UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

PREVALENCIA DE CONOCIMIENTOS DE PRE ÁLGEBRA EN LOS ESTUDIANTES DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA SECUNDARIA "JOSÉ CARLOS MARIÁTEGUI" PUNO-2016

TESIS

PRESENTADA POR:

YONEL WILFREDO ÑAUPA VALERIANO

PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:

LICENCIADO EN EDUCACIÓN, CON MENCIÓN EN LA ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICA, COMPUTACIÓN E INFORMÁTICA

PUNO – PERÚ

2017

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

PREVALENCIA DE CONOCIMIENTOS DE PRE ÁLGEBRA EN LOS ESTUDIANTES DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA SECUNDARIA JOSE CARLOS MARIATEGUI PUNO - 2016

YONEL WILFREDO ÑAUPA VALERIANO

TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN, CON MENCIÓN EN LA ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICA, COMPUTACIÓN E INFORMÁTICA

APROBADA POR EL SIGUIENTE JURADO:

PRESIDENTE : ______________________

Dr. Felipe Gutiérrez Osco

PRIMER MIEMBRO : ______________________

Lic. Noemí G. Alarcón Cárdenas

SEGUNDO MIEMBRO : ______________________

D.Sc. Julio César Laura Huanca

DIRECTOR / ASESOR : ______________________

Dr. Wenceslao Quispe Yapo

Área : Procesos Educativos

Tema : Cognición y Comprensión del Conocimiento matemático

Fecha de sustentación: 05/Dic/2017

DEDICATORIA

Dedico esta tesis a mis padres y a todos los que creyeron en mí.

AGRADECIMIENTO

Gracias a la vida por este nuevo triunfo , gracias a todas las personas que creyeron y apoyaron en la realización de esta tesis.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABLAS

RESUMEN

Las matemáticas es una de las asignaturas que más rechazo tiene por los estudiantes en todos los niveles de educación, esto es debido a que no lograron asimilar el conocimiento correctamente, llevando errores y dificultades que no se corrigieron desde sus inicios, haciendo que sea difícil entender las matemáticas más abstractas, por lo tanto, es importante conocer el nivel de conocimientos elementales que poseen los estudiantes para poder entender la importancia de los conocimientos previos; la presente investigación tiene como enunciado del problema: ¿Qué nivel de conocimiento de pre algebra prevalecen en los estudiantes de la Institución Educativa Secundaria “José Carlos Mariátegui” en el año académico 2016?; enmarcado dentro de la metodología cuantitativa recoge información que se obtuvieron en un estudio descriptivo, el objetivo general fue, determinar el nivel de conocimiento de Pre Álgebra; y como objetivos específicos: determinar el nivel de conocimiento de procesos aritméticos, determinar el nivel de entendimiento de procesos algebraicos; tomando como muestra 54 estudiantes de cuarto y quinto grado, usando como instrumento de recolección de datos la prueba, las categorías de evaluación fueron: Números Enteros, Números Fraccionales Potencia, Radicación, Expresiones Algebraicas, Propiedades y Lenguaje Algebraico, y Ecuaciones. Los hallazgos obtenidos muestran que la mayoría de los estudiantes muestran grandes dificultades y errores en sus conocimientos pre algebraico, de tipo aritmético y algebraico, en conclusión, los conocimientos previos de pre algebra en los estudiantes del VII ciclo de Educación Básica Regular no prevalecen.

Palabras Clave: Pre Álgebra, Prevalencia, Conocimientos Previos.

ABSTRACT

Mathematics is one of the subjects that most rejected by students at all levels of education, this is because they failed to assimilate knowledge correctly, leading to errors and difficulties that were not corrected since its inception, making it difficult to understand the more abstract mathematics, therefore, it is important to know the level of elementary knowledge that students have in order to understand the importance of prior knowledge; This research has as a statement of the problem: What level of knowledge of pre algebra prevail in the students of the Secondary Educational Institution Jose Carlos Mariategui in the academic year 2016 ?; framed within the quantitative methodology collects information that were obtained in a descriptive study, the general objective was to determine the level of knowledge of Pre algebra; and as specific objectives: determine the level of knowledge of arithmetic processes, determine the level of understanding of algebraic processes; taking as sample 54 fourth and fifth grade students, using the test as a data collection instrument, the evaluation categories were: Whole Numbers, Fractional Numbers, Power, Radiation, Algebraic Expressions, Properties and Algebraic Language, and Equations. The obtained findings show that most of the students show great difficulties and errors in their pre algebraic knowledge, of arithmetic and algebraic type, in conclusion, the previous knowledge of pre algebra in the students of the 7th cycle of Regular Basic Education do not prevail.

Key Words: Pre Algebra, Prevalence, Previous Knowledg

INTRODUCCIÓN

La matemática en cualquiera de sus ramas, actualmente es visualizada como una materia difícil en la mayoría de los estudiantes en cualquier nivel de educación, existiendo un rotundo rechazo hacia ellas; no obstante, la matemática es una herramienta importante para la comprensión y manejo de la realidad en que vivimos. Está presente en la vida diaria de los estudiantes, lo cual permite que ellos construyan su saber matemático.

El álgebra una rama de la matemática abstracta donde si no se tiene un dominio elemental de matemática su desarrollo se ve comprometido, y es donde se presenta errores y conflictos al no entenderlas, Brousseau (1994) nos comenta que un error es un concepto equivocado, producto de las combinaciones de los conocimientos previos que poseen los alumnos, es decir, "el error no es solamente el efecto de la ignorancia, de la incertidumbre, de la casualidad, sino que es un resultado de un conocimiento anterior, que ha tenido su interés, su éxito, pero que ahora se revela falso o simplemente inadecuado".

El álgebra requiere de los conocimientos previos de los estudiantes para su entendimiento, es fundamental que los conocimientos matemáticos elementales prevalezcan y sean fortalecidos para entender conceptos más abstractos del algebra. La edificación del conocimiento matemático requiere por parte de los estudiantes una reorganización y extensión de los conocimientos previos y por parte de los educadores la detección de las carencias, dificultades y los errores que impiden que los conocimientos presentes en los alumnos sean significativos.

Percibimos que generalmente que cuando un estudiante no posee conocimientos previos, su relación con el Álgebra se basa en la memorización de procedimientos. Usando metodologías básicamente basadas en la repetición, donde son llevados a imitar el modelo presentado por el docente, tal metodología solo desmotiva y no despierta el interés por el aprendizaje del algebra, llevándolos a no entender el significado del algebra y por ende el rechazo a las matemáticas en general.

Con la presente investigación se demuestra que los conocimientos pre algebraicos no prevalecen en los estudiantes 4º y 5º de la Institución Educativa Secundaria José Carlos Mariátegui de la Universidad Nacional del Altiplano, Se detectaron errores en una cantidad nada despreciable de estudiantes. El tipo de error más común se debe al aprendizaje deficiente de conocimientos previos y al escaso manejo de destrezas matemáticas elementales lo cual hace difícil entender el álgebra y las matemáticas en general.

La presente pesquisa se estructura de la manera siguiente: en el CAPÍTULO I se desarrolla el Planteamiento de la Investigación, consistente en: el enunciado, la formulación del problema, la justificación, seguidamente los objetivos, hipótesis. En el CAPITULO II, se desarrolla los antecedentes investigativos, y el marco teórico - conceptual. En el CAPITULO III se desarrolla el Diseño Metodológico de la investigación, En el CAPITULO IV, se da a conocer el análisis e interpretación de resultados, que esta subdivido en cuatro partes, las cuales son: Primero, Resultados del Nivel de Conocimientos de Procesos Aritméticos; Segundo, Resultados del nivel de conocimiento de Expresiones Algebraicas; Tercero, Resultados de la prevalencia de conocimientos de Pre Álgebra; Cuarto, Contrastación de la prueba de hipótesis.

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1.1. Enunciado

¿Qué nivel de conocimiento de pre algebra prevalecen en los estudiantes de la Institución Educativa Secundaria “José Carlos Mariátegui” en el año académico 2016?

1.1.2. Justificación del problema de investigación

El aprendizaje de las matemáticas desde una perspectiva cognitiva, se considera el aprendizaje como un proceso constructivo interno consistente en la adquisición de información precedente del medio a través de un proceso de equilibración, es decir, mediante un proceso en que la información interactúa con la que el estudiante ya posee y se produce una reorganización del conocimiento. De este modo cuando el estudiante ha aprendido algo, esto se ha llevado a cabo debido a que se ha asimilado la información del medio y al mismo tiempo se han acomodado los conocimientos que se tenían previamente a los nuevos recientemente adquiridos.

Si un estudiante se enfrenta al algebra, a partir de sus conocimientos previos, es evidente que estos tienen mucha importancia para que se desarrolle el aprendizaje; el conocimiento desempeña un papel importante para el aprendizaje de las matemáticas, los estudiantes tienden a interpretar y afrontar las matemáticas algebraica que se imparten en clases en función a sus conocimientos previos, cuando el conocimiento previo es deficiente, el resultado es un aprendizaje memorístico y la aparición de problemas de aprendizaje, provocando un desfase entre el lenguaje algebraico que se adquiere y su significado real para el estudiante. Limitándose a memorizar los procedimientos de los problemas y ejercicios que se imparten en clases. Perdiendo el interés y desarrollando un sentimiento de rechazo hacia la materia misma.

La Evaluación Censal de Estudiantes (2016) es una evaluación estandarizada que anualmente realiza el Ministerio de Educación, a través de la Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes, para saber qué y cuánto están aprendiendo nuestros estudiantes de escuelas públicas y privadas del país. la clasificación está dada por: Previo al Inicio, en Inicio, en Proceso y Satisfactorio. Los resultados obtenidos al año académico 2016 a estudiantes de 2º de Educación Secundaria en área urbana son: 28.6% (Previo al Inicio), 40.6% (en Inicio), 18.2% (en Proceso), 12.7% (Satisfactorio). En el departamento de Puno se obtuvieron los siguientes resultados: 41.3% (Previo al Inicio), 37.3% (en Inicio), 13.2% (en Proceso), 8.2% (Satisfactorio), mostrando un bajo rendimiento en el aprendizaje de las matemáticas

Debido a lo antes expuesto, es que aparece la preocupación de la importancia de los conocimientos previos y la prevalencia de estos para el desarrollo del algebra, muchas de las dificultades que surgen al largo de la educación básica del estudiante, en la adquisición de las nociones matemáticas tienen su raíz a inicios de su instrucción, por ello es que el objetivo de la presente investigación se centra precisamente, en este momento crítico; evaluando a estudiantes por terminar sus estudios secundarios (4º y

5º) y observar si existe la prevalencia de conocimientos previos referente a Pre Álgebra.

1.2. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

1.2.1. Objetivo general

Determinar el nivel de conocimiento prevalentes de pre álgebra en los estudiantes de la Institución Educativa Secundaria “José Carlos Mariátegui” de la ciudad de Puno en el año académico 2016

1.2.2. Objetivos específicos

- Determinar el nivel de conocimiento de procesos aritméticos
- Determinar el nivel de entendimiento de procesos algebraicos elementales

1.3. HIPÓTESIS

El nivel de conocimiento pre algebraico de los estudiantes del de la Institución Educativa Secundaria “José Carlos Mariátegui” de la ciudad de Puno es deficiente

CAPÍTULO II

REVISIÓN DE LITERATURA

2.1. ANTECEDENTES DE INVESTIGACIÓN

En torno a las investigaciones, siempre existe un antecedente que aborde los conocimientos construidos desde diferentes perspectivas, y que les permite a los autores sustentar y validar estudios. En este sentido, se presentan los siguientes trabajos investigativos:

Un primer antecedente expuesto, es el de Amaya (2009) en su trabajo titulado "Errores de los Estudiantes de Octavo Grado en el trabajo Pre-Algebraico", de la Universidad de Sucre, ejecutada en la Institución Educativa Madre Amalia del municipio de Sincelejo, Colombia. La muestra la conformaron 91 estudiantes del grado octavo de educación básica secundaria, con edades entre 13 y 14 años, provenientes de los estratos socioeconómicos más bajos. Este trabajo de investigación se basó en la identificación de los errores más comunes que se cometen en el grado octavo al momento de transformar expresiones aritméticas y algebraicas en otras equivalentes. Participaron tres grupos de educación básica de una institución de carácter oficial. Los estudiantes se reunían por grupos de tal forma que en cada uno hubiera un estudiante monitor, el que se encargaba de explicarles a los compañeros lo que no entendían y a la vez anotaba los errores que les veía cometer; los que se analizaban en reuniones que se hacían en contra-jornada, donde se discutía la postura de cada grupo y se daban indicaciones para futuros encuentros. Resultó muy gratificante el trabajo en grupos en el que los propios estudiantes reportaban los errores de sus compañeros, lo que permitió que los estudiantes que normalmente los cometían, fueran tomando confianza, perdiendo el temor a admitir sus errores y ganando autoridad para cuestionar el trabajo de sus compañeros.

Una vez realizada la investigación se evidencio dentro de sus conclusiones que los estudiantes dan a las operaciones, realizando primero sumas o restas que multiplicaciones; por operar con números que no estaban en los ejercicios, en general, por no respetar las reglas de la aritmética; el uso inadecuado de las leyes de la potenciación, omisión de alguna operación o de un número y cambio de operaciones, como potenciación por multiplicación o multiplicación por división o por suma.

El trabajo realizado por Queiroz (2014), titulado “Resolução de problemas da pré-Álgebra e álgebra para fundamental II do ensino básico com auxílio do Modelo de barras”, de la Universidad Federal de São Carlos, ejecutado en estudiantes del Colegio Instituto Educacional Estilo Campinas de São Paulo, donde fueron ejecutados 6 actividades utilizando la metodología de George Polya, juntamente con el modelo de Barras, con el objetivo de realizar una transición satisfactoria del paso de la Aritmética al Algebra, las actividades fueron elaboradas y basadas en la resolución de problemas y después analizadas críticamente por medio de las etapas de resolución, el trabajo de investigación presenta un estudio teórico sobre la enseñanza y aprendizaje del algebra y también presenta la metodología de desenvolvimiento de la resolución de problemas y el modelo de barras.

El estudio realizado por Passoni (2002) “(Pré)Álgebra: introduzindo os numeros inteiros negativos” de la Universidad de São Paulo, Brasil; el tema central de la investigación fue enseñar a los estudiantes de nueve años a trabajar con números enteros y con nociones de pre algebra, las actividades fueron realizadas con 38 niños de nueve años de una escuela particular de la ciudad de São Paulo, las actividades consolidaban el traspaso de términos aritméticos a los algebraicos con el uso de números enteros negativos, usando la sustitución, con la finalidad de que los estudiantes tengan un mejor entendimiento de la importancia de los números negativos.

Por otro lado Cadenas (2007) llevo a cabo un estudio titulado "Carencias, dificultades y errores en los Conocimientos matemáticos en alumnos del Primer semestre de la escuela de educación de la Universidad de los Andes" (Venezuela); la presente investigación recoge los resultados que se obtuvieron en estudio diagnóstico que permitió determinar las carencias, las dificultades y los errores que presentan los estudiantes en sus conocimientos matemáticos del primer semestre de las menciones de Matemática y Ciencias de la Escuela de Educación de la Universidad de los Andes, los resultados obtenidos muestran que la mayoría de los estudiantes muestran grandes carencias, dificultades y errores en sus conocimientos matemáticos básicos y elementales, sobre todo de tipo aritmético y algebraico.

Todos los estudios ya mencionados ayudaron al desarrollo de la presente pesquisa, la diferencia de la presente investigación a las ya mencionadas, es que la presente investigación se enfocó principalmente para estudiantes que ya estaban próximos a culminar sus estudios de Educación Secundaria de Educación Básica Regular, con la finalidad de verificar la prevalencia de los conocimientos de pre algebra en los estudiantes de 4º y 5º de la Institución Educativa Secundaria "José Carlos Mariátegui".

2.2. MARCO TEÓRICO

2.2.1. Pre Álgebra

Pre-algebra es una introducción a los conceptos algebraicos, incluidos los principios básicos, las reglas y operaciones de trabajo con expresiones que contienen variables. También proporciona una base sólida en conceptos matemáticos para prepararlos para el álgebra (Acellus Learning System, 2017), “Durante el proceso de enseñanza el pasaje entre la aritmética y el álgebra ocurre por medio de la transición que es reconocida últimamente por lo que es llamado Pre-álgebra” (Queiroz, 2014, p. 27). El propósito del pre-algebra es, obviamente preparar a los estudiantes para el álgebra y luego para a matemáticas de nivel superior. Sin una buena base en Pre álgebra, un estudiante puede sufrir académicamente por los años restantes que toma el curso de matemáticas superior. Pre algebra es todo sobre los números y sus operaciones (suma, resta, multiplicación y división) y el álgebra (Home Education Council of America, 2017), en general podemos decir que el Pre algebra es un estudio entre algebra básica y aritmética, aritmética trata con números y el álgebra trata con letras en lugar de números. Pre algebra viene en medio para darle al estudiante el conocimiento sobre fracciones, enteros, exponentes, variables, y ecuaciones (EduBlogs, 2017) sin una comprensión adecuada de pre algebra, la iniciación al algebra general es una tarea desafiante.

