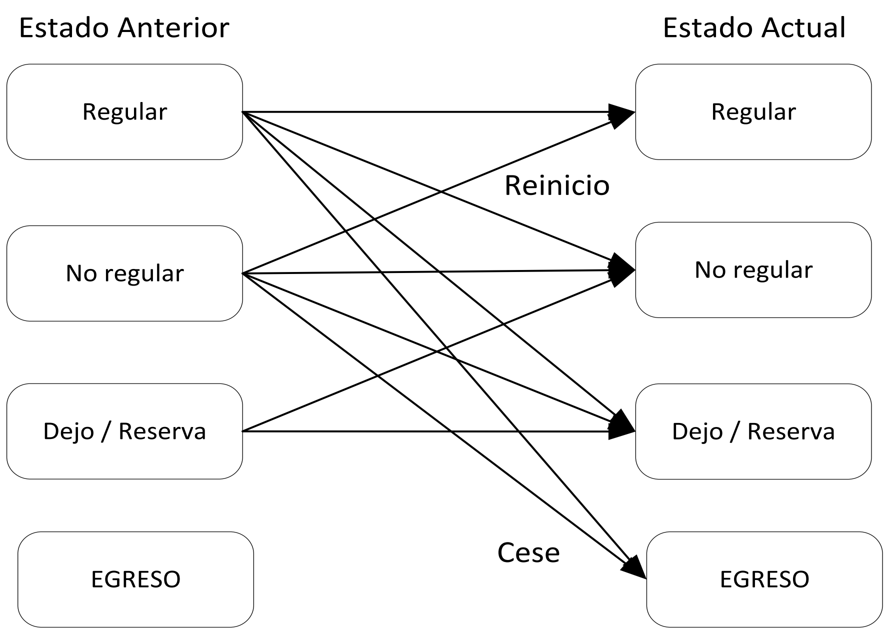
Tabla 5. Estimación de las probabilidades de transición del modelo 2.

		ESTADO ACTUAL				TOTAL
		REGULAR	NO REGULAR	DEJO/RESER	EGRESADO	
ESTADO ANTERIOR	REGULAR	0.886	0.097	0.005	0.011	1
	NO REGULAR	0.083	0.659	0.220	0.038	1
	DEJO/RESER	0	0.500	0.500	0	1
	EGRESADO	0	0	0	0	0

Para estimar las probabilidades de transición es necesario determinar el estado del que proceden los individuos que se han clasificado en la etapa actual, 2015-II. Se razona la asignación del estado anterior, 2015 - I, a partir del estado actual y de la información obtenida de la oficina de registro académico de la FINESI.

En la Figura 6 se muestran las transiciones entre dos etapas para el modelo 2.

Figura 6. Representación de las transiciones entre dos etapas en el modelo 2.



Los que son estudiantes regulares en el estado actual, solo pueden proceder del estado que se mantienen como regulares y no regulares, es decir, aquellos que vuelvan a ser regulares.

Los no regulares, pueden proceder de regulares, de no regulares y quienes dejaron o reservaron su matrícula.

En la Figura 6 observamos que los estudiantes que se encuentran en el estado actual de dejo o reserva proceden de regular, no regular y dejo o reserva, así mismo, no pueden proceder del estado egresado.

Nótese que un estudiante para poder pasar al estado actual de egresado únicamente tiene que provenir de los estados anteriores de regular y no regular, previamente cumpliendo el acumulado de 226 créditos y de acuerdo a las probabilidades que se representan en la matriz de transición, la cual será la siguiente:

$$P = \begin{pmatrix} 0.886 & 0.097 & 0.005 & 0.011 \\ 0.083 & 0.659 & 0.220 & 0.038 \\ 0 & 0.500 & 0.500 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

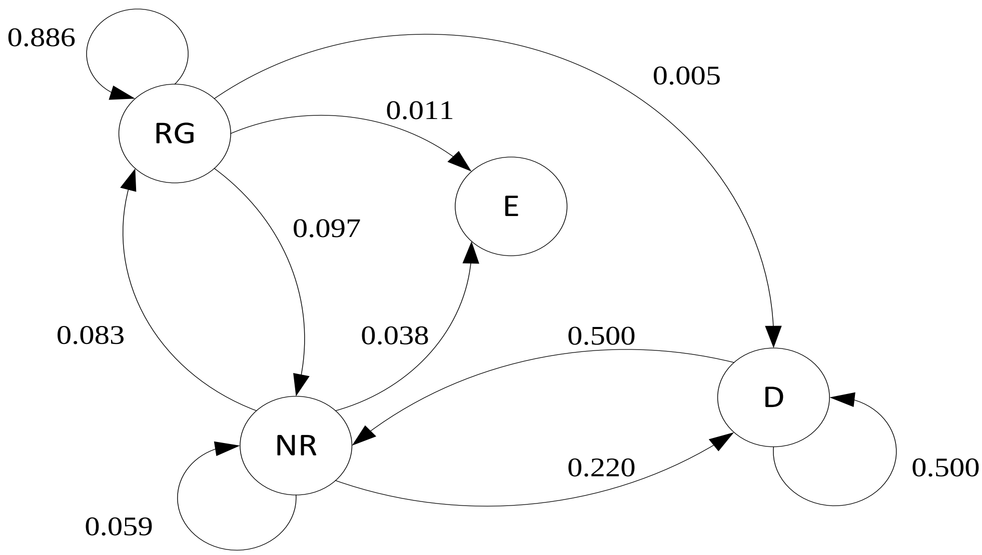
A diferencia del modelo 1 donde el estudiante para estar en el estado de egresado deberá estrictamente cumplir los requisitos, pues en este modelo consideramos la probabilidad de transición al estado egresado; en cambio, en el modelo 2, aparte de cumplir los requisitos, se pude pasar al estado egresado de acuerdo a la probabilidad de transición.

La distribución de probabilidad inicial para el modelo 2 está dada por:

$$\pi^0 = (\mathrm{RG} \quad \mathrm{NR} \quad \mathrm{D} \quad \mathrm{E}) = (0.580 \quad 0.414 \quad 0.006 \quad 0.000)$$

En la Figura 7 representa el espacio de estados con las transiciones permitidas entre ellos y sus respectivas probabilidades.

Figura 7. Representación de las probabilidades de transición en el modelo 2.



4.3. PROBABILIDADES DE TRANSICIÓN EN n PASOS

4.3.1. Modelo 1

Para este modelo se aprecia que la partimos del estado de ingresantes. Además, hay más estudiantes regulares que no regulares, aunque los niveles son similares. Por tanto, como se vio anteriormente, la distribución de probabilidad inicial está dada por:

$$\pi^0 = (\mathrm{I} \quad \mathrm{RG} \quad \mathrm{NR} \quad \mathrm{D}) = (1 \quad 0 \quad 0 \quad 0)$$

Respecto al comportamiento de la permanencia de los estudiantes en la Escuela Profesional de Ingeniería Estadística e Informática, nos podemos hacer las siguientes preguntas:

- ***¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante sea regular dentro de cuatro semestres sabiendo que hoy es regular?***

Se plantea:

$$p_{RG-RG}^{(4)} = P\left(X_4 = RG \mid X_0 = RG\right)$$

Aplicando la ecuación de Chapman-Kolmogorov, tenemos:

$$P^4 = P^2P^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.878 & 0.110 & 0.012 \\ 0 & 0.076 & 0.659 & 0.265 \\ 0 & 0 & 0.500 & 0.500 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.878 & 0.110 & 0.012 \\ 0 & 0.076 & 0.659 & 0.265 \\ 0 & 0 & 0.500 & 0.500 \end{pmatrix}^2$$

$$P^4 = \begin{pmatrix} 0 & 0.698 & 0.224 & 0.079 \\ 0 & 0.629 & 0.264 & 0.107 \\ 0 & 0.700 & 0.530 & 0.300 \\ 0 & 0.112 & 0.562 & 0.327 \end{pmatrix}$$

Por tanto, $p_{RG-RG}^{(4)} = P\left(X_4 = RG \mid X_0 = RG\right) = 0.629$

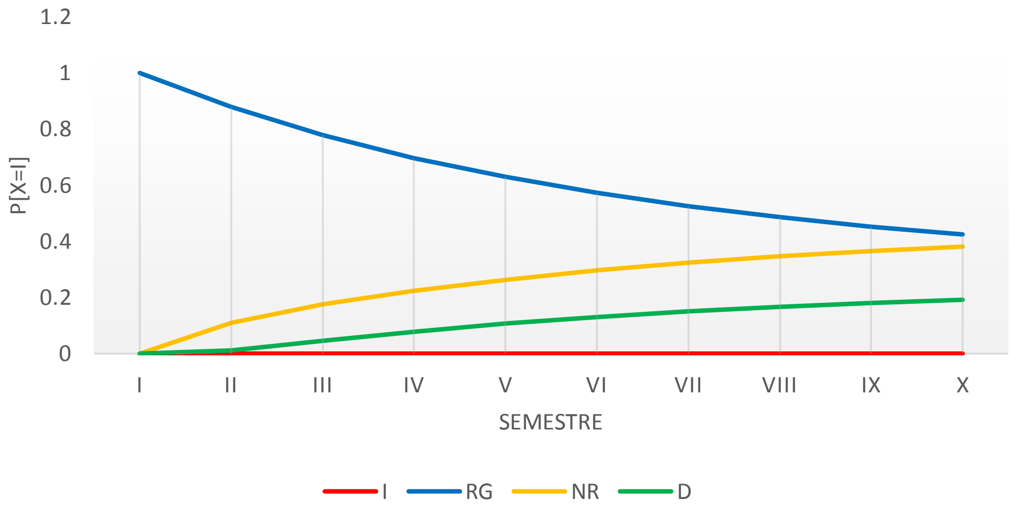
En el siguiente cuadro mostramos las probabilidades para diferentes valores de X.

Tabla 6. Probabilidades de transición para cada semestre académico.

