

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA



**USO DE RECURSOS DIDÁCTICOS MANUALES EN EL
APRENDIZAJE DE POLÍGONOS EN ESTUDIANTES DE
EDUCACIÓN SECUNDARIA – 2016**

TESIS

**PRESENTADA POR:
ABEL CATACORA CCALLO**

**PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN
EDUCACIÓN, CON MENCIÓN EN LA ESPECIALIDAD DE
MATEMÁTICA E INFORMÁTICA**

PROMOCIÓN: 2011 – II

PUNO - PERÚ

2017

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

**USO DE RECURSOS DIDÁCTICOS MANUALES EN EL APRENDIZAJE DE
POLÍGONOS EN ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN SECUNDARIA – 2016**

ABEL CATACTORA CCALLO



**TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN
EDUCACIÓN, CON MENCIÓN EN LA ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICA E
INFORMÁTICA**

04 AGO 2017

APROBADA POR EL SIGUIENTE JURADO:

PRESIDENTE


:



Dr. Felipe Gutiérrez Osco

PRIMER MIEMBRO

:



Mg. Godofredo Huamán Monroy

SEGUNDO MIEMBRO:



Dr. Lino Vilca Mamani

DIRECTOR

:



Dr. Alfredo Carlos Castro Quispe

ASESOR

:



Dr. Alfredo Carlos Castro Quispe

Área: Procesos Educativos

Tema: Estrategias Metodológicas

DEDICATORIA

Quiero dedicar este trabajo

A Dios que me ha dado la vida y fortaleza para
terminar este trabajo de investigación,

A mi familia por estar presente cuando más lo
necesite; en especial a mi madre y padre por
su ayuda y constante cooperación en los
momentos más difíciles.

Abel

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Nacional del Altiplano por abrirnos las puertas, para nuestro desarrollo personal y profesional.

A la Facultad de Educación, en especial a los docentes de la especialidad de Matemática, Física, Computación Informática, que han sido parte de nuestro crecimiento personal y profesional.

Al Director y su plana docente de la IES "San José" de la ciudad de Puno, y en especial a los estudiantes del segundo grado, por su cooperación y entusiasmo en el desarrollo del trabajo de investigación.

A mi familia por haberme apoyado económica y moralmente en el logro de mi meta.

Abel

ÍNDICE

DEDICATORIA	
AGRADECIMIENTOS	
RESUMEN	10
ABSTRACT	11
INTRODUCCIÓN	12

CAPITULO I**PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN**

1.1 Planteamiento del problema de investigación.....	14
1.1.1 Descripción del problema de investigación	14
1.2 Definición del problema de investigación.....	17
1.2.1 Definición general.....	17
1.2.2 Definiciones específicas.....	17
1.3 Justificación del problema de investigación	17
1.4 Delimitación del problema de investigación	18
1.5 Objetivos de la investigación	18
1.5.1 Objetivo general	18
1.5.2 Objetivos específicos	18

CAPITULO II**MARCO TEÓRICO**

2.1. Antecedentes de la investigación.....	19
2.2. Sustento teórico	22
2.2.1. El tangram.....	22
2.2.2. Aprendizajes con el tangram.	26
2.2.3. Contenidos que se estudian con el tangram.....	27
2.2.4. Construcción del tangram.....	27
2.2.5. El geoplano.....	30
2.2.5.1 El geoplano en educación matemática.	31
2.2.6. Aprendizajes con el geoplano.....	33
2.2.7. Contenidos que se trabajan con el geoplano.....	34

2.2.8. TIPOS DE GEOPLANOS	35
2.2.9. Construcción del geoplano	37
2.2.10. Aprendizaje de triángulos	38
2.3. Glosario de términos básicos	53
2.4. Hipótesis y variables	53
2.4.1. Hipótesis general	53
2.4.2. Hipótesis específicas	53
2.5. Operacionalización de variables	54

CAPITULO III

DISEÑO METODOLÓGICO DE INVESTIGACIÓN

3.1. Tipo y diseño de investigación	55
3.2. Población y muestra de investigación	55
3.3. Ubicación y descripción de la población	57
3.4. Material experimental	57
3.5. Técnicas e instrumentos de recolección de datos	57
3.6. Procedimiento del experimento	58
3.7. Plan de tratamiento de datos	58

CAPITULO IV

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS DE INVESTIGACIÓN

4.1. Aspectos generales	62
4.2. Análisis e interpretación de resultados	63
4.3. Prueba de hipótesis	85

CONCLUSIONES	87
SUGERENCIAS	88
BIBLIOGRAFÍA	89
ANEXOS	91

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro N° 1	Población De Alumnos De La Institución Educativa Secundaria “San José” Puno - 2016.....	56
Cuadro N° 2	Alumnos Del Tercer Grado De La Institución Educativa Secundaria “San José” Que Conforman La Muestra Puno - 2016	56
Cuadro N° 3	Aprendizaje De Triangulos A Través Del Tangram Y Geoplano En Estudiantes Del Segundo Grado De La Ies “San José”, Puno - 2016	63
Cuadro N° 4	Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre La Comprensión De Noción De Triangulos: Ítem N° O1	65
Cuadro N° 5	Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre La Comprensión De Noción De Triangulos: Ítem N° O2	67
Cuadro N° 6	Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre La Comprensión De Noción De Triangulos: Ítem N° O3	69
Cuadro N° 7	Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre La Comprensión De Noción De Triangulos: Ítem N° O4	71
Cuadro N° 8	Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre La Comprensión De Noción De Triangulos: Ítem N° 05	73
Cuadro N° 9	Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre Resolución De Problemas De Triangulos: Ítem N° 06	75
Cuadro N° 10	Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre Resolución De Problemas De Triangulos: Ítem N° 07	77

Cuadro N° 11	Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre Resolución De Problemas De Triangulos: Ítem N° 08	79
Cuadro N° 12	Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre Resolución De Problemas De Triangulos: Ítem N° 09	81
Cuadro N° 13	Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre Resolución De Problemas De Triangulos: Ítem N° 10	83

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico N° 1	Aprendizaje De Triángulos A Través Del Tangram Y Geoplano En Estudiantes Delsegundo Grado De La IES “San José”, Puno - 2016.....	63
Gráfico N° 2	Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre La Comprension De Nocion De Triangulos: Ítem N° O1	65
Gráfico N° 3	Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre La Comprensión De Noción De Triangulos: Ítem N° O2	67
Gráfico N° 4	Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre La Comprensión De Noción De Triangulos: Ítem N° O3	69
Gráfico N° 5	Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre La Comprensión De Noción De Triangulos: Ítem N° O4	71
Gráfico N° 6	Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre La Comprensión De Noción De Triángulos: Ítem N° 05	73
Gráfico N° 7	Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre Resolución De Problemas De Triangulos: Ítem N° 06	75
Gráfico N° 8	Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre Resolución De Problemas De Triangulos: Ítem N° 07	77
Gráfico N° 9	Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre Resolución De Problemas De Triangulos: Ítem N° 08	79
Gráfico N° 10	Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre Resolución De Problemas De Triangulos: Ítem N° 09	81
Gráfico N° 11	Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre Resolución De Problemas De Triángulos: Ítem N° 10	83

RESUMEN

El tangram como estrategia para el aprendizaje de la geometría, partió del siguiente problema: ¿Qué efecto produce la aplicación del Tangram y Geoplano como didáctica en el aprendizaje de triángulos en estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa Secundaria “San José” en el año 2016? Se trabajó con estudiantes de la misma edad y con una cantidad de 19 estudiantes tanto en la prueba de entrada y salida.

El tipo de investigación que corresponde de este trabajo es experimental y el diseño de investigación es pre-experimental debido a que contábamos con un solo grupo de estudio de 19 estudiantes denominado grupo experimental, por lo cual se utiliza el pre y post test para este grupo.

Para obtener los resultados necesarios para la prueba de hipótesis, se procede a aplicar las pruebas estadísticas. Debido a que se rechaza la hipótesis nula (H) se concluye que el promedio de la prueba de entrada es menor de la prueba de salida dentro del grupo, siendo la prueba significativa para un nivel de significación del 5%.

Se comprueba de esta forma la eficacia del Tangram y Geoplano como estrategia para el aprendizaje de polígonos en los estudiantes del segundo grado mejorando significativamente en la comprensión de las definiciones propiedades y la resolución de problemas de triángulos y paralelogramos y transformarla en una experiencia motivadora y apasionante.

Palabras clave: Tangram, polígonos, teorema de Pitágoras.

ABSTRACT

The tangram like strategy for the learning of geometry, you departed of the following problem: What effect the application software of the Tangram and Geoplano like didactics in the learning of triangles in students of the third degree of the Educational Secondary Institution produces San Jose in the year 2016? He was worked up with students of the same age and with 19 students' quantity so much in the input-output proof.

The kind of investigation that corresponds of this work is experimental and the fact-finding design is pre-experimental because we counted on 19 named students' very group of study the experimental group, for which uses the pre itself and after test for this group.

In order to obtain the necessary results for hypothesis testing, it is proceeded to apply the statistical proofs. Because the null hypothesis is refused (H_0) it is concluded that the entrance average of proof is minor of the proof of exit inside the group, being the significant proof for the 5 %'s significance level.

The efficacy of the Tangram like strategy for the learning of polygons in the students of the third degree improving in the understanding of the definitions properties significantly and the problem solving of triangles are checked in this way and parallelograms and turning her into a motivating and exciting experience.

Key words: Tangram, polygons, theorem of Pitágoras.

INTRODUCCIÓN

Actualmente el tangram es un rompecabezas que consta de 7 piezas. Es un juego que requiere de ingenio, imaginación y, sobre todo, paciencia. No se conoce con certeza su origen, pero hay quienes suponen que se inventó en China a principios del siglo XIX, pues las primeras noticias escritas sobre el tangram datan de esa época y lugar. En 1818 se publicaron libros de tangram en algunos países de Europa y en Estados Unidos, lo que lo hizo un juego popular y de mucho auge.

Además EL TANGRAM se constituye en un material didáctico ideal para desarrollar habilidades mentales, mejorar la ubicación espacial, conceptualizar sobre las fracciones y las operaciones entre ellas, comprender y operar la notación algebraica, deducir relaciones, fórmulas para área y perímetro de figuras planas y un sin número de conceptos que abarcan desde el nivel preescolar, hasta la básica y media e incluso la educación superior.

El presente tesis de investigación consta 4 capítulos.

El Capítulo I se refiere al planteamiento del problema de investigación, donde se considera la descripción del problema, definición del problema, justificación del problema, delimitación del problema y objetivos de la investigación.

El capítulo II se refiere al marco teórico en el que se expone los antecedentes, sustento teórico, glosario de términos básicos, hipótesis y la operacionalización de variables.

El capítulo III se refiere al diseño metodológico de la investigación, donde se precisa el tipo de diseño de la investigación, la población y muestra, ubicación y descripción de la población, material experimental, técnicas e instrumentos de recolección de datos, procedimientos, plan de tratamiento de datos y diseños estadígrafos para la prueba de hipótesis.

El capítulo IV presenta los resultados de la investigación, las pruebas de verificación de la validez de la hipótesis planteada y los procedimientos.

Finalmente se presentan las conclusiones y sugerencias; así como la referencia bibliográfica y los anexos referidos al material experimental utilizado durante la investigación.

CAPITULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1 Planteamiento del problema de investigación

1.1.1 Descripción del problema de investigación

Uno de los problemas de la educación en nuestra región de Puno, es el bajo nivel de aprendizaje en el área de la matemática y ésta se enfatiza en la resolución de problemas de aritmética y geometría, en el año 2014, los resultados de la prueba ECE en el nivel de educación primaria demuestran la baja calidad de aprendizaje de los alumnos en la resolución de problemas de matemática. Estos resultados significan que lograr el objetivo de la política educativa en el ámbito de matemática, representa un gran desafío debido a los bajos resultados que se tienen y respecto de los cuales es muy poco lo que se ha podido avanzar, pues se trata de competencias y capacidades reconocidas mundialmente como cruciales para aprovechar las oportunidades del siglo XXI, de una sociedad de economías globales, con una acelerada producción de información de diversa complejidad y de significativos avances científicos y tecnológicos.

Un aspecto que se pudo observar durante la realización de las prácticas pre-profesionales en los estudiantes del segundo grado de la Institución Educativa Secundaria “San José” de la ciudad de Puno referente a la resolución de problemas de triángulos, se visualiza que el 80% de los estudiantes tienen dificultades en aspectos teóricos requeridos para resolver problemas de triángulos tales como: rectas paralelas y perpendiculares, áreas y perímetros de figuras planas. Además se observó que dichos estudiantes tienen serias dificultades en la utilización del teorema de Pitágoras en la resolución de problemas.

Frente a esta situación, necesitamos transitar hacia un mayor acceso, manejo y aplicación de conocimientos, en el que la educación matemática se convierte en un valioso motor de desarrollo económico, científico, tecnológico y social. Esto nos exige revisar, debatir, ampliar y enriquecer los enfoques con que hemos venido trabajando; y modificar la idea de la matemática como algo especializado sólo para estudiantes con mayor disposición para aprenderla. Necesitamos asumirla como algo fundamental para la vida, que tenga sentido y genere motivación para seguir aprendiendo adoptando un enfoque que conecte la matemática con la vida, con lo que ocurre en el entorno inmediato y personal de los estudiantes, pues se trata de aprender a aplicar los conocimientos y contenidos matemáticos en el análisis, la comprensión y la resolución de problemas y situaciones de necesidad real.

Así mismo se observa que en esta Institución Educativa los alumnos inician la educación secundaria presentando una serie de deficiencias en los conocimientos básicos en el área de matemáticas y por ende en Aritmética, y

geometría debido a que la enseñanza ha tenido tradicionalmente un fuerte carácter algebraico, formal, se ha fomentado excesivamente el aprendizaje memorístico de conceptos, formulas, la simple relación de unos conceptos en otros previos, y la temprana eliminación de la intuición como instrumento de acceso al conocimiento aritmético y geométrico, tratando de acelerar la adquisición de tales conceptos y formulas, como si en ella estuviera condensado el verdadero saber aritmético; por lo que se ha registrado en el área de matemática, calificaciones que en promedio no llegan a superior el calificativo 13, el cual es preocupante porque la matemática siempre ha desempeñado un rol fundamental en el desarrollo de los conocimientos científicos y tecnológicos.

En consecuencia a través del presente trabajo de investigación se pretende mejorar la calidad de aprendizaje de la matemática sobre todo el aprendizaje de la resolución de problemas de triángulos aplicando el tangram y el geoplano como estrategia didáctica; ello implica desarrollar en las aulas, capacidades cognitivas y actitudes como la perseverancia, la confianza, la toma de decisiones, el trabajo colaborativo, el sentido de logro entre otros.

1.2 Definición del problema de investigación

1.2.1 Definición general

¿Qué efecto produce la aplicación del Tangram y Geoplano como recurso didáctico en el aprendizaje de triángulos en estudiantes del segundo grado de la Institución Educativa Secundaria “San José” en el año 2016?

1.2.2 Definiciones específicas

- ¿Cuál es el efecto que produce la aplicación del Tangram y Geoplano en la comprensión de noción de triángulos?
- ¿Cuál es el efecto que produce la aplicación del Tangram y Geoplano en la resolución de problemas de triángulos?

1.3 Justificación del problema de investigación

La investigación se Justifica en los siguientes aspectos:

En el aspecto práctico: La mayor preocupación de los maestros es que los alumnos aprendan mejor, desarrollen las habilidades matemáticas y estén en condiciones de resolver problemas; adquirir habilidades cognitivas, continuar estudios posteriores y para el desempeño en su vida cotidiana.

En el aspecto teórico es que el aprendizaje debe estar sujeto a un enfoque teórico metodológico; por eso es necesario el conocimiento del objeto de estudio a partir de la manipulación de materiales, aplicación de estrategias adecuadas a la realidad de los estudiantes.

Finalmente en el aspecto metodológico se justifica que los resultados del presente de investigación servirán a los futuros investigadores e interesados

tomar como referente en las investigaciones posteriores en condiciones y realidades diferentes a fin de contrarrestarlos y enriquecer la información que será muy útil a nivel de la didáctica de la matemática especialmente de la geometría en el nivel de educación secundaria.