El Pre álgebra es un nombre común para un curso de matemáticas en el sistema educativo de Estados Unidos, cabe resaltar que el periodo escolar en los Estados Unidos es de doce años, cinco años en la primaria (1º - 5º), tres años en la secundaria media (6º - 8º), y cuatro años en la secundaria superior el pre álgebra generalmente se enseña en séptimo y octavo grado. El objetivo de esto es preparar a los estudiantes para el estudio del álgebra. Pre álgebra es una necesidad básica para estar adecuadamente preparado para el álgebra de la escuela secundaria. Cuanta más base tenga un estudiante de matemáticas, mayores serán las posibilidades de que progrese con éxito durante sus años de escuela secundaria de educación matemática. De todos los conceptos matemáticos necesarios para un estudio más avanzado de las matemáticas (math media, 2017)

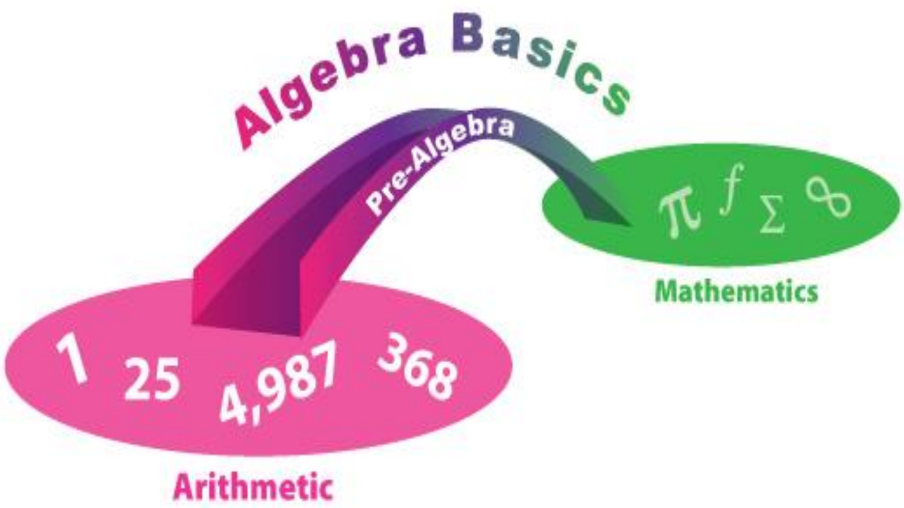


Figura 1: Interpretación del Pre-Álgebra (Fuente (*(math media, 2017)*)

Para que el estudiante logre obtener resultados significativos en su propio aprendizaje de contenidos de álgebra, la transición de la aritmética debe proporcionar condiciones en la que el estudiante pueda percibir una ligación, una secuencia de evolución entre los contenidos ya aprendidos (conocimientos previos), de este modo puede evitarse errores entre el aprendizaje de aritmética y como del algebra. El salto en abstracción que ocurre entre las operaciones aritméticas y el pensamiento algebraico provoca varios problemas en la enseñanza del algebra. Por ello, en cada ciclo de enseñanza es importante la adquisición del raciocinio matemático adecuado a cada ciclo.

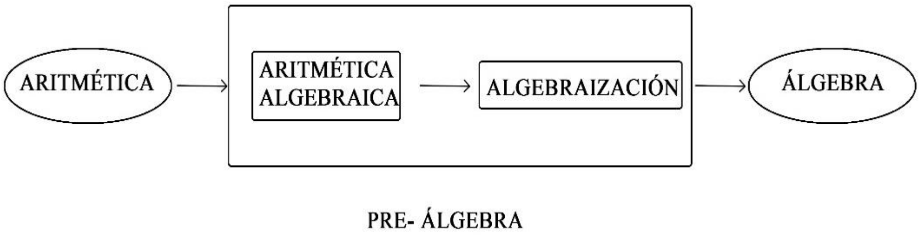


Figura 2 Transición de la aritmética para el álgebra (Fuente: Queiroz (2014, p. 28))

Para Pimentel (2010) para transformar ese escenario y resolver ese descompase de la transición de la aritmética para el álgebra, el pre - álgebra sería un puente o un eslabón que conseguiría unir esa discontinuidad, de esta manera entendemos que el aprendizaje del algebra debe de ser adquirida de forma continua con el transcurrir de los años del estudiante.

Pre álgebra para Kieran y Chalouh (1993) constituye un momento crucial en el proceso de aprendizaje de la matemática, pues es cuando ocurre la transición de la aritmética para el álgebra, es el momento en el que los estudiantes aprenden el significado de los símbolos y de las operaciones del algebra, con base en sus conocimientos de aritmética. Para Carraher, Schliemann & Brizuela (2008) el Pre-álgebra hace referencia a un enfoque general para la enseñanza de la matemática en los primeros años de escolarización.

Los aspectos fundamentales en la concepción del pre-álgebra, son el uso de letras para representar números y el conocimiento explícito de los métodos matemáticos que son la simbolización con el uso de letras y números. El pre-álgebra es una preparación para el aprendizaje de la manipulación de símbolos, que debe ir además del uso de reglas aprendidas. El pre-álgebra debe buscar "una exploración de algunas ideas clave algebraicas, entre las cuales los estudiantes deben (a) pensar sobre las relaciones numéricas de una situación, (b) discutir en el lenguaje del día a día, y (c) eventualmente aprender a representarlas con letras u otra notación" (Kieran & Chalouh, 1993, p. 181). Estos autores acreditan que el éxito del pensamiento algebraico depende de la correcta y significativo paso de la aritmética para el álgebra

La perspectiva de Pre-álgebra se apoya, en dos hechos esenciales. Primero, es la concepción de que el Álgebra está presente cuando se hace uso del simbolismo algebraico, pero en el que la noción del simbolismo algebraico es una concepción mucho más amplia y va más allá de las escrituras formales de la Aritmética generalizada (Sutherland, Rojano, Bell, & Lins, 2001; Drijvers & Hendrikus, 2003). Segundo, en la validez de las propuestas de organización de los estadios de desarrollo cognitivos en la que el Álgebra ocupa el estadio de desarrollo formal (Collis, 1974), y en consecuencia se considera fuera de las capacidades cognitivas de los estudiantes en los primeros años de la Educación Primaria.

Diferentes investigaciones han puesto de manifiesto que existe dificultades y errores, generados por rupturas o cortes didácticos, como las relacionadas con la limitada interpretación del signo igual en Aritmética, las concepciones erróneas de los alumnos sobre el significado de las letras utilizadas como variables, el rechazo de expresiones no numéricas como respuestas a un problema, la no aceptación de la falta de clausura o la operatividad con las incógnitas… se han considerado como inherentes al aspecto más abstracto del

Álgebra y a limitaciones en el desarrollo cognitivo de los alumnos de edades más tempranas (Herscovics & Kieran, 1980); (Kuchemann, 1981); (Filloy & Rojano, 1989)

También desde la década de los ochenta diferentes autores, como por ejemplo (Davis, 1985), argumentaban la necesidad de iniciar una enseñanza del Álgebra, desde la Educación Primaria, que preparase a los alumnos para abordar los aspectos epistemológicos involucrados en la transición de la Aritmética al Álgebra que se daban en la Secundaria. No eran propuestas para hacer un desarrollo de los aspectos formales del Álgebra sino una preparación en términos de los que hoy es denominado Pre-Álgebra.

Como se sabe, los conceptos matemáticos están conectados como anillos de cadenas por lo que una ruptura en la cadena causará dificultades para enseñar conceptos matemáticos en el futuro. Especialmente, este anillo se ve entre el conocimiento aritmético y álgebra. Por lo tanto, el período pre algebraico que es el período de transición de la aritmética al desarrollo del álgebra es tan importante para eliminar los obstáculos y las dificultades que se originan. Por esta razón, es necesario lidiar con estas diferencias y la importancia del período pre algebraico.

2.2.2. Conocimiento previo

Los conocimientos previos son considerados desde hace ya varias décadas como fundamentales para adquirir conocimiento nuevo, en palabras de Ausubel (1983):

La adquisición de información nueva depende en alto grado de las ideas pertinentes que ya existen en la estructura cognitiva y el aprendizaje significativo de los seres humanos ocurre a través de una interacción de la nueva información con las ideas pertinentes que ya existen en la estructura cognitiva (Ausubel, 1983). El concepto de conocimiento previo surge del enfoque cognitivo del aprendizaje 'aprendizaje significativo', en consecuencia, para poder profundizar en el conocimiento previo, se debe tener clara la noción del 'enfoque cognitivo de aprendizaje' y de lo que se conoce dentro de éste como 'aprendizaje significativo' a la vez que se debe distinguir el papel del conocimiento previo en ambos aspectos

2.2.2.1. Concepción cognitiva del aprendizaje y aprendizaje significativo

Para Mota & Valles (2015) El aprendizaje ocurre cuando se evidencias cambios en el conocimiento, en lo que el sujeto conocía y el nuevo conocimiento que adquiere, cuando la información es almacenada en la memoria a largo plazo de manera sistemática, ordenada, estructurada, es decir, de forma organizada y esto se logra cuando esa información es significativa, o sea, cuando tiene algún valor para el sujeto, cuando es importante para él, bien sea porque es necesario, útil o relevante. Los pasos que recorre el sujeto para aprender, según el enfoque cognitivo, son: la recepción de la información a través de los sentidos, luego surge la organización de esa información y el almacenamiento en la memoria a largo plazo, posteriormente, el sujeto puede recuperar o localizar esa información

Según López (2009) "las ideas o conocimientos previos que los chicos han construido sobre determinados temas, tópicos o conceptos"(p. 3) los cuales se pueden diferenciar por área bien sea por su contenido o naturaleza, es decir, algunos pueden ser más conceptuales, procedimentales, descriptivos o explicativos respectivamente; también influye la edad del estudiante y los aprendizajes adquiridos anteriormente.

En ese orden de ideas, López (2009) también menciona algunas características que tienen los conocimientos previos en común, indistintamente del área que se trate, entre las que están:

- Los saberes previos son construcciones propias de cada individuo, de manera que cada persona los va fabricando mientras interacciona con el medio social de acuerdo a sus experiencias pasadas.
- Además de los conceptos, la interacción del individuo con el contexto donde se desarrolla también le permite interpretar deseos, intensiones o sentimientos de las personas que lo rodean.
- No en todas las ocasiones, los saberes previos, poseen rigor científico, es decir, que un estudiante posea un cierto conocimiento previo sobre un área, no significa que ese concepto sea el institucionalmente aceptado; generalmente, estos conocimientos son resistentes y estables al cambio, también poseen un carácter implícito.

López (2009) también hace referencia al origen de los conocimientos previos, agrupando esa génesis en tres grandes categorías: 1. Concepciones espontáneas, 2. Concepciones trasmitidas socialmente y 3. Concepciones analógicas. La primera de esas concepciones se define como la construcción que el sujeto hace para explicar y dar significado a los fenómenos de la vida diaria, un ejemplo puede ser cuando el estudiante en las áreas de ciencias naturales aplica reglas de ‘inferencia causal’ para explicar datos recogidos a través de “procesos sensoriales y perceptivos”. En cuanto a la segunda concepción, se forman a partir de las creencias que se trasmiten en el ambiente sociocultural de cada individuo. En el ámbito escolar, los estudiantes toman como ciertas los hechos y fenómenos que son presentados en el área de Ciencias Sociales, así no lo hayan experimentado propiamente. En la última y tercera concepción, el individuo crea una ‘analogía’ para ciertas ideas que no han experimentado socialmente, pero que puede adaptar por ideas preconcebidas que considera adaptables o parecidas al fenómeno desconocido para darle un significado familiar.

En ese sentido, no solo es suficiente que el docente se preocupe porque el estudiante maneje los conocimientos matemáticos básicos, sino que además tiene que tomar en cuenta cómo el estudiante será capaz de *relacionar* o *anclar* esos conocimientos con los que va a ir obteniendo gradualmente y que, hasta el momento, le eran desconocidos; pero, para que eso ocurra, el conocimiento que él ha adquirido sobre matemática en Primaria y Secundaria, debe haber sido *significativo* y así estar situado en su memoria a largo plazo, de manera que pueda *recordar* y poder utilizarlos cuando sea pertinente.

En la enseñanza de las matemáticas el conocimiento que se adquiere de forma memorística y mecánica, no comprendida y no asimilada, el estudiante no percibe la forma útil de aplicarlo en su vida. El aprendizaje por repetición impide que el estudiante descubra por sí mismo, pues como plantea Briones (2006) éste se da cuando el contenido que se quiere aprender se presenta de forma terminada. De ahí la importancia del aprendizaje significativo, que le permita al estudiante no solo tener información sobre un conocimiento, sino relacionarlo con lo que ya sabe, encontrando una forma práctica de aplicarlo, teniendo presente el reconocimiento del aula como un laboratorio donde los estudiantes hacen cosas, resuelven problemas y experimentan procesos que maduran y recrean su pensamiento mientras encuentran formas de una mejor calidad de vida.

Las experiencias alrededor de su propio aprendizaje, le dan al estudiante la posibilidad de descubrir por sí mismo el conocimiento, basado en la información que recibe, cómo la organiza, cómo construye y re-construye a partir de una actividad determinada. Cuando el individuo descubre, se aleja de la forma mecánica de la enseñanza a partir de la repetición de conceptos, y encuentra en su propia experiencia elementos conceptuales e ideas que favorecen su aprendizaje. Para que un aprendizaje sea verdaderamente significativo, se debe tener en cuenta que el material dispuesto para el aprendizaje genere interés en el estudiante y de alguna manera facilite el trabajo en el aula (Ballester, 2002). De esta forma el material empleado también se vuelve significativo, es decir, que puede relacionarse con la estructura cognitiva del estudiante y permite asociar los conocimientos previos con los nuevos conocimientos, llegando al estudiante tanto en su condición de individuo, como en la de integrante de un grupo, considerando el beneficio que se obtiene de la interacción con otros en el proceso de enseñanza. No menos importante es la disposición del estudiante para adquirir este aprendizaje, en lo cual influye de manera sustancial el material utilizado y la orientación oportuna del docente.

Considerando los elementos que pueden determinar un aprendizaje significativo en el aula, se pueden establecer tres fases que permitan su desarrollo en la enseñanza de un tema o área específicos. Se busca establecer una conexión entre los saberes previos del estudiante, la estrategia didáctica empleada y el conocimiento que pretende brindarse al estudiante en forma coherente (Ballester, 2002). Para este propósito, un primer momento o fase inicial corresponde con las ideas y experiencias previas de los estudiantes, teniendo en cuenta lo que ya saben alrededor del conocimiento que quiere enseñarse. En un segundo momento o fase intermedia se involucra al estudiante en situaciones que le permitan adquirir nuevas estructuras cognoscitivas, explorar, practicar y experimentar. De esta forma a través de la propia experiencia los nuevos conocimientos se van interiorizando y asimilando para ser aplicados. En un tercer momento o fase final se relacionan las estructuras anteriores (saberes previos) con las nuevas estructuras, dándose una apropiación completa del conocimiento. Es así como el aprendizaje significativo se da permitiendo al estudiante no sólo adquirir una idea, sino también llevar el conocimiento adquirido a una aplicación en procesos posteriores, tal como expresa Ballester (2002, p. 19): “El aprendizaje significativo, por tanto, ayuda a pensar, mantiene las conexiones entre los conceptos y estructuras, las interrelaciones en diferentes campos del conocimiento, lo que permite extrapolar la información aprendida a otra situación o contexto diferente"

2.2.3. Dificultades en el uso del lenguaje algebraico

Parte de los problemas se deben a problemas propios del uso y comprensión de nuestro lenguaje; dificultad que se agrava al emplear palabras que en el contexto matemático tienen diferente significado que en el lenguaje habitual, como raíz, potencia, primo, diferencia, matriz, etc.; al tiempo que se crean otras, específicamente matemáticas, como hipotenusa, coeficiente, polinomio, isósceles, etc. Todo ello acentúa las dificultades en la adquisición del lenguaje algebraico, que a continuación se exponen:

La dificultad de percibir las estructuras subyacentes a las expresiones algebraicas. Kieran (1989) reconoce dos tipos de estructuras, superficial, que se refiere a la forma de la expresión algebraica (la ordenación de sus términos y jerarquía de sus operaciones), y sistémica, que se refiere a las propiedades de sus operaciones. Los estudiantes, en general, tienen dificultades en la percepción de estos dos tipos de estructuras. Mientras en el lenguaje ordinario se pueden comunicar significados sin necesidad de una precisión sintáctica, el lenguaje algebraico es preciso, obedece a unas reglas exactas y carece de significado si no se interpretan rigurosamente sus símbolos. Con él no se pueden comunicar emociones, sentimientos, juicios o valores. Es un lenguaje nuevo que permite manejar como conocidas las cosas desconocidas. La potencia del lenguaje algebraico frente al ordinario es su capacidad para expresar lo general empleando símbolos y esa es precisamente su dificultad.