I.		**Semestre**			VI.		**Semestre**		
	I	**RG**	**NR**	**D**		**I**	**RG**	**NR**	**D**
I	0	1	0	0		0	0.573	0.296	0.131
RG	0	0.878	0.11	0.012		0	0.525	0.324	0.151
NR	0	0.076	0.659	0.265		0	0.206	0.508	0.286
D	0	0	0.5	0.5		0	0.165	0.532	0.303
II.		Semestre			**VII.**		Semestre		
I	0	0.878	0.11	0.012		0	0.525	0.324	0.151
RG	0	0.779	0.175	0.046		0	0.486	0.347	0.168
NR	0	0.117	0.575	0.308		0	0.219	0.501	0.28
D	0	0.038	0.58	0.383		0	0.185	0.52	0.294
III.		Semestre			**VIII.**		Semestre		
I	0	0.779	0.175	0.046		0	0.486	0.347	0.168
RG	0	0.697	0.224	0.079		0	0.453	0.366	0.181
NR	0	0.146	0.546	0.308		0	0.231	0.494	0.275
D	0	0.077	0.577	0.345		0	0.202	0.51	0.287
IV.		Semestre			**IX.**		Semestre		
I	0	0.697	0.224	0.079		0	0.453	0.366	0.181
RG	0	0.629	0.264	0.107		0	0.425	0.382	0.193
NR	0	0.17	0.53	0.3		0	0.24	0.489	0.271
D	0	0.112	0.562	0.327		0	0.216	0.502	0.281
V.		Semestre			**X.**		Semestre		
I	0	0.629	0.264	0.107		0	0.425	0.382	0.193
RG	0	0.573	0.296	0.131		0	0.403	0.395	0.203
NR	0	0.189	0.518	0.293		0	0.248	0.484	0.268
D	0	0.141	0.546	0.313		0	0.228	0.495	0.276

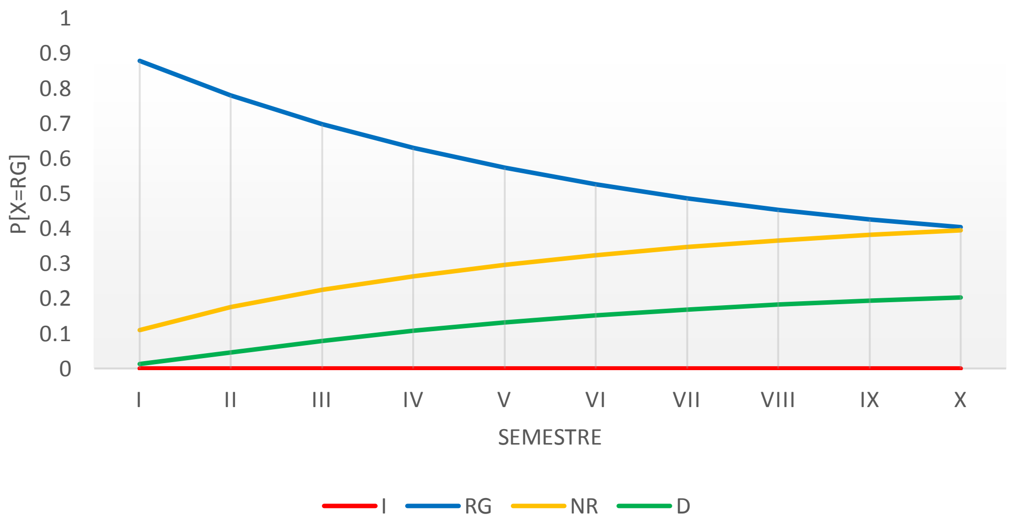
Y los gráficos siguientes muestran la convergencia de las probabilidades de transición para los diez semestres sobre cada uno de los estados futuros basado en un estado actual.

Grafico 1. Probabilidades de transición por semestre sabiendo que hoy es Ingresante (I).



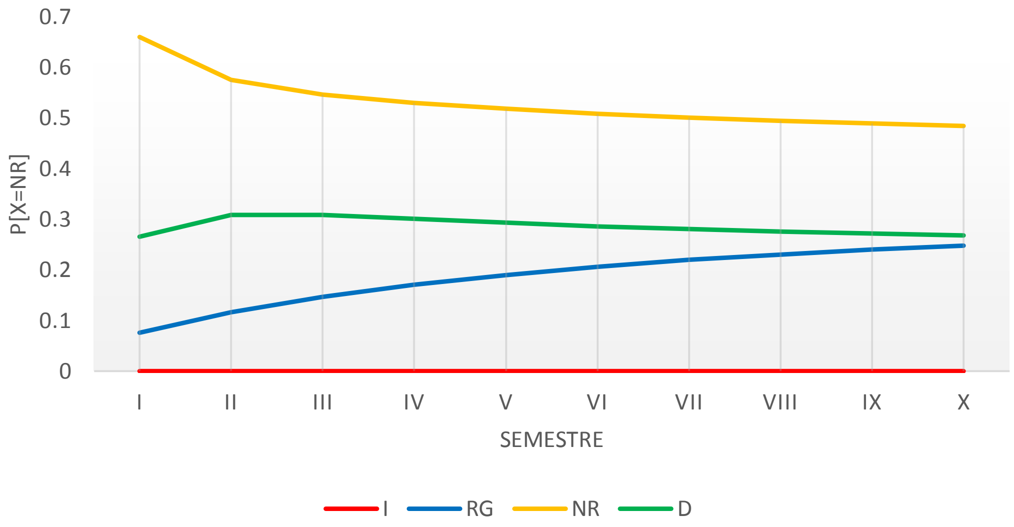
En el grafico 1, se observa que la probabilidad del estudiante de ser regular en el transcurso de los semestres desciende significativamente hasta o.4 aproximadamente. En cambio, las probabilidades de ser no regular y de dejar o reservar matricula aumenta notablemente, en ambos casos sabiendo que es ingresante.

Grafico 2. Probabilidades de transición por semestre sabiendo que hoy es Regular (RG).



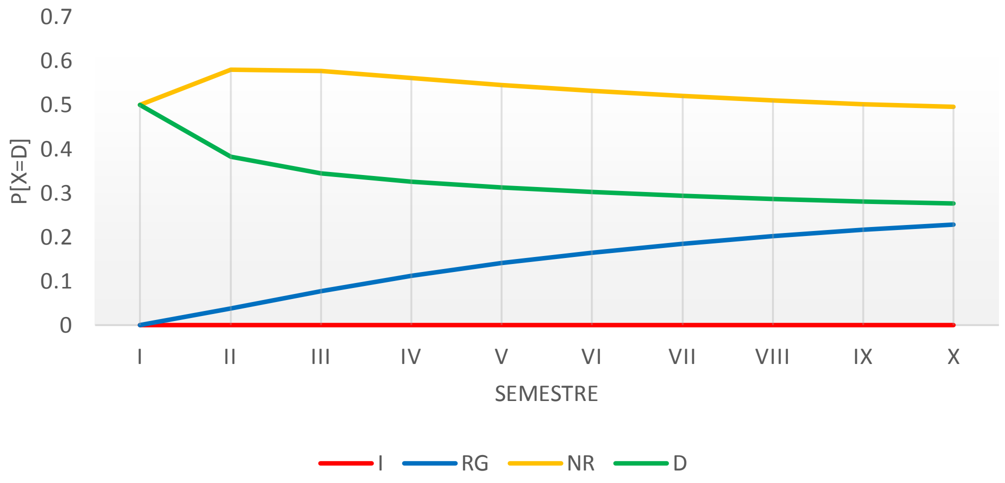
El grafico 2, presenta comportamiento similar al caso anterior con probabilidad del estudiante de ser regular en el transcurso de los semestres desciende hasta 0.4 aproximadamente. Y las probabilidades de ser no regular y de dejar o reservar matricula aumenta también, en ambos casos sabiendo que es regular.

Grafico 3. Probabilidades de transición por semestre sabiendo que hoy es No Regular (NR).



Ahora en el grafico 3, observamos un comportamiento de las probabilidades totalmente diferentes a los casos anteriores, la probabilidad de que se regular crece de una probabilidad casi nula hasta 0.25, siendo esta probabilidad baja para este tipo de comportamiento. Y en el transcurso se observa que la probabilidad de dejar o reservar disminuye ligeramente al igual con el estado que se mantiene en no regular.

Grafico 4. Probabilidades de transición por semestre sabiendo que hoy Dejo o Reservo su matrícula (D).



Finalmente, en el grafico 4, se observa que la probabilidad de ser regular igual caso anterior siendo esta también baja. Vemos que pueda estar en el estado no regular crece hasta el segundo semestre y luego decrece ligeramente en el transcurso de los semestres y la probabilidad de dejar o reservar decrece considerablemente al inicio para luego mantenerse casi constante.

- ***¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante deje sus estudios en el cuarto semestre sabiendo que todos inician como ingresantes?***

Se plantea: $P\left(X_4 = 3\right) = \sum_{i=0}^{1} p_{i3}^{(4)} \pi_i^0$

Para un mejor entendimiento, hacemos los siguiente: I = 0, RG = 1, NR = 2, D = 3.

Si la probabilidad en el primer instante es: $\pi^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Calculando la distribución marginal del cuarto paso

$$
\begin{aligned}
P(X_4=3) &= \sum_{i=0}^{3} p_{i3}^{(4)}\pi_i^0 \\
&= p_{03}^{(4)}\pi_0^0 + p_{13}^{(4)}\pi_1^0 + p_{23}^{(4)}\pi_2^0 + p_{33}^{(4)}\pi_3^0 \\
&= 0.079(1)+0.107(0)+0.300(0)+0.327(0)
\end{aligned}
$$

$$P(X_4=3)=P(X_4=D)=0.079$$

Un resumen de este comportamiento se tiene en la tabla 07, cuya representación la vimos en el grafico 1.

Tabla 7. Probabilidades de transición para cada semestre académico con probabilidad inicial $\pi^0=(1\quad 0\quad 0\quad 0)$.