1.4 Delimitación del problema de investigación

El presente estudio se delimita considerando los siguientes factores:

- a) Población de estudio: Estudiantes del Segundo Grado de la Institución Educativa Secundaria “San José” de Puno.
- b) Lugar de estudio: Institución Educativa Secundaria “San José” de Puno.
- c) Fecha de la investigación: primer trimestre del año escolar 2016.
- d) Técnica o instrumento de estudio: Se utilizaron el examen (prueba escrita) y la observación (ficha de observación).

1.5 Objetivos de la investigación

1.5.1 Objetivo general

Determinar el efecto que produce la aplicación del Tangram y Geoplano como recurso didáctico en el aprendizaje de triángulos en alumnos del segundo grado de la Institución Educativa Secundaria “San José” en el año - 2016.

1.5.2 Objetivos específicos

- Describir el efecto que produce la aplicación del Tangram y Geoplano como recurso didáctico en la comprensión de noción de triángulos.
- Caracterizar el efecto que produce la aplicación del Tangram y Geoplano en la resolución de problemas de triángulos.

CAPITULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes de la investigación

En lo que se refiere a los antecedentes se considera el trabajo de investigación titulada: “Los rompecabezas geométricas en el desarrollo de habilidades geométricas básicas de los estudiantes del primer grado de la I.E.S. Nuestra señora de alta gracia Ayaviri - 2007”. Tesis de la facultad de Ciencia Físico Matemática. UNA- Puno. De Young chino Vilca y Pedro Rubén Inca Huancasi; donde concluye que los alumnos del 1ro Grado de la I.E.S. Nuestra Señora de Alta Gracia Ayaviri, el nivel de aprendizaje significativo logrado en el componente espacio y sociedad es como sigue: (el 72% de alumnos obtuvieron notas que oscilan entre 11-15 y el 28% de alumnos obtienen notas entre 06-10).

Tacaronte (2006), en su investigación denominada: *Propuesta de algunos Recursos Didácticos en la motivación de los alumnos, para el logro de los contenidos de Geometría, contemplados en el programa de estudio de la Primera Etapa de Educación Básica*, se trazó como objetivo general: proponer algunos recursos didácticos para la motivación de los alumnos en los contenidos de

Geometría de la Primera Etapa de Educación Básica. El diseño de investigación usado fue de tipo descriptivo, explorativo y participativo, donde la población estaba constituida por dos grupos: docentes que laboran en el municipio Caroní del estado Bolívar, con los cuales se intentó determinar el tipo de estrategia y recurso utilizado en dicha enseñanza y estudiantes de la etapa mencionada para determinar y evaluar los recursos y estrategias metodológicas planteadas en esta investigación para el desarrollo de algunos contenidos de geometría. La muestra de la primera población fue tomada intencional del diez por ciento de los docentes de la primera etapa. La segunda estuvo identificada por tres grupos de los grados a considerar.

En la evaluación de la Propuesta, Tacaronte señala que se pudo evidenciar que las actividades fueron estimulantes para los alumnos, permitiendo poner en práctica los procesos del aprendizaje y alcanzando un segundo nivel de razonamiento de acuerdo al modelo del Van-Hiele.

Este trabajo se relaciona directamente con esta investigación por tratar sobre recursos didácticos para la enseñanza de la Geometría.

Mariño (2007), en su investigación denominada: *El Geoplano un recurso manipulable para la comprensión de la Geometría*, se planteó como objetivo general: diseñar, basándose en el modelo de van Hiele, un material educativo impreso centrado en el uso del geoplano, sobre los temas de geometría, como: ángulos, triángulos, cuadriláteros y área, para la segunda etapa de Educación Básica. La investigación fue de carácter descriptivo, ya que se les aplicaron en cuestras a los docentes de ese nivel. En cuanto a la muestra, se consideró una

selección no aleatoria de veinte (20) docentes de la segunda etapa de Educación Básica de diferentes escuelas básicas ubicadas en la zona de San Bernardino, Caracas. Los resultados obtenidos del cuestionario aplicado a los docentes, justifican la necesidad de elaborar un material instruccional basado en recursos manipulables que le permitan evolucionar en el proceso de construcción geométrico desde las formas intuitivas iniciales del pensamiento hasta un nivel de deducción informal, los cuales corresponden a los niveles escolares donde se desempeñan estos docentes. El investigador considera, que según los docentes que han validado el material, el uso del mismo, puede contribuir a desarrollar en el estudiante habilidades para la comprensión de la Geometría y la resolución de problemas, así como la independencia en el logro de su aprendizaje de la segunda etapa de la educación básica, a la vez, que se puede contar con un material instruccional para los fines y propósitos que persigue el área de Geometría en esta etapa.

El aporte de este trabajo es de interés a la presente investigación por tratar la problemática existente en la enseñanza y aprendizaje de la Geometría, como también la necesidad de usar recursos manipulables motivantes por los docentes en el desarrollo de contenidos.

Una importante investigación, fue la de Gutiérrez (2008), quien realizó un trabajo titulado :“Estrategias Neuro didácticas basadas en programación Neuro lingüística y Súper aprendizaje para optimizar la acción docente en la enseñanza de la matemática III Etapa de Educación Básica, Escuelas Nacionales del Distrito Escolar N° 3, Distrito Capital”. Su objetivo general fue proponer un conjunto de estrategias basadas en la programación Neuro lingüística para propiciar un

aprendizaje significativo. La investigación estuvo enmarcada en la modalidad de proyecto factible apoyada en una investigación de campo de carácter descriptivo. La población estuvo constituida por sesenta y dos (62) docentes de aula y quince (15) coordinadores de los Departamentos de evaluación de los planteles tomados para la muestra.

Al analizar los resultados se pudo constatar que los docentes desconocen las técnicas que conllevan a la aplicación de estrategias con Programación Neuro lingüística y Súper aprendizaje y manifestaron el interés y la necesidad de conocer y manejar estrategias con el modelo anterior, destacando que los profesores deben actualizarse en innovaciones educativas que le permitan aplicar otras metodologías en la enseñanza de la matemática.

Este trabajo guarda relación con el presente estudio al evidenciar que los docentes deben actualizarse en innovaciones educativas con nuevos métodos y recursos en la enseñanza de la matemática, con el fin de fortalecer la práctica pedagógica.

2.2. Sustento teórico

2.2.1. El tangram.

El Tangram es un juego chino muy antiguo llamado "*Chi Chiao Pan*" que significa "juego de los siete elementos" o "tabla de la sabiduría". Existen varias versiones sobre el origen de la palabra Tangram, una de las más aceptadas cuenta que la palabra la inventó un inglés uniendo el vocablo cantones "*tang*" que significa chino con el vocablo latino "*gram*" que significa escrito o gráfico. Otra versión narra que el origen del juego se remonta a los años 618 a 907 de nuestra era,

época en la que reinó en China la dinastía Tang de donde se derivaría su nombre. (Lompscher; 1987)

No se sabe con certeza quien inventó el juego ni cuando, pues las primeras publicaciones chinas en las que aparece el juego datan del siglo XVIII, época para la cual el juego era ya muy conocido en varios países del mundo. En China, el Tangram era muy popular y era considerado un juego para mujeres y niños.

A partir del siglo XVIII, se publicaron en América y Europa varias traducciones de libros chinos en los que se explicaban las reglas del Tangram, el juego era llamado "el rompecabezas chino" y se volvió tan popular que lo jugaban niños y adultos, personas comunes y personalidades del mundo de las ciencias y las artes. Napoleón Bonaparte se volvió un verdadero especialista en el Tangram desde que fue exiliado en la isla de Santa Elena.

En cuanto al número de figuras que pueden realizarse con el Tangram, la mayor parte de los libros europeos copiaron las figuras chinas originales que eran tan sólo unos cientos. Para 1900 se habían inventado nuevas figuras y formas geométricas y se tenían aproximadamente 900. Actualmente se pueden realizar con el Tangram alrededor de 16,000 figuras distintas.

Actualmente el tangram es un rompecabezas que consta de 7 piezas. Es un juego que requiere de ingenio, imaginación y, sobre todo, paciencia. No se conoce con certeza su origen, pero hay quienes suponen que se inventó en China a principios del siglo XIX, pues las primeras noticias escritas sobre el tangram datan de esa época y lugar. En 1818 se publicaron libros de tangram en

algunos países de Europa y en Estados Unidos, lo que lo hizo un juego popular y de mucho auge.

El origen de la palabra “tangram” es tan incierto como el juego mismo. Hay quienes sostienen que el nombre es un invento occidental y lo atribuyen a un estadounidense o aficionado a los rompecabezas, quien habría combinado la palabra cantonesa tang, que significa ‘chino’, con el sufijo inglés -gram (-grama), que significa ‘escrito’ o ‘gráfico’.

El tangram es un gran estímulo para la creatividad y se lo puede aprovechar en la enseñanza de la matemática para introducir conceptos de geometría plana, y para promover el desarrollo de capacidades psicomotrices e intelectuales pues permite ligar de manera lúdica la manipulación concreta de materiales con la formación de ideas abstractas.

En la enseñanza de la matemática el tangram se puede utilizar como material didáctico que favorecerá el desarrollo de habilidades del pensamiento abstracto, de relaciones espaciales, lógica, imaginación, estrategias para resolver problemas, entre muchas otras, así como un medio que permite introducir conceptos geométricos.

Además EL TANGRAM se constituye en un material didáctico ideal para desarrollar habilidades mentales, mejorar la ubicación espacial, conceptualizar sobre las fracciones y las operaciones entre ellas, comprender y operar la notación algebraica, deducir relaciones, fórmulas para área y perímetro de figuras planas y un sin número de conceptos que abarcan desde el nivel preescolar, hasta la básica y media e incluso la educación superior.

La configuración geométrica de sus piezas (cinco triángulos, un cuadrado y un paralelogramo), así como su versatilidad por las más de mil composiciones posibles con sólo siete figuras, hacen de él un juego matemático. El tangram más común es el tangram chino, llamado también: "tabla de la sabiduría" o "tabla de los siete elementos" porque se ha comprobado que su uso continuo motiva la reflexión y desarrolla la inteligencia la capacidad creadora, la fraternidad individual y colectiva y la introducción a la geometría y a las matemáticas.

El principal reto de este juego consiste en formar figuras con todas las fichas sin superponerlas combinando sus unidades básicas cada vez de forma distinta el tangram resulta de la descomposición de un polígono regular con una intención específica y que permite la construcción de cientos de formas figurativas y abstractas al combinarlas adecuadamente partiendo de una figura estática se pueden efectuar innumerables movimientos gracias al juego conjunto de sus elementos, que de este modo se liberan de la inmovilidad.

Además del tangram chino, existen otros tangrams que se utilizan para construir nuevos conceptos, o para superar algunas de las dificultades que se presentan al utilizar solamente el tangram chino, entre ellos se cuentan: el cardiotangrama, el ovotangram, el hexatangram (o simplemente Hexagram), el armonigrama o tangram pitagórico, el juego de los ocho elementos, tangram ruso de doce piezas, tangram de Fletcher, de los cuales presentaremos sus modelos.

El Tangram es un juego chino muy antiguo llamado "Chi Chiao Pan" que significa "Juego de los siete elementos" o "tabla de la sabiduría" consiste en formar siluetas de figuras con la totalidad de una serie de piezas dadas. Las siete piezas

llamadas *Tans*, que juntas forman un cuadrado, son las siguientes: “cinco triángulos de diferentes tamaños”, “un cuadrado”, y “un paralelogramo”.

Sus reglas son muy simples:

- 1) Con dichos elementos, ni uno más ni uno menos, se deben de construir figuras. Es decir, al momento de formar las distintas figuras no debe quedar ni una de las piezas sin utilizarse, además que éstas no deben superponerse.
- 2) El tangram es un juego planimétrico, es decir, todas las figuras deben estar contenidas en un mismo plano.
- 3) Aparte de esto, se tiene libertad total para elaborar las figuras.

2.2.2. Aprendizajes con el tangram.

- 1) Planificar el trazado de figura sobre la base del análisis de sus propiedades, utilizando instrumentos pertinentes.
- 2) Comprender los efectos que provocan en el perímetro o en el área de cuadrados y rectángulos la variación de la medida de sus lados y recurrir a las razones para expresarlas
- 3) Desarrollar las capacidades de analizar temas relacionados con geometría a través del juego.
- 4) Reproducir y crear figuras y representaciones planas de cuerpos geométricos.
- 5) Combinar figuras para obtener otras previas establecidas.
- 6) Calcular perímetro y áreas de figuras compuestas por cuadrados, rectángulos y otros tipos de polígonos.
- 7) Descubrir formulas a partir de modelos dados.

- 8) Desarrollar el pensamiento reflexivo y metódico.
- 9) Desarrollar la creatividad y las capacidades del autoaprendizaje.

Con el juego “el tangram” también podemos buscar que los alumnos asuman actitudes y practiquen valores, mencionaremos algunos, por ejemplo: Responsabilidad, Colaboración, Atención, Trabajo en equipo, Estimula la creatividad, Sentido del orden, Perseverancia, Estética, Cortesía, Amor al trabajo, Respeto, Fraternidad, Compañerismo, Relaciones interpersonales, Participación, Realizar bien las tareas, Paciencia, Comunicación, Imaginación, Pensamiento lógico. (González; 1986).

2.2.3. Contenidos que se estudian con el tangram.

Figuras geométricas planas.

Ángulos y su clasificación.

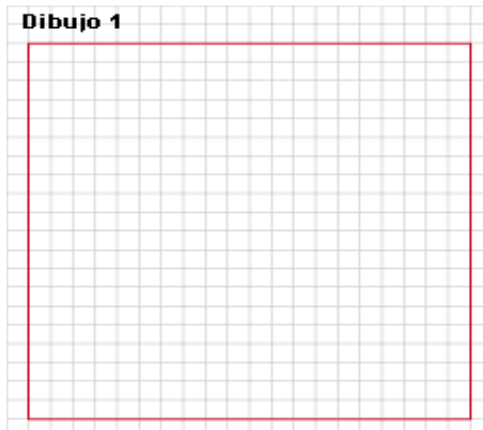
Congruencia de figuras.

Áreas y perímetro de figura.

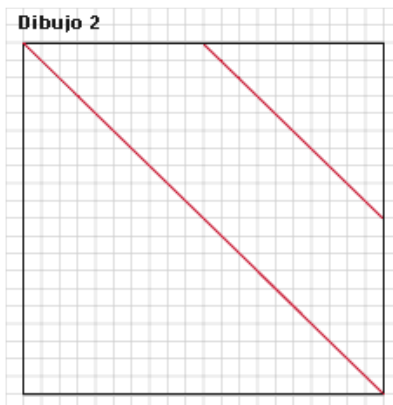
2.2.4. Construcción del tangram

Para empezar sugerimos que los alumnos trabajen en una hoja de cuadrícula chica (es decir cuadrículas o cuadrados de 0.5cm por lado), pues eso facilitará los cálculos de las figuras. Si no se trabaja en este tipo de papel, entonces deberá utilizarse una regla, con la cual realizará las respectivas medidas. Luego continuamos con los siguientes pasos. (Addine; 1998).

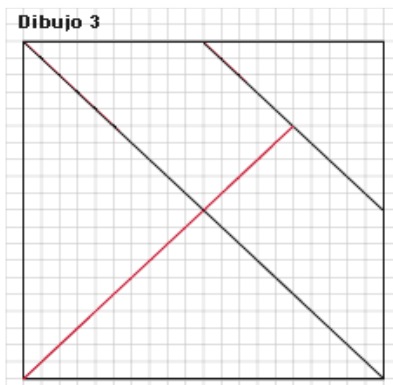
Paso 1: Dibuja un cuadrado de 10 cm por lado. (20 cuadritos de la hoja).

Dibujo 1

Paso 2: Traza una de las diagonales del cuadrado y la recta que une los puntos medios de dos lados consecutivos del cuadrado; esta recta debe ser paralela a la diagonal.