Muchas veces el propio lenguaje de los docentes dificulta la construcción adecuada del significado algebraico en el alumnado. Cuando decimos, por ejemplo, “lo que está sumando pasa restando”, damos a entender que efectivamente desaparece de un miembro de la ecuación y sin saber cómo ni por qué, aparece en el otro. De manera que es muy posible que incluso alumnos que son capaces de resolver adecuadamente complicadas ecuaciones matemáticas, no sepan a qué se deben los pasos que dan cuando van buscando la solución y más bien piensen que sólo se trata de aplicar las reglas que tantas veces han oído en clase. Prueba de ello es la dificultad que tienen en general para mostrar que una solución es incorrecta. El camino preferido consiste en volver a resolver la ecuación dada, sin darse cuenta que basta con sustituir la solución en la ecuación para que, si es incorrecta, dé lugar a valores diferentes en la derecha y en la izquierda

La tarea de codificar un mensaje dado en lenguaje coloquial implica procesos más complejos que los involucrados en una simple traducción. El lenguaje matemático trata de expresar estructuras por medios exclusivamente formales. Ello implica, como procesos intermedios, identificar las variables que intervienen, los parámetros, las incógnitas, y comprender las relaciones que existen entre todas ellas; asimismo, supone el manejo de conceptos tales como la proporcionalidad o la igualdad, para poder expresar, respetando las reglas sintácticas del álgebra, el mensaje codificado. Mención especial requiere la resolución de los llamados “problemas de enunciado”; en ellos se enuncia una situación en la que aparecen varios datos y se pide el hallazgo de algún valor desconocido. Resolver este tipo de problemas requiere la conjunción de numerosas habilidades matemáticas como establecer relaciones entre datos e incógnitas, emplear adecuadamente los signos, traducir el enunciado a una ecuación o sistema de ecuaciones, resolverlo, etc. En este sentido, según Blais (1988), los problemas de enunciado siempre esconden igualdades, por lo que su lectura inicial debe provocar una abstracción. El énfasis debemos ponerlo no en que los estudiantes lean cuidadosamente o de forma literal, sino que lean de una forma tal que después ignoren lo accesorio, filtrando los detalles que contiene la esencia del problema.

Para poder resolver problemas de enunciado es preciso haber asumido una forma de pensar basada en la comprensión del significado de las operaciones y las consecuencias que tienen sobre los números que actúan, así como el significado del signo igual en el contexto de una ecuación. Las dificultades en la transformación de un problema de enunciado a una ecuación provienen, por un lado, de la interpretación de las propias expresiones algebraicas y, por otro, de la búsqueda de una expresión algebraica adecuada que represente el contenido del problema, para lo cual es necesario un conocimiento adecuado de la estructura y sintaxis algebraica. Para que los estudiantes puedan aceptar como resultado de este proceso una expresión con operaciones indicadas, pero sin efectuar, tienen que haber superado la fase de las operaciones aritméticas, para asumir el significado de las operaciones algebraicas, que representan la simbolización de un proceso. Por ello es aconsejable que realicen numerosas actividades de traducción antes de enfrentarse con la resolución de estos problemas.

Las Matemáticas tienen un vocabulario y una sintaxis propia que, en el caso del álgebra, conduce a numerosas equivocaciones al tratar de aplicar los mismos significados que en la aritmética. Para ayudar a los estudiantes a usar correctamente este lenguaje, son decisiones importantes tanto los materiales didácticos empleados como el tipo de actividades que se planteen y, sobre todo, la metodología. En la superación de los errores cometidos es necesario que el estudiante asuma un papel activo viéndose involucrado en un conflicto a través del cual sustituya sus concepciones erróneas por otras adecuadas, enfrentándose a la contradicción que existe entre ambas. El significado se alcanza cuando se pone en contacto la nueva comprensión con los esquemas previos y, de este contacto, surgen nuevos esquemas modificados y ampliados, que pueden reestructurarse dando lugar a otros esquemas de orden superior

La construcción del conocimiento es un proceso de cambio y de reestructuración del modelo conceptual, no de acumulación. Un modo particularmente efectivo para superar estas dificultades consiste en generar discusiones en clase donde se muestren los conceptos falsos de los estudiantes y traten de superarlos mediante sus propias interacciones Fomentar la interacción entre los estudiantes, de modo que las dificultades personales se expongan y se debatan en pequeños grupos, así como los significados personales, puede ayudar, atendiendo a la teoría de Vygotsky (1988) sobre la zona de desarrollo próximo, a paliar las dificultades anteriormente señaladas. Así, aparece el Aprendizaje Cooperativo como un método particularmente interesante para que se generen este tipo de discusiones enriquecedoras entre los estudiantes, entendiendo que el aprendizaje es un proceso de construcción con una clara dimensión social.

2.2.4. Álgebra y su enseñanza

Los procedimientos que forman parte del escenario algebraico son complejos para muchos estudiantes. Para resolver una ecuación factorizar una expresión algebraica o simplificarlas, para reducir una expresión a otra más simple, los estudiantes precisan usar sus conocimiento y técnicas. El uso de términos algebraicos, el concepto de variable, el concepto de incógnita, el uso de productos notables, el uso de letras en algebra, la diversidad de situaciones que se refieren a variable e incógnita, comprometen, muchas veces, la comprensión del estudiante.

De acuerdo con Neves (1995) muchos estudiantes y docentes afirman que el álgebra se usa solo en un aula, las tareas, y comprenderla significa trabajar con hechos ya constituidos. De este modo, el álgebra tiene escaso significado para la mayoría de estudiantes, no hacen conjeturas sobre su amplitud.

Los estudiantes en su mayoría presentan problemas en situaciones algebraicas, no por la dificultad en el enunciado, sino por no entender términos algebraicos. “el uso métodos informales en aritmética puede también tener implicaciones en la habilidad del estudiante para establecer (o comprender) afirmaciones generales en álgebra” (Booth, 1995, p. 23). Para comprender la generalización de las relaciones y procedimientos aritméticos es preciso primero que tales relaciones y procedimientos hayan sido aprendido dentro del contexto aritmético, de no ser así o que también tenga concepciones erróneas con respecto a sus conocimientos aritméticos, su desempeño en algebra se verá afectado.

La resolución de problemas escribe bien como puede ser la manera de el desenvolvimiento del pensamiento algebraico; delante de las situaciones problemáticas, es necesario que todo el conocimiento ya adquirido sea puesto al servicio para la resolución del problema en cuestión, desenvolviendo nuevos conceptos, con reformulaciones y generalizaciones de los resultados obtenidos. La resolución de problemas tiene un papel importante en el desenvolvimiento de conceptos algebraicos. La práctica de la enseñanza temprana debe favorecer el desenvolvimiento del pensamiento algebraico, estimulando a los estudiantes con actividades que describen patrones o relaciones. Por ejemplo, al analizar una secuencia que se repite, podemos partir de su patrón secuencial para saber un término cualquiera de esa secuencia. Luego las experiencias de los estudiantes con los números proporcionan apoyo a las estructuras y simbolismos algebraicos.

De acuerdo con Piaget (1998, p. 36) el proceso de construcción el conocimiento envuelve tres aspectos muy importantes: el interaccionismo, el constructivismo secuencial y los factores que interfieren en el desenvolvimiento. En la adquisición de nuevos conocimientos el sujeto pasa por los procesos de asimilación y acomodación, buscando reestablecer un equilibrio cognitivo. La asimilación sería un proceso de integración de nuevos conocimientos en estructuras ya existentes; y la acomodación seria la reestructuración de los esquemas anteriores.

En otras palabras, Piaget afirma que lo aprendizaje se da en la interacción del sujeto con el mundo, en otras palabras, el objeto o situaciones concretas permite al sujeto construir su propio conocimiento; y como el álgebra es muy abstracto, la teoría piagetiana se hace necesaria, pues los conceptos algebraicos deben ser trabajados siempre a partir de situaciones cotidianas comunes para los estudiantes.

2.2.5. Álgebra y los estadios del desarrollo

La psicología evolutiva se centra en el desarrollo o evolución de los niños, enfatizando los aspectos relacionados con el aprendizaje y los procesos de cognición. Este desarrollo que comienza desde el nacimiento del niño, va conformando un proceso de evolución y maduración. Los estadios de este proceso son universales, aunque cada niño posee características propias. La personalidad más importante de esta corriente es J. Piaget. Piaget señala que el desarrollo de la inteligencia de los niños es una adaptación del individuo al ambiente o al mundo que lo circunda. La inteligencia, en suma, se desarrolla a través de un proceso de maduración y también incluye lo que específicamente se llama aprendizaje. (Socas, Camacho, Palarea, & Hernandez, 1996)

El proceso de desarrollo de la inteligencia, tal como lo ve Piaget, se desarrolla en cada niño a través de determinados estadios que son parte de un proceso continuo, en el cual una característica del pensamiento infantil se cambia gradualmente en un tiempo determinado y se integra en formas mejores de pensamiento. Según Socas, Camacho, Palarea y Hernández (1996) El niño puede estar en más de un estadio al mismo tiempo. Piaget distingue tres estadios de desarrollo cognitivo, cualitativamente diferentes entre sí, que se subdividen en sub estadios:

- (I) Estadio *sensoriomotor*, abarca desde el nacimiento hasta los dos primeros años de vida. Período sensorial y de coordinación de acciones físicas.
- (II) Estadio *de operaciones concretas,* abarca desde los dos a los once o doce años de edad. Consiste en la preparación y realización de las operaciones concretas de clases, relaciones y números. Este segundo estadio se subdivide en:
  a) Período *preoperacional* (dos a siete años). Período de pensamiento representativo y prelógico.
  b) Período *operacional concreto* (siete a once años). Período de pensamiento lógico concreto.
- (III) Estadio *de operaciones formales,* se inicia alrededor de los once a doce años y alcanza su pleno desarrollo tres años más tarde. Período del pensamiento lógico ilimitado.

En el esquema siguiente pueden verse estos estadios y sus principales características según Piaget

Tabla 1
Estadios del desarrollo cognitivo según Piaget

Estadios	**Características**
I. Sensoriomotor	Al nacer, el mundo del niño se reduce a sus acciones. El niño no es capaz de representaciones internas de sus acciones (lo que usualmente consideramos como pensamiento). Ausencia operacional de símbolos. Estadio prelingüístico. Los objetos adquieren permanencia, aun cuando éstos (cero a dos años) están fuera de su propia percepción. Desarrollo de los esquemas sensoriomotores. Finaliza con la iniciación de la conducta dirigida a un objetivo y la invención de nuevas soluciones, es decir, con

	el descubrimiento y las combinaciones internas de esquemas.
II. Operaciones concretas **IIa) Pre operacional (2-7 años)**	El pensamiento infantil ya no está sujeto a acciones externas y se interioriza. Inicio de las funciones simbólicas. Representación significativa (lenguaje, imágenes mentales, juegos simbólicos, invenciones imaginativas, etc.). A pesar de los grandes adelantos en el funcionamiento simbólico, la habilidad infantil para pensar lógicamente está bastante limitada: • Ausencia de reversibilidad: incapacidad para invertir mentalmente una acción física para volver a su estado original. • Ausencia de concentración: incapacidad para retener mentalmente cambios en dos dimensiones al mismo tiempo. • Lenguaje y pensamiento egocéntrico: incapacidad para tomar en cuenta otros puntos de vista.
II. Operaciones concretas **IIb) Operacional concreto (7-11/12 años)**	El niño mejora su capacidad de pensamiento lógico ante los objetos físicos, es capaz de pensar en objetos físicamente ausentes que forman parte de experiencias pasadas, pero no con hipótesis verbales. El pensamiento infantil está limitado a cosas concretas en lugar de ideas. Adquiere la reversibilidad que le permite invertir mentalmente una acción que antes sólo había llevado a cabo físicamente, la inclusión lógica, la clasificación y ordenamiento de objetos, la habilidad para conservar ciertas propiedades de los objetos (número, cantidad) a través de los cambios de otras propiedades, la capacidad de retener mentalmente dos o más variables cuando estudia los objetos. Se vuelve más sociocéntrico, cada vez es más consciente de la opinión de los otros. Las operaciones matemáticas básicas surgen en este período.
III. Operaciones formales (11/12-14/15 años)	Habilidad para pensar más allá de la referencia a experiencias concretas. Capacidad de usar, a nivel lógico,

	enunciados verbales y proposiciones en vez de objetos concretos únicamente. Habilidad pala pensar teóricamente sobre las consecuencias de los cambios de objetos y sucesos. Habilidad para razonar acerca de las combinaciones de las variables en un problema. Capacidad para comprender reglas generales de ejemplos particulares. Capacidad para deducir de proposiciones generales conclusiones particulares.

Fuente: (Socas, Camacho, Palarea, & Hernandez, 1996, p. 75-76)

CAPÍTULO III

MATERIALES Y MÉTODOS

3.1. DISEÑO DE INVESTIGACIÓN

El diseño de investigación científica de la presente pesquisa es del enfoque cuantitativo, ya que es una forma estructurada de recopilar y analizar datos obtenidos de fuentes. La investigación cuantitativa implica el uso de herramientas estadísticas y matemáticas para obtener resultados. Es concluyente en su propósito ya que trata de cuantificar el problema y entender que tan generalizado esta mediante la búsqueda de resultados proyectables a una población mayor.

3.1.1. Tipo de investigación.

Tipo de investigación es no experimental, ya que es una investigación sistemática y empírica en la que no existe manipulación deliberadamente de las variables independientes, en este tipo de investigación no hay condiciones ni estímulos a los cuales se expongan los sujetos del estudio.

El diseño de investigación es descriptivo, porque implica observar y describir el comportamiento de un sujeto sin influir sobre el de ninguna manera. “Los diseños descriptivos, indagan la incidencia de las modalidades, categorías o niveles de una o más variables en una población. Son estudios puramente descriptivos” (Hernández S, Fernández C, & Baptista L, 2010, p. 152)

3.1.2. Población y muestra de investigación

3.1.2.1. Población

La población de investigación está considerada por los estudiantes de la Institución Educativa Secundaria “José Carlos Mariátegui” de la ciudad de Puno del año académico 2016, la cual está distribuida en 5 grados cada uno con dos secciones respectivamente (A y B) haciendo un total de 10 secciones. Para la presente investigación se consideró como la población maestral a los estudiantes del cuarto y quinto grado de la institución en cuestión. La cual esta constituida de la siguiente manera:

Tabla 2
Número de estudiantes de la Población Muestra

Grado y sección	Números de estudiantes
4º A	33
4º B	34
5º A	38
5º B	30
Total	135

Datos obtenidos de la nómina de matrícula

3.1.2.2. Muestra

La muestra es un subconjunto o parte de la población o universo en que se llevara a cabo la investigación el tipo de muestra de la presente investigación corresponde al probabilístico. La determinación del tamaño de muestra se dio por medio de la regla de tres simples. Según Mendoza (1999, p. 156) “si la población de estudio es menor de 500 se recomienda tomar el 40%”. Aplicando la regla de tres simple, tenemos el siguiente resultado:

123 ⟶

100% ⟶

Regla de tres

$$n = \frac{135 \times 40}{100} = 54$$ tamaño de la muestra

Para hallar el tamaño de muestra en cada estrato se aplicó la siguiente formula:

$$n_i = \frac{nN_i}{N}$$

Donde:

n_i: Muestra de estrato

n : Muestra general

N_i: Población del estrato

N: Población total

Tabla 3
Tamaño de muestra de estrato

Grado y Sección	Muestra de estrato
4º A	13
4º B	14
5º A	15
5º B	12
Total	54

Datos obtenidos usando la fórmula para estratos.

3.1.3. Técnicas e instrumento de recolección de datos

3.1.3.1. Técnica

Examen, consiste en la formulación de preguntas que pueden estar escritas, expresadas verbalmente, el propósito de esta técnica es averiguar y diagnosticar los niveles de conocimiento que los sujetos tienen acerca de un tema o disciplina determinada (Charaja C, 2011, p. 322)

3.1.3.2. Instrumento

La prueba escrita es un instrumento de medición cuyo propósito es que el estudiante demuestre la adquisición de un aprendizaje cognoscitivo, o el desarrollo progresivo de una destreza o habilidad. Por sus características, requiere contestación escrita por parte del estudiante.