Semestre	**Estados**			
	INGRESANTE	REGULAR	NO REGULAR	DEJO/RESER
I	0	1	0	0
II	0	0.878	0.110	0.012
III	0	0.779	0.175	0.046
IV	0	0.697	0.224	0.079
V	0	0.629	0.264	0.107
VI	0	0.573	0.296	0.131
VII	0	0.525	0.324	0.151
VIII	0	0.486	0.347	0.168
IX	0	0.453	0.366	0.181
X	0	0.425	0.382	0.193

- ***¿Cuál es el estado esperado de un estudiante en el cuarto semestre sabiendo que es regular?***

Nos piden determinar $E(X_4 | X_0 = 1)$

Sabemos que: $$P^4 = \begin{pmatrix} 0 & 0.698 & 0.224 & 0.079 \\ 0 & 0.629 & 0.264 & 0.107 \\ 0 & 0.700 & 0.530 & 0.300 \\ 0 & 0.112 & 0.562 & 0.327 \end{pmatrix}$$

Por tanto:

$$E(X_4 | X_0 = 1) = \sum_{j=0}^{\infty} jp_{1j}^{(4)} = 0p_{10}^{(4)} + 1p_{11}^{(4)} + 2p_{12}^{(4)} + 3p_{13}^{(4)}$$
$$= 0(0) + 1(0.629) + 2(0.264) + 3(0.107)$$
$$E(X_4 | X_0 = 1) = 1.48 \approx 1$$

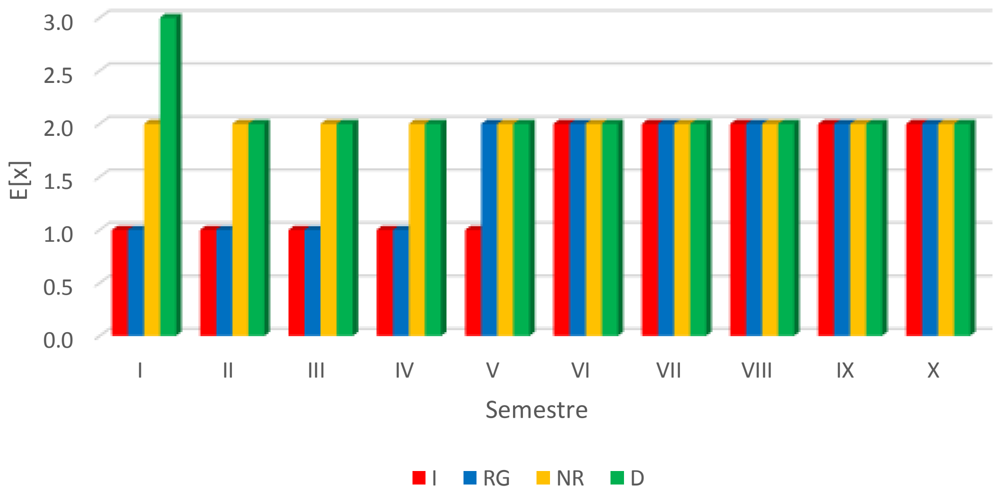
El estado esperado de un estudiante del IV semestre es regular (1 = RG) sabiendo que hoy es regular.

Un resumen de los estados esperados sabiendo que está en cada uno de los estados se muestra en la tabla 08 y el gráfico 5, muestra los estados esperados con valor redondeado.

Tabla 8. Estados Esperados por semestre en la FINESI.

Semestre	ESTADO ESPERADO SABIENDO QUE:			
	INGRESANTE	REGULAR	NO REGULAR	DEJO/RESER
I	1.0	1.1	2.2	2.5
II	1.1	1.3	2.2	2.3
III	1.3	1.4	2.2	2.3
IV	1.4	1.5	2.1	2.2
V	1.5	1.6	2.1	2.2
VI	1.6	1.6	2.1	2.1
VII	1.6	1.7	2.1	2.1
VIII	1.7	1.7	2.0	2.1
IX	1.7	1.8	2.0	2.1
X	1.8	1.8	2.0	2.0

Grafico 5. Estados Esperados por semestre en la FINESI.



4.3.2. Modelo 2

En este modelo se puede observar que partimos de cualquier estado. Por tanto, como se vio anteriormente, la distribución de probabilidad inicial está dada por:

$$\pi^0 = (\mathrm{RG} \quad \mathrm{NR} \quad \mathrm{D} \quad \mathrm{E}) = (0.580 \quad 0.414 \quad 0.006 \quad 0.000)$$

Al igual que el modelo 1, respecto al comportamiento de la permanencia de los estudiantes en la Escuela Profesional de Ingeniería Estadística e Informática, nos podemos hacer las siguientes preguntas:

- ***¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante sea regular dentro de cuatro semestres sabiendo que hoy es regular?***

Se plantea:

$$p_{00}^{(4)} = P(X_4 = 0 \mid X_0 = 0)$$
$$p_{RG-RG}^{(4)} = P(X_4 = RG \mid X_0 = RG)$$

Aplicando la ecuación de Chapman-Kolmogorov, tenemos:

$$P^4 = P^2P^2 = \begin{pmatrix} 0.886 & 0.097 & 0.005 & 0.011 \\ 0.083 & 0.659 & 0.220 & 0.038 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} 0.886 & 0.097 & 0.005 & 0.011 \\ 0.083 & 0.659 & 0.220 & 0.038 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2$$

$$P^4 = \begin{pmatrix} 0.65 & 0.221 & 0.072 & 0.015 \\ 0.183 & 0.473 & 0.237 & 0.021 \\ 0.122 & 0.535 & 0.279 & 0.022 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Por tanto, $p_{RG-RG}^{(4)} = P(X_4 = RG \mid X_0 = RG) = 0.65$

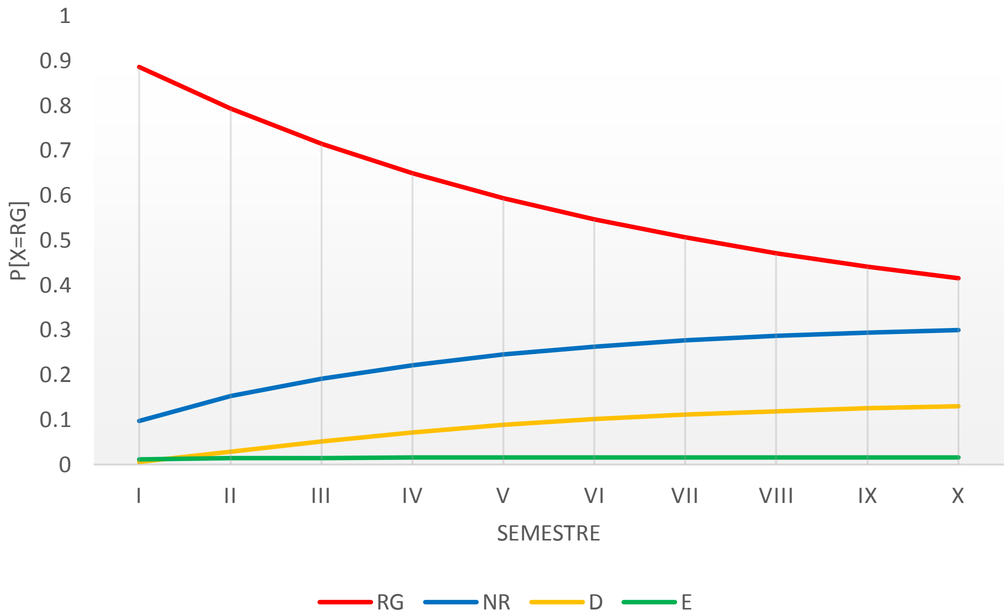
En la siguiente tabla mostramos las probabilidades para diferentes valores de X.

Tabla 9. Probabilidades de transición basado en el modelo 2 para cada semestre académico.

I.	Semestre				VI.	Semestre			
	RG	NR	D	E		RG	NR	D	E
RG	0.886	0.097	0.005	0.011		0.5465	0.263	0.101	0.016
NR	0.083	0.659	0.22	0.038		0.2157	0.426	0.211	0.019
D	0	0.5	0.5	0		0.1771	0.476	0.24	0.021
E	0	0	0	0		0	0	0	0
II.	Semestre				**VII.**	Semestre			
RG	0.793	0.152	0.028	0.013		0.506	0.276	0.111	0.016
NR	0.128	0.552	0.255	0.026		0.2264	0.407	0.2	0.019
D	0.042	0.580	0.360	0.019		0.1964	0.451	0.226	0.02
E	0	0.000	0.000	0.000		0	0	0	0
III.	Semestre				**VIII.**	Semestre			
RG	0.715	0.191	0.052	0.015		0.4713	0.287	0.119	0.016
NR	0.159	0.504	0.250	0.022		0.2344	0.391	0.191	0.018
D	0.085	0.566	0.308	0.022		0.2114	0.429	0.213	0.019
E	0	0	0	0		0	0	0	0
IV.	Semestre				**IX.**	Semestre			
RG	0.65	0.221	0.072	0.015		0.4414	0.294	0.125	0.016
NR	0.183	0.473	0.237	0.021		0.2401	0.376	0.183	0.017
D	0.122	0.535	0.279	0.022		0.2229	0.41	0.202	0.019
E	0	0	0	0		0	0	0	0
V.	Semestre				**X.**	Semestre			
RG	0.594	0.245	0.088	0.016		0.4155	0.299	0.129	0.016
NR	0.201	0.448	0.223	0.020		0.2439	0.362	0.175	0.017
D	0.153	0.504	0.258	0.022		0.2315	0.393	0.192	0.018
E	0	0	0	0		0	0	0	0

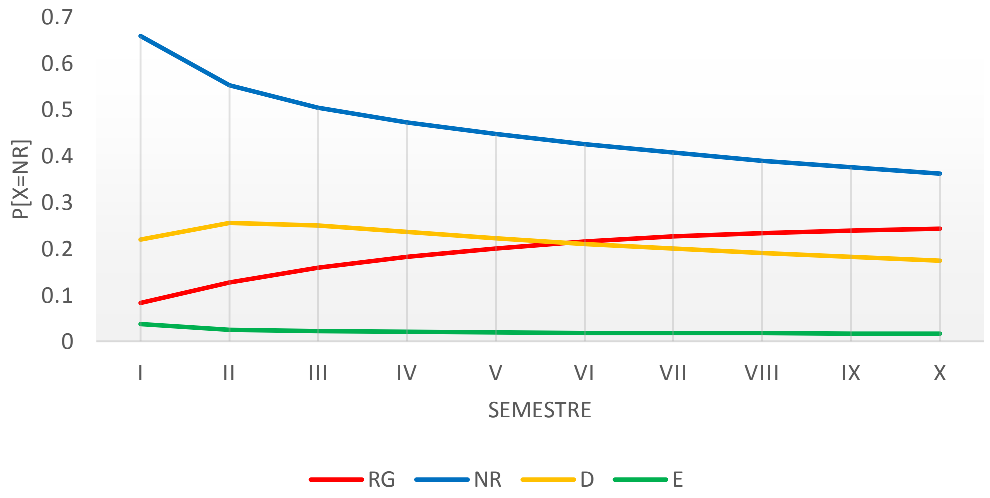
Y los gráficos siguientes muestran la convergencia de las probabilidades de transición para los diez semestres sobre cada uno de los estados futuros basado en un estado actual con el modelo 2.