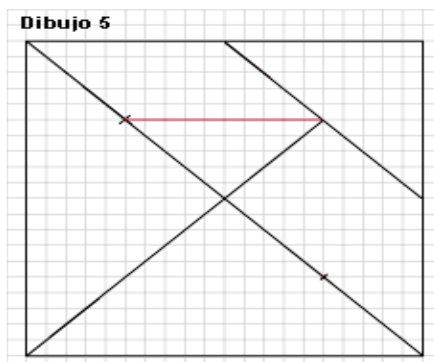
Dibujo 2

Paso 3: Dibuja la otra diagonal del cuadrado y llévala hasta la segunda línea.

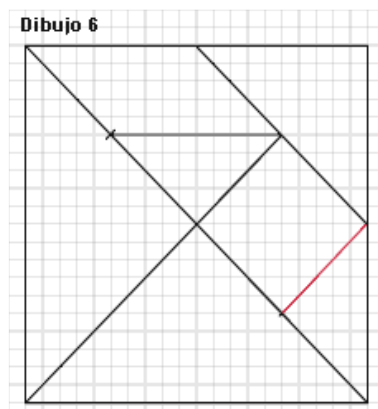
Dibujo 3

Paso 4: La primera diagonal que trazaste deberás partirla en cuatro partes iguales. (Cada pedacito medirá 5 cuadritos).

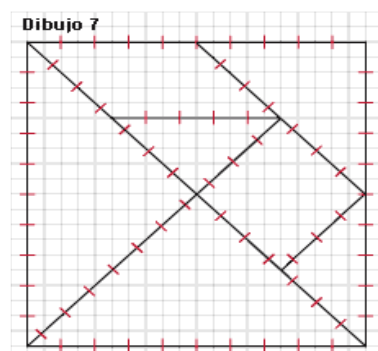
Paso 5: Traza la recta que se muestra en el dibujo siguiente (dibujo 5)



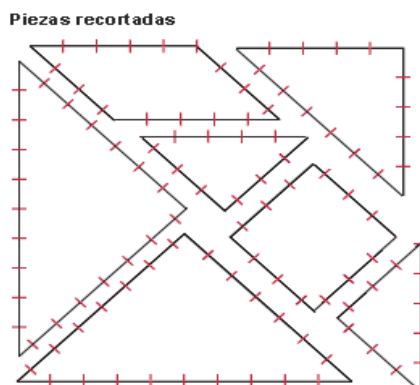
Paso 6: Por último traza esta otra recta (la de la figura 6)



Paso 7 Ahora deberás graduar el tangram haciendo marcas de 1cm (o de dos cuadritos) tal y como se muestra en el dibujo siguiente. Para marcar las diagonales necesariamente deberás usar una regla



Paso 8: Por último recortamos las piezas, de tal manera que obtengamos lo que se presenta en la siguiente figura.



2.2.5. El geoplano

El geoplano es un recurso didáctico para la introducción de gran parte de los conceptos geométricos; el carácter manipulativo de éste permite a los niños una mayor comprensión de toda una serie de términos abstractos, que muchas veces o no entienden o nos generan ideas erróneas en torno a ellos. (Zilberstein Toruncha, 1999).

Consiste en un tablero cuadrado, generalmente de madera, el cual se ha cuadrículado y se ha introducido un clavo en cada vértice de tal manera que éstos sobresalen de la superficie de la madera unos 2cm. El tamaño del tablero es variable y está determinado por un número de cuadrículas; éstas pueden variar desde 25 (5 x 5) hasta 100 (10 x 10). El trozo de madera utilizado no puede ser una plancha fina, ya que tiene que ser lo suficientemente grueso -2cm. aproximadamente- como para poder clavar los clavos de modo que queden firmes y que no se ladeen. Sobre esta base se colocan gomas elásticas de colores que se sujetan en los clavos formando las gomas geométricas que se deseen.

Su nombre significa *plano* de *geometría*, ya que las cabezas de los clavos pertenecen a un mismo plano. El tamaño del geoplano es variable, como ya hemos dicho, según se utilice individualmente, en grupos o bien por el docente para toda la clase.

Con el Geoplano que se pueden formar figuras geométricas utilizando gomas elásticas; establecer semejanzas y diferencias entre paralelismo-perpendicularidad; emplear un lenguaje gráfico-algebraico. Además, el Geoplano ofrece la oportunidad para que el alumno estudie y los conceptos de áreas y planos geométricos, y asocie contenidos de la geometría con el álgebra y el cálculo. Esta construcción cognitiva se produce de una forma creativa mediante actividades grupales, en las cuales se presentan preguntas dirigidas por el docente, con la finalidad ayudarles a construir sus respuestas, y al mismo tiempo lograr que el alumno formule sus propias interrogantes, permitiéndole así crear sus propias conjeturas acerca de algún concepto matemático, favoreciendo con ello la optimización de los procesos de aprendizajes significativo y el desarrollo de capacidades cognitivas complejas.

2.2.5.1 El geoplano en educación matemática.

Esta herramienta, sencilla y eficaz, le permite a los estudiantes experimentar con modelos matemáticos y construir conceptos numéricos en diversos contextos. Ella puede ser usada con la finalidad de establecer patrones ideales, para combinar y realizar medidas directas o indirectas. También, es útil para reproducir en forma creativa nuevas colecciones de figuras complejas, innovar conceptos, descubrir propiedades-relaciones exactas y comprobar conjeturas e hipótesis. Además, el Geoplano es potencialmente beneficioso para estimular y

despertar la creatividad, buscando integrar lo pedagógico con el desarrollo de estrategias y habilidades cognitivas (estímulo informal, búsqueda íntegra de información constante, razonamiento espacial a través de procesos de análisis y síntesis sobre figuras geométricas). (Addine; 2004, p. 164).

El geoplano, como recurso didáctico, sirve para introducir los conceptos geométricos de forma manipulativa. Es de fácil manejo para cualquier niño y permite el paso rápido de una a otra actividad, lo que mantiene a los alumnos continuamente activos en la realización de ejercicios variados.

Este recurso puede comenzar a utilizarse en los primeros años de escolarización, aunque su utilización óptima se da en el Ciclo medio de la Educación Primaria.

Los niños y niñas necesitan bastante tiempo para experimentar con el geoplano antes de iniciar actividades más serias. A los pequeños les gusta crear figuras, letras, números o diseños sencillos en sus geoplanos. Los niños y niñas mayores producirán diseños y dibujos más complicados. En una fase posterior, no ya de juego se puede utilizar esta actividad para que describan lo que han hecho utilizando el lenguaje matemático lo más correctamente posible.

La generosa estructura matemática de los geoplanos permiten que los niñas y niños descubran propiedades matemáticas con poco o ninguna necesidad de que se les dirija. No tardaran en advertir que una línea de goma estirada entre dos clavijas forma una línea recta. Al hacer segmentos de dos líneas observan que algunos pares de clavijas están más separados que otros.

2.2.6. Aprendizajes con el geoplano

Para Zilberstein Toruncha; (2000, p. 21), los objetivos más importantes que se consiguen con el uso del geoplano son:

La representación de la geometría en los primeros años de forma lúdica y atractiva, y no como venía siendo tradicional, de forma verbal y abstracta al final de curso y de manera secundaria.

La representación de las figuras geométricas antes de que el niño tenga la destreza manual necesaria para dibujarlas perfectamente.

Desarrollar la creatividad a través de la composición y descomposición de figuras geométricas en un contexto de juego libre.

Conseguir una mayor autonomía intelectual de los niños, potenciando que, mediante actividades libre y dirigidas con el geoplano, descubran por sí mismos algunos de los conocimientos geométricos básicos.

- Desarrollar la reversibilidad del pensamiento: la fácil y rápida manipulación de las gomas elásticas permite realizar transformaciones diversas y volver a la posición inicial deshaciendo el movimiento.
- Trabajar nociones topológicas básicas líneas abiertas, cerradas, frontera, región, etc.
- Reconocer las formas geométricas planas.
- Desarrollar la orientación espacial mediante la realización de cenefas y laberintos.
- Llegar a reconocer y adquirir la noción de ángulo, vértice y lado.

- Comparar diferentes longitudes y superficies; hacer las figuras más grandes estirando las gomas a más cuadrículas.
- Componer figuras y descomponerlas a través de la superposición de polígonos.
- Introducir la clasificación de los polígonos a partir de actividades de recuento de lados.
- Llegar al concepto intuitivo de superficie a través de las cuadrículas que contiene cada polígono.
- Introducir los movimientos en el plano; girando el geoplano se puede observar una misma figura desde muchas posiciones, evitando el error de asociar una figura a una posición determinada, tal es el caso del cuadrado.
- Desarrollar las simetrías y la noción de rotación.
- Conocer visualmente como se construyen las distintas figuras a partir los puntos: Cuadrado, rectángulo, triángulo.
- Construir figuras variando sus dimensiones.
- Reconocer en el plano visual y táctil las figuras.
- Asociar las formas al movimiento.
- Desarrollar su pensamiento espacial.
- Cultivar la destreza motriz.
- Representar figuras geométricas.

2.2.7. Contenidos que se trabajan con el geoplano

- REPRESENTACIÓN DE PUNTOS: Ejes de coordenadas, abscisas, ordenadas, representación de un punto a partir de pares de números ordenados, externos o internos a una figura...

- REPRESENTACIÓN DE LÍNEAS: rectas, semirrectas, segmentos, curvas, mixtas, paralelas, tangentes, secantes a una figura, poligonales, abiertas, cerradas...
- REPRESENTACIÓN DE FIGURAS: con líneas rectas o curvas, perímetros, áreas, aristas, vértices,
- REPRESENTACIÓN DE POLÍGONOS: regulares, irregulares
- REPRESENTACIÓN DE ÁNGULOS: internos y externos, operatoria, fracciones, porcentajes, cálculo mental, vocabulario, expresión y comprensión oral y escrita, interacción social,
- CÁLCULO Y COMPARACIÓN: de puntos, de líneas, de figuras, de ángulos, semejanzas, mayor, menor igual...

Podemos explicar con su ayuda toda la TRIGONOMETRÍA, trazar en una semicircunferencia un triángulo rectángulo, y todo lo correspondiente a "Pitágoras", puntos "notables" del triángulo. (Adddine; 2004, p. 166.)

2.2.8. Tipos de geoplanos

El geoplano fue utilizado por primera vez por Gattegno, e introducido en España por Puig Adam. Es muy útil en la escuela y de fácil construcción y aplicación. Básicamente es plano y cuadrado, pero a partir del modelo clásico se han desarrollado una serie de variaciones, como son el geoplano circular y los bigeoplanos. Se pueden clasificar en función de su forma, de su tamaño y del material utilizado en su fabricación.

Con relación a su tamaño se diferencian según el número de pivotes, y pueden ir desde el más pequeño de 9 pivotes (3 x 3) hasta el de 100 pivotes (10 x 10), que es más utilizado.

Con relación a la forma, pueden ser:

Geoplano cuadrado

Es un tablero cuadrado y cuadrículado en un número variable de cuadrículas; en cada vértice hay un clavo, o cualquier otro pivote de cabeza achatada, que sobresale de la plancha de madera unos 2 cm.

Geoplano circular

Tiene el mismo sistema que el anterior; el tablero puede ir cortado en forma cuadrada o circular, pero los clavos tienen que estar situados de tal manera que al pasar la goma elástica por todos los pivotes exteriores se forme una circunferencia. La forma más común de construirlo es haciendo inicialmente un polígono de 12, o mejor, 24 lados., de tal forma que al colocar las gomas se obtienen la circunferencia. Se coloca un pivote en el centro. A veces se inscribe un cuadrado dentro de la circunferencia y permite trabajar nuevos conceptos de geometría. Pueden ser de diferentes tamaños.

Bigeoplanos

Son iguales que los anteriores, pero se utiliza un tablero lo suficientemente grueso para utilizar las dos caras; en una se puede construir un geoplano cuadrado y en la otra una circular, o dos iguales pero de diferente tamaño.

Geoplano Circular y Polígono Regular

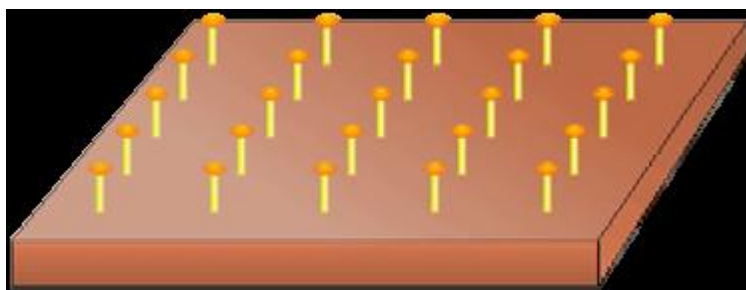
El geoplano circular es una colección de puntos de una circunferencia igualmente espaciados. Permite estudiar algunas propiedades de los puntos de la circunferencia o de figuras inscritas y circunscritas.

Si se unen con segmentos puntos del geoplano circular, se obtienen líneas poligonales y polígonos. Cuando, en este último caso, los segmentos tienen todas las mismas longitudes, el polígono es regular. La figura de la derecha permite construir cómodamente polígonos regulares de 3, 4, 6, 8, 12 y 24 lados.

En general, si el geoplano tiene n puntos en su circunferencia, se podrán construir todos los polígonos regulares de k lados, donde $k (>2)$ es un divisor de n .

2.2.9. Construcción del geoplano

Recordemos que el geoplano es un instrumento didáctico que consiste en una tabla cuadrada de “ n ” cm de lado en el que se distribuyen clavos formando una cuadrícula de cuadrados de 1,5 cm x 1,5 cm. Se utilizan bandas elásticas (gomitas) para la construcción de figuras geométricas.



Una vez que puedes construir un geoplano 10x10 teniendo en cuenta lo siguiente:

Material y elaboración:

- Una tabla cuadrada de 22 centímetros de lado.
- 121 clavos de 3 cm sin cabeza.
- Gomas elásticas de distintos colores.
- Dibuja en la tabla una cuadrícula de 10 x10 cuadrados de 2 cm de lado, con un margen de 1 cm.
- Clava en cada punto de la cuadrícula un clavo (deja fuera unos 2 cm)

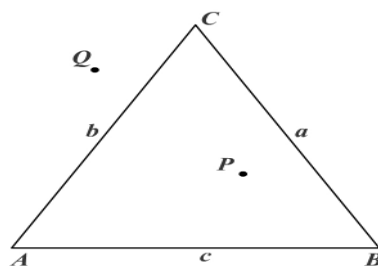
Utilización:

Representa y calcula el área de las figuras:

- a) Triángulo isósceles de área 21
- b) Triángulo escaleno de área 18
- c) Triángulo rectángulo de área 24
- d) Triángulo rectángulo isósceles de área 32
- e) Triángulo obtusángulo isósceles de área 12
- f) Triángulo escaleno obtusángulo de área 18
- g) Triángulo isósceles de área máxima
- h) Triángulo rectángulo de área máxima

2.2.10. Aprendizaje de triángulos

NOCIÓN DE TRIÁNGULO: Un triángulo es un polígono de tres lados. Se denota por Δ y escribimos ΔABC . Los puntos A , B , C se llaman *vértices* del triángulo.



Los segmentos AB , BC , CA se llaman *lados* del triángulo: $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$.

Los ángulos CAB , CBA , ABC se llaman *ángulos interiores* del triángulo, o simplemente *ángulos* del triángulo.

Un punto P pertenece al interior de un triángulo si y sólo si es un punto de la intersección de los semiplanos: $CA(B) \cap AB(C) \cap CB(A)$.

Un triángulo determina tres subconjuntos: los puntos propios del triángulo, los puntos interiores como P y los puntos exteriores como Q .

Se llama *región triangular* a la unión de los puntos del triángulo y los puntos interiores del mismo. Región triangular: $\Delta ABC \cup \text{interior del } \Delta ABC$.

El *perímetro* de un triángulo es la suma de las medidas de los lados. Se denota por $2p$. Luego $2p = AB + BC + CA = a + b + c$.