El instrumento consta de ejercicios de pre algebra, sacados de libros de pre-álgebra de autores como Bobrow (2001); Malloy, Price, Willard. y Sloan (2002), Wheater (2014), Bittinger, Ellenbogen y Johnson (2010) y Carson (Carson, 2006); dicho instrumento tiene la finalidad de observar la prevalencia de sus conocimientos elementales de Pre Algebra de los estudiantes de los últimos grados de estudios Secundarios (4º y 5º) , así poder identificar si existe la prevalencia del Pre Algebra.

El instrumento de recolección de datos está dividido en siete categorías, las cuales son: números eneros, fraccionales, potenciación, radicación, expresiones algebraicas, propiedades y lenguaje algebraico y ecuaciones.

3.1.4. Lineamientos de evaluación de los conocimientos

La evaluación de los conocimientos es un proceso, mediante el cual se observa, recoge y analiza información relevante, con la finalidad de reflexionar, emitir juicios de valor y tomar decisiones oportunas. En la presente investigación se utilizó la escala de 0 a 20 para evaluar la prevalencia de los conocimientos de pre Álgebra. Según el Diseño Curricular Nacional (2005) la escala de calificación es la siguiente:

Tabla 4
Escala de Calificación de los Aprendizajes

Escala de calificación cualitativa	Escala de calificación cuantitativa
Muy bueno	18-20
Bueno	14-17
Regular	11-13
Deficiente	0-10

Elaborado por el investigador

Se utilizó la presente calificación para determinar la prevalencia de los conocimientos de Pre Álgebra en los estudiantes de la I.E.S "José Carlos Mariátegui"

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este capítulo se presenta el análisis de datos obtenidos de la aplicación del test aplicado a la muestra de estudio. Los estudiantes fueron expuestos a una serie de situaciones en las que tendría de dar uso a sus conocimientos previos, dos horas pedagógicas de clase fueron necesarias para el desarrollo de la prueba

Los resultados de la investigación se organizan en dos aspectos: nivel de conocimiento de procesos aritméticos, nivel de conocimiento de expresiones algebraicas básicas, prevalencia de conocimientos de pre algebra, y análisis de la hipótesis

4.1. NIVEL DE CONOCIMIENTOS DE PROCESOS ARITMÉTICOS

Tabla 5
Operaciones con Números Enteros

ÍTEM	EJERCICIOS	RESPUESTA CORRECTA		RESPUESTA INCORRECTA		NO RESPONDIÓ	
		f_i	$hi\%$	f_i	$hi\%$	f_i	$hi\%$
1.a	$-\|9\|+\|-7\|$	11	20,4	33	61,1	10	18,5
1.b	$(-5)(-8)$	32	59,3	19	35,2	3	5,5
1.c	$6(-5)$	33	61,1	19	35,2	2	3,7
1.d	$(-27)\div(9)$	35	64,8	8	14,8	11	20,4
1e.	$(-8)+(-25)$	19	35,2	25	46,3	10	18,5
2	$1-3[(3)(-2)-(-1)]$	1	1,9	43	79,6	10	18,5

Datos obtenidos de la prueba

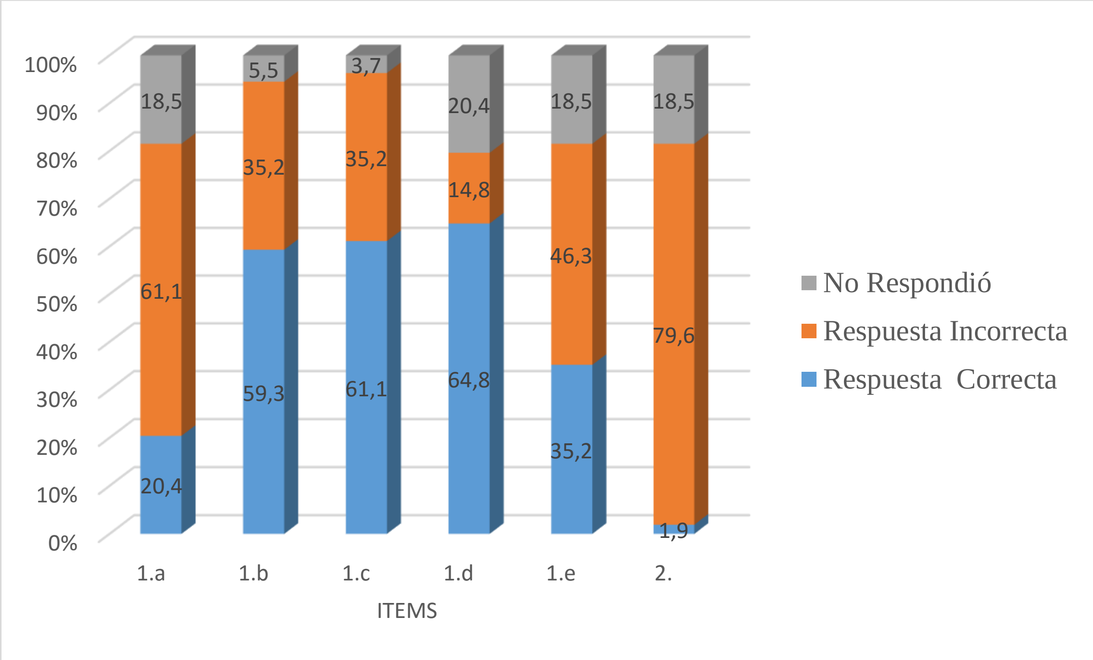


Figura 3 Conocimientos de Números Enteros

Interpretación: La enseñanza de Números Enteros es un tema elemental en Educación Primaria, dichos conocimientos serán reutilizados en Educación secundaria; no obstante, se podía pensar que quienes hayan cursado este tema deberían de dar una respuesta precisa y concreta; sin embargo, la presente investigación ha demostrado que no hay un manejo adecuado de números enteros, en especial de números negativos; se puede apreciar que el 20,4% de los estudiantes evaluados dio una respuesta correcta al *ítem 1.a*, demostrando que aún les dificulta entender números enteros con valor absoluto y solo el 1,9% de los estudiantes resolvió el *ítem 2* de operaciones combinadas, observándose que 98.1 % aun no hace uso de la jerarquía de las operaciones. Otro de los aspectos que se pudo observar es la ausencia de la ley de signos. Solo el 59,3%, 61,1% y 64.8% de los estudiantes logro dar una respuesta correcta a los ítems *1.b*, *1.c* y *1.d* respectivamente. En conclusión, se puede evidenciar que la mayoría de estudiantes de 4º y 5º no logra entender Números Enteros en su totalidad.

ÍTEMS	DESCRIPCIÓN	TEMA
1.a	$-\lvert 9\rvert + \lvert -7\rvert = +16$ El estudiante suma ambos valores absolutos como si fuera una suma de números enteros positivos, y haciendo mal uso de la ley de signos.	Suma de valores absolutos
1.b	$(-5)(-8) = 3$ El estudiante resta (-8) y (-5) dando como resultado 3.	Multiplicación de números enteros negativos
1.c	$6(-5) = 1$ El estudiante resta 6 y (-5) y dando como resultado 1	Multiplicación de números enteros
1.d	$(-27) \div (9) = 3$ El estudiante hace uso correcto de la división, no obstante falla en la aplicación correcta de la ley de signos	División de números enteros
1.e	$(-8) + (-25) = -17$ El estudiante resta (-8) y (-25) y dando como resultado -17	Suma de números enteros negativos
2	$1 - 3[(3)(-2) - (-1)]$ $-2\,[(3)\ -2\ +1]$ $-2\,[(3)\ -1]$ $-2\,[-3]$ 6 El estudiante hace mal uso de la jerarquía de operaciones en matemáticas, el primer error que se observa es que resta $1 - 3$ cuando 3 multiplica a $[(3)(-2) - (-1)]$; el segundo está en que resta $(-2) - (-1)$, cuando (-2) está siendo multiplicado por (3).	Operaciones combinadas

Tabla 6
Operaciones con Números Fraccionales

ÍTEM	EJERCICIOS	RESPUESTA CORRECTA		RESPUESTA INCORRECTA		NO RESPONDIÓ	
		f_i	$hi\%$	f_i	$hi\%$	f_i	$hi\%$
3.a	$\frac{66}{99}$	31	57,4	14	25,9	9	16,7
3.b	$\frac{27}{27}$	46	85,2	0	0	8	14,7
4.a	$\frac{8}{0}$	3	5,6	36	66,7	15	27,8
4.b	$\frac{0}{-3}$	22	40,7	18	33,3	14	30
5.a	$\frac{16}{26}+\frac{5}{13}$	31	57,4	18	33,3	5	9,3
5.b	$\frac{1}{2}-\frac{2}{3}$	22	40,7	26	48,1	6	11,2
5.c	$1\frac{1}{3}+2\frac{1}{3}$	18	33,3	27	50	9	16,7
5.d	$\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}$	29	53,7	18	33,3	7	13
5.e	$\frac{1}{2}\div\frac{4}{5}$	19	35,2	23	42,6	12	22,1

Datos obtenidos de la prueba

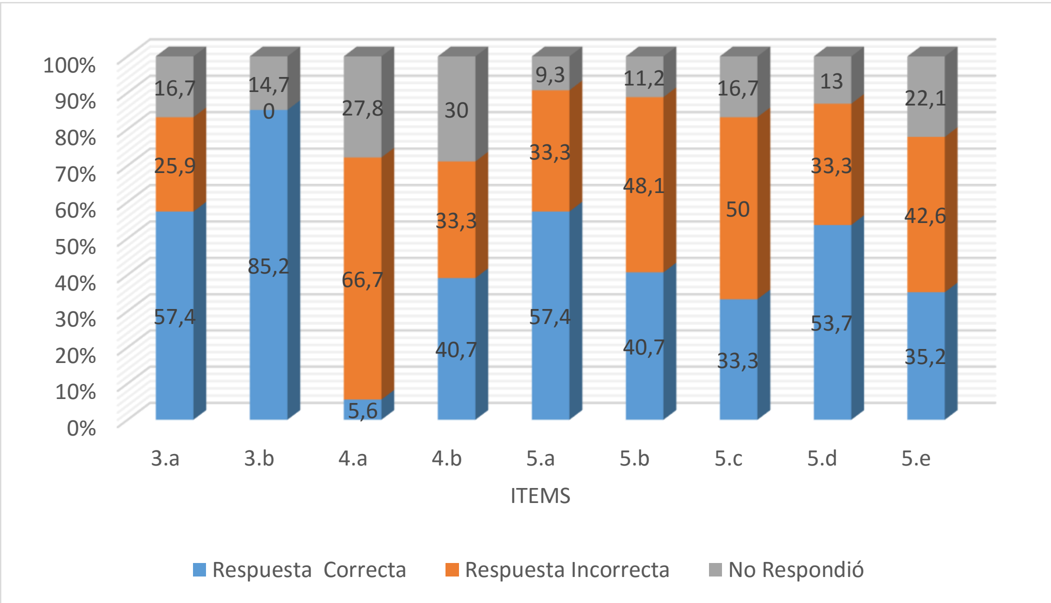


Figura 4 Conocimientos de Números Fraccionales

Interpretación: Los resultados con relación a números fraccionales se puede observar que aún es un tema complicado para los estudiantes en cuestión., solo el 85,2% logra simplificar fracciones (*ítem 3b*), uno de los errores más resaltante fue del ítem *4.a*, solo el 5,6% logro entender el denominador de una fracción no puede ser cero porque la división entre cero no está definida. Concluyendo, los números fraccionales es otro de los temas que no prevalece en los estudiantes.

ÍTEMS	DESCRIPCIÓN		TEMA
3.a	$\frac{\cancel{\cancel{66}}}{\cancel{\cancel{99}}} = \frac{11}{11}$	El estudiante hace mal uso de la simplificación de números racionales, la primera simplifican tanto como en el numerador y denominador el resultado es 33,	Simplificación de números racionales
3.b	$\frac{27}{27} = \frac{3}{3}$	El estudiante hace uso correcto de la simplificación, no obstante omite simplificar la expresión hasta su última expresión posible que es 1	Simplificación de números racionales
4.a	$\frac{8}{0} = 0$	El estudiante da como resultado cero, esto debido a que no tiene conocimiento que una fracción está definida por $\frac{a}{b}$, donde $b \neq 0$	Noción de números Racionales
4.b	$\frac{0}{-3} = -3$	El estudiante da como resultado -3 a la división entre 0 y -3. Esto no es posible ya que el numerador es cero.	División de números racionales
5.a	$\frac{16}{26} + \frac{5}{13} = \frac{21}{39}$	El estudiante suma ambos numeradores $(16 + 5)$ lo cual no se puede hacer ya que ambos no tienen el mismo denominador, y en el caso de los denominadores hace una suma de ambos.	Suma de números racionales
5.b	$\frac{1}{2} - \frac{2}{3} = \frac{1}{1}$	El estudiante resta ambos numeradores y denominadores debido a un mal entendimiento de resta de números racionales	Resta de números racionales
5.c	$1\frac{1}{3} + 2\frac{1}{3} = 1+2\left(\frac{1}{3}\right) = 3\frac{1}{3}$		Operación de fracciones mixtas

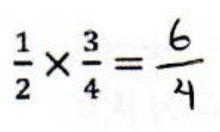
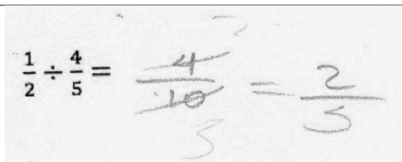
	El estudiante suma las partes enteras $1 + 2$, y pone $\frac{1}{3}$ como si se tratase de una variable que ambos tienen en común, y dando como resultado $3\frac{1}{3}$ esto debido a un mal entendimiento de la conversión de fracciones mixtas a fracciones impropias	
5.d	 El estudiante hace uso incorrecto de la multiplicación de números racionales, multiplicando 2×3 y 1×4 dando como resultado $^{6}/_{4}$	Multiplicación de números enteros racionales
5.e	 El estudiante divide ambas fracciones como si se tratase de una multiplicación de fracciones	operar multiplicación de fracciones

Tabla 7
Operaciones con Potencias

ÍTEM	EJERCICIOS	RESPUESTA CORRECTA		RESPUESTA INCORRECTA		NO RESPONDIÓ	
		f_i	$hi\%$	f_i	$hi\%$	f_i	$hi\%$
6.a	$(-6)^2$	29	53,7	15	27,8	10	18,5
6.b	-5^2	22	40,7	19	35,2	13	24,1
6.c	8^0	21	38,9	19	35,2	14	25,9
6.d	6^{-1}	3	5,6	33	61,1	18	33,3
7.a	$5^{10} \cdot 5^2$	23	42,6	17	31,5	14	25,9
7.c	$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$	30	55,5	19	35,2	5	9,3
7.f	$\frac{3^5}{3^2}$	10	18,6	22	40,7	22	40,7
7.i	$((-121)^2)^0$	12	22,2	10	18,5	32	59,3

Datos obtenidos de la prueba

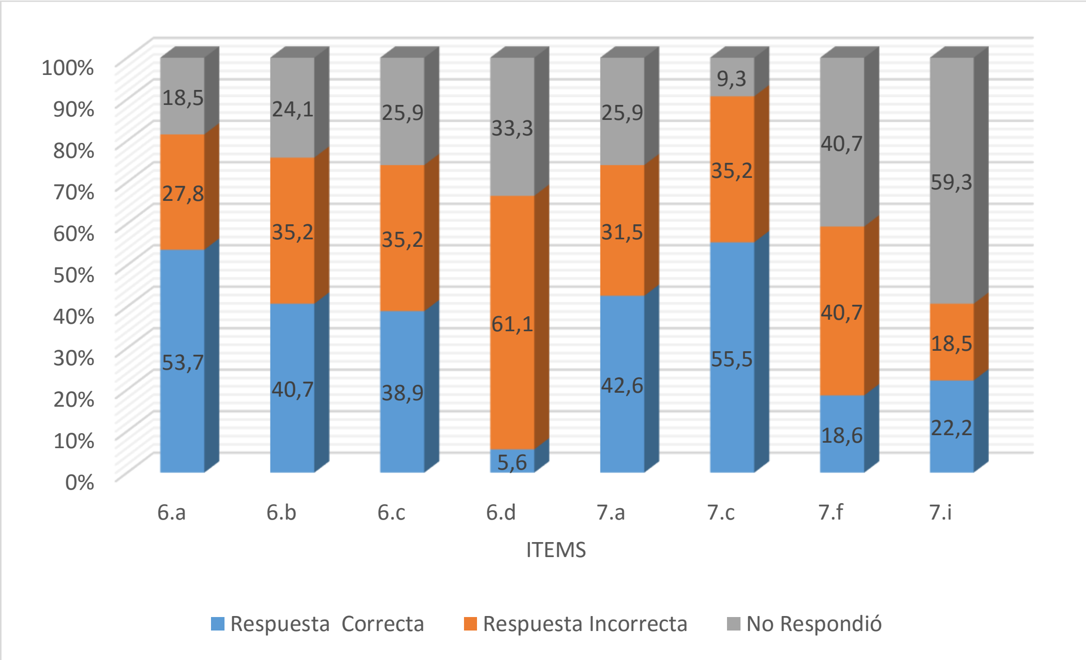


Figura 5 Conocimientos de uso de potencias

Interpretación: El uso de radicales es primordial en álgebra, por ello, es fundamental que el estudiante logre entender las propiedades de uso de potencias, no obstante, en la presente investigación se observó que estos conocimientos no prevalecen al estar con finalizar el VII ciclo de Educación Básica Regular; se puede observar que solo el 55.5% de los estudiantes logro resolver el *ítem 7c*, que un número multiplicado por sí mismo varias veces se puede expresar en una forma exponencial, otro de los aspectos que resaltar es que solo el 5.6% y 18.6% solo resolver los *ítems 6.d* y *7.f* respectivamente.