Grafico 6. Probabilidades de transición por semestre sabiendo que hoy es Regular (RG) con el modelo 2.



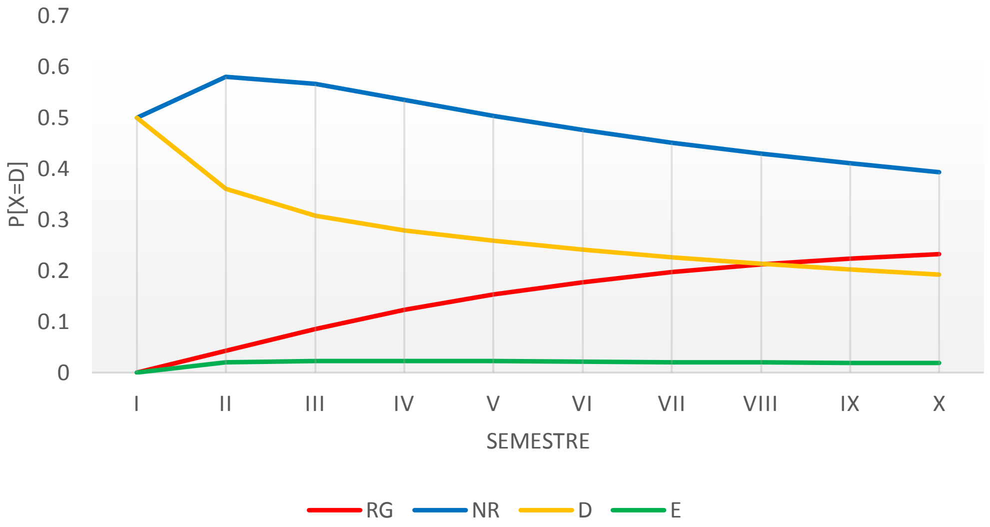
En el grafico 6, se observa que la probabilidad del estudiante de ser regular en el transcurso de los semestres desciende significativamente hasta 0.41 aproximadamente. En cambio, las probabilidades de ser no regular y de dejar o reservar matricula presenta un aumento y el estado de egresado incrementa ligeramente su probabilidad de 0.11 a 0.17.

Grafico 7. Probabilidades de transición por semestre sabiendo que hoy es NO Regular (NR) con el modelo 2.



El grafico 7, la probabilidad de que el estudiante pase al estado de regular crece significativamente de 0.083 a 0.244, en cambio las probabilidades de que se mantenga en estado no regular decrecen al igual que el estado de que deje o reserve matrícula. Y la probabilidad para egresar se mantiene muy baja.

Grafico 8. Probabilidades de transición por semestre sabiendo que hoy ha Dejado/Reserva (D) en el modelo 2.



Ahora en el grafico 8, observamos un comportamiento de las probabilidades diferentes a los casos anteriores, la probabilidad de que sea regular crece de una probabilidad casi nula hasta 0.23, siendo esta probabilidad aún baja. En cuanto a que pase a ser no regular decrece y que se mantenga en el mismo estado también decrece y la probabilidad de que egrese se mantiene muy baja casi nula.

En cuanto a las probabilidades de los estados sabiendo que ha egresado en todos los casos es cero, debido a que ya egreso y no hay probabilidad de que retorne a los estados de RG, NR y D o se mantenga en el estado egresa.

- ***¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante deje sus estudios el cuarto semestre sabiendo que la probabilidad en el primer instante es de*** $\pi^0 = \begin{pmatrix} 0.580 & 0.414 & 0.006 & 0.000 \end{pmatrix}$***?***

Se plantea: $P(X_4 = 2) = \sum_{i=0}^{1} p_{i2}^{(4)} \pi_i^0$

Como hicimos anteriormente: RG = 0, NR = 1, D = 2, E = 3.

Si la probabilidad en el primer instante es: $\pi^0 = \begin{pmatrix} 0.580 & 0.414 & 0.006 & 0.000 \end{pmatrix}$

Calculando la distribución marginal del cuarto paso

$$
\begin{aligned}
P(X_4 = 2) &= \sum_{i=0}^{3} p_{i2}^{(4)} \pi_i^0 \\
&= p_{02}^{(4)} \pi_0^0 + p_{12}^{(4)} \pi_1^0 + p_{22}^{(4)} \pi_2^0 + p_{32}^{(4)} \pi_3^0 \\
&= 0.072(0.580) + 0.237(0.414) + 0.279(0.006) + 0(0)
\end{aligned}
$$

$$P(X_4 = 2) = P(X_4 = D) = 0.141$$

Un resumen de este comportamiento se tiene en la tabla 10, cuya representación la vimos en el grafico 6.

Tabla 10. Probabilidades de transición para cada semestre académico con probabilidad inicial $\pi^0 = \begin{pmatrix} 0.580 & 0.414 & 0.006 & 0.000 \end{pmatrix}$.

Semestre	**Estados**			
	REGULAR	NO REGULAR	DEJO/RESER	EGRESADO
I	0.548	0.332	0.097	0.022
II	0.513	0.321	0.124	0.019
III	0.481	0.323	0.135	0.018
IV	0.453	0.327	0.141	0.018
V	0.429	0.330	0.145	0.017
VI	0.407	0.332	0.147	0.017
VII	0.388	0.332	0.149	0.017
VIII	0.372	0.331	0.149	0.017
IX	0.357	0.328	0.149	0.017
X	0.343	0.326	0.149	0.016

- ***¿Cuál es el estado esperado de un estudiante en el cuarto semestre sabiendo que es regular?***

Nos piden determinar $\mathrm{E}\left(\mathrm{X}_4 \mid \mathrm{X}_0 = 0\right)$

Sabemos que: $$\mathrm{P}^4 = \begin{pmatrix} 0.65 & 0.221 & 0.072 & 0.015 \\ 0.183 & 0.473 & 0.237 & 0.021 \\ 0.122 & 0.535 & 0.279 & 0.022 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Por tanto:

$$E\left(X_4 \mid X_0 = 0\right) = \sum_{j=0}^{\infty} jp_{0j}^{(4)} = 0p_{00}^{(4)} + 1p_{01}^{(4)} + 2p_{02}^{(4)} + 3p_{03}^{(4)}$$

$$= 0\left(0.65\right) + 1\left(0.221\right) + 2\left(0.072\right) + 3\left(0.015\right)$$

$$E\left(X_4 \mid X_0 = 0\right) = 041 \approx 0$$

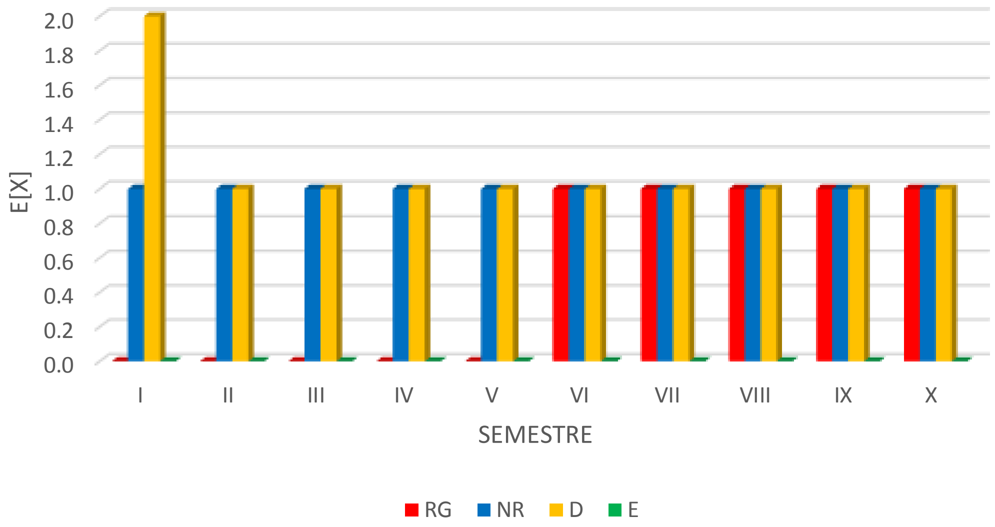
El estado esperado de un estudiante del IV semestre es regular (0 = RG) sabiendo que hoy es regular.

Un resumen de los estados esperados sabiendo que está en cada uno de los estados se muestra en la tabla 11 y el gráfico 9, muestra los estados esperados con valor redondeado.

Tabla 11. Estados Esperados por semestre en la FINESI con modelo 2.

Semestre	**ESTADO ESPERADO SABIENDO QUE:**			
	REGULAR	NO REGULAR	DEJO/RESER	EGRESADO
I	0.1	1.2	1.5	0
II	0.2	1.1	1.4	0
III	0.34	1.07	1.25	0
IV	0.41	1.01	1.16	0
V	0.47	0.95	1.08	0
VI	0.5	0.9	1.0	0
VII	0.55	0.86	0.96	0
VIII	0.57	0.83	0.91	0
IX	0.59	0.79	0.87	0
X	0.61	0.76	0.83	0

Grafico 9. Estados Esperados por semestre en la FINESI con modelo 2.



4.4. COMPORTAMIENTO ESTACIONARIO

4.4.1. Modelo 1

En este punto determinaremos el estado estacionario de los estudiantes en los diferentes estados, así mismo, cuantos pasos serán necesarios para que sea estacionario.

Sabemos que en el primer paso se tiene:

$$\pi^1 = \pi^0 P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.878 & 0.110 & 0.012 \\ 0 & 0.076 & 0.659 & 0.265 \\ 0 & 0 & 0.500 & 0.500 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

De acuerdo a los resultados podemos indicar que la probabilidad de que los estudiantes se encuentres como regulares es igual a la unidad, y cero para los demás estados.