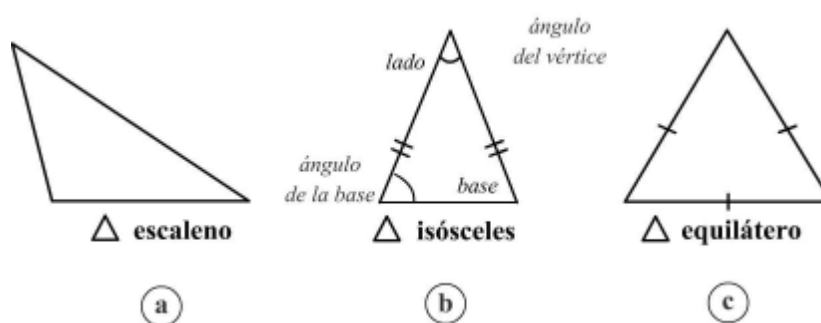
El conjunto de los triángulos puede clasificarse de acuerdo con los lados del triángulo.

- a. Un *triángulo* es *escaleno* si y sólo si no tiene lados congruentes.
- b. Un *triángulo* es *isósceles* si y sólo si tiene por lo menos dos lados congruentes.

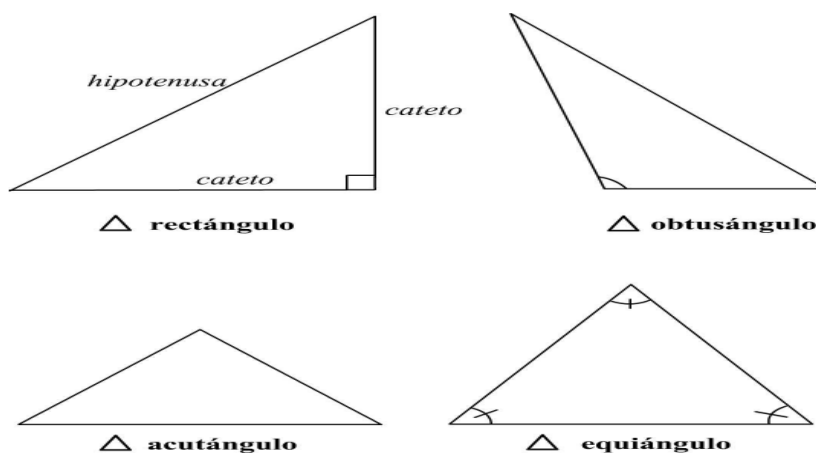
El lado que no es congruente con los otros se llama base del triángulo isósceles y los ángulos adyacentes a la base se llaman ángulos de la base; el ángulo opuesto a la base se llama ángulo del vértice.

c. Un *triángulo* es *equilátero* si y sólo si tiene sus lados congruentes.

De acuerdo con las definiciones anteriores se tiene que todo triángulo equilátero es isósceles.



El conjunto de los triángulos también puede clasificarse de acuerdo con la clase de ángulos del triángulo.

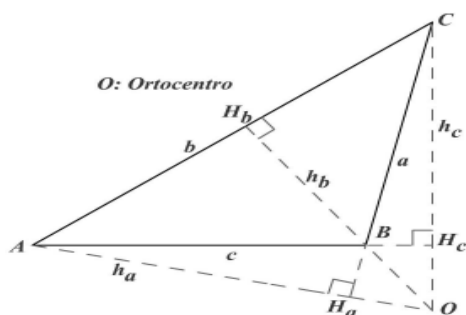
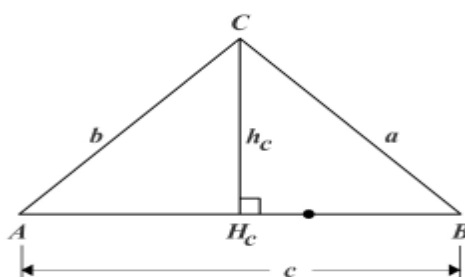


d. Un triángulo es un *triángulo rectángulo* si y sólo si tiene un ángulo recto. El lado opuesto al ángulo recto se llama hipotenusa y los lados adyacentes se llaman catetos.

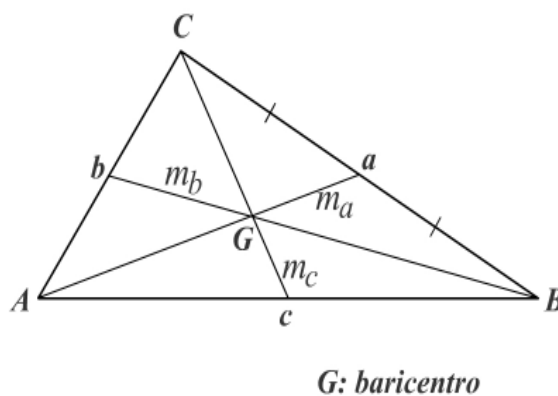
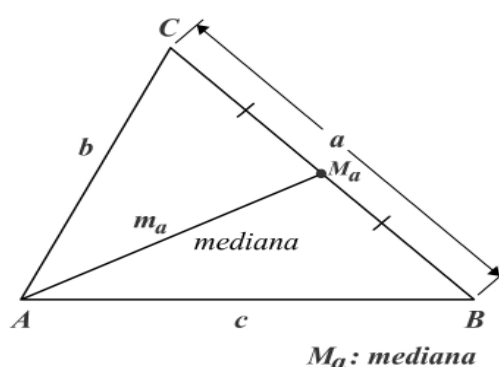
- e. Un triángulo es un *triángulo obtusángulo* si y sólo si tiene un ángulo obtuso.
- f. Un triángulo es un *triángulo acutángulo* si y sólo si tiene sus ángulos agudos.
- g. Un triángulo es un *triángulo equiángulo* si y sólo si tiene sus ángulos congruentes.

En los triángulos se consideran otros elementos importantes además de sus lados y ángulos. Ellos son las alturas, bisectrices, medianas y mediatrices, como también los puntos de intersección de ellas.

DEFINICIÓN DE ALTURA DE UN TRIÁNGULO. Se llama *altura* de un triángulo al segmento perpendicular trazado desde un vértice al lado opuesto o a su prolongación. El punto de intersección de las alturas se llama *ortocentro*. El punto de intersección de la altura con el lado o con su prolongación se llama *pie de altura*: H_c , H_a .

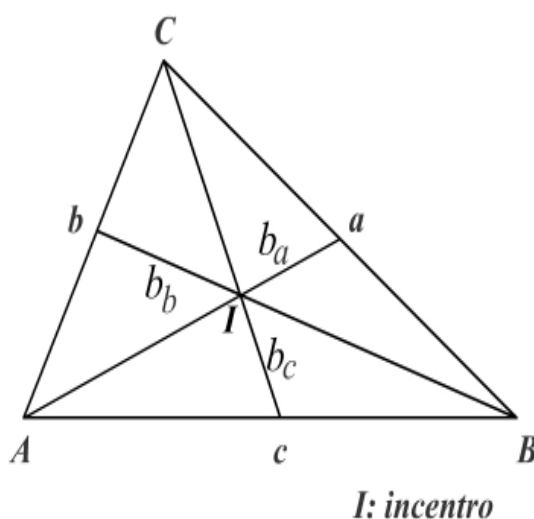
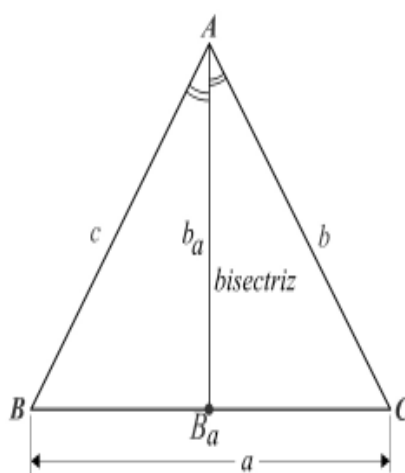


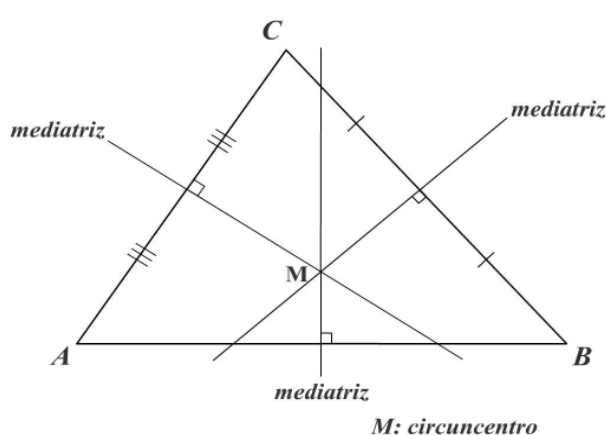
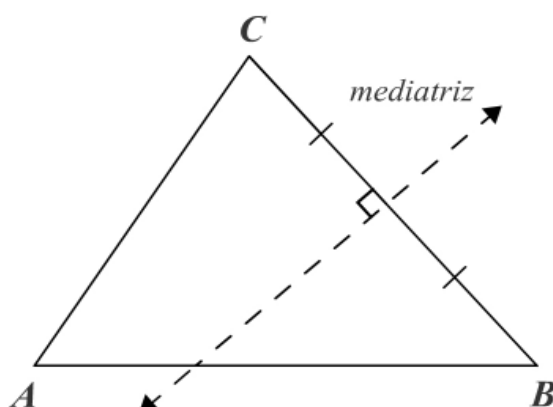
DEFINICIÓN DE MEDIANA. Se llama *mediana* de un triángulo al segmento que une un vértice con el punto medio del lado opuesto. El punto de intersección de las medianas se llama *baricentro* y es además el centro de gravedad o centroide del triángulo. El punto de intersección de la mediana con el lado se llama *pie de mediana*: M_a .



DEFINICIÓN DE BISECTRIZ. Se llama *bisectriz* de un triángulo al segmento de bisectriz del ángulo correspondiente, comprendido entre el vértice y el lado opuesto. El punto de intersección de las bisectrices se llama *in centro* y es el centro del círculo inscrito en el triángulo. El punto de intersección de la bisectriz con el lado opuesto se llama *pie de bisectriz*: B_a .

DEFINICIÓN DE MEDIATRIZ. Se llama *mediatriz* de un triángulo a la perpendicular levantada a cada lado en su punto medio. El punto de intersección de las mediatrices se llama *circuncentro* y es el centro del círculo circunscrito. El punto medio del lado es el *pie de la mediatriz*.





Las medianas, bisectrices y alturas del triángulo son segmentos de recta. La mediatriz es una recta.

CONGRUENCIAS. Un ejemplo práctico de la congruencia es la industria actual, la cual se basa en la producción masiva de partes para formar unidades completas. La industria moderna tiene que producir artículos que tengan el mismo tamaño y la misma forma para no sólo ensamblar maquinaria o equipos complejos sino también partes para su reparación.

La congruencia de figuras geométricas se ha definido de muchas maneras diferentes.

Algunas de ellas son:

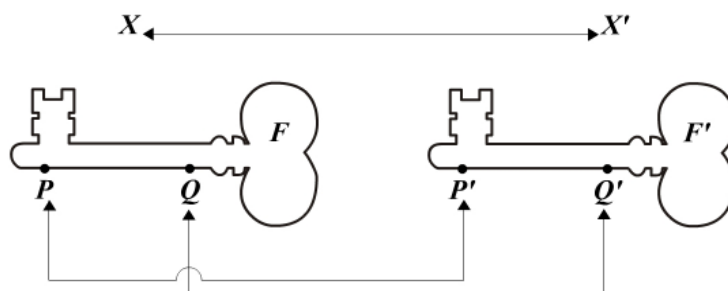
- 1) De acuerdo con el tamaño y la forma dos figuras geométricas son congruentes si y sólo si tienen el mismo tamaño y la misma forma.
- 2) También se ha definido la congruencia en forma dinámica diciendo que dos figuras son congruentes si y sólo si pueden hacerse coincidir mediante un movimiento rígido. Un movimiento rígido es el que conserva las distancias; es llamado también isométrico (que conserva las medidas).
- 3) Dos figuras son congruentes si y sólo si son la misma figura en distintas posiciones.
- 4) Dos figuras planas son congruentes si y sólo si una copia de una de ellas puede hacerse coincidir con la segunda.

La siguiente definición representa la culminación de más de dos mil años de pensamiento sobre congruencia.

Sea $X \leftrightarrow X'$ una correspondencia biunívoca entre dos conjuntos F y F' tal que para toda pareja de puntos $P \leftrightarrow P'$ y $Q \leftrightarrow Q'$ y en correspondencia biunívoca implique siempre que $m(PQ) = m(P'Q')$. Decimos que los conjuntos F y F' son congruentes.

Si una figura F es congruente con una figura F' . Se escribe $F \cong F'$.

La congruencia de figuras geométricas cumple las propiedades reflexiva, simétrica y transitiva (enunciarlas).

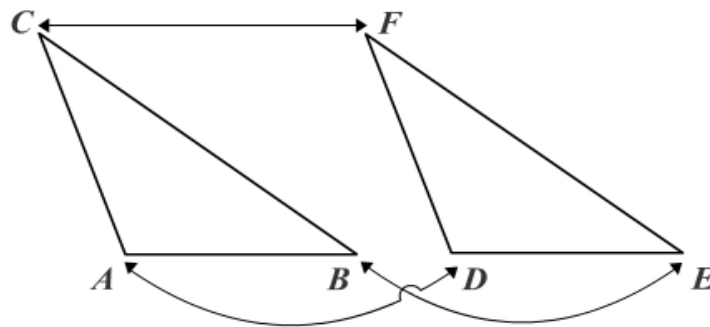


CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

Consideremos una correspondencia biunívoca entre dos vértices de dos triángulos ABC y DEF , la cual expresaremos como $ABC \leftrightarrow DEF$.

La correspondencia biunívoca entre los vértices, $A \leftrightarrow D, B \leftrightarrow E,$

$C \leftrightarrow F$, induce a una correspondencia de los lados y los ángulos:

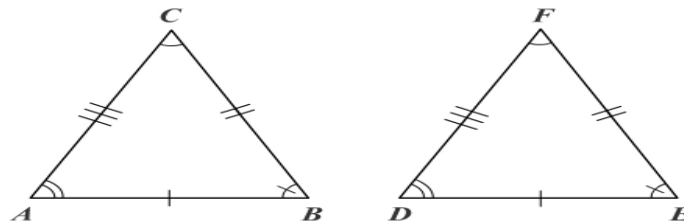


$$A \leftrightarrow D \quad AB \leftrightarrow DE$$

$$B \leftrightarrow E \quad BC \leftrightarrow EF$$

$$C \leftrightarrow F \quad AC \leftrightarrow DF$$

Recordemos que si dos elementos son congruentes, gráficamente se indica con el mismo símbolo, así: si $ABC \cong DEF$, entonces en la figura siguiente se señalan los ángulos con el mismo símbolo.



La congruencia de triángulos también cumple las propiedades:

- 1) Reflexiva: $\Delta ABC \cong \Delta ABC$.
- 2) Simétrica: $\Delta ABC \cong \Delta DEF \Rightarrow \Delta DEF \cong \Delta ABC$.

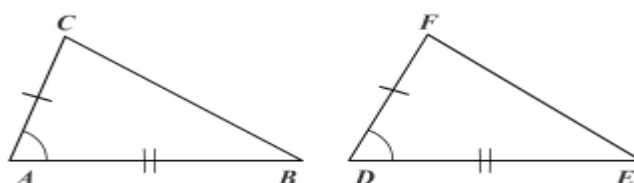
3) Transitiva: $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ y $\Delta DEF \cong \Delta HJK \Rightarrow \Delta ABC \cong \Delta HJK$.

De acuerdo con la definición de congruencia de triángulos necesitamos seis congruencias (tres pares de lados congruentes y tres pares de ángulos congruentes) para determinar si dos triángulos son congruentes o no.

El siguiente postulado establece condiciones mínimas para la congruencia de triángulos y se llama postulado lado-ángulo-lado y se simboliza por L-A-L.

Postulado L-A-L (De la congruencia de triángulos)

Sea $ABC \leftrightarrow DEF$ una correspondencia biunívoca entre los vértices de los triángulos ABC y DEF . Si dos lados y el ángulo incluido de uno de los triángulos son respectivamente congruentes a los lados y el ángulo comprendido en el otro triángulo, entonces los triángulos son congruentes (figura).