ÍTEMS	DESCRIPCIÓN	TEMA
6.a	$(-6)^2 = 12$ El estudiante multiplica la base (-6) y el exponente 2 y dando como resultado 12. Esto debido al mal entendimiento del concepto de exponentes	Exponente positivo y base negativa
6.b	$-5^2 = 25$ El estudiante multiplica la base -6 y el exponente 2 y dando como resultado 25. Esto debido al mal entendimiento del concepto de exponentes	Exponente positivo y base positivo
6.c	$8^0 = 8$ El estudiante tiene un mal entendimiento de la noción de que si un número elevado al exponente cero el resultado siempre es 1	Exponente cero
6.d	$6^{-1} = -6$ El estudiante efectúa una multiplicación entre la base y el exponente negativo, dando como resultado -6. Esto debido al mal entendimiento del concepto de exponentes	Base con exponente negativo
7.a	$5^{10} \cdot 5^{2} = 5$ El estudiante en la multiplicación de exponentes de bases iguales, simplifica los exponentes. Lo correcto en estos casos es sumar ambos exponentes ya que tienen las mismas bases.	Multiplicación de exponentes de bases
7.c	$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 729$ El estudiante hace uso correcto de la multiplicación, no obstante obvio representarlo en términos de potencia.	Noción de potencia

7.f	$\frac{3^5}{3^2} = \frac{1^5}{1^2}$	El estudiante simplifica las bases y dando como resultado $\frac{1^5}{1^2}$, este error es dado a que no tiene conocimientos de división de potencias de bases iguales	División de potencias de igual base
7.i	$((-121)^2)^0 = -121^0$	El estudiante multiplica los exponentes y da como resultado -121^0 , el error es mal uso de la regla de potencia de una potencia	potencia de una potencia

Tabla 8

Operaciones con Radicales

ÍTEM	SUB ÍTEMS	RESULTADO CORRECTO		RESULTADO INCORRECTO		NO LO HICIERON	
		f_i	$hi\%$	f_i	$hi\%$	f_i	$hi\%$
8.a	$-\sqrt{25}$	27	50	13	24,1	14	25,9
8.b	$\sqrt{\frac{1}{9}}$	12	22,3	20	37	22	40,7
8.c	$\sqrt{(-6)^2}$	14	25,9	25	46,3	15	27,8
8.d	$\sqrt{\sqrt{16}}$	24	44,4	16	29,6	14	26
8.e	$9^{1/2}$	12	22,2	17	31,5	25	46,3

Datos obtenidos de la prueba

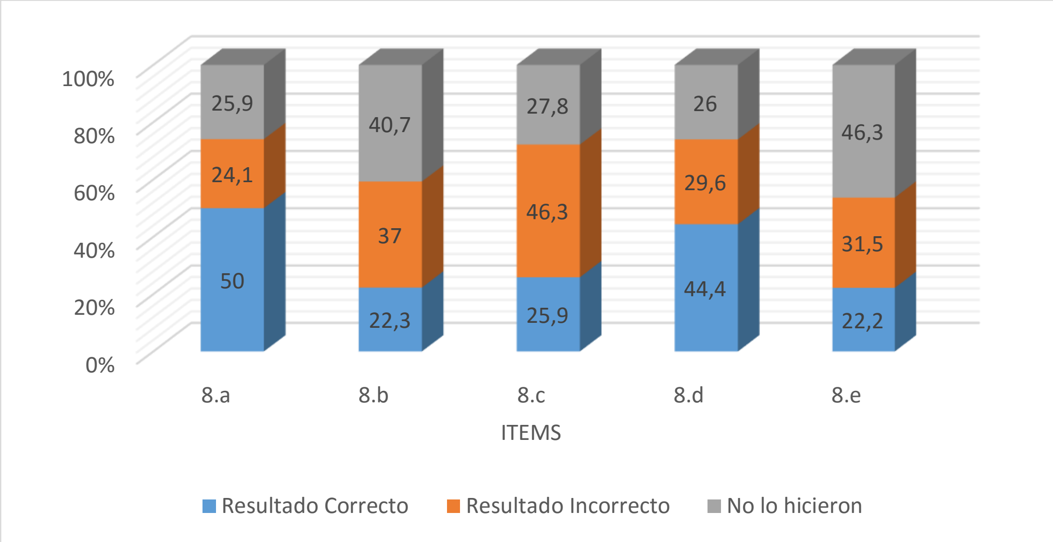


Figura 6 Conocimientos de Radicales

Interpretación: El conocimiento de radicales es otro de los temas importantes para el desarrollo del álgebra y es primordial que los estudiantes tengas conocimientos previos para su desarrollo; se observa que se dificulta más entender radicales, solo el 50% de los estudiantes logro desarrollar correctamente el *ítem 8.a*, otro de los aspectos a resaltar es que es complicado aún entender raíz cuadrada de una fracción, solo el 22.3% desarrollo correctamente(*ítem 8.b*), y el 46.3% no respondió el *ítem 8e*, demostrando de que los conocimientos de radicales no prevalecen en estudiantes del VII ciclo de Educación Básica Reguilar

ÍTEMS	DESCRIPCIÓN	TEMA
8.a	$-\sqrt{25} = -\sqrt{5}$ El estudiante aplica la raíz cuadrada de 25 no obstante obvia quitar la raíz y elimina el singo negativo	Raíz cuadrada
8.b	$\sqrt{\frac{1}{9}} = 3\sqrt{1}$ En estudiante saca la raíz de 9 y el resultado lo antepone a la raíz cuadrada de 1, esto no es posible ya que 9 esta como denominador de en la raíz cuadrada de la fracción.	Raíz cuadrada de una fracción
8.c	$\cancel{\sqrt{}}(-6)^{\cancel{2}} = -6$ El estudiante simplifica la raíz cuadrada con el exponente cuadrado, esto no es posible ya que el exponente negativo tiene como base (-6), lo correcto sería aplicar la ley de los exponentes: $(-a)^n = a^n$, si n es par.	simplificar raíz con exponente
8.d	$\cancel{\sqrt{}}\sqrt{16} = 16$ El estudiante simplifica ambas raíces y dando como resultado *16*.	Raíz de raíz
8.e	$9^{1/2} = 9^{\frac{2}{1}} = 9^2 = 81.$ El estudiante invierte la fracción de $^1/_2$ a $^2/_1$, y dando como resultado 81, el error esta al mal uso de potencias con exponentes fraccionarios.	Exponente fraccionario

4.2. NIVEL DE CONOCIMIENTO DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Tabla 9

Operaciones con Expresiones Algebraicas

ÍTEM	EJERCICIOS	RESPUESTA CORRECTA		RESPUESTA INCORRECTA		NO RESPONDIÓ	
		f_i	$hi\%$	f_i	$hi\%$	f_i	$hi\%$
1.f	$-15c \div -3c$	5	9,3	33	61,1	16	29,6
1.g	$80d + (-50d)$	17	31,5	16	29,6	21	38,9
6.e	m^{-4}	2	3,7	27	50	25	46,3
7.b	$t^0 \cdot t^5$	23	42,6	9	16,7	22	40,7
7.d	$a^3 \cdot a^3 \cdot a$	20	37	15	27,8	19	35,2
7.e	$(7x^2 \cdot y^3)(x \cdot y)$	12	22,2	14	25,9	28	51,9
7,g	$\frac{x^{16} \cdot y^2}{x^3 \cdot y}$	7	13	14	25,9	33	61,1
7.h	$(-3x^2)^3$	1	1,9	26	48,1	27	50
7.j	$\left(\frac{x^3}{y^2}\right)^2$	11	20,4	12	22,2	31	57,4

Datos obtenidos de la prueba

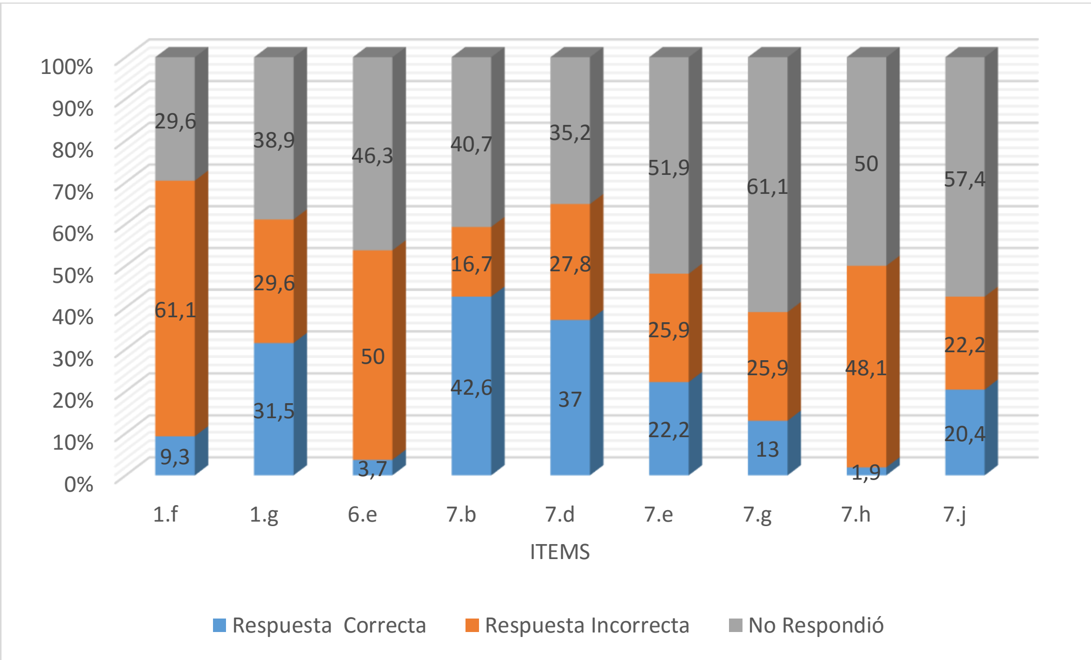


Figura 7 Operaciones con Expresiones Algebraicas

Interpretación: Se observa que la prevalencia es mínima, se puede rescatar que solo el 42.6% de los estudiantes logro dar una respuesta correcta al *ítem 7.b* de multiplicación de potencias de bases iguales, el 9.3% logra entender división de monomios de variables iguales (*ítem 1.f*), por otro lado, solo el 1.9% dio un resultado correcto a los *ítems 6e* de base con exponente negativo , aun es uno de las dificultades que afronta el estudiante que cuando una base que tiene un exponente negativo hay que invertir la base para pasar a exponente positivo. Aun es una realidad que los estudiantes no logran llevan la información de conocimientos de reglas de exponentes a largo plazo. el paso de la aritmética al algebra, hace uso fundamental de los conocimientos previos del estudiante sobre operaciones aritméticas, con lo cual si no llega a tener dichos conocimientos el aprendizaje no se lleva a cabo, llevándose solo a optar a métodos memorísticos, lo cual solo es a corto plazo.

ÍTEMS	DESCRIPCIÓN	TEMA
1.f	$-15c \div -3c = -5c$ El error está en que hace mal eso de la ley de signos y la no simplificación de la variable en común c.	División de monomios
1.g	$80d + (-50d) = 130d$ El estudiante suma ambos términos, obviando la ley de signos	Suma de monomios
6.e	$m^{-4} = -m^4$ El estudiante pasa el signo del exponente a la base dando como resultado $-m^4$. Lo correcto sería usar la ley de exponentes: $a^{-b} = \frac{1}{a^b}$	Base con exponente negativo
7.b	$t^0 \cdot t^5 = t^{0\cdot 5}$ El estudiante multiplica los exponentes. Lo correcto es	Multiplicación de potencias de bases iguales

	sumar ambos exponentes ya que tienen una misma base	
7.d	$a^3 \cdot a^3 \cdot a = a^{10}$ error de operación multiplicación de exponentes de bases iguales	Multiplicación de potencias de bases iguales
7.e	$(7x^2 \cdot y^3)(x \cdot y) = 7xy^5$ El estudiante suma los exponentes de x e y, para luego ponerlo como exponente de y.	Multiplicación de potencias
7.g	$\frac{x^{16} \cdot y^2}{x^3 \cdot y} = \frac{x^{16} \cdot x^3}{y^3 - y} = \frac{x^{13}}{y^2}$ El estudiante multiplica los exponentes de base x en el numerador, y los exponentes con bases y en el denominador. Lo correcto es aplicar las leyes de los exponentes: $\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$	División de monomios
7.h	$(-3x^2)^3 = (-3x)^6$ El error de potencia de una potencia, el estudiante obvia multiplicar 3^3 ya que está dentro de paréntesis y el exponente 3 afecta tanto al coeficiente como a la parte literal.	Potencia de una potencia
7.j	$\left(\frac{x^3}{y^2}\right)^2 = xy^{12}$ El estudiante en este caso multiplica el exponente de x con el exponente de y, para luego el resultado de estos multiplicarlo por el exponente 2.	Potencia de una fracción

Tabla 10

Propiedades y Lenguaje Algebraico

ÍTEM	PROBLEMAS	RESPUESTA CORRECTA		RESPUESTA INCORRECTA		NO RESPONDIÓ	
		f_i	$hi\%$	f_i	$hi\%$	f_i	$hi\%$
9	Propiedad distributiva: $-8(2y+2)$	12	22,3	20	37	22	40,7
10	Factorización: $3x+6y+12z$	8	14,8	22	40,8	24	44,4
11.a	Reducción: $3a^2+16+9a+2a^2$	11	20,4	23	42,6	20	37
11.b	Reducción: $\frac{9}{17}y+2y+6y+\frac{8}{17}y$	13	24,1	11	20,4	30	55,5
12.a	11 más la mitad de un número	18	33,3	17	31,5	19	35,2
12.b	La suma de tres números enteros consecutivos	8	14,8	23	42,6	23	42,6
12.c	La suma del triple de z y la mitad de p	16	29,6	17	31,5	21	38,9

Datos obtenidos de la prueba

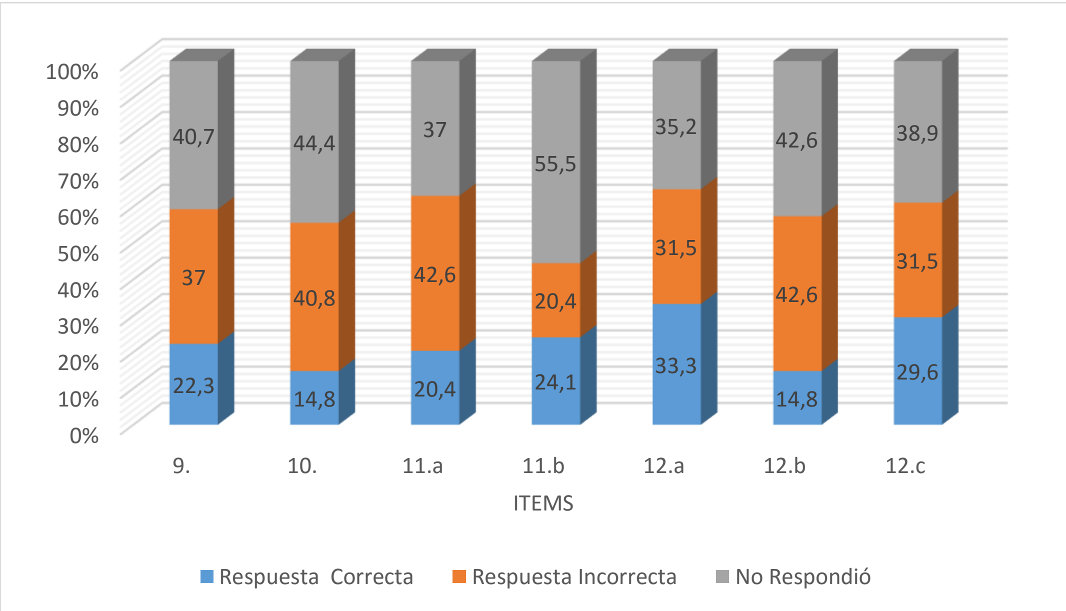


Figura 8 Conocimientos de Propiedades y Lenguaje Algebraico

Interpretación: El lenguaje algebraico y sus propiedades como la distributiva y la aplicación de factorización son importantes en álgebra, pasar del lenguaje verbal al algebraico son muchas veces un obstáculo. El más alto porcentaje de acierto es de 33.3% del *ítem 12.a* con relación del lenguaje verbal al algebraico; el más bajo porcentaje de aciertos corresponde al 14,8% del *ítem 10*¸relacionado con la factorización de monomios.