En el segundo paso se tiene:

$$\pi^1 = \pi^0 P = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0.878 & 0.110 & 0.012\\ 0 & 0.076 & 0.659 & 0.265\\ 0 & 0 & 0.500 & 0.500\end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix}0 & 0.878 & 0.110 & 0.012\end{pmatrix}$$

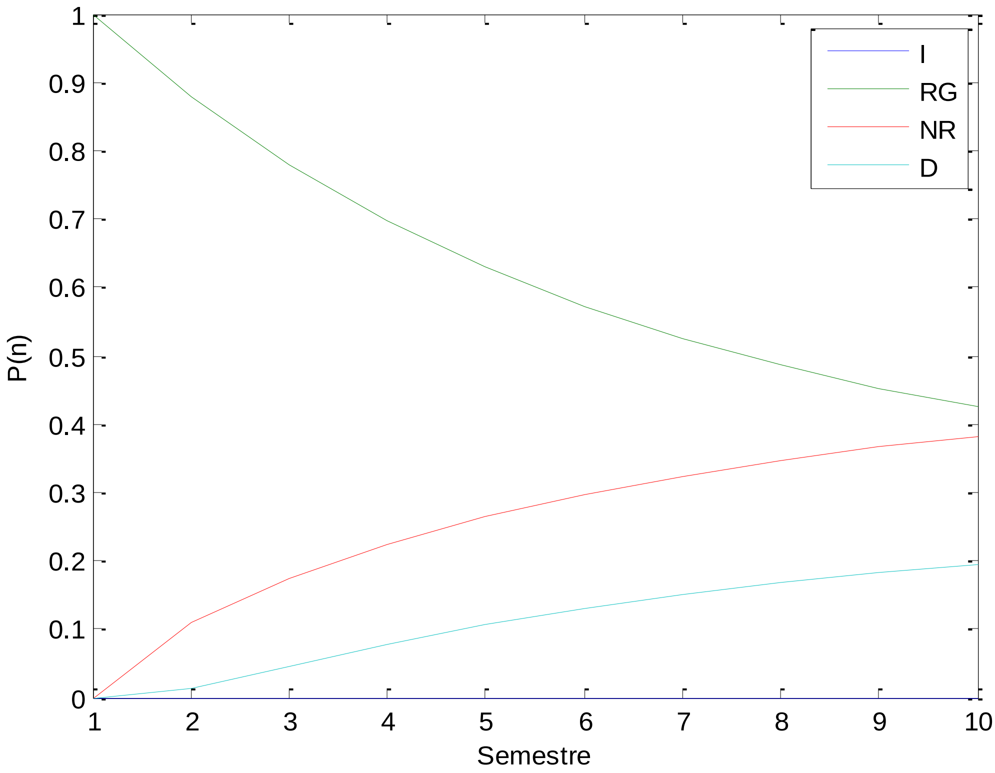
En el segundo semestre la probabilidad de que sea regular es de 0.878, que sea no regular es de 0.110 y de que deje los estudios es de 0.012.

La siguiente tabla muestra las probabilidades de los estados para los diez semestres académicos.

Tabla 12. Estados estacionarios por semestre en la FINESI con modelo 1.

Semestre	**ESTADO**			
	INGRESANTE	REGULAR	NO REGULAR	DEJO/RESER
I	0	1	0	0
II	0	0.878	0.110	0.012
III	0	0.779	0.175	0.046
IV	0	0.697	0.224	0.079
V	0	0.629	0.264	0.107
VI	0	0.573	0.296	0.131
VII	0	0.525	0.324	0.151
VIII	0	0.486	0.347	0.168
IX	0	0.453	0.366	0.181
X	0	0.425	0.382	0.193

Grafico 10. Estados estacionarios por semestre en la FINESI con modelo 1.



Vemos en este gráfico que las probabilidades de los estados convergen hacia una constante, tal es el caso de los regulares convergen hacia una probabilidad de 0.43, los no regulares a 0.4 y los que dejan estudios a 0.2.

Para poder encontrar los estados estacionarios realizaremos para un total de 50 periodos como se muestra en la tabla 13 y gráfico 11.

Tabla 13. Estados estacionarios para 50 periodos en la FINESI con modelo 1.

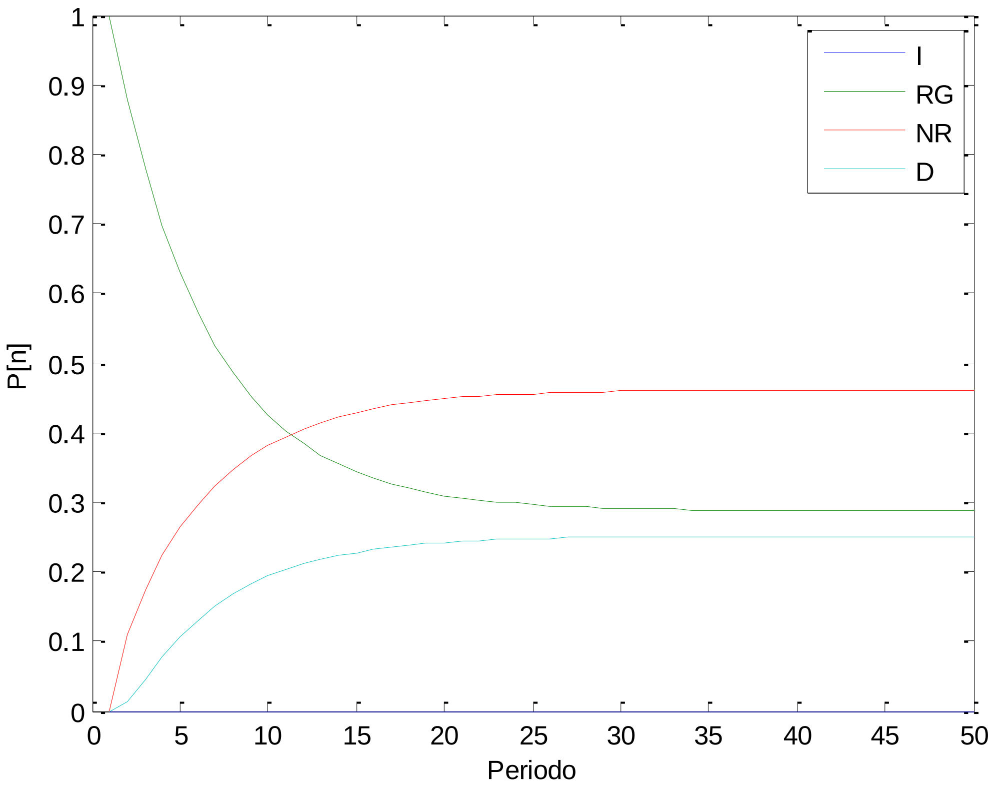
Semestre	**ESTADO**			
	INGRESANTE	REGULAR	NO REGULAR	DEJO/RESER
1	0	1	0	0
2	0	0.878	0.110	0.012
3	0	0.779	0.175	0.046
4	0	0.697	0.224	0.079
5	0	0.629	0.264	0.107
6	0	0.573	0.296	0.131
7	0	0.525	0.324	0.151
…	…	…	…	…
21	0	0.306	0.450	0.243
…	…	…	…	…
37	0	0.288	0.461	0.251
38	0	0.288	0.461	0.251
39	0	0.288	0.461	0.251
…	…	…	…	…
50	0	0.288	0.461	0.251

Como se puede observar en la tabla 13, a partir del periodo 37 no hay cambios en la distribución de los estados de los estudiantes de E.P. de Ingeniería Estadística e Informática; por lo cual, se asume que el valor del estado estacionario es:

$$\pi^{50} = \pi^{0}\mathrm{P} = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0.878 & 0.110 & 0.012\\ 0 & 0.076 & 0.659 & 0.265\\ 0 & 0 & 0.500 & 0.500\end{pmatrix}^{50} = \begin{pmatrix}0 & 0.288 & 0.461 & 0.251\end{pmatrix}$$

A continuación, evaluamos la convergencia de las probabilidades, mediante el gráfico 7, con 50 estados de transición.

Grafico 11. Estados estacionarios para 50 periodos en la FINESI con modelo 1.



En este gráfico se muestra la convergencia de la probabilidad de estados, de lo cual podemos señalar que a partir del 37 cambio de estado las probabilidades se mantienen constantes, es decir, la probabilidad de que un estudiante sea ingresante después de iniciar sus estudios es 0%, de que sea regular con 28.8%, de que no sea regular 46.1% y que deje o reserve con el 25.1%.

4.4.2. Modelo 2

Al igual que el modelo 1, determinaremos el estado estacionario de los estudiantes en los diferentes estados, así mismo, cuantos pasos serán necesarios para que sea estacionario a partir del modelo 2.

Sabemos que en el primer paso se tiene:

$$\pi^1 = \pi^0 P = \begin{pmatrix} 0.580 & 0.414 & 0.006 & 0.000 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.886 & 0.097 & 0.005 & 0.011 \\ 0.083 & 0.659 & 0.220 & 0.038 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0.548 & 0.332 & 0.097 & 0.022 \end{pmatrix}$$

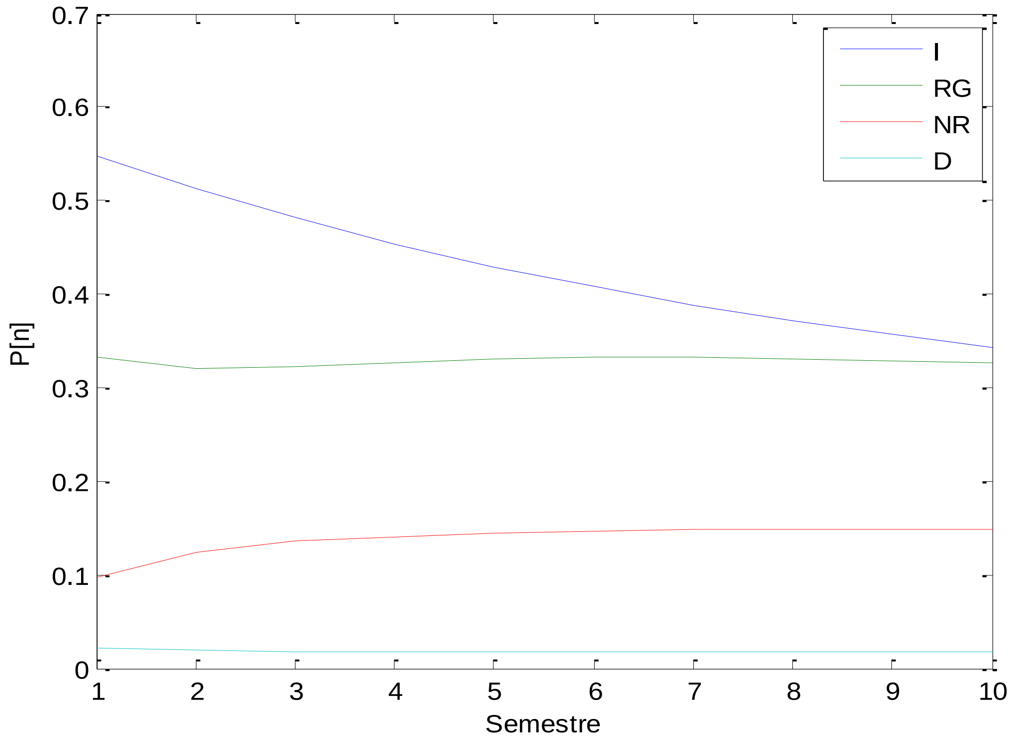
De acuerdo a estos resultados podemos indicar, que la probabilidad de un estudiante después de un semestre se encuentre en condición de regular es de 54.8%, de no regular es de 33.2%, deje o reserves sus estudios es de 9.7% y de que egrese es de 2.2%.