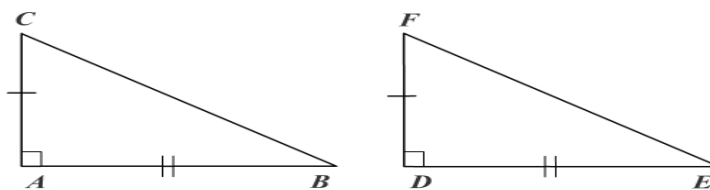


El postulado establece que si $AC \cong DF$, $\hat{A} \cong \hat{D}$, $AB \cong DE$, entonces $\Delta ABC \cong \Delta DEF$.

Corolario.

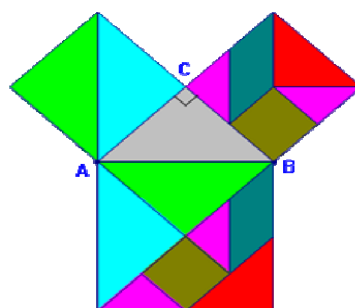
Si dos triángulos rectángulos tienen sus catetos respectivamente congruentes, los triángulos son congruentes.

Este corolario (del postulado L-A-L) se simboliza por C-C en triángulos rectángulos. Su demostración es inmediata ya que el ángulo comprendido siempre es el ángulo recto.



TEOREMA DE PITÁGORAS. En todo triángulo rectángulo se cumple el teorema de Pitágoras que dice: El área del cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos. En términos aritméticos puede expresarse: $a^2 + b^2 = c^2$ Con el Tangram podemos hacer una demostración geométrica del Teorema de Pitágoras.

En este caso el triángulo sobre el que se trabaja no es un triángulo rectángulo cualquiera sino rectángulo e isósceles (triángulo isorectángulo)



Fuente: <http://www.divulgamat.net/weborriak/RecursosInternet/Juegos/Rompecabezas.asp>.

La demostración la lograrán, cuando formen los cuadrados de los lados del cateto con las piezas del Tangram.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE TRIÁNGULOS.

La cognición como un conjunto de todos los procesos mentales que intervienen en el conocimiento, en otras palabras, toda la actividad mental que incluye la percepción, la atención, la memoria, la imaginación, el lenguaje, procesos de

desarrollo, solución de problemas y el área de la inteligencia artificial, este último tiene estrecha relación con la ciencia cognitiva (Corsini;2004, 123).

Propone un modelo de competencias donde resalta aspectos semióticos o de representación de los objetos matemáticos, sugiere que las dimensiones pueden explicar el éxito o fracaso de los estudiantes, pero no explican cómo y por qué los estudiantes exhiben esos comportamientos al resolver problemas. En este contexto las extensiones al trabajo de Schoenfeld se tornan necesarias y útiles. Socas (2001)

Asimismo, en el Currículo Básico Nacional, se expone que la resolución de problemas *es la estrategia básica para el aprendizaje de la Matemática*. En este sentido, puede decirse que la resolución de problemas ocupa un lugar central para su enseñanza pues estimula la capacidad de crear, inventar, razonar y analizar situaciones para luego resolverlas. (Ministerio de Educación, 1997).

1. Obtención de la información matemática.
2. Procesamiento de información matemática.
3. Retención de la información matemática.

Por ejemplo: la flexibilidad de pensamiento es uno de los componentes de la habilidad matemática, es parte del procesamiento de la información matemática del problema. El sujeto que posee esta habilidad más desarrollada es capaz de encontrar el mayor número posible de soluciones distintas para un mismo problema, en otras palabras, el sujeto posee la habilidad para una rápida

construcción de la actividad mental, para construir una solución padrón ya establecida construyendo una nueva solución (Krutetski, 1976, 277).

De allí la importancia que tiene para el docente, conocer y manejar diversas estrategias en el área de la resolución de problemas, con el fin de poder ofrecer a sus estudiantes elementos que permitan adquirir y consolidar esta destreza. Es cierto que muchos docentes afirman que lo más conveniente es dejar a los estudiantes utilizar estrategias propias para resolver las situaciones problemáticas, sin embargo también es conveniente mostrarles que existen otras estrategias y técnicas que les permitan simplificar y facilitar el trabajo. Sin embargo, estas ayudas no deben ser enseñadas como las únicas, sino por el contrario deben permitir al alumno reflexionar sobre ellas para que pueda ir adquiriendo de manera paulatina las destrezas y habilidades que le faciliten resolver cualquier problema que se le presente. De esta manera, podrá ir adquiriendo autonomía e independencia en el proceso, a tal punto de llegar a sentir el encanto del descubrimiento del que habla Polya. (1984).

1. Entender el problema.
2. Configurar un plan.
3. Ejecutar un plan.
4. Mirar hacia atrás.

Las aportaciones de Polya incluyen más de 250 documentos matemáticos y tres libros que promueven un acercamiento al conocimiento y desarrollo de estrategias en la solución de problemas. Su famoso libro *Cómo Plantear y Resolver Problemas* que se ha traducido a 15 idiomas, introduce su método de

cuatro pasos junto con la heurística y estrategias específicas útiles en la solución de problemas. El Método de Cuatro Pasos de Polya, Este método está enfocado a la solución de problemas matemáticos, por ello nos parece importante señalar alguna distinción entre "ejercicio" y "problema". Para resolver un **ejercicio**, uno aplica un procedimiento rutinario que lo lleva a la respuesta. Para resolver un **problema**, uno hace una pausa, reflexiona y hasta puede ser que ejecute pasos originales que no había ensayado antes para dar la respuesta. Esta característica de dar una especie de paso creativo en la solución, no importa que tan pequeño sea, es lo que distingue un problema de un ejercicio. Sin embargo, es prudente aclarar que esta distinción no es absoluta; depende en gran medida del estadio mental de la persona que se enfrenta a ofrecer una solución: Para un niño pequeño puede ser un problema encontrar cuánto es $3 + 2$. O bien, para niños de los primeros grados de primaria responder a la pregunta ¿Cómo repartes 96 lápices entre 16 niños de modo que a cada uno le toque la misma cantidad? le plantea un problema, mientras que a uno de nosotros esta pregunta sólo sugiere un ejercicio rutinario: "dividir ". Hacer ejercicios es muy valioso en el aprendizaje de las matemáticas: Nos ayuda a aprender conceptos, propiedades y procedimientos -entre otras cosas-, los cuales podremos aplicar cuando nos enfrentemos a la tarea de resolver problemas.

Como apuntamos anteriormente, la más grande contribución de Polya en la enseñanza de las matemáticas es su Método de Cuatro Pasos para resolver problemas. A continuación presentamos un breve resumen de cada uno de ellos y sugerimos la lectura del libro "Cómo Plantear y Resolver Problemas" de este autor (está editado por Trillas).

Paso 1: Entender el Problema.

¿Entiendes todo lo que dice?

¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras?

¿Distingues cuáles son los datos? ¿Sabes a qué quieres llegar?

¿Hay suficiente información?

Paso 2: Configurar un Plan.

¿Puedes usar alguna de las siguientes estrategias? (Una estrategia se define como un artificio ingenioso que conduce a un final).

1. Ensayo y Error (Conjeturar y probar la conjetura).
2. Usar una variable.
3. Buscar un Patrón
4. Hacer una lista.
5. Resolver un problema similar más simple.
6. Hacer una figura.
7. Hacer un diagrama
8. Usar razonamiento directo.

Paso 3: Ejecutar el Plan.

Implementar la o las estrategias que escogiste hasta solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción te sugiera tomar un nuevo curso.

Concédete un tiempo razonable para resolver el problema. Si no tienes éxito solicita una sugerencia o haz el problema a un lado por un momento (¡puede que "se te prenda el foco" cuando menos lo esperes!).

No tengas miedo de volver a empezar. Suele suceder que un comienzo fresco o una nueva estrategia conducen al éxito.

Paso 4: Mirar hacia atrás.

¿Es tu solución correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?

¿Adviertes una solución más sencilla?

¿Puedes ver cómo extender tu solución a un caso general?

2.3. Glosario de términos básicos

Tangram: El Tangram es un juego chino muy antiguo llamado “Chi Chiao Pan” que significa “Juego de los siete elementos” o “tabla de la sabiduría” consiste en formar siluetas de figuras con la totalidad de una serie de piezas dadas

Geoplano: El geoplano es un recurso didáctico para la introducción de gran parte de los conceptos geométricos; el carácter manipulativo de éste permite a los niños una mayor comprensión de toda una serie de términos abstractos, que muchas veces o no entienden o nos generan ideas erróneas en torno a ellos.

Triángulo: El triángulo es un polígono que tiene tres lados y tres ángulos. Es, por tanto, el polígono más simple y el conocimiento de sus características y propiedades nos ayudará a analizar los polígonos de más lados.

2.4. Hipótesis y variables

2.4.1. Hipótesis general

En base a la revisión de los antecedentes y la revisión de la bibliografía, se formula la siguiente hipótesis.

La aplicación del Tangram y Geoplano como recurso didáctico en el aprendizaje de triángulos en alumnos del segundo grado de la IES San José - Puno en el año 2016, tiene efectos significativos.

2.4.2. Hipótesis específicas

- El efecto que produce la aplicación del Tangram y Geoplano en la comprensión de noción de triángulos es eficaz.
- El efecto que produce la aplicación del Tangram y Geoplano en la resolución de problemas de triángulos es efectiva.

2.5. Operacionalización de variables

Variables	Dimenciones	Indicadores	Escala
<p>Variable Independiente</p> <p>El Tangram y Geoplano</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Construcción. ✓ Elaboración de sesiones de aprendizaje ✓ Ejecución de sesiones de aprendizaje aplicando el Tangram y geoplano ✓ Evaluación del material didáctico 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Utilización de materiales adecuados. ✓ Elaboración de 8 sesiones de aprendizaje. ✓ Utilización del geoplano en el aprendizaje de geometría plana ✓ Utilización del tangram en la demostración del teorema de Pitágoras. ✓ Verificación de impactos que producen los materiales aplicados en la enseñanza 	
<p>Variable Dependiente</p> <p>Aprendizaje de triángulos</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Comprensión de noción de triángulos ✓ Resolución de problemas de triángulos 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Dibuja triángulos identificando sus líneas notables ✓ Clasifica triángulos según sus lados ✓ Clasifica triángulos según sus ángulos ✓ Identifica las propiedades de un triángulo ✓ Define triángulos ✓ Calcula el perímetro en triángulos ✓ Calcula el área de triángulos ✓ En un triángulo rectángulo, demuestra el teorema de Pitágoras ✓ Resuelve triángulos aplicando propiedades. ✓ Resuelve problemas sobre triángulos. 	<p>Correcto: 2</p> <p>Con deficiencias: 1</p> <p>No realiza: 0</p>

Baremo:

- ✓ **Muy bueno : 17-20**
- ✓ **Bueno : 13 -16**
- ✓ **Regular : 11- 12**
- ✓ **Deficiente : 00-10**

CAPITULO III

DISEÑO METODOLÓGICO DE INVESTIGACIÓN

3.1. Tipo y diseño de investigación

La investigación dentro del paradigma cuantitativo es de tipo experimental, cuyo diseño corresponde a una investigación pre experimental con pre y post prueba

El esquema que corresponde a la investigación es:

G: O1..... X.....Q2

Dónde:

G: grupo experimental

O1: Pre prueba

Q2: Post prueba

X : experimento (Aplicación del Tangram y Geoplano)

3.2. Población y muestra de investigación

La población de estudio estará conformado por todos los alumnos de la Institución Educativa Secundaria “San José” de la ciudad de Puno, cuya cantidad se detalla a continuación en el siguiente cuadro:

**Cuadro N° 1 Población De Alumnos De La Institución Educativa Secundaria
"San José" Puno - 2016**

GRADO	NUMERO	PORCENTAJE
PRIMERO	25	24,27%
SEGUNDO	18	17,47%
TERCERO	19	18,44%
CUARTO	21	20,38%
QUINTO	20	19,41%
TOTAL	103	100%

FUENTE: Nómina de matrículas 2016.

ELABORACIÓN: El investigador.

MUESTRA.

Asumiendo el criterio de muestreo no probabilístico y tratándose de un trabajo Pre experimental, se selecciona la muestra en forma intencional, por ello que se realizará el experimento con los alumnos del segundo grado de la siguiente manera:

**Cuadro N° 2 Alumnos Del Tercer Grado De La Institución Educativa
Secundaria "San José" Que Conforman La Muestra Puno -
2016**

GRADO	NUMERO
SEGUNDO	19

FUENTE: Cuadro N° 01.

ELABORACIÓN: El investigador.

3.3. Ubicación y descripción de la población

La población de estudio se encuentra ubicada en esta ciudad de Puno al nor este de esta ciudad, junto a las orillas del Lago Titi Caca, la población económica se dedica al comercio, pesca y artesanías que expenden en las Islas Uros a los turistas nacionales y extranjeros; se dedican también a la agricultura, por el cual los alumnos provenientes de las familias de condiciones económicas descritas, son precarias; en muchos casos trabajan para ayudar económicamente a la familia.

3.4. Material experimental

Los materiales con el que se trabajará para la ejecución de la investigación son los siguientes:

- **Sesiones de aprendizaje:** Se planificarán diez sesiones de aprendizaje de acuerdo a lo que estipula el reglamento de investigación de la Facultad de Ciencias de la Educación de la UNA-Puno. Estas sesiones estarán planificadas en función al desarrollo de los ejercicios que contiene el Tangram y el geoplano, para que los estudiantes puedan manipular los materiales y desarrollar sus habilidades.

3.5. Técnicas e instrumentos de recolección de datos.

- **TECNICAS:** Como técnica se utilizará el examen.
- **INSTRUMENTOS:** se aplicará una prueba de entrada y otra de salida sobre la resolución de triángulos de acuerdo a los indicadores de la operacionalización de variables.

3.6. Procedimiento del experimento

El procedimiento para el desarrollo de la investigación se detalla a continuación:

Sensibilización a los estudiantes, para ello se les explicará la forma en que serán aplicados las estrategias en la mejora de los aprendizajes del área de matemática sobre todo el tema de la resolución de triángulos, utilizando materiales manipulables (Tangram y Geoplano)

Seguidamente antes de desarrollar las sesiones de aprendizaje, se toma una prueba de entrada a fin de recoger información sobre el nivel de resolución de triángulos denominando prueba de entrada.

Los alumnos, reciben el tratamiento experimental (sesiones de aprendizaje) consistente en la aplicación del Tangram y Geoplano en el la resolución de triángulos.

El tiempo que durará el experimento es de diez sesiones de aprendizaje de dos horas académicas cada una, haciendo un total de veinte horas. Finalmente se toma una prueba de salida a fin de recoger información sobre el nivel de resolución de triángulos para poder procesarlo estadísticamente y probar las hipótesis de investigación.

3.7. Plan de tratamiento de datos

Para el tratamiento de datos, se procederá a la codificación de los instrumentos aplicados y se utilizará el paquete estadístico SPSS para realizar los cálculos de prueba de hipótesis y los estadígrafos descriptivos.

A) MEDIA ARITMETICA:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Donde:

 \bar{X} = Media Aritmética

Xi = Calificativos Obtenidos

n = Muestra Investigada

B) VARIANZA:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

Donde:

 s^2 = Varianza \bar{X} = Media Aritmética.

Xi = Marca de Clase.

n = Número total de Alumnos.

3.8. Diseño estadístico para la prueba de hipótesis.

- **Ho:** El promedio de las notas obtenidas en la prueba de salida por los alumnos del tercer grado es menor o igual que las notas obtenidas en la prueba de entrada.

$$X_s \leq X_e$$

- **Ha:** El promedio de las notas obtenidas en la prueba de salida por los alumnos del segundo grado es mayor que las notas obtenidas en la prueba de entrada.

$$X_s > X_e$$

DETERMINACION DEL NIVEL DE SIGNIFICANCIA

Se utilizará $\alpha = 0,05$, que significa error del 5% y el grado de significación es el 95%.

APLICACIÓN DE LA PRUEBA T CALCULADA

Se aplicará para determinar la validez de la hipótesis.

– **Varianza:**

$$S^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (x_t - \mu)^2}{n}$$

– **Desviación estándar:**

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (x_t - \mu)^2}{n}}$$

El diseño estadístico se realizará a través de diferencias de medias, para el cual usaremos la prueba de la T calculada ya que nuestra muestra es menor a 30.

$$Tc = \frac{\bar{X}_e - \bar{X}_s}{\sqrt{\frac{Se^2}{n} + \frac{Ss^2}{n}}}$$

Dónde:

Tc = T calculada.