ÍTEMS	**DESCRIPCIÓN**	**TEMA**
9	$-8(2y+2) = -16y + (-16) = -32y$ El estudiante hace uso correcto de la propiedad distributiva, pero el error está en que suma $-16y + (-16)$ dando como resultado $-32y$.	Propiedad distributiva
10	$3x + 6y + 12z$ $x + y + z = 21$ El estudiante crea una igualdad entre las variables y los coeficientes, sumando las variables y sumando los coeficientes en ambos lados de la igualdad.	Factorización
11.a	$3a^2 + 16 + 9a + 2a^2 =$ $\cancel{9a} + 16 + \cancel{9a} + 4a =$ $16 + 4a = 20a$ El estudiante primeramente en $3a^2$ multiplica el exponente 2 con el coeficiente 3 dando como resultado $9a$, lo mismo aplica para $2a^2$, en segundo lugar simplifica $+9a$ con $+9a$, y tercero suma $16 + 4a$ dando como resultado $20a$	Simplificación de términos
11.b	$\frac{9}{17}y + 2y + 6y + \frac{8}{17}y = \frac{17}{34}y + 8y$ El estudiante suma $\frac{9}{17}y + \frac{8}{17}y$, dando como resultado $\frac{17}{34}y$, lo correcto es aplicar la regla $\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}$	Suma de términos algebraicos
12.a	11 más la mitad de un número $11 + 5 = 16$ $\frac{5}{10}$ MITAD.	Algebraización de enunciados

	El estudiante escoge un número y saca su mitad y lo suma a 11 dando como resultado 16	
12.b	**La suma de tres números enteros consecutivos** $2+3+4=9$ El estudiante da como respuesta tres números consecutivos no obstante no logra representarlo algebraicamente.	Algebraización de enunciados
12.c	**La suma del triple de *z* y la mitad de *p*** $z^3+\frac{p}{2}$ El estudiante interpreta *la suma del triple de z*, como z^3	Algebraización de enunciados

Tabla 11
Operaciones con Ecuaciones

ÍTEM	EJERCICIOS Y PROBLEMAS	RESPUESTA CORRECTA		RESPUESTA INCORRECTA		NO RESPONDIÓ	
		f_i	$hi\%$	f_i	$hi\%$	f_i	$hi\%$
13.a	$\frac{3}{2}v=45$	14	25,9	12	12,2	28	51,9
13.b	$-8x-10=-3$	8	14,8	24	44,4	22	40,8
13.c	$3-4k-k=-1$	7	13	26	48,1	21	38,9
13.d	$(-y+7)=2(y+9)$	7	13	22	40,7	25	46,3
14	La suma de cuatro números enteros consecutivos es -22. ¿Cuáles son esos números?	5	9,3	23	42,6	26	48,1

Datos obtenidos de la prueba

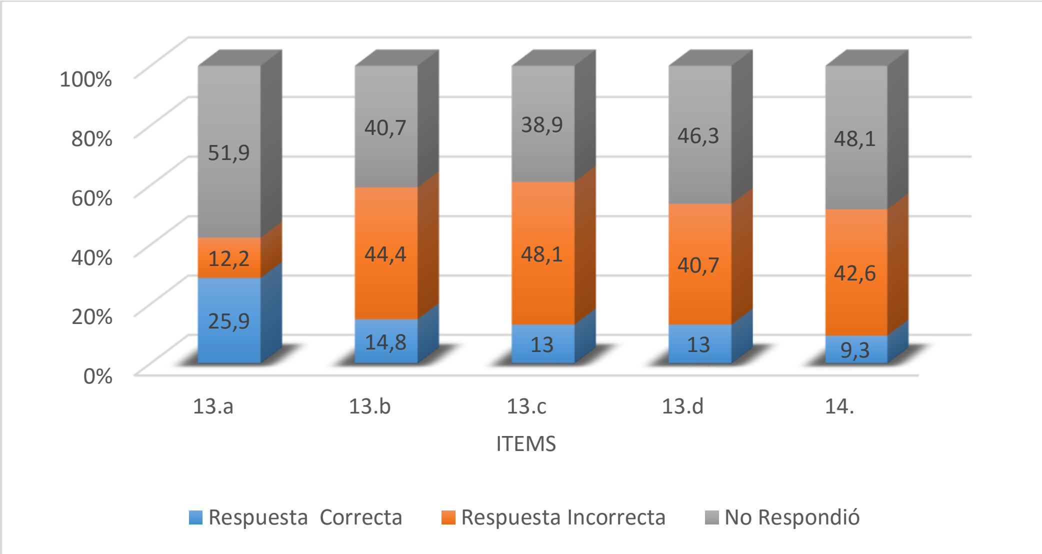


Figura 9 Conocimientos de Operaciones con Ecuaciones

Interpretación: las ecuaciones son otro de las dificultades que presentan los estudiantes de matemática, muchas de las dificultades están relacionadas con el símbolo “=”; en Aritmética el símbolo igual realza más el en sentido operacional, ejemplo $6 + 8 = 14$; pero en Álgebra, $x + 8 = 19$, da una condición y obliga a encontrar un valor para x para que la expresión sea verdadera.

De la tabla y figura de *operaciones con ecuaciones*, tenemos que el más alto porcentaje de aciertos es de 25,9% del *ítem 13.a* y respecto al mismo ítem el 51,9% no respondió nada. Lo que más resalta es el porcentaje de estudiantes que respondió correctamente al *ítem 14* que corresponde al 9.3%. Se puede observar que los conocimientos previos de uso de ecuaciones son deficientes.

ÍTEMS	DESCRIPCIÓN	TEMA
13.a	$\frac{3}{2}v = 45$ $V = \frac{45}{1} - \frac{3}{2}$ $V = \frac{3 - \cancel{90}}{\cancel{2}}$ $V = 3 - 40$ $\boxed{V = 37}$ El errores cometidos, primeramente es restar $45 - \frac{3}{2}$, ya que $\frac{3}{2}$ está multiplicando a v; segundo, resta de fracciones; tercero, simplificación de fracciones; cuarto resta de números enteros.	Operación de ecuaciones
13.b	$-8x - 10 = -3$ $-8X = -3 + 10$ $-8X = -7$ $x = 8 - 7$ $X = 1$ El estudiante comete el error de restar $8 - 7$ ya que 8 está multiplicando a la variable x	Operación de ecuaciones
13.c	$3 - 4k - k = -1$ $8K = -1$ $K = \frac{8}{-1}$ $\boxed{K = -8}$ El estudiante comete el error de sumar $3 - 4k - k$ y dar como resultado $8k$, lo cual no es posible ya que 3 no tiene como variable k.	Operación de ecuaciones
13.d	$3(-y + 7) = 2(y + 9)$ $-3Y + 21 = 2Y + 18$ $-3Y - 2Y = 18 - 21$ $5y = -3$ $y = -5 - 3$ $y = 8$ El error está la suma de signos iguales, ya que $-3y - 2y$ no es $5y$; y finalmente en restar $-5 - 3$, ya que 5 esta multiplicando a la variable y.	Operación de ecuaciones
14	La suma de cuatro números enteros consecutivos es -22. ¿Cuáles son esos números? $X + 4 = -22$ $X = -22 + 4$ $X = -18$ El estudiante interpreta *la suma de cuatro números enteros consecutivos* como $x + 4$, finalmente al sumar $-22 + 4$, ya que el inverso aditivo de 4 es -4	ecuaciones

4.3. PREVALENCIA DE CONOCIMIENTOS DE PRE ÁLGEBRA

En la siguiente tabla se muestra el promedio de calificación de una escala de 0 a 20 en cada estrato tomado como muestra

Tabla 12
Conocimientos de Pre Álgebra

Categorías	4º A	4º B	5º A	5º B	Promedio
Números Enteros	10,4	5,8	8,8	3,2	7,1
Números Fraccionales	9,5	4,6	12,1	7,9	8,5
Potencias	8,6	4,1	7,4	4,9	6,3
Radicales	6,6	4,6	9,1	5,1	6,4
Expresiones Algebraicas	4,8	2,4	5,1	2,7	3,8
Propiedades y Lenguaje Algebraico	7,1	2,2	4,4	1,9	3,9
Ecuaciones	2,6	2	2,9	3,1	2,7

Datos obtenidos de la prueba

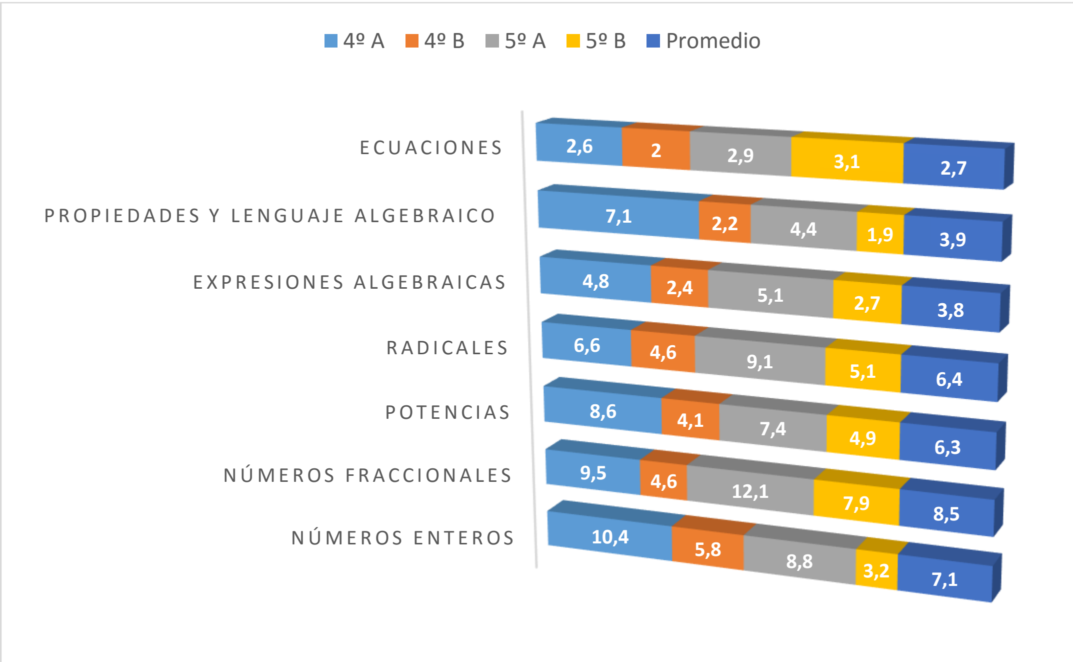


Figura 10 Prevalencia de Conocimientos de Pre Álgebra

Interpretación: los conocimientos de Pre Álgebra son importantes para el desarrollo adecuado del algebra dichos conocimientos deben mantenerse en la memora a largo plazo, su prevalencia lograra que ningún estudiante tenga problemas en abordar temas más complejos en matemática. De la tabla y figura de *Conocimientos de pre álgebra* se obtiene que el promedio de calificación más baja es de *Propiedades y Lenguaje Algebraico* con un promedio de 1,9 la cual corresponde a los estudiantes de 5º B; y el promedio de calificación más alta es *Números Enteros* con un promedio de 10,4 la cual corresponde a los estudiantes de 4º A, no obstante, el promedio general más alto encontrado es de 7,1 correspondiente a la categoría de *Números Enteros*. En general los promedios de notas son deficientes en las diferentes categorías evaluadas. Demostrando que los conocimientos de pre algebra no prevalecen en los estudiantes de 4º y 5º de la Institución Educativa Secundaria “José Carlos Mariátegui”.

4.4. CONTRASTACIÓN DE HIPÓTESIS

Tabla 13
Contrastación de la Prueba de Hipótesis

Escala Cualitativa	Escala cuantitativa	Frecuencia Absoluta (f_i	Frecuencia Relativa Porcentual ($hi\%$)
Excelente	17-20	1	1,9
Bueno	14-16	2	3,7
Regular	11-13	8	14,8
Deficiente	00-10	43	79,6
Total		54	100 %

Datos obtenidos de la prueba

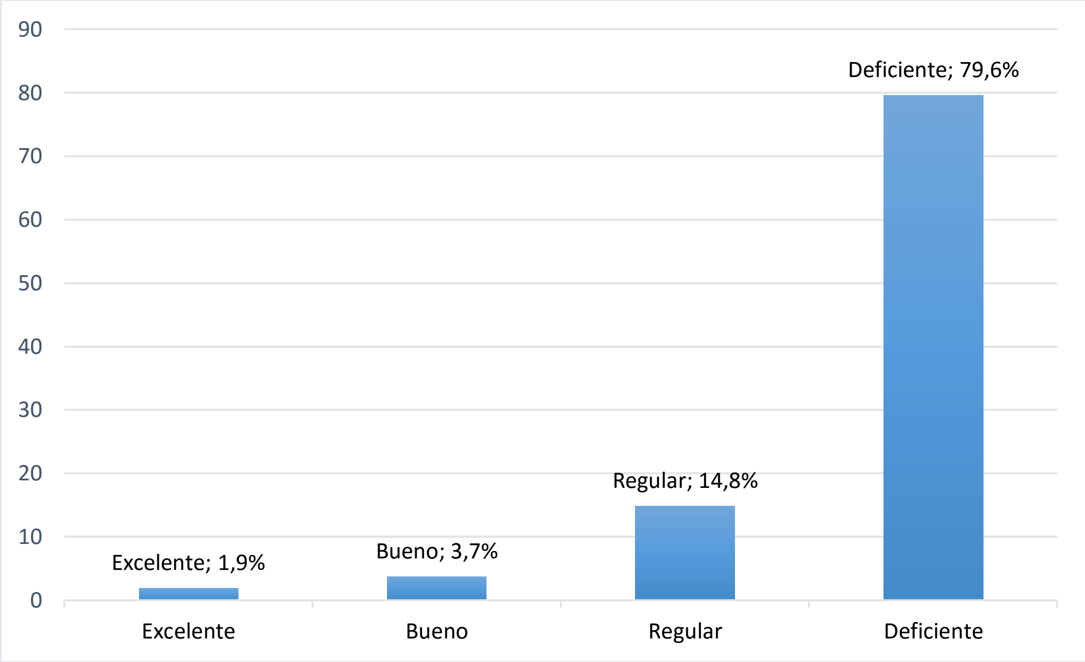


Figura 11 Contrastación de la Prueba de Hipótesis

Interpretación: Se puede observar que el nivel de conocimientos de Pre Álgebra de los estudiantes de la I.E.S. "José Carlos Mariátegui" en una escala evaluativa de 0 a 20, se puede concluir que solo el 1,9% de los estudiantes está en la categoría *Excelente*, el 3,9% en *Bueno*, el 14,8% en *Regular* y el 79,6% en *Deficiente*. Concluyendo que el nivel de conocimientos de Pre Álgebra en los estudiantes de la I.E.S. "José Carlos Mariátegui" es deficiente en el año académico 2016. El conocimiento primordial y elemental para el desarrollo del Álgebra es deficiente y por ello es difícil que el estudiante sobresalga en esta asignatura con los conocimientos que posee y será todo un desafío que sobresalga en otras materias más complejas de las matemáticas.

CONCLUSIONES

***Primera**:* la prevalencia de los conocimientos previos de Pre Álgebra en los estudiantes de 4º y 5º de la Institución Educativa Secundaria "José Carlos Mariátegui de la Universidad Nacional del Altiplano Puno de la Ciudad de Puno es una cuestión de importancia, los conocimientos elementales no prevalecen al estar por culminar o culminar su Educación Secundaria; las dificultades que presentan los estudiantes en cuestión son de origen aritmético, los conocimientos que desarrollaron en su Educación Primaria no llegaron a ser significativas y no quedando en sus estructuras mentales y llevándolo a sus conocimientos de corto plazo.