La tabla 14 muestra las probabilidades de los estados para los diez semestres académicos con el modelo 2.

Tabla 14. Estados estacionarios por semestre en la FINESI con modelo 2.

Semestre	ESTADO			
	REGULAR	NO REGULAR	DEJO/RESER	EGRESADO
I	0.548	0.332	0.097	0.022
II	0.513	0.321	0.124	0.019
III	0.481	0.323	0.135	0.018
IV	0.453	0.327	0.141	0.018
V	0.429	0.330	0.145	0.017
VI	0.407	0.332	0.147	0.017
VII	0.388	0.332	0.149	0.017
VIII	0.372	0.331	0.149	0.017
IX	0.357	0.328	0.149	0.017
X	0.343	0.326	0.149	0.016

Grafico 12. Estados estacionarios por semestre en la FINESI con modelo 2.



Vemos en el gráfico 12, que las probabilidades de los estados convergen hacia una constante, tal es el caso de los regulares convergen hacia una probabilidad de 0.35, los no regulares a 0.31, los que dejan estudios a 0.15 y los que egresan a 0.01.

Para poder encontrar los estados estacionarios realizaremos para un total de 150 periodos como se muestra en la tabla 15 y gráfico 13.

Tabla 15. Estados estacionarios para 150 periodos en la FINESI con modelo 2.

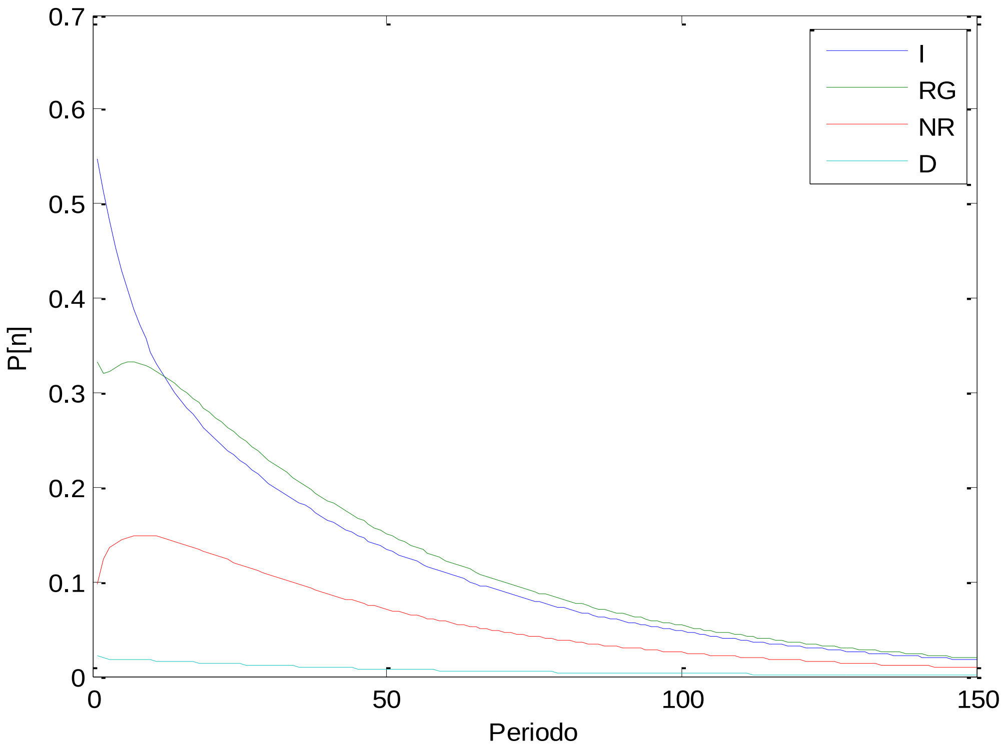
Semestre	**ESTADO**			
	REGULAR	NO REGULAR	DEJO/RESER	EGRESADO
1	0.548	0.332	0.097	0.022
2	0.513	0.321	0.124	0.019
3	0.481	0.323	0.135	0.018
4	0.453	0.327	0.141	0.018
5	0.429	0.330	0.145	0.017
…	…	…	…	…
51	0.132	0.148	0.069	0.007
…	…	…	…	…
131	0.025	0.028	0.013	0.001
132	0.024	0.027	0.013	0.001
133	0.024	0.027	0.013	0.001
…	…	…	…	…
150	0.017	0.019	0.009	0.001

Como se puede observar en la tabla 15, a partir del periodo 133 va disminuyendo muy lentamente y así en el periodo 150, se tiene el valor del estado estacionario y es:

$$\pi^{50} = \pi^0 P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.878 & 0.110 & 0.012 \\ 0 & 0.076 & 0.659 & 0.265 \\ 0 & 0 & 0.500 & 0.500 \end{pmatrix}^{150} = \begin{pmatrix} 0.017 & 0.188 & 0.009 & 0.001 \end{pmatrix}$$

A continuación, evaluamos la convergencia de las probabilidades, mediante el gráfico 13, con 150 estados de transición para el modelo 2.

Grafico 13. Estados estacionarios para 150 periodos en la FINESI con modelo 2.



En este gráfico se muestra la convergencia de la probabilidad de estados, en la cual podemos observar que las probabilidades de los estados disminuyen hacia probabilidades menores a 0.1. En el periodo 150 tenemos la probabilidad de que un estudiante sea regular es de 1.67%, de que sea no regular con 1.88%, de que deje o reserve con el 0.88%. y de que egrese con 0.09%.

4.5. SIMULACIONES

En esta sección se muestran los resultados procedentes de la predicción a través de la simulación del comportamiento de la sucesión aleatoria de estados que va tomando cada estudiante en un determinado periodo de tiempo.

4.5.1. Predicción de estados a partir del Modelo 1

Recordemos que para este modelo se tomaron en cuenta ciertas condiciones para determinar el estado de egresado de un estudiante, los cuales se definieron en la sección 4.2. Es importante mencionar que para este modelo consideramos como distribución de probabilidad inicial $\pi^0 = \begin{pmatrix} \mathrm{I} & \mathrm{RG} & \mathrm{NR} & \mathrm{D} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, es decir, que todos inician como ingresantes.

Para obtener el comportamiento de los estados de cada semestre se introducen las probabilidades de matriz de transición y estado inicial los cuales se obtuvieron de la información obtenida del reporte de la Coordinación Académica. Dado que los estudios universitarios consisten en un total de 10 semestres académicos con un total de 226 créditos, que aproximadamente equivalentes a 5 años, esto constituye nuestra población. Dicha población entra en los estados de ingresante, regular, no regular y deja/reserva. Las predicciones se hacen para los periodos de entre 2016 y 2020, dividida por semestres como se muestra en el Cuadro 14.

Haciendo uso del Scrip ***cadena_m1.m*** con un tamaño de población de 30 como promedio de ingresantes del año académico 2015, de acuerdo a los datos proporcionado por la Oficina de Coordinación Académica de la FINESI (ver anexo 2).

Tabla 16. Simulación de los estados de transición, periodo 2016 - 2020: Modelo 1.