Xe = Promedio del grupo en la prueba de entrada.

Xs = promedio del grupo en la prueba se salida.

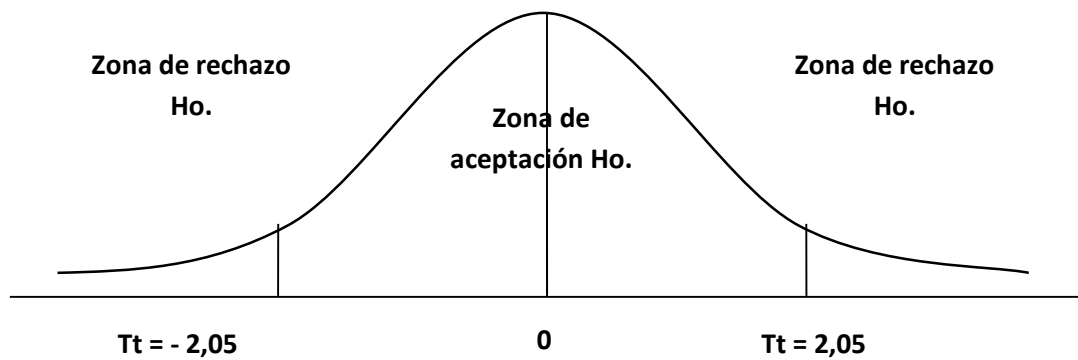
Se² = Desviación estándar del grupo en la prueba de entrada.

Ss² = Desviación estándar del grupo en la prueba se salida.

n = Tamaño de muestra del grupo.

A) **REGLA DE DECISIÓN**

Si la T calculada "**Tc**", se ubica en la región de aceptación, de la "**Ho**", se acepta la hipótesis nula, en caso contrario se acepta la hipótesis alterna "**Ha**".



CAPITULO IV

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS DE INVESTIGACIÓN

4.1. Aspectos generales

En este capítulo se presenta los efectos y resultados obtenidos antes y después del proceso de experimentación del recurso didáctico denominado: el tangram y geoplano en el aprendizaje de triángulos en los estudiantes del segundo grado de la I.E.S. San José de Puno.

Se realizó diez sesiones de aprendizaje en las que se aplicaron el tangram y geoplano, con el fin de determinar la eficacia de la estrategia aplicada se presentan los cuadros y gráficos estadísticos que avalan la investigación.

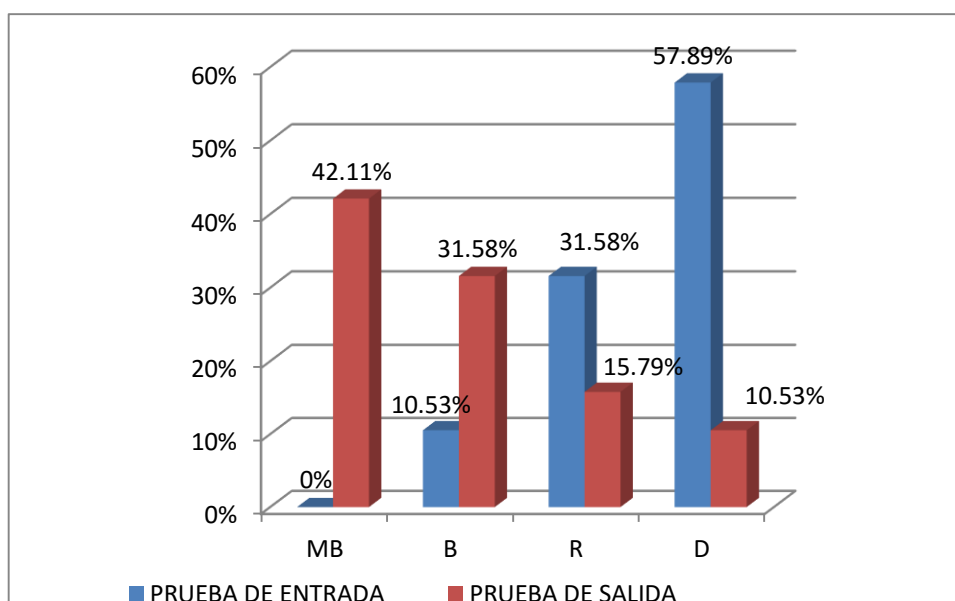
4.2. Análisis e interpretación de resultados

Cuadro N° 3 Aprendizaje De Triangulos A Través Del Tangram Y Geoplano En Estudiantes Del Segundo Grado De La Ies “San José”, Puno - 2016

CALIFICATIVOS		APRENDIZAJE DE TRIANGULOS			
		PRUEBA DE ENTRADA		PRUEBA DE SALIDA	
CUALITATIVO	CUANTITATIVO	F	%	f	%
MB	17 - 20	0	0,00	8	42,11
B	14 – 16	2	10,53	6	31,58
R	11 – 13	6	31,58	3	15,79
D	00 – 10	11	57,89	2	10,53
TOTAL		19	100	19	100

Fuente: Prueba de conocimientos de aprendizaje de geometría.
Elaboración: El investigador.

Gráfico N° 1 Aprendizaje De Triángulos A Través Del Tangram Y Geoplano En Estudiantes Delsegundo Grado De La IES “San José”, Puno - 2016



Fuente: Cuadro N° 03
Elaboración: El investigador.

Interpretación:

En el cuadro N° 3 y gráfico N°. 01, se presentan los resultados obtenidos acerca del aprendizaje de los estudiantes de la Institución Educativa Secundaria “San José” de Puno logrados a través del uso del tangram y geoplano como recurso didáctico, en el que se puede visualizar lo siguiente:

Comparativamente se aprecian los resultados obtenidos en la prueba de salida respecto a la prueba de salida de la siguiente manera: el 57,89% de estudiantes (11) se encuentran en el nivel deficiente en la prueba de entrada, mientras que en la prueba de salida es el 10,53%; el 31,58% de estudiantes (6), se encuentran en el nivel regular en la prueba de entrada, mientras que en la prueba de salida es el 15,79%; así mismo el 10,53% de estudiantes (2), se encuentran en el nivel bueno en la prueba de entrada y en la prueba de salida es el 31,58%; ningún estudiante en el nivel muy bueno en la prueba de entrada mientras que en la prueba de salida es el 42,11%.

Esta información permite deducir que los estudiantes del segundo grado, en un 73,69% logran su aprendizaje de triángulos a través del tangram y geoplano utilizados como recurso didáctico esto significa que los estudiantes han desarrollado su nivel de comprensión de noción de triángulos y resolución de problemas de triángulos.

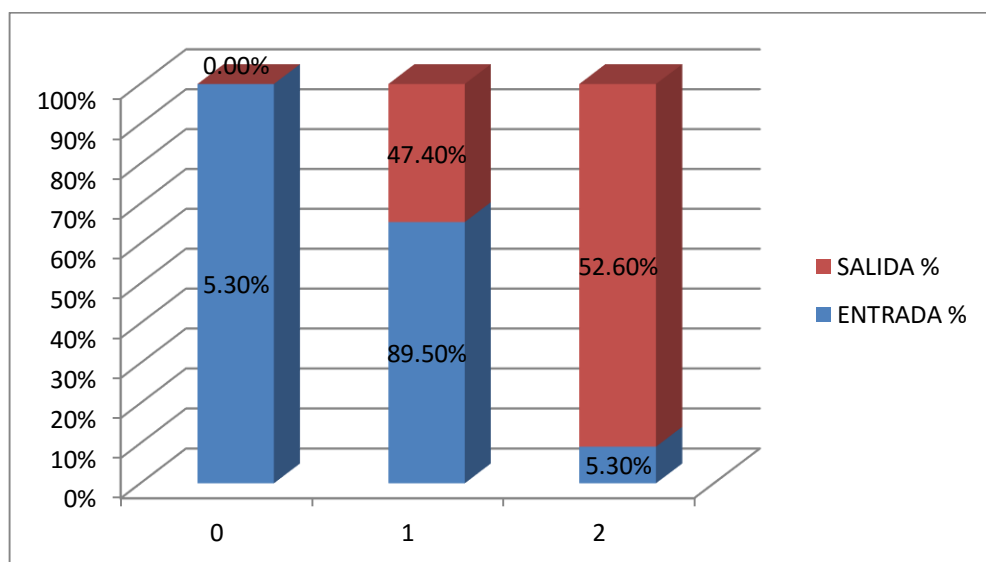
Cuadro N° 4

Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre La Comprensión De Noción De Triángulos: Ítem N° 01

INDICADOR		Dibuja triángulos identificando sus líneas notables			
		ENTRADA		SALIDA	
		Fi	%	fi	%
P1	0	1	5,3%	0	0,0%
	1	17	89,5%	9	47,4%
	2	1	5,3%	10	52,6%
	Total	19	100,0%	19	100,0%

Fuente: Registro de notas.
Elaboración: El investigador.

Gráfico N° 2 Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre La Comprensión De Noción De Triángulos: Ítem N° 01



Fuente: Cuadro N° 04
Elaboración: El investigador.

Interpretación:

El cuadro N° 04 y gráfico N° 02 muestra los resultados del grupo sobre el ítem N°1 de la dimensión de comprensión de noción de triángulos, que se refiere a: dibuja triángulos identificando sus líneas notables. Comparativamente se aprecian los resultados obtenidos en la prueba de salida respecto a la prueba de salida de la siguiente manera: el 5,3% de estudiantes (1) logran alcanzar este indicador en la prueba de entrada, mientras que en la prueba de salida es el 52,6%; el 89,5% de estudiantes (17), presentan dificultades en alcanzar el logro de este indicador en la prueba de entrada, mientras que en la prueba de salida es el 47,4%; así mismo el 5,3% de estudiantes (1), no evidencian el logro de este indicador en la prueba de entrada y ninguno en la prueba de salida.

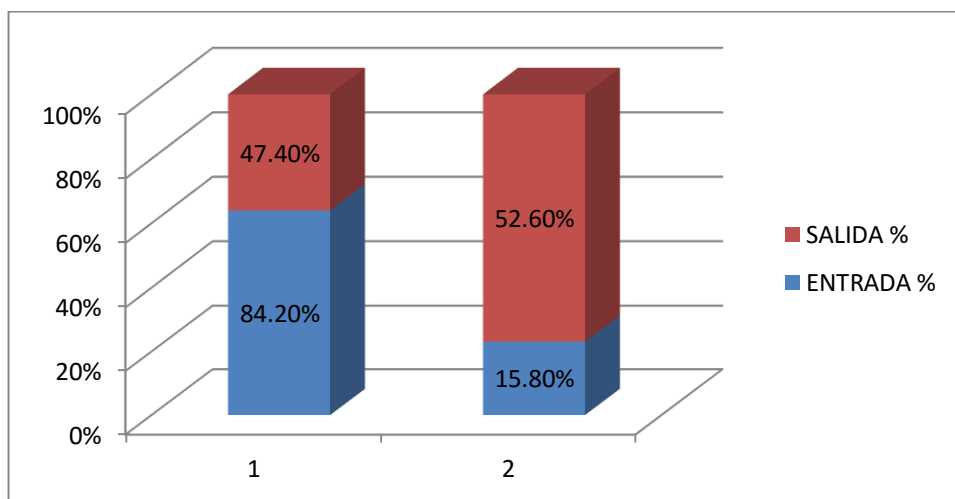
Esta información permite deducir que los estudiantes del segundo grado, han mejorado su aprendizaje dibujando triángulos e identificando las líneas notables, producto de la aplicación del tangram como el geoplano como recurso didáctico.

Cuadro N° 5 Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre La Comprensión De Noción De Triangulos: Ítem N° 02

INDICADOR		Clasifica los triángulos según sus lados			
		ENTRADA		SALIDA	
		Fi	%	fi	%
P2	1	16	84,2%	9	47,4%
	2	3	15,8%	10	52,6%
	Total	19	100,0%	19	100,0%

Fuente: Registro de notas.
Elaboración: El investigador.

Gráfico N° 3 Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre La Comprensión De Noción De Triangulos: Ítem N° 02



Fuente: Cuadro N° 05
Elaboración: El investigador.

Interpretación:

El cuadro N° 05 y gráfico N° 03 muestra los resultados del grupo sobre el ítem N°2 de la dimensión de comprensión de noción de triángulos, que se refiere a: clasifica los triángulos según sus lados. Comparativamente se aprecian los resultados obtenidos en la prueba de salida respecto a la prueba de entrada de la siguiente manera: el 15,8% de estudiantes (3) logran alcanzar este indicador en la prueba de entrada, mientras que en la prueba de salida es el 52,6% (10) estudiantes; el 84,2% de estudiantes (16), presentan dificultades en alcanzar el logro de este indicador en la prueba de entrada, mientras que en la prueba de salida es el 47,4%, (9) estudiantes.

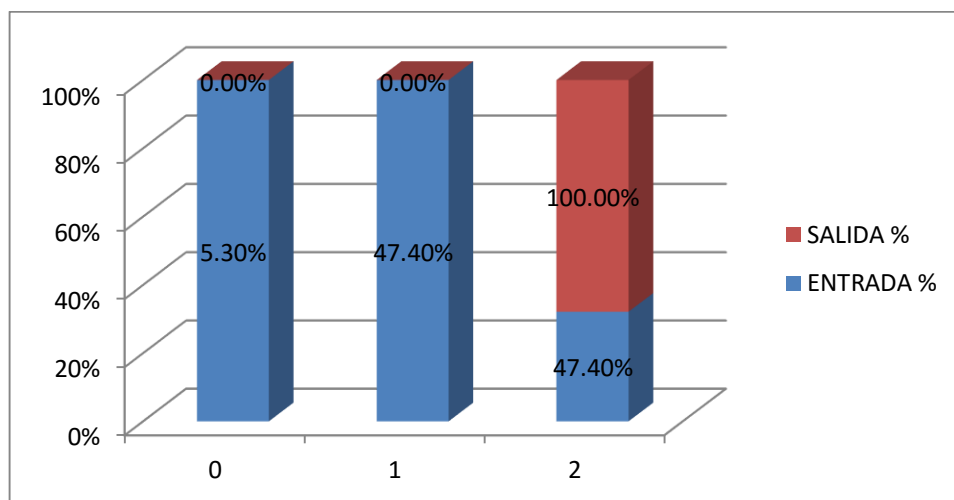
Esta información permite deducir que los estudiantes del segundo grado, han mejorado su aprendizaje clasificando los triángulos según sus lados, producto de la aplicación del tangram como el geoplano como recurso didáctico.

Cuadro N° 6 Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre La Comprensión De Noción De Triángulos: Ítem N° 03

INDICADOR		Clasifica los triángulos según su ángulos			
		ENTRADA		SALIDA	
		fi	%	fi	%
P3	0	1	5,3%	0	0,0%
	1	9	47,4%	0	0,0%
	2	9	47,4%	19	100,0%
	Total	19	100,0%	19	100,0%

Fuente: Registro de notas.
Elaboración: El investigador.

Gráfico N° 4 Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre La Comprensión De Noción De Triángulos: Ítem N° 03



Fuente: Cuadro N° 06
Elaboración: El investigador.

Interpretación:

El cuadro N° 06 y gráfico N° 04 muestra los resultados del grupo sobre el ítem N°3 de la dimensión de comprensión de noción de triángulos, que se refiere a: clasifica triángulos según sus ángulos. Comparativamente se aprecian los resultados obtenidos en la prueba de salida respecto a la prueba de entrada de la siguiente manera: el 47,4% de estudiantes (9) logran alcanzar este indicador en la prueba de entrada, mientras que en la prueba de salida es el 100% (19) estudiantes; otros 47,4% de estudiantes (9), presentan dificultades en alcanzar el logro de este indicador en la prueba de entrada, así mismo el 5,3% de estudiantes (1), no evidencian el logro de este indicador en la prueba de entrada.