***Segunda**:* Las dificultades al desarrollo de la aritmética son dados mayormente relacionados con el signo *menos*, la jerarquía de las operaciones, la ley de signos, entre otros, estas dificultades con adquiridos en inicios de su aprendizaje y su mala concepción lleva a cometer errores garrafales en álgebra; en la presente investigación se observa que los estudiantes del último ciclo de Educación Básica Regular aun cometen errores aritméticos; los estudiantes en cuestión aún tienen dificultades de entender Números Enteros, Fraccionales, Potencia y Radicación.

***Tercera**:* Las dificultades relacionadas con el álgebra elemental y lenguaje algebraico se dificultan si el estudiante no posee conocimientos previos de aritmética, En las conclusiones del estudio se observa que los alumnos tienen menos dificultades en contextos donde la letra puede pensarse como un objeto concreto, mientras que muestran una enorme dificultad a la hora de manipular expresiones algebraicas. Esto les resulta especialmente complicado cuando las expresiones combinan letras y números.

RECOMENDACIONES

Primera*:* Los docentes de matemática debemos de centrarnos en los errores y dificultades que presentan los estudiantes y darle la prioridad de que cada vez cometan menos, es importante que cada estudiante tenga buenos simientes de matemática para que no tenga problemas en cuestiones más avanzadas de las matemáticas; las matemáticas son fundamentales para el desarrollo del estudiante, los ayuda a ser lógicos, que sean razonables y desarrollen teorías y resolver problemas que se les presente en la vida.

Segunda*:* La aritmética es la entrada para poder entender las matemáticas; la matemática se enseña de lo concreto a lo abstracto, de lo específico a lo general, por ello es fundamental que logren entender bien dicha materia y logren llevarlo a sus estructuras mentales a largo plazo, para luego hacer uso de ellas en las matemáticas más abstractas.

Tercera*:* El lenguaje algebraico es una dificultad constante al no desarrollar una compresión adecuada de uso de letras y variables, por ello es recomendable que el estudiante llegue a asimilar el pre álgebra para poder desarrollar sin problemas el álgebra. Es recomendable reforzar sus conocimientos previos, y si presenta dificultades y errores, usar esos errores para poder corregir sus esquemas mentales y poder introducir uno nuevo y llegue a asimilar correctamente el conocimiento que anteriormente erro.

REFERENCIAS

Acellus Learning System. (25 de 11 de 2017). *Pre-algbra*. Obtenido de https://www.science.edu/acellus/course/acellus-pre-algebra-se/

Amaya, T. R. (2009). *Errores de los Estudiantes de Octavo Grado en el Trabajo Pre-Algebraico.* Universidad del Sucre. Colombia.

Ausubel, D. (1983). *Psicología educativa: Un punto de vista cognoscitivo.* México, México: Trillas.

Ballester, A. (2002). *El aprendizaje significativo en la práctica: Cómo hacer el aprendizaje significativo en el aula. Seminario de aprendizaje significativo.* España.

Bittinger , M., Ellenbogen, D., & Johnson , B. (2010). *preÁlgebra.* Mexico: Person.

Blais, D. (1988). *Constructivism a Theoretical Revolution for Algebra.* Mathematics Teacher 81.

Bobrow, J. (2001). *Basic Maths and Pre-Algebra.* New York: Hungry Minds.

Booth, L. (1995). *Dificuldades das crianças que se iniciam em Álgebra.* Sao Paulo.

Briones, G. (2006). *Teorías de las Ciencias Sociales y de la Educación.* México: Trillas.

Brousseau, G. (1994). *Los obstáculos epistemológicos y los problemas en matemáticas.* Obtenido de fractus.uson.mx: http://fractus.uson.mx/Papers/Brousseau/obstaculos.pdf

Cadenas, R. A. (2007). *Carencias, Dificultades y Errores en los Conocimientos Matemáticos en Alumnos del Primer Semestre de la Escuela de Educación de la Universidad de los Andes.* Universidad de Los Andes. Venezuela.

Carraher, D. W., Schliemann, A. D., & Brizuela, B. M. (2008). *Algebra in Early Mathematics: a Longitudinal Intervention.* International Congress on Mathematical Education. Monterrey.

Carson, T. (2006). *Prealgebra.* USA: Pearson.

Charaja C, F. (2011). *EL MAPIC en la metodología de investigación.* Puno, Peru: Sagirario Impresiones.

Collis, K. (1974). *Cognitive Development and Mathematics Learning.* Universidad de Chelsea. London.

Davis, R. (1985). *Algebraic thinking in the early grades.* Journal of Mathematical Behaviour.

Drijvers, P., & Hendrikus, M. (2003). *Learning algebra in a computer algebra environment: design research on the understanding of the concept of parameter.* Universidad de Utrecht.

EduBlogs. (20 de 11 de 2017). *importance of online pre algebra help for building good algebra fundation*. Obtenido de http//www.freeonlinetutoring.edublogs.org/2013/11/16/importance-of-online-pre-algebra-help-for-building-good-algebra-fundation/

Filloy, E., & Rojano, T. (1989). *Solving equations: The transition from arithmetic to algebra.* For the Learning of Mathematics.

Hernández S, R., Fernández C, C., & Baptista L, P. (2010). *Metodologia de la Investigación.* MCGRAW-HILL.

Herscovics, N., & Kieran, C. (1980). *Construction meaning for the concept of equation.* Mathematics Teacher, vol. 73.

Home Education Council of America. (10 de 11 de 2017). *importance of pre algebra*. Obtenido de https//hecoa.com/importance-of-pre-algebra

Kieran, C. (1989). *The Early Learning of Algebra a Structural Perspective.* Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra.

Kieran, C., & Chalouh, L. (1993). *Prealgebra: The transition from arithmetic to algebra.* Research ideas for the classroom middle grades mathematics. New York.

Kuchemann, D. (1981). *Children's Understanding of Mathematics.* London: Murray.

López, J. (2009). *La importancia de los conocimientos previos para el aprendizaje de nuevos contenidos.* Revista Digital Innovación y Experiencias Educativas.

Malloy , C., Price, J., Willard, T., & Sloan, L. (2002). *Pre-Algebra.* USA: Glencoe Mathematics.

Math media. (20 de 11 de 2017). *Learn Basic Algebra Understanding Pre-Algebra*. Obtenido de http://mathmedia.com/albaspreal.html

Mendoza Gutierrez, F. (1999). *Inferencia Estadistica en Estadistica en Educación.* Puno: Facultad de Educación-UNA.

Minedu. (2016). *Evaluación Censal de Estudiantes.* Recuperado el 15 de 06 de 2017, de http://ucm.minedu.gob.pe/evaluacion-censal-de-estudiantes-2016/

Ministerio de Educación. (2005). *Diseño Curricular Nacional* . Peru: Firmart .

Mota, D. J., & Valles, R. E. (2015). *Papel de los conocimientos previos en el aprendizaje de la matemática universitaria.* Universidad Simón Bolívar. Venezuela.

Neves, P. (1995). *Um estudo sobre o significado, o ensino e a aprendizagem da Álgebra.* Universidade de São Paulo, São Paulo.

Passoni, J. (2002). *(Pré)Álgebra: introduzindo os numeros inteiros negativos.* Sao Paulo.

Piaget, J. (1998). *La Psicologia del Niño* . Rio de Janeiro: Bertrand.

Pimentel, D. E. (2010). *Metodologia da resolução de problemas no planejamento de atividades para a transição da Aritmética para a Álgebra.* São Carlos. Brasil.

Queiroz, J. (2014). *Resolução De Problemas da Pré-Álgebra e Álgebra Para Fundamental II do Ensino Básico com Auxílio do Modelo De Barras.* Universidade Federal de São Carlos. Brasil.

Socas, M., Camacho, M., Palarea, M., & Hernandez, J. (1996). *Iniciacion al algebra.* Madrid: Sintesis.

Sutherland, R., Rojano, T., Bell, A., & Lins, R. (2001). *Perspectives on School Algebra.*

Vygotsky, L. (1988). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores.* México.

Wheater, C. (2014). *Basic Math and Pre-Algebra.* USA: Alpha.

ANEXOS

Anexo A constancia de ejecución

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

DIRECCIÓN REGIONAL DE EDUCACIÓN - UNIDAD DE GESTIÓN EDUCATIVA LOCAL PUNO

I.E.S. "JOSÉ CARLOS MARIÁTEGUI" APLICACIÓN DE LA UNA -PUNO

CONSTANCIA

EL DIRECTOR DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA SECUNDARIA "JCM" APLICACIÓN DE LA U.N.A. – PUNO.

HACE CONSTAR:

Que, el señor **ÑAUPA VALERIANO YONEL WILFREDO**, identificado con DNI Nº 70238101, egresado de la Facultad de Ciencias de la Educación, Escuela Profesional de Educación Secundaria, Especialidad de Matemática, Computación e Informática; de la U.N.A. Puno, ha realizado satisfactoriamente ejecución de su Proyecto de Investigación Titulado "PREVALENCIA DE CONOCIMIENTOS DE PRE ÁLGEBRA EN LOS ESTUDIANTES DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA SECUNDARIA "JOSE CARLOS MARIÁTEGUI" APLICACIÓN DE LA U.N.A. PUNO 2016", desde la fecha .03-10-2016 al 30-11-2016, durante su ejecución ha sido responsable en el tema planteado y demostrando Puntualidad, Creatividad, Solidaridad, e identificación con la Institución Educativa.

Se expide la presente, a solicitud de la interesada para los fines que vea por conveniente.

Puno, C.U., 16 de noviembre de 2016

MINISTERIO DE EDUCACIÓN UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN DIRECCION IES "JCM" APLICACIÓN

Fredy N. Portillo Cora
DIRECTOR

JR. JORGE BASADRE S/N – CIUDAD UNIVERSITARIO TELF. 051-352500

Anexo B Examen de Pre Álgebra

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO
Facultad de Ciencias de la Educación
Escuela Profesional de Educación Secundaria
Especialidad de Matemática, Computación e Informática

PRE ÁLGEBRA

NOMBRES Y APELLIDOS: ______________________________

GRADO: 4º ☐ 5º ☐ SECCIÓN: A ☐ B ☐

1 Resuelve:

a) $-|9| + |-7| =$

b) $(-5)(-8) =$

c) $6(-5) =$

d) $(-27) \div (9) =$

e) $(-8) + (-25) =$

f) $-15c \div -3c =$

g) $80d + (-50d) =$

2 Resuelve: $1 - 3[(3)(-2) - (-1)]$

3 Simplifica las fracciones

a) $\frac{66}{99} =$ b) $\frac{27}{27} =$

4 Evalúa

a) $\frac{8}{0} =$ b) $\frac{0}{-3} =$

Pag. 1

5 Resuelve

a) $\frac{16}{26} + \frac{5}{13} =$

b) $\frac{1}{2} - \frac{2}{3} =$

c) $1\frac{1}{3} + 2\frac{1}{3} =$

d) $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} =$

e) $\frac{1}{2} \div \frac{4}{5} =$

6 Evalúa

a) $(-6)^2 =$

b) $-5^2 =$

c) $8^0 =$

d) $6^{-1} =$

e) $m^{-4} =$

Pag. 2

7 Simplifica en su forma exponencial

a) $5^{10} \cdot 5^2 =$

b) $t^0 \cdot t^5 =$

c) $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 =$

d) $a^3 \cdot a^3 \cdot a =$

e) $(7x^2 \cdot y^3)(x \cdot y) =$

f) $\frac{3^5}{3^2} =$

g) $\frac{x^{16} \cdot y^2}{x^3 \cdot y} =$

h) $(-3x^2)^3 =$

i) $((-121)^2)^0 =$

j) $\left(\frac{x^3}{y^2}\right)^2 =$

8 Simplifica

a) $-\sqrt{25} =$

b) $\sqrt{\frac{1}{9}} =$

c) $\sqrt{(-6)^2} =$

d) $\sqrt{\sqrt{16}} =$

e) $9^{1/2} =$

9 Usa la propiedad distributiva para escribir una expresión equivalente

$-8(2y + 2) =$

10 Factoriza la siguiente expresión: $3x + 6y + 12z$

11 Reduce los términos siguientes

a) $3a^2 + 16 + 9a + 2a^2 =$

b) $\frac{9}{17}y + 2y + 6y + \frac{8}{17}y =$

Pag. 3

12 Expresa algebraicamente las siguientes expresiones

a) 11 más la mitad de un número

b) La suma de tres números enteros consecutivos

c) La suma del triple de z y la mitad de p

13 Halla el valor de la incógnita en cada una de las siguientes ecuaciones

a) $\frac{3}{2}v = 45$

b) $-8x - 10 = -3$

c) $3 - 4k - k = -1$

d) $3(-y + 7) = 2(y + 9)$

14 La suma de cuatro números enteros consecutivos es -22. ¿Cuáles son esos números?

Anexo C Puntuación de las categorías del instrumento

CALIFICACIÓN DEL INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS

Números enteros

Ítems	*Problema*	*Puntuación*
1.a	$-\|9\| + \|-7\|$	*3*
1.b	$(-5)(-8)$	*3*
1.c	$(-5)(-8)$	*3*
1.d	$(-27) \div (9)$	*3*
1.e	$(-8) + (-25)$	*3*
2	$1 - 3[(3)(-2) - (-1)]$	*5*
Total		*20*

Números fraccionales

Ítems	*Problema*	*Puntuación*
3.a.	$\frac{66}{99}$	*2*
3.b.	$\frac{27}{27}$	*2*
4.a.	$\frac{8}{0}$	*2*
4.b.	$\frac{0}{-3}$	*2*
5.a.	$\frac{16}{26} + \frac{5}{13}$	*2*
5.b.	$\frac{1}{2} - \frac{2}{3}$	*2*
5.c.	$1\frac{1}{3} + 2\frac{1}{3}$	*3*
5.d.	$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$	*2*
5.e.	$\frac{1}{2} \div \frac{4}{5}$	*3*
Total		*20*

Operaciones con Potencias

Ítems	*Problema*	*Puntuación*
6.a.	$(-6)^2$	*2*
6.b.	-5^2	*2*
6.c.	8^0	*2*
6.d.	6^{-1}	*3*
7.a.	$5^{10} \cdot 5^2$	*3*
7.c.	$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$	*2*
7.f.	$\frac{3^5}{3^2}$	*3*
7.i.	$((-121)^2)^0$	*3*
Total		*20*

Operaciones con Radicales

Ítems	*Problema*	*Puntuación*
8.1	$-\sqrt{25}$	*4*
8.2	$\sqrt{\frac{1}{9}}$	*4*
8.3	$\sqrt{(-6)^2}$	*4*
8.4	$\sqrt{\sqrt{16}}$	*4*
8.5	$9^{1/2}$	*4*
Total		*20*

Expresiones Algebraicas

Ítems	*Problema*	*Puntuación*
1.f.	$-15c \div -3c$	*2*
1.g	$80d + (-50d)$	*2*
6.e	m^{-4}	*2*
7.b	$t^0 \cdot t^5$	*2*
7.d	$a^3 \cdot a^3 \cdot a$	*2*
7.e	$(7x^2 \cdot y^3)(x \cdot y)$	*3*
7.g	$\frac{x^{16} \cdot y^2}{x^3 \cdot y}$	*2*
7.h	$(-3x^2)^3$	*3*
7j.	$\left(\frac{x^3}{y^2}\right)^2$	*2*
Total		*20*

Propiedades y Lenguaje Algebraico

Ítems	Problema	Puntuación
9.	Propiedad distributiva: $-8(2y + 2)$	*2*
10.	Factorización: $3x + 6y + 12z$	*3*
11.a.	Reducción: $3a^2 + 16 + 9a + 2a^2$	*3*
11.b.	Reducción: $\frac{9}{17}y + 2y + 6y + \frac{8}{17}y$	*3*
12.a	11 más la mitad de un número	*3*
12.b.	La suma de tres números enteros consecutivos	*3*
12.c.	La suma del triple de z y la mitad de p	*3*
Total		*20*

Ecuaciones

Ítems	Problema	Puntuación
13.a.	$\frac{3}{2}v = 45$	*4*
13.b.	$-8x - 10 = -3$	*4*
13.c.	$3 - 4k - k = -1$	*4*
13.d.	$(-y + 7) = 2(y + 9)$	*4*
14.	La suma de cuatro números enteros consecutivos es -22. ¿Cuáles son esos números?	*4*
Total		*20*

Anexo D Solucionario del Instrumento

PRE ALGEBRA (*Solucionario*)