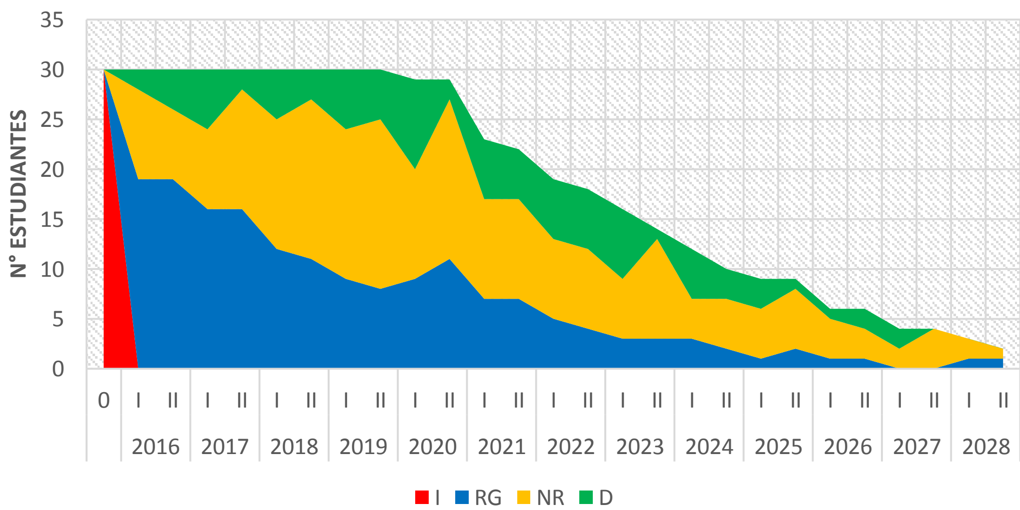
EST.		TRANSICIÓN DE ESTADOS																										CRED.
		2016		2017		2018		2019		2020		2021		2022		2023		2024		2025		2026		2027		2028		
		I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	
1	I	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	NR	RG																	228
2	I	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG																	240
3	I	NR	NR	NR	NR	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG															240
4	I	RG	RG	RG	NR	NR	NR	NR	RG	RG	RG	RG	RG															240
5	I	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG																	240
6	I	RG	RG	RG	RG	D	NR	NR	NR	D	NR	D	D	D	NR	NR	NR	D	NR	D	NR	NR	NR					228
7	I	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG																	240
8	I	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	NR	D	NR	NR	NR	D	NR													228
9	I	NR	RG	RG	RG	NR	NR	NR	NR	NR	NR	D	D	NR	NR	NR	NR	D	D	NR	NR							228
10	I	NR	NR	NR	NR	D	NR	NR	NR	RG	RG	RG	RG	NR	D	NR	NR	D	D	D	D							216
11	I	NR	NR	NR	NR	D	NR	NR	NR	D	D	D	NR	D	D	D	NR	D	NR	NR	RG	NR	NR	NR	NR	NR	NR	228
12	I	NR	NR	D	NR	D	D	D	NR	NR	D	NR	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG									240
13	I	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	NR	NR	RG	RG																240
14	I	RG	RG	D	NR	NR	NR	NR	NR	RG	RG	RG	RG	RG														228
15	I	RG	RG	RG	RG	NR	NR	D	NR	NR	NR	NR	NR	RG	RG													228
16	I	RG	RG	RG	RG	RG	NR	D	D	D	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR										228
17	I	D	D	NR	NR	NR	D	D	NR	D	NR	NR	D	D	D	D												72
18	I	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	D	D	NR	RG	RG	RG	RG	RG	RG											240
19	I	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	D	D	D	NR	NR	NR	NR	NR	D	NR	RG	RG					240
20	I	RG	RG	RG	RG	RG	RG	NR	NR	NR	NR	RG	RG															240
21	I	RG	RG	RG	RG	NR	NR	NR	NR	D	NR	D	D	NR	D	D	NR	D	D	NR	NR	NR	D	D	NR			228
22	I	D	D	D	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	RG	RG	RG	RG	RG										228
23	I	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG																	240
24	I	RG	RG	RG	RG	NR	RG	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	D	NR												228
25	I	NR	D	D	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	D	NR	D	NR	RG	RG	RG	RG							240
26	I	RG	RG	NR	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG																	228
27	I	RG	RG	NR	D	NR	NR	D	D	D	NR	NR	NR	NR	D	D	D	NR	NR	NR	NR	D	D	D	NR	RG	RG	240
28	I	RG	NR	D	NR	D	D	D	D																			48
29	I	RG	RG	RG	RG	RG	NR	NR	NR	NR	NR	D	NR	NR	NR	D	NR											228
30	I	NR	D	D	D	NR	NR	NR	D	D	NR	NR	NR	NR	NR	D	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR		228

La tabla 16 muestra la simulación de los diferentes estados que puede asumir el estudiante de la E.P. de Ingeniería Estadística e Informática, asumiendo como año base 2016-I hasta el 2020-II como periodo de estudios regular (tiempo mínimo para la conclusión de la escuela). Así mismo, se observa que este periodo se prolonga hasta el 2028-II, tiempo en el cual la totalidad de alumnos han acumulado el total de créditos y se consideran egresados y algunos retirados por tener 4 abandonos consecutivos o 6 alternados.

Tabla 17. Número de estudiantes de acuerdo al estado y semestre, periodo 2016 - 2020: Modelo 1.

ESTADO		2016		2017		2018		2019		2020		2021		2022		2023		2024		2025		2026		2027		2028	
	0	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
I	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
RG	0	19	19	16	16	12	11	9	8	9	11	7	7	5	4	3	3	3	2	1	2	1	1	0	0	1	1
NR	0	9	7	8	12	13	16	15	17	11	16	10	10	8	8	6	10	4	5	5	6	4	3	2	4	2	1
D	0	2	4	6	2	5	3	6	5	9	2	6	5	6	6	7	1	5	3	3	1	1	2	2	0	0	0
TOT	30	30	30	30	30	30	30	30	30	29	29	23	22	19	18	16	14	12	10	9	9	6	6	4	4	3	2
%	100	100	100	100	100	100	100	100	100	97	97	77	73	63	60	53	47	40	33	30	30	20	20	13	13	10	6.67

Grafico 14. Número de estudiantes de acuerdo al estado y semestre, periodo 2016 - 2020: Modelo 1.



La tabla 17 y gráfico 14, nos muestran el número de estudiantes de acuerdo al estado y semestre académico para el periodo regular 2016-I al 2020-II y periodo de prolongación 2021-I al 2028-II, donde se aprecia que al final del periodo regular se tiene todavía el 97% de estudiantes, con solamente un 3% de egresados o que abandonaron los estudios; recién después de 6 semestres (2023-II) se tiene un 47% de estudiantes, es decir, que un 53% ya dejaron de estudiar y/o egresaron y prolongándose este periodo hasta el 2028-II donde el 6.7% restante concluyes sus estudios.

4.5.2. Predicción de estados a partir del Modelo 2

Para este modelo 2 las condiciones que se tomaron en cuenta para determinar el estado de egresado de un estudiante, serán similares, con la diferencia de que para este modelo se tiene como distribución de probabilidad inicial $\pi^0 = (\mathrm{RG} \quad \mathrm{NR} \quad \mathrm{D} \quad \mathrm{E}) = (0.580 \quad 0.414 \quad 0.006 \quad 0.000)$, es decir, que ahora se puede iniciar en cualquier estado excepto como ingresantes.

Las predicciones se hacen para los periodos de entre 2016 y 2020, dividida por semestres como se muestra en el Cuadro 13.

Haciendo uso del Scrip ***cadena_m2.m*** con un tamaño de muestra de 30 como de una población promedio de 310 ingresantes de los años académico 2010-15, de acuerdo a los datos proporcionado por la Oficina de Coordinación Académica de la FINESI (ver anexo 2).

El cuadro 16 muestra la simulación de los diferentes estados que puede asumir el estudiante de la E.P. de Ingeniería Estadística e Informática, asumiendo como año base 2016-I es decir estado inicial, a partir de este estado el alumno puede pasar a cualquier estado incluso el de egresado o que cumpla los 226 créditos. Así mismo, se observa que este periodo se prolonga hasta el 2028-I, tiempo en el cual la muestra de estudiantes ha acumulado el total de créditos y algunos retirados por tener 4 abandonos consecutivos o 6 alternados.

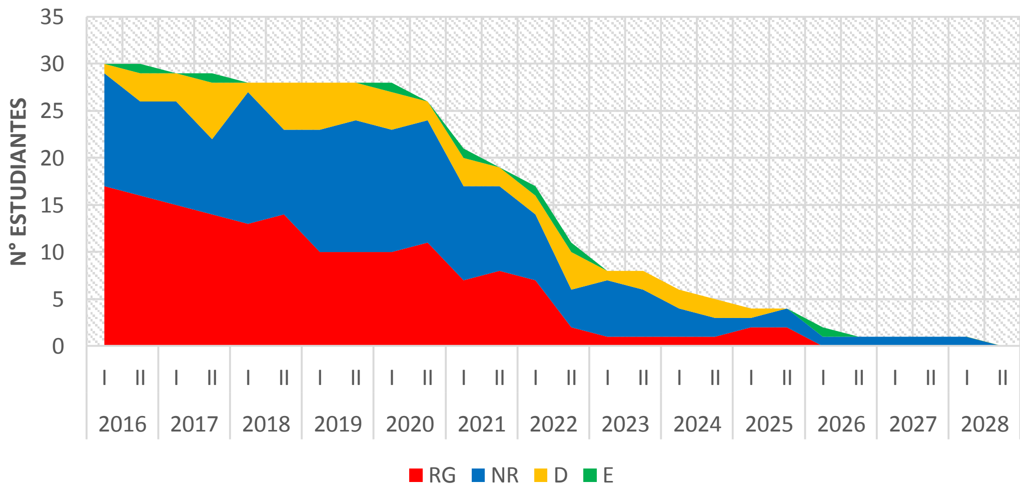
Tabla 18. Simulación de los estados de transición, periodo 2016 - 2020: Modelo 2.

EST.	TRANSICIÓN DE ESTADOS																										CRED.
	2016		2017		2018		2019		2020		2021		2022		2023		2024		2025		2026		2027		2028		
	2016	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	
1	2016	RG	RG	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	RG											240
2	2016	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG																	240
3	2016	NR	NR	E																							36
4	2016	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG																	240
5	2016	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	D	NR	NR	NR	RG														252
6	2016	NR	NR	D	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	RG	RG	E													168
7	2016	NR	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG																252
8	2016	RG	RG	RG	RG	RG	NR	NR	NR	NR	NR	RG	RG														252
9	2016	RG	RG	NR	NR	D	D	NR	NR	NR	NR	NR	E														156
10	2016	RG	NR	RG	RG	RG	NR	NR	NR	NR	NR	D	D	D	NR	D	NR	NR	NR	NR							252
11	2016	NR	NR	D	NR	D	D	D	D																		48
12	2016	RG	RG	RG	RG	RG	NR	NR	NR	NR	RG	RG															240
13	2016	NR	NR	NR	NR	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG														252
14	2016	NR	NR	D	NR	RG	NR	NR	E																		96
15	2016	RG	RG	RG	RG	NR	NR	NR	NR	NR	NR	RG	RG														240
16	2016	RG	RG	RG	NR	NR	D	D	NR	NR	E																144
17	2016	NR	NR	NR	NR	D	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	D	NR	NR	D	NR	RG	RG	E						228
18	2016	NR	NR	NR	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG															240
19	2016	RG	RG	RG	NR	NR	D	NR	NR	D	D	D	D														144
20	2016	RG	NR	NR	RG	NR	NR	NR	NR	D	NR	NR	NR	D	D	D	D										180
21	2016	RG	RG	RG	NR	NR	NR	NR	NR	RG	RG	NR	NR	NR													240
22	2016	NR	D	D	NR	NR	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG													240
23	2016	D	NR	NR	NR	D	NR	D	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	D	D	NR	NR	NR	NR	NR	NR		240
24	2016	NR	D	D	NR	RG	NR	D	D	NR	D	NR	NR	NR	NR	NR	RG	RG	RG	RG							228
25	2016	D	D	D	NR	NR	D	NR	D	NR	D	NR	NR	D	NR	NR	NR	D									120
26	2016	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG																	240
27	2016	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG																	240
28	2016	D	NR	NR	D	D	NR	NR	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	NR											240
29	2016	E																									12
30	2016	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG	RG																	240

Tabla 19. Número de estudiantes de acuerdo al estado y semestre, periodo 2016 - 2020: Modelo 2.