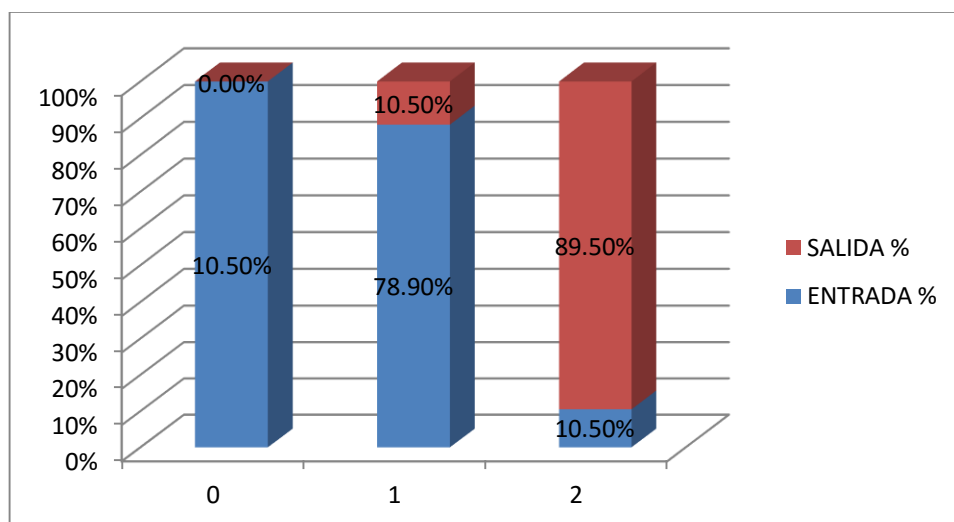
Esta información permite deducir que los estudiantes del segundo grado, han mejorado su aprendizaje clasificando los triángulos según sus ángulos, producto de la aplicación del tangram como el geoplano como recurso didáctico.

Cuadro N° 7 Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre La Comprensión De Noción De Triangulos: Ítem N° 04

INDICADOR		Identifica las propiedades de un triángulo			
		ENTRADA		SALIDA	
		fi	%	fi	%
P4	0	2	10,5%	0	0,0%
	1	15	78,9%	2	10,5%
	2	2	10,5%	17	89,5%
	Total	19	100,0%	19	100,0%

Fuente: Registro de notas.
Elaboración: El investigador.

Gráfico N° 5 Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre La Comprensión De Noción De Triangulos: Ítem N° 04



Fuente: Cuadro N° 07
Elaboración: El investigador.

Interpretación:

El cuadro N° 07 y gráfico N° 05 muestra los resultados del grupo sobre el ítem N°4 de la dimensión de comprensión de noción de triángulos, que se refiere a: identifica las propiedades de un triángulo. Comparativamente se aprecian los resultados obtenidos en la prueba de salida respecto a la prueba de entrada de la siguiente manera: el 10,5% de estudiantes (2) logran alcanzar este indicador en la prueba de entrada, mientras que en la prueba de salida es el 89,5% (17) estudiantes; el 78,9% de estudiantes (15), presentan dificultades en alcanzar el logro de este indicador en la prueba de entrada, mientras que en la prueba de salida es el 10,5% , así mismo el 10,5% de estudiantes (2), no evidencian el logro de este indicador en la prueba de entrada.

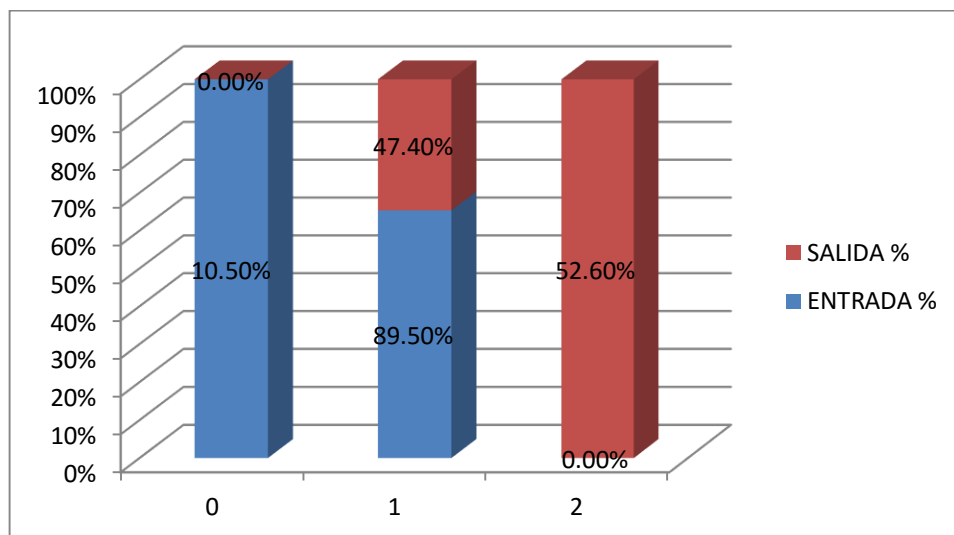
Esta información permite deducir que los estudiantes del segundo grado, han mejorado su aprendizaje identificando las propiedades de un triángulo, producto de la aplicación del tangram como el geoplano como recurso didáctico.

Cuadro N° 8 Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre La Comprensión De Noción De Triángulos: Ítem N° 05

INDICADOR		Define triángulos			
		ENTRADA		SALIDA	
		fi	%	Fi	%
P5	0	2	10,5%	0	0,0%
	1	17	89,5%	9	47,4%
	2	0	0,0%	10	52,6%
	Total	19	100,0%	19	100,0%

Fuente: Registro de notas.
Elaboración: El investigador.

Gráfico N° 6 Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre La Comprensión De Noción De Triángulos: Ítem N° 05



Fuente: Cuadro N° 08
Elaboración: El investigador.

Interpretación:

El cuadro N° 08 y gráfico N° 06 muestra los resultados del grupo sobre el ítem N°5 de la dimensión de comprensión de noción de triángulos, que se refiere a: define un triángulo. Comparativamente se aprecian los resultados obtenidos en la prueba de salida respecto a la prueba de entrada de la siguiente manera: ningún estudiante logra alcanzar este indicador en la prueba de entrada, mientras que en la prueba de salida es el 52,6% (10) estudiantes; el 89,5% de estudiantes (17) presentan dificultades en alcanzar el logro de este indicador en la prueba de entrada, mientras que en la prueba de salida es el 47,4% , así mismo el 10,5% de estudiantes (2), no evidencian el logro de este indicador en la prueba de entrada.

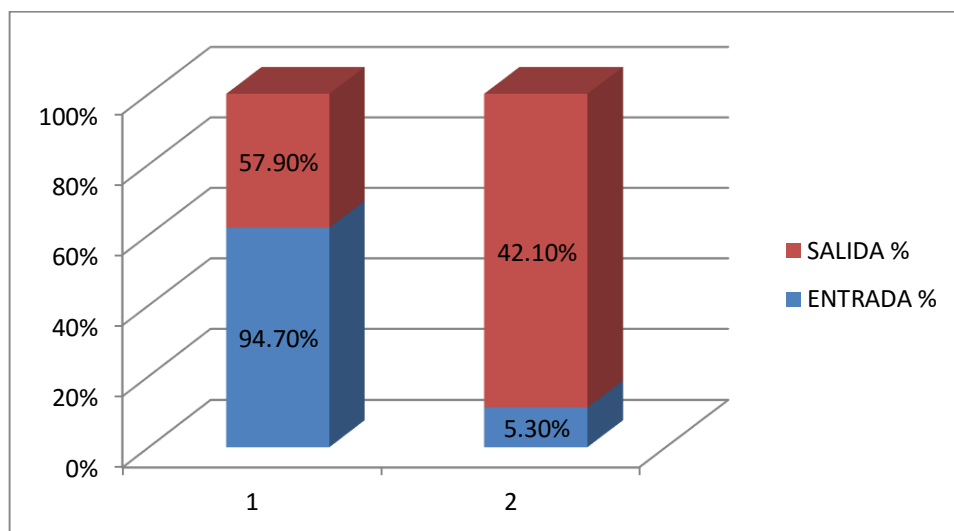
Esta información permite deducir que los estudiantes del segundo grado, han mejorado su aprendizaje definiendo un triángulo, producto de la aplicación del tangram como el geoplano como recurso didáctico.

Cuadro N° 9 Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre Resolución De Problemas De Triangulos: Ítem N° 06

INDICADOR		Calcula el perímetro de triángulos			
		ENTRADA		SALIDA	
		fi	%	fi	%
P6	1	18	94,7%	11	57,9%
	2	1	5,3%	8	42,1%
	Tota I	19	100,0%	19	100,0%

Fuente: Registro de notas.
Elaboración: El investigador.

Gráfico N° 7 Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre Resolución De Problemas De Triangulos: Ítem N° 06



Fuente: Cuadro N° 09
Elaboración: El investigador.

Interpretación:

El cuadro N° 09 y gráfico N° 07 muestra los resultados del grupo sobre el ítem N°6 de la dimensión de resolución de problemas de triángulos, que se refiere a: calcula el perímetro de triángulos. Comparativamente se aprecian los resultados obtenidos en la prueba de salida respecto a la prueba de entrada de la siguiente manera: el 5,3% de estudiantes (1) logra alcanzar este indicador en la prueba de entrada, mientras que en la prueba de salida es el 42,1% (8) estudiantes; el 94,7% de estudiantes (18) presentan dificultades en alcanzar el logro de este indicador en la prueba de entrada, mientras que en la prueba de salida es el 57,9%.

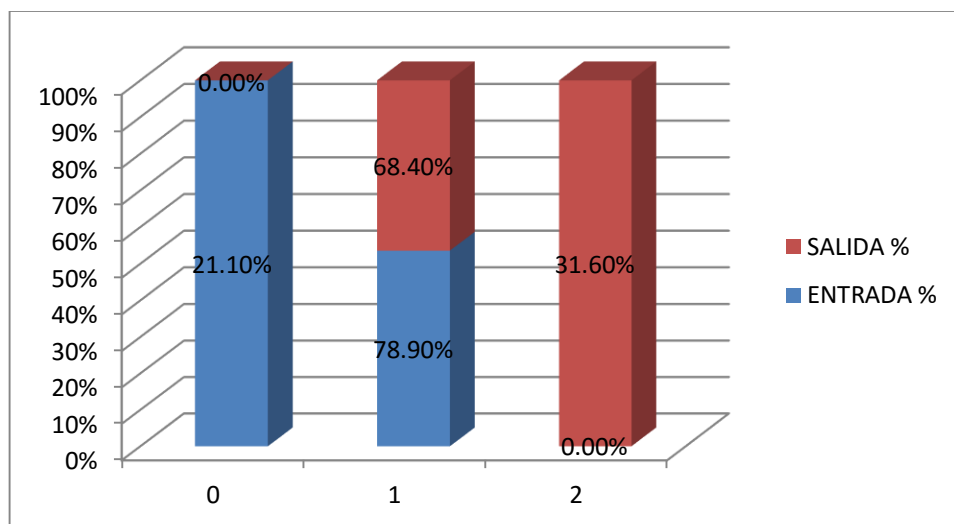
Esta información permite deducir que los estudiantes del tercer grado, han mejorado su aprendizaje calculando el perímetro de un triángulo, producto de la aplicación del tangram como el geoplano como recurso didáctico.

Cuadro N° 10 Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre Resolución De Problemas De Triángulos: Ítem N° 07

INDICADOR		Calcula el área de triángulos			
		ENTRADA		SALIDA	
		fi	%	fi	%
P7	0	4	21,1%	0	0,0%
	1	15	78,9%	13	68,4%
	2	0	0,0%	6	31,6%
	Total	19	100,0%	19	100,0%

Fuente: Registro de notas.
Elaboración: El investigador.

Gráfico N° 8 Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre Resolución De Problemas De Triángulos: Ítem N° 07



Fuente: Cuadro N° 10
Elaboración: El investigador.

Interpretación:

El cuadro N° 10 y gráfico N° 08 muestra los resultados del grupo sobre el ítem N°7 de la dimensión de resolución de problemas de triángulos, que se refiere a: calcula el área de triángulos. Comparativamente se aprecian los resultados obtenidos en la prueba de salida respecto a la prueba de salida de la siguiente manera: ningún estudiante logra alcanzar este indicador en la prueba de entrada, mientras que en la prueba de salida es el 31,6% (6) estudiantes; el 78,9% de estudiantes (15) presentan dificultades en alcanzar el logro de este indicador en la prueba de entrada, mientras que en la prueba de salida es el 68,4% , así mismo el 21,1% de estudiantes (4), no evidencian el logro de este indicador en la prueba de entrada.

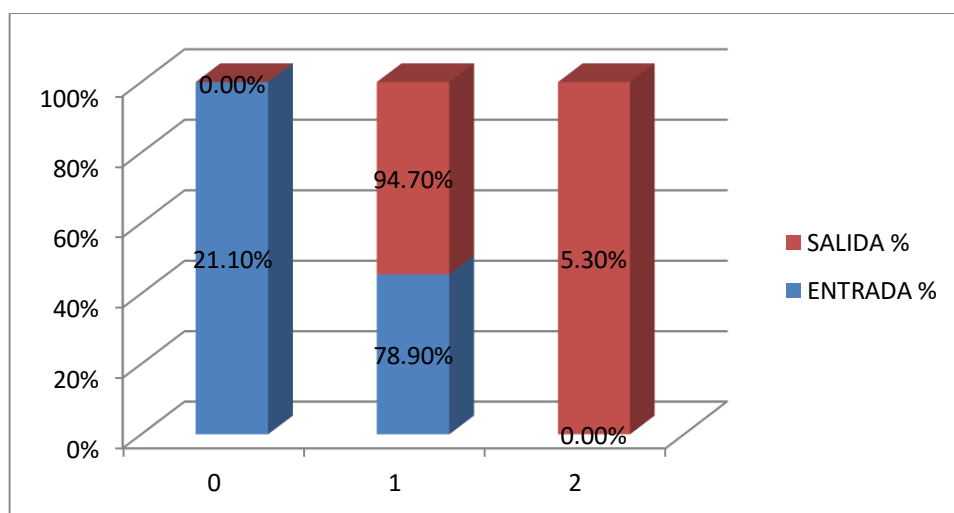
Esta información permite deducir que los estudiantes del segundo grado, han mejorado su aprendizaje calculando el área de un triángulo, producto de la aplicación del tangram como el geoplano como recurso didáctico.

Cuadro N° 11 Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre Resolución De Problemas De Triangulos: Ítem N° 08

INDICADOR ES		Demuestra el teorema de Pitágoras			
		ENTRADA		SALIDA	
		fi	%	fi	%
P8	0	4	21,1%	0	0,0%
	1	15	78,9%	18	94,7%
	2	0	0,0%	1	5,3%
	Total	19	100,0%	19	100,0%

Fuente: Registro de notas.
Elaboración: El investigador.

Gráfico N° 9 Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre Resolución De Problemas De triángulos: Ítem N° 08



Fuente: Cuadro N° 11
Elaboración: El investigador.

Interpretación:

El cuadro N° 11 y gráfico N° 09 muestra los resultados del grupo sobre el ítem N°8 de la dimensión de resolución de problemas de triángulos, que se refiere a: la demostración del teorema de Pitágoras. Comparativamente se aprecian los resultados obtenidos en la prueba de salida respecto a la prueba de entrada de la siguiente manera: ningún estudiante logra alcanzar este indicador en la prueba de entrada, mientras que en la prueba de salida es el 5,3% (1) estudiante; el 78,9% de estudiantes (15) presentan dificultades en alcanzar el logro de este indicador en la prueba de entrada, mientras que en la prueba de salida es el 94,7%, así mismo el 21,1% de estudiantes (4), no evidencian el logro de este indicador en la prueba de entrada.