1. Resuelve:

a) $-|9|+|-7|=-2$

Solución

$=-9+\|-7\|$	Aplicar las propiedades de los valores absolutos: $\|a\|=a, a>0$ $\|9\|=9;\ \|-7\|=7$
$=-9+7$	Simplificar: $-9+7=-2$
$=-2$	

b) $(-5)(-8)=40$

Solución

$=5\cdot 8$	Quitar los paréntesis: $(-a)=-a$
$=40$	Multiplicar los números: $5\cdot 8=40$

c) $6(-5)=-33$

Solución

$=-6\cdot 5$	Quitar los paréntesis: $(-a)=-a$
$=-30$	

d) $(-27) \div (9) = -3$

Solución

$= -\frac{27}{9}$	aplicar las propiedades de las fracciones: $\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$
$= -3$	Dividir: $-\frac{27}{9} = -3$

e) $(-8) + (-25) = -33$

Solución

$= -8 - 25$	Quitar los paréntesis: $(-a) = -a$
$= -33$	Restar: $-8 - 25 = -33$

f) $-15c \div -3c = 5$

Solución

$= \frac{-15c}{-3c}$	Aplicar las propiedades de las fracciones: $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$
$= \frac{15c}{3c}$	Dividir y simplificar
$= 5$	

g) $80d + (-50d) = 30d$

Solución

$= 80d + (-50d)$	Quitar los paréntesis: $(a) = a$
$= 80\mathrm{d} - 50\mathrm{d}$	Sumar elementos similares
$= 30\mathrm{d}$	

2. Resuelve: $1 - 3[(3)(-2) - (-1)] = 16$

Solución

$[(3)(-2) - (-1)]$	Aplicar regla: $(a)(-b) = -a \cdot b$ $(3)(-2) = -3 \cdot 2 = -6$
$[-6 - (-1)]$	Aplicar regla: $-(-a) = +a$ $= -6 + 1 = -5$
-5	
$= 1 - 3[-5]$	Aplicar regla: $-a \cdot (-b) = a \cdot b$ $-3[-5] = 3 \cdot 5 = 15$
$= 1 + 15$	
$= 16$	

3. Simplifica las fracciones

a) $\frac{66}{99} = \frac{2}{3}$

Solución

$\frac{66}{99}$	Factorización prima $66 = 3 \cdot 2 \cdot 11\ ;\ \ 99 = 3^2 \cdot 11$
$= \frac{3 \cdot 2 \cdot 11}{3^2 \cdot 11}$	Eliminar los términos comunes
$= \frac{2}{3}$	

b) $\frac{27}{27} = 1$

Solución

$= \frac{27}{27}$	Aplicar la regla: $\frac{a}{a} = 1$
$= 1$	

4. Evalúa

a) $\frac{8}{0} = No\ definido$

Solución

$= \dfrac{8}{0}$	$\frac{x}{0} = No\ definido,$ por la regla de fracciones : $\frac{a}{b},\ b \neq 0$

b) $\frac{0}{-3} = 0$

Solución

$= \dfrac{0}{-3}$ $= 0$	Aplicar la regla: $\frac{0}{a} = 0,\ a \neq 0$

5. Resuelve

a) $\frac{16}{26} + \frac{5}{13} = 1$

Solución

$= \dfrac{8}{13} + \dfrac{5}{13}$	Simplificar: $\frac{16}{26} = \frac{8}{13}$
$= \dfrac{8+5}{13}$	Aplicar la regla: $\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}$
$= \dfrac{13}{13}$	
$= 1$	Aplicar la regla: $\frac{a}{a} = 1$

b) $\frac{1}{2}-\frac{2}{3}=-\frac{1}{6}$

Solución

$=\frac{1\cdot 3}{6}-\frac{2\cdot 2}{6}$	Mínimo común denominador : 6
$=\frac{1\cdot 3-2\cdot 2}{6}$	Aplicar la regla: $\frac{a}{c}\pm\frac{b}{c}=\frac{a\pm b}{c}$
$=\frac{-1}{6}$	Aplicar las propiedades de las fracciones: $\frac{-a}{b}=-\frac{a}{b}$
$=-\frac{1}{6}$	

c) $1\frac{1}{3}+2\frac{1}{3}=$

Solución

$=\frac{4}{3}+\frac{7}{3}$	Convertir los números mixtos a fracciones impropias
$=\frac{4+7}{3}$	Aplicar la regla: $\frac{a}{c}\pm\frac{b}{c}=\frac{a\pm b}{c}$
$=\frac{11}{3}=3\frac{2}{3}$	

d) $\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{8}$

Solución

$=\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}$	Multiplicar fracciones: $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$
$=\frac{3}{8}$	

e) $\frac{1}{2} \div \frac{4}{5} = \frac{5}{8}$

Solución

$= \frac{\frac{1}{2}}{\frac{4}{5}}$ $= \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 4}$ $= \frac{5}{8}$	Dividir fracciones: $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$

6. Evalúa

a) $(-6)^2 = 36$

Solución

$(-6)^2 = 6^2$ $= 36$	Aplicar las leyes de los exponentes: $(-a)^n = a^n$, si n es par

b) $-5^2 = -25$

Solución

-5^2 $= -25$	Operar: $5^2 = 25$

c) $8^0 = 1$

Solución

$= 8^0$	Aplicar la regla: $a^0 = 1, a \neq 0$
$= 1$	

d) $6^{-1} = \frac{1}{6}$

Solución

$= 6^{-1}$	Aplicar las leyes de los exponentes:
	$a^{-1} = \frac{1}{a}$
$= \dfrac{1}{6}$	

e) $m^{-4} =$

Solución

$= m^{-4}$	Aplicar las leyes de los exponentes:
	$a^{-b} = \frac{1}{a^b}$
$= \dfrac{1}{m^4}$	

7. Simplifica en su forma exponencial

a) $5^{10} \cdot 5^2 = 5^{12}$

Solución

$= 5^{10} \cdot 5^2$	Aplicar las leyes de los exponentes:
	$a^b \cdot a^c = a^{b+c}$
$= 5^{10+2}$	
$= 5^{12}$	

b) $t^0 \cdot t^5 = t^5$

Solución

$= 1 \cdot t^5$	Aplicar la regla: $a^0 = 1, a \neq 0$
$= t^5$	

c) $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^6$

Solución

$= 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$	Aplicar las leyes exponentes:
	$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \ldots}_{n} = a^n$
$= 3^6$	

d) $a^3 \cdot a^3 \cdot a = a^7$

Solución

$= a^3 \cdot a^3 \cdot a$	Aplicar las leyes de los exponentes: $a^b \cdot a^c = a^{b+c}$
$= a^{3+3+1}$	
$= a^7$	

e) $(7x^2 \cdot y^3)(x \cdot y) = 7x^3y^4$

Solución

$= 7x^2y^3xy$	Quitar los paréntesis: $(a) = a$
$= 7x^3y^3y$	Aplicar las leyes de los exponentes: $a^b \cdot a^c = a^{b+c}$
$= 7x^{2+1}y^{3+1}$	
$= 7x^3y^4$	

f) $\frac{3^5}{3^2} = 3^3$

Solución

$\frac{3^5}{3^2} = 3^{5-2}$	Aplicar las leyes de los exponentes: $\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$
$= 3^3$	

g) $\frac{x^{16} \cdot y^2}{x^3 \cdot y} = x^{13}y$

Solución

$= \frac{x^{13}y^2}{y}$	Aplicar las leyes de los exponentes: $\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$
$= x^{16-3}y^{2-1}$	
$= x^{13}y$	

h) $(-3x^2)^3 = -\,3^3x^6$

Solución

$= (-3x^2)^3$	Aplicar las leyes de los exponentes: $(-a)^n = -a^n$, si n es impar
$= -\,(3x^2)^3$	Aplicar las leyes de los exponentes: $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
$= -\,3^3(x^2)^3$	Aplicar las leyes de los exponentes: $(a^b)^c = a^{bc}$
$= -\,3^3x^6$	

i) $((-121)^2)^0 = 1$

Solución

$= ((-121)^2)^0$	Aplicar la regla: $a^0 = 1, a \neq 0$
$= 1$	

j) $\left(\frac{x^3}{y^2}\right)^2 = \frac{x^6}{y^4}$

Solución

$= \frac{(x^3)^2}{(y^2)^2}$	Aplicar las leyes de los exponentes: $\left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}$
$= \frac{x^{3\cdot 2}}{y^{2\cdot 2}}$	Aplicar las leyes de los exponentes: $(a^b)^c = a^{bc}$
$= \frac{x^6}{y^4}$	

8. Simplifica

a) $-\sqrt{25} = -5$

Solución

$= -\sqrt{5^2}$	Descomponer el número en factores primos:$25 = 5^2$ Aplicar las leyes de los exponentes: $\sqrt[n]{a^n} = a$
$= -5$	

b) $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$

Solución

$= \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{9}}$	Aplicar la siguiente propiedad de los radicales: $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a^n}}{\sqrt[n]{b^n}}$, asumiendo que $a \geq 0, b \geq 0$
$= \frac{1}{3}$	

c) $\sqrt{(-6)^2} = 6$

Solución

$= \sqrt{(-6)^2}$	Aplicar las leyes de los exponentes: $(-a)^n = a^n$, si n es par
$= \sqrt{6^2}$	Aplicar la siguiente propiedad de los radicales: $\sqrt[n]{a^n} = a$, asumiendo que $a \geq 0$
$= 6$	

d) $\sqrt{\sqrt{16}} = 2$

Solución

$= \sqrt{\sqrt{16}}$	Operar $\sqrt{16} = 4$
$= \sqrt{4}$	Operar $\sqrt{4} = 2$
$= 2$	

e) $9^{1/2} = 3$

Solución

$= 9^{\frac{1}{2}}$	Descomponer el número en factores primos: 3^2
$= (3^2)^{\frac{1}{2}}$	Aplicar las leyes de los exponentes: $(a^b)^c = a^{bc}$
$= 3^{2\cdot\frac{1}{2}}$	Simplificando: $2 \cdot \frac{1}{2}$
$= 3$	

9. Usa la propiedad distributiva para escribir una expresión equivalente

$-8(2y + 2) =$

Solución

$= -8(2y + 2)$	Utilizar la propiedad distributiva:
	$a(b + c) = ab + ac$
$= -8 \cdot 2y - 8 \cdot 2$	
$= -16y - 16$	

10. Factoriza la siguiente expresión: $3x + 6y + 12z$

Solución

$= 3x + 6y + 12z$	
$= 3x + 2 \cdot 3y + 4 \cdot 3z$	Factorizar el termino común: 3
$= 3(x + 2y + 4z)$	

11. Reduce los términos siguientes

a) $3a^2 + 16 + 9a + 2a^2 =$

Solución

$= 3a^2 + 2a^2 + 9a + 16$	Agrupar términos semejantes
$= 5a^2 + 9a + 16$	Sumar elementos similares:

b) $\frac{9}{17}y + 2y + 6y + \frac{8}{17}y =$

Solución

$= y(\frac{9}{17} + 2 + 6 + \frac{8}{17})$	Factorizar el termino común $\boldsymbol{y}$
$= y(\frac{9}{17} + \frac{8}{17} + 2 + 6)$	Agrupar términos semejantes
$= y(\frac{9}{17} + \frac{8}{17} + 2 + 6)$	Aplicar la regla: $\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}$
$= y(\frac{9+8}{17} + 2 + 6)$	
$= y(\frac{17}{17} + 2 + 6)$	Simplificar
$= y(1 + 2 + 6)$	sumar
$= 9y$	

12. Expresa algebraicamente las siguientes expresiones

a) 11 más la mitad de un número

Solución

11	mas	la mitad de un numero
11	$+$	$\frac{a}{2}$

Agrupando tenemos : $11 + \frac{a}{2}$

b) La suma de tres números enteros consecutivos

Solución

Tres números consecutivos	$a, (a+1), (a+2)$
Entonces tenemos que:	$a + (a+1) + (a+2)$

c) La suma del triple de z y la mitad de p

Solución

Triple de z	$3z$
la mitad de p	$\frac{1}{2}p$
Agrupando tenemos:	$3z + \frac{1}{2}p$

13. Halla el valor de la incógnita en cada una de las siguientes ecuaciones

a) $\frac{3}{2}v = 45$

Solución

$2 \cdot \frac{3}{2}v = 45 \cdot 2$	Multiplicar ambos lados por: 2 y simplificar
$\frac{3}{3}v = \frac{90}{3}$	Dividir ambos lados entre 3 y simplificar
$v = 30$	

b) $-8x - 10 = -3$

Solución

$-8x - 10 + 10 = -3 + 10$	Sumar 10 a ambos lados
$\dfrac{8x}{-8} = \dfrac{7}{-8}$	Dividir ambos lados entre -8
$x = -\dfrac{7}{8}$	

c) $3 - 4k - k = -1$

Solución

$3 - 5k = -1$	Sumar elementos similares:
$3 - 5k - 3 = -1 - 3$	Restar 3 de ambos lados
$\dfrac{5k}{-5} = \dfrac{-4}{-5}$	Dividir ambos lados entre -5
$k = \dfrac{-4}{-5}$	

d) $3(-y+7) = 2(y+9)$

Solución

$3(-y+7) = 2(y+9)$	Utilizar la propiedad distributiva: $a(b+c) = ab + ac$
$-3y + 21 = 2y + 18$	
$-3y + 21 - 21 = 2y + 18 - 21$	Restar **21** de ambos lados
$-3y = 2y - 3$	
$-3y - 2y = 2y - 3 - 2y$	Restar $\mathbf{2y}$ de ambos lados
$-5y = -3$	
$\frac{-5y}{-5} = \frac{-3}{-5}$	Dividir ambos lados entre $\mathbf{-5}$
$y = \frac{3}{5}$	

14. La suma de cuatro números enteros consecutivos es -22. ¿Cuáles son esos números?

Solución

$$a + (a+1) + (a+2) + (a+3) = -22$$

$$4a + 6 = -22$$

$$4a = -28$$

$$\frac{4a}{4} = \frac{-28}{4}$$

$$a = -7$$

Entonces los números serán: $-7, -6, -5, -4$

Anexo E. Matriz de Consistencia

MATRIZ DE CONSISTENCIA

Título: Prevalencia de Conocimientos de Pre Álgebra en los Estudiantes de la Institución Educativa Secundaria “José Carlos Mariátegui” Puno-2016

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES			DISEÑO METODOLÓGI
			VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES	
Pregunta General ¿Qué nivel de conocimiento de Pre álgebra prevalecen en los estudiantes de la Institución Educativa Secundaria “José Carlos Mariátegui” en el año académico 2016? ***Preguntas especificas*** ✓ ¿Qué nivel de conocimientos de procesos aritméticos prevalecen en los estudiantes? ✓ ¿Qué nivel de conocimientos de procesos algebraicos elementales prevalecen en los estudiantes?	***Objetivo general*** Determinar el nivel de conocimiento prevalentes de Pre álgebra en los estudiantes de la Institución Educativa Secundaria “José Carlos Mariátegui” de la ciudad de Puno en el año académico 2016 ***Objetivos Específicos*** ✓ Determinar el nivel de conocimiento de procesos aritméticos ✓ Determinar el nivel de entendimiento de procesos algebraicos elementales	***Hipótesis General*** El nivel de conocimiento pre algebraico de los estudiantes del de la Institución Educativa Secundaria “José Carlos Mariátegui” de la ciudad de Puno es deficiente	Pre álgebra	Números enteros	✓ Resuelve operaciones con números enteros ✓ Entiende y aplica la ley de signos ✓ Entiende y hace uso de la jerarquía de operaciones matemáticas	***Población***: Constitu por 135 estudiantes y 5º de la I.E.S. José Carlos Mariátegui ***Muestra***: La muestra está conformada por cuat secciones de diez; q total conforman 54 estudiantes ***Tipo de investigació*** no experimental Di***seño de investiga*** descriptivo ***Técnica***: Examen ***Instrumento***: Prueba escrita
				Números Fraccionales	✓ Simplifica fracciones en su forma reducida ✓ Entiende la estructura de un numero fraccionario ✓ Resuelve operaciones con fracciones	
				Potencia	✓ Entiende los términos exponenciales ✓ Resuelve operaciones simples con exponentes	
				Radicales	✓ Entiende y resuelve operaciones con radicales	
				Expresiones algebraicas	✓ Resuelve operaciones matemáticas con variables ✓ Entiende y aplica la ley de signos con variables	
				Propiedades y lenguaje algebraico	✓ Aplica la propiedad distributiva en ecuaciones ✓ Aplica la propiedad distributiva ✓ Factoriza términos algebraicos ✓ Suma términos semejante	
				Ecuaciones	✓ Resuelve operaciones con ecuaciones algébricas ✓ Expresa algebraicamente términos verbales	