ESTADO	2016		2017		2018		2019		2020		2021		2022		2023		2024		2025		2026		2027		2028	
	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
RG	0	16	15	14	13	14	10	10	10	11	7	8	7	2	1	1	1	1	2	2	0	0	0	0	0	0
NR	0	10	11	8	14	9	13	14	13	13	10	9	7	4	6	5	3	2	1	2	1	1	1	1	1	0
D	0	3	3	6	1	5	5	4	4	2	3	2	2	4	1	2	2	2	1	0	0	0	0	0	0	0
E	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
TOT	0	30	29	29	28	28	28	28	28	26	21	19	17	11	8	8	6	5	4	4	2	1	1	1	1	0
%	0	100	97	97	93	93	93	93	93	87	70	63	57	37	27	27	20	17	13	13	6.7	3.3	3.3	3.3	3.3	0

Grafico 15. Número de estudiantes de acuerdo al estado y semestre, periodo 2016 - 2020: Modelo 2.



La tabla 19 y gráfico 15, nos muestran el número de estudiantes de acuerdo al estado y semestre académico para el periodo regular 2016-I al 2020-II y periodo de prolongación 2021-I al 2028-I, donde se aprecia que a partir del quinto año de estudios empieza a disminuir el número de regulares y no regulares debidos al retiro o la finalización de sus estudios.

CONCLUSIONES

PRIMERA: Se determinaron dos modelos para describir la permanencia estudiantil en la FINESI. La predicción obtenida mediante la CMTD basada en el modelo 1 cuyo espacio de estados es $\Omega = \{I, RG, NR, D\}$, presenta un comportamiento estacionario a partir del periodo 37, esto nos indica que se tiene un único vector de probabilidades de equilibrio que converge independientemente de la distribución inicial. En cambio, el modelo 2 con estados $\Omega = \{RG, NR, D, E\}$, no presenta un comportamiento estacionario dado que no presenta un único vector de probabilidades de equilibrio y no converge independientemente.

SEGUNDA: Las simulaciones demuestran que la fluctuación de las prevalencias de permanencia estudiantil en la FINESI de la UNA Puno y las relaciones hechas para los estados permiten observar un comportamiento del modelo que se asemeja a lo observado en la realidad, teniendo al X semestres de estudios una tasa del 97% de prevalencia para el modelo 1 y un 87% para el modelo 2 considerando en este que pudiera egresar en cualquier periodo, sin embargo, la validación del modelo es la única que permitirá determinar esta similitud.

TERCERA: El modelo 1 con estados $\Omega = \{I, RG, NR, D\}$ describe apropiadamente la permanencia estudiantil en la facultad de Ingeniería Estadística e Informática, pues cumple con la propiedad de estacionariedad de las cadenas de Markov.

RECOMENDACIONES

PRIMERA: La utilización de este modelo debe ser tratada con especial cuidado, los alcances de sus resultados están limitados por los supuestos que en este trabajo se plantean.

SEGUNDA: Incluir otros estados al modelo que puedan justificar el proceso de permanencia estudiantil en casos que aquí no se tuvieron en cuenta.

BIBLIOGRAFÍA

Azarang, M y Garcia, E. (1996). *Simulación y Análisis de modelos estocásticos*. México.

Bean, J. P. (1982). *Conceptual Models of Student Attrition*. In: E. T. Pascarella (Ed.). *New Directions for Institutional Research: Studying Student Attrition,* San Francisco USA.

Earlr, B. (1993). *Métodos de Investigación por Encuestas***,** 440 págs.

Hernández, R. y Fernández, C. (2010). *Metodología de la Investigación*. Quinta edición, México.

Himmel, E. (2005). *Modelos de análisis de la deserción estudiantil en la educación superior*.

Maurandi, A; Del Rio, L y Balsalobre, C. (2013). *Fundamentos estadísticos para investigación. Introducción a R*. España.

Montes, F. (2007). *Procesos estocásticos para ingenieros: Teoría y aplicaciones*. Departamento de Estadística e Investigación Operativa. Universidad de Valencia – España.

Rincon, L. (2011). *Introducción a los procesos estocásticos*. Departamento de Matemáticas UNAM. México.

Thaja, H. A. (2012). *Investigación de operaciones***,** Novena edición. México.

Wayne, L. (2005). *Investigación de Operaciones. Aplicaciones y algoritmos*. México.

Tesis:

Raña, P. (2012). *Dinámica del consumo de tabaco en Galicia: 2016-2020. Evaluación en diferentes escenarios*. España.

Tonconi, J. (2010). *Factores que influyen en el rendimiento académico y la deserción de los estudiantes de la facultad de ingeniería económica de la UNA-Puno, periodo 2009*.

Sanchez, M.P. (2012). *Deserción Universitaria en estudiantes de una Universidad Privada de Iquitos*. Universidad Peruana del Oriente, Perú. Publicada por la Revista Digital de Investigación en Docencia Universitaria de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas. Año 6 – Nro. 1.

REFERENCIAS INTERNET

http://www.logrosperu.com/noticias/actualidad/810-desercion-universitaria-preocupa-almundo.html

La Deserción Universitaria preocupa al Mundo. Consulta del 25 de julio, 2013. Extraído de:

Modelos de análisis de la deserción estudiantil en la educación superior. Extraído de: http://www.cse.cl/doc/web.csepublic_21002_Himmel22002.pdf.

ANEXOS

Anexo 1. Resumen de Reporte de Estudiantes Matriculados por modalidad 2005-I al 2015-II.

MODALIDAD	2005		2006		2007		2008		2009		2010		2011		2012		2013		2014		2015	
	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
REGULAR	297	310	278	255	256	249	181	149	144	118	93	75	177	178	190	182	209	207	208	189	185	182
OBSERVADO	54	34	38	29	23	31	26	25	19	16	21	23	37	21	25	26	37	28	48	40	55	43
TERCERA MAT			51	50	50	49	32	29	24	25	22	25	42	35	26	42	40	35	43	48	41	27
CUARTA MAT	15	15	8	28	29	22	32	23	18	15	9	6	18	16	16	13	19	26	18	18	20	18
QUINTA MAT	7	6	3	4	18	10	7	8	6	4	9	3	4	7	10	6	7	14	7	11	4	10
SEXTA MAT	10	3	1	3	1	11	7	3	2	6	5	5	1	5	2	4	4	1	4	5	2	3
SEPTIMAMAT	3	8		1	2	1	3	4	1	2	2	2	2	1	2	2	3	2	1	2	3	2
OCTAVA MAT	7	7	3	3	2	2		1	3	1		1	1			2		1	2	1	2	
NOVENA MAT								1		1	1						1		1	3	1	
DECIMA MAT									1											1	1	1
DECIMA PRIM MAT										1											2	
DECIMA SEGUNDA MAT																						2
DECIMA CUARTA MAT										1												
DECIMA QUINTA MAT											1											
DECIMO SEXTA												1										
CRISCOS												2										
DIRIGIDO	6	9	5				11	14	10	9	11	11	14	12	17	11	4	5			1	
RESERVA MAT	1		7	4	13	3	15	3	2	1	1		3			1		1	3	3	2	2
EXTRAORDNIARIO				1																		
TOTAL	400	392	394	378	394	378	314	260	230	200	175	154	299	275	288	289	324	320	335	321	319	290

Fuente: Oficina de Coordinación Académica de la FINESI.

Resumen de Reporte de Estudiantes Matriculados 2015 - I y II

Item	MODALIDAD	2015	
		I	II
1	INGRESANTES	21	10
2	REGULARES	164	175
3	NO REGULAR	132	106
8	RESERVA	2	2
7	***TOTAL MATRICULADOS (1 + 2 + 3 + 8)***	***319***	***283***
6	*CONTINUAN ESTUDIANDO (2-II + 3-II)*		283
4	EGRESADOS		7
5	DEJARON DE ESTUDIAR (7-I - 6-II)-(4-II)		29
TOTAL			*319*

Fuente: Oficina de Coordinación Académica de la FINESI.

Anexo 2. Scrip en código Matlab MODELO 1: Cadena_m1.m

```
%CADENA DE MARKOV DISCRETA: Modelo 1
clear all;
sim=zeros(30,30);
for k=1:10
    cred=0;
    cont=1;
    % Definicion del estado inicial
    i=1;
    while(cred < 226)
        j=salto(i);
        sim(cont,k)=j;
        if j==2
            cred=cred+24;
        elseif j==3
            cred=cred+12;
        end
        i=j;
        cont=cont+1;
    end
    % Cadena al final de 30 saltos
    tc(k)=cred;
end
disp(tc)
disp(sim)
```

salto.m

```
function j=salto(i)
% j=salto(i) devuelve el estado j al que se pasa
% aleatoriamente desde el estado i.
%
% Matriz de transición: modelo 1
%P=[
%0 1 0 0
%0 0.878 0.110 0.012
%0 0.076 0.659 0.265
%0 0 0.5 0.5];

% Matriz de transición: modelo 2
P=[
0.886 0.097 0.005 0.011
0.083 0.659 0.220 0.038
0 0.5 0.5 0
0 0 0 1];
% Elección del estado al que se saltará
switch i
case 1
    a=rand(1);
    if a<P(1,1)
        j=1;
    elseif P(1,1)<=a & a<P(1,1)+P(1,2)
        j=2;
    elseif P(1,1)+P(1,2)<=a & a<P(1,1)+P(1,2)+P(1,3)
```

```
            j=3;
        else
            j=4;
        end
    case 2
        a=rand(1);
        if a<P(2,1)
            j=1;
        elseif P(2,1)<=a & a<P(2,1)+P(2,2)
            j=2;
        elseif P(2,1)+P(2,2)<=a & a<P(2,1)+P(2,2)+P(2,3)
            j=3;
        else
            j=4;
        end
    case 3
        a=rand(1);
        if a<P(3,1)
            j=1;
        elseif P(3,1)<=a & a<P(3,1)+P(3,2)
            j=2;
        elseif P(3,1)+P(3,2)<=a & a<P(3,1)+P(3,2)+P(3,3)
            j=3;
        else
            j=4;
        end
    case 4
        a=rand(1);
        if a<P(4,1)
            j=1;
        elseif P(4,1)<=a & a<P(4,1)+P(4,2)
            j=2;
        elseif P(4,1)+P(4,2)<=a & a<P(4,1)+P(4,2)+P(4,3)
            j=3;
        else
            j=4;
        end
end
```