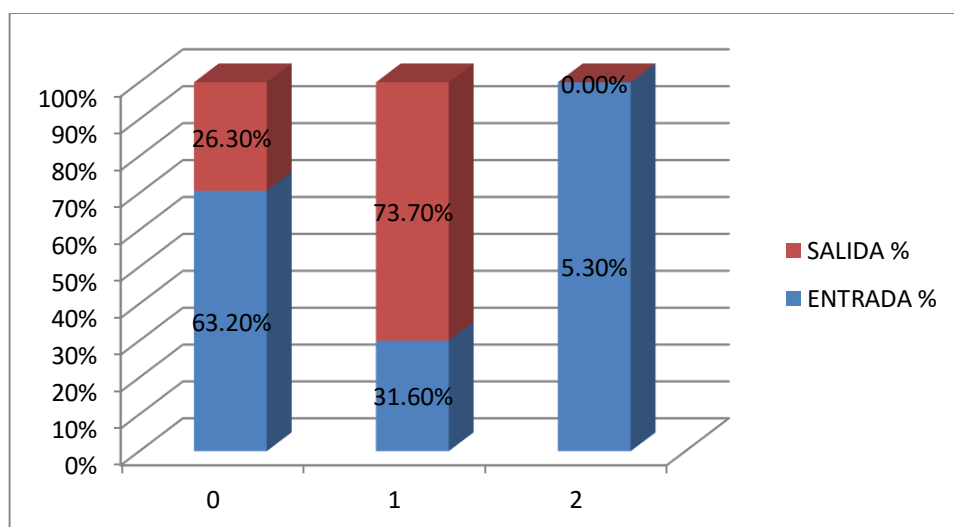
Esta información permite deducir que los estudiantes del segundo grado, han mejorado su aprendizaje demostrando el teorema de Pitágoras, producto de la aplicación del tangram como el geoplano como recurso didáctico.

Cuadro N° 12 Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre Resolución De Problemas De Triangulos: Ítem N° 09

INDICADOR ES		Resuelve triángulos aplicando propiedades			
		ENTRADA		SALIDA	
		fi	%	fi	%
P9	0	12	63,2%	0	0,00%
	1	6	31,6%	5	26,3%
	2	1	5,3%	14	73,7%
	Total	19	100,0%	19	100,0%

Fuente: Registro de notas.
Elaboración: El investigador.

Gráfico N° 10 Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre Resolución De Problemas De Triangulos: Ítem N° 09



Fuente: Cuadro N° 12
Elaboración: El investigador.

Interpretación:

El cuadro N° 12 y gráfico N° 10 muestra los resultados del grupo sobre el ítem N°9 de la dimensión de resolución de problemas de triángulos, que se refiere a: la resolución de triángulos aplicando propiedades. Comparativamente se aprecian los resultados obtenidos en la prueba de salida respecto a la prueba de salida de la siguiente manera: el 5,3% de estudiantes (1) estudiante logra alcanzar este indicador en la prueba de entrada, mientras que en la prueba de salida es el 73,7% de estudiantes (14) estudiantes; el 31,6% de estudiantes (6) presentan dificultades en alcanzar el logro de este indicador en la prueba de entrada, mientras que en la prueba de salida es el 26,3%, así mismo el 63,2% de estudiantes (12), no evidencian el logro de este indicador en la prueba de entrada.

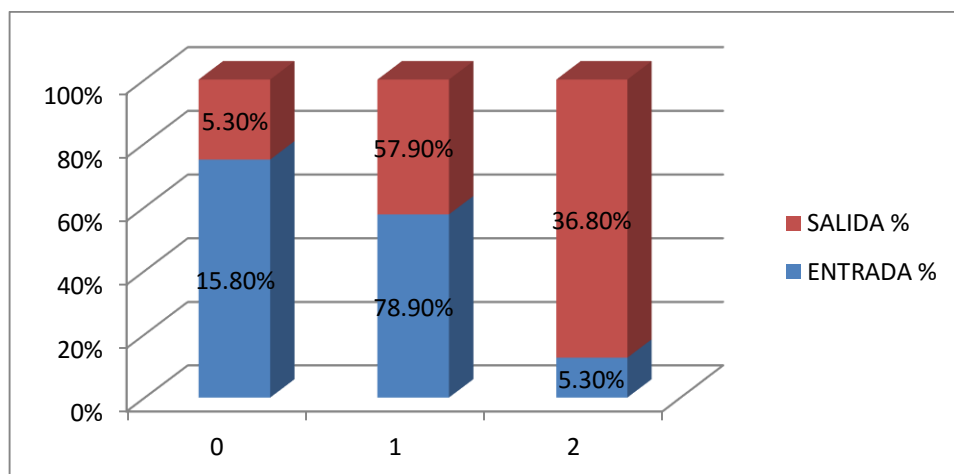
Esta información permite deducir que los estudiantes del segundo grado, han mejorado su aprendizaje resolviendo triángulos aplicando propiedades, producto de la aplicación del tangram como el geoplano como recurso didáctico.

Cuadro N° 13 Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre Resolución De Problemas De Triángulos: Ítem N° 10

INDICADOR		Resolución de problemas de triángulos			
		ENTRADA		SALIDA	
		fi	%	fi	%
P10	0	3	15,8%	1	5,3%
	1	15	78,9%	11	57,9%
	2	1	5,3%	7	36,8%
	Total	19	100,0%	19	100,0%

Fuente: Registro de notas.
Elaboración: El investigador.

Gráfico N° 11 Comparación De Resultados Obtenidos En La Prueba De Entrada Y Salida Sobre Resolución De Problemas De Triángulos: Ítem N° 10



Fuente: Cuadro N° 13
Elaboración: El investigador.

Interpretación:

El cuadro N° 13 y gráfico N° 11 muestra los resultados del grupo sobre el ítem N°10 de la dimensión de resolución de problemas de triángulos, que se refiere a: resuelve problemas sobre triángulos. Comparativamente se aprecian los resultados obtenidos en la prueba de salida respecto a la prueba de entrada de la siguiente manera: el 5,3% de estudiantes (1) estudiante logra alcanzar este indicador en la prueba de entrada, mientras que en la prueba de salida es el 36,8% de estudiantes (7) estudiantes; el 78,9% de estudiantes (15) presentan dificultades en alcanzar el logro de este indicador en la prueba de entrada, mientras que en la prueba de salida es el 57,9%, así mismo el 15,8% de estudiantes (3), no evidencian el logro de este indicador en la prueba de entrada mientras que en la prueba de salida es el 5,3% es decir un solo estudiante.

Esta información permite deducir que los estudiantes del tercer grado, han mejorado su aprendizaje resolviendo problemas sobre triángulos, producto de la aplicación del tangram como el geoplano como recurso didáctico.

4.3. Prueba de hipótesis

PRUEBA DE MUESTRAS INDEPENDIENTES									
	Prueba de Levene de igualdad de varianzas		PRUEBA T PARA LA IGUALDAD DE MEDIAS						
	F	Sig.	t	gl	Sig. bilateral	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia	
								Inferior	Superior
Se asumen varianzas iguales	,093	,762	5,573	36	,000	-4,632	,831	-6,317	-2,946
No se asumen varianzas iguales			5,573	36,000	,000	-4,632	,831	-6,317	-2,946

Estadísticas de muestras emparejadas					
		Media	N	Desviación estándar	Media de error estándar
Par 1	Prueba de Entrada	9,42	19	2,631	,604
	Prueba de Salida	14,32	19	2,562	,588

PRUEBA DE MUESTRAS EMPAREJADAS									
		Diferencias emparejadas				t	gl	Sig. (bilateral)	
		Media	Desviación estándar	Media de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia				
					Inferior				Superior
Par 1	Prueba de Entrada Prueba de Salida	-4,895	3,619	,830	-6,639	-3,150	-5,895	18	,000

Prueba de medias

i) *Hipótesis*

$H_0: U_{Entrada} = U_{Salida}$ (El promedio de calificaciones de prueba de entrada es **igual** a la prueba de salida)

$H_1: U_{Entrada} < U_{Salida}$ (El promedio de calificaciones de prueba de entrada es **menor** a la prueba de salida)

ii) *Nivel de significancia*

Por defecto trabajamos con $\alpha = 0.05$.

iii) *Estadístico de prueba*

$t_c = -5.895$ Con valor de probabilidad asociado al estadístico t-student

Sig. = 0.000

iv) *Regla de decisión*

Como: Sig. = 0.000 < 0.05, se rechaza la hipótesis nula.

v) *Conclusión*

Debido a que se rechaza la hipótesis nula (H_0) se concluye que el promedio de la prueba de entrada es menor al promedio de la prueba de salida, siendo la prueba significativa para un nivel de significancia del 5%.

Probando de esta forma el efecto significativo del tratamiento del tangram y el geoplano como recurso didáctico para el aprendizaje de triángulos en los alumnos del segundo grado de la Institución Educativa Secundaria "San José" de la ciudad de Puno en el año 2016.

CONCLUSIONES

- PRIMERA:** La aplicación del tangram y el geoplano como recurso didáctico, tiene efecto significativo para el aprendizaje de triángulos en los estudiantes del segundo grado de la IES “San José” de la ciudad de Puno en el año 2016. Los estudiantes que participaron en el experimento aprobaron con un promedio general de 14,32, lo que significa que la estrategia ha sido eficaz.
- SEGUNDA:** El efecto que produce la aplicación del tangram y el geoplano como estrategias de la comprensión de noción de triángulos en los estudiantes del segundo grado de la IES “San José” de la ciudad de Puno en el año 2016, es de mejorar el aprendizaje, esta conclusión se evidencia verificando los resultados de la prueba de entrada con la prueba de salida en todos los cuadros donde se especifica de manera detallada.
- TERCERA:** Las características de la aplicación del tangram y el geoplano como estrategias de resolución de problemas de triángulos en los estudiantes del segundo grado de la IES “San José” de la ciudad de Puno en el año 2016, es de lograr mejores niveles de resolución de problemas que involucran triángulos; esta conclusión se evidencia verificando los resultados de la prueba de entrada con la prueba de salida en todos los cuadros donde se especifica de manera detallada.

SUGERENCIAS

- PRIMERA:** Se sugiere a los docentes del área de matemática que laboran en las instituciones educativas de nivel secundario a cambiar la forma tradicional de enseñanza en lo que se refiere al aprendizaje de triángulos, usar por ejemplo las estrategias del Tangram y el Geoplano, una opción comprobada en esta investigación. Estas estrategias no solo motivan a los estudiantes a habilidades geométricas, sino que va más allá y propone desarrollar el pensamiento geométrico desarrollando la imaginación.
- SEGUNDA:** Se sugiere a los profesores y estudiantes de nuestra facultad, usar y promover las estrategias del tangram y geoplano en el aprendizaje de triángulos, para fomentar el uso de materiales y recursos didácticos manipulables.
- TERCERA:** Se sugiere a los especialistas de la UGEL promover el uso de las estrategias del tangram y geoplano en el aprendizaje de la geometría plana.

BIBLIOGRAFÍA

- Addine, F. (2004). *Principios para la dirección del proceso pedagógico, en Compendio de Pedagogía*. Ed. Pueblo y Educación. La Habana.
- Alsina, C., Burgues, C., Fortuny, J. (1988). *Materiales para construir la Geometría*. Síntesis. Madrid: p.64-65 (Diferentes tipos de Tangram).
- Zilberstein Toruncha, (2000), *Enseñanza y aprendizaje desarrollador*. México: Ediciones CEIDE.
- Ballester, P. S. (1995). La sistematización de los conocimientos matemáticos en PROMET. Editorial Academia. La Habana.
- Figueiral, L. (2004). *Didáctica de la Geometría I y II*. Material entregado en la Especialización en Didáctica de las Matemáticas.
- Tacaronte, (2016). *Propuesta de algunos Recursos Didácticos en la motivación de los alumnos, para el logro de los contenidos de Geometría, contemplados en el programa de estudio de la Primera Etapa de Educación Básica*. Maturín: UPEL.
- González, F. (1997). *La enseñanza de la Matemática*. Propositiones Didácticas. Caracas: IMPREUPEL.
- Mariño, A. (2007). *El Geoplano un recurso manipulable para la comprensión de la Geometría*. Trabajo de grado publicado. Caracas. UPEL.
- Corsini, (2004). *Diseño urbano y pensamiento contemporáneo*. Barcelona: Plaza de edición.
- Polya, G. (1984). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Mariño, A. (2000). *Una alternativa para estimular el desarrollo del pensamiento en los escolares de la educación primaria*. Instituto Superior Pedagógico José de la Luz y Caballero. Holguín.

Addine, (1998). *Didáctica y optimización del proceso de enseñanza-aprendizaje*. La Habana: IPLAC.

Zilberstein Toruncha, (1999). *El proceso enseñanza, aprendizaje desarrollador. constituye la vía mediatizadora* Revista Educación Universitaria, Universidad de Matanzas, Cuba.

Ministerio de Educación. (1997). *Currículo Básico Nacional. Programa de estudio de Educación Básica 1ra Etapa*. Caracas, Autor.

Socas, M. (2001). *Investigación didáctica de la matemática vía modelos de competencia*. Universidad de la Laguna. Departamento de Análisis Matemático.

Materiales y recursos en el aprendizaje de las matemáticas. Disponible en:
<http://www.slideshare.net/yosoyarual/materiales-didacticos-de-matemtica>.
(Consulta: 15 de mayo de 2012)

Krutetski, (1976). *Técnicas para que cualquier profesor, de cualquier institución*. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.

Juegos Matemáticos: *Rompecabezas del Teorema de Pitágoras*. Consultado el 20 de febrero del 2005, disponible en:
<http://www.divulgamat.net/weborriak/RecursosInternet/Juegos/Rompecabezas.asp>.

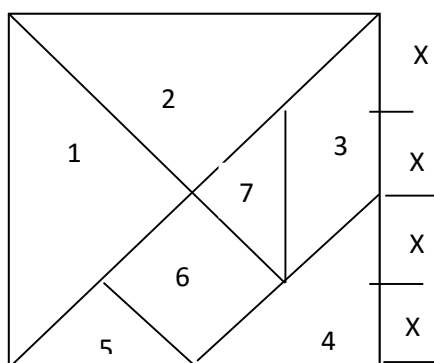
ANEXOS

PRE-PRUEBA

APELLIDOS Y NOMBRES:

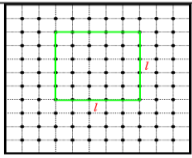
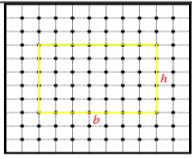
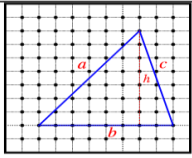
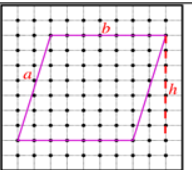
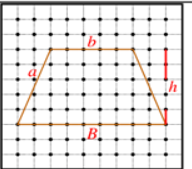
.....GRADO Y SECCIÓN:

1. Aplique el teorema de Pitágoras para determinar la diagonal y hallar el área de las 7 piezas del tangram de lado $4x$.



- Área triángulo 1.....
- Área triángulo 2.....
- Área triángulo 3.....
- Area triángulo 4
- Area triángulo 5.....
- Area triángulo 6
- Area triángulo 7.....

Calcule el perímetro y área de figuras poligonales dado las figuras conocidas en el geoplano.

Figura	Área	Perímetro
	$A = l^2$	$P = 4l$
	$A = b \cdot h$	$P = 2b + 2h$
	$A = \frac{b \cdot h}{2}$	$P = a + b + c$
	$A = b \cdot h$	$P = 2a + 2b$
	$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$	$P = 2a + B + b$

REGISTRO DE NOTAS DE LA PRE-PRUEBA DEL GRUPO EXPERIMENTAL

INSTITUCIÓN EDUCATIVA SECUNDARIA SAN JOSE

PROFESOR: CATACORA CCALLO ABEL					
GRADO Y SECCIÓN: SEGUNDO UNICO					
N°	APELLIDOS Y NOMBRES	Razonamiento	Comunicación matemática	Resolución de problemas	Promedios
01		09	06	04	06
02		18	10	04	11
03		16	18	04	13
04		09	13	12	11
05		08	12	07	09
06		11	07	05	08
07		08	06	06	07
08		07	06	04	06
09		04	10	04	06
10		08	06	13	09
11		09	06	04	06
12		09	06	04	06
13		08	13	04	08
14		09	13	04	09
15		08	13	04	08
16		10	13	06	10
17		09	12	09	10
18		19	10	04	11
				PROMEDIO	8.5

REGISTRO DE NOTAS DE LA PRE-PRUEBA DEL CONTROL

INSTITUCIÓN EDUCATIVA SECUNDARIA SAN JOSE

PROFESOR: CATACORA CCALLO ABEL					
GRADO Y SECCIÓN: SEGUNDO UNICO					
N°	APELLIDOS Y NOMBRES	Razonamiento	Comunicación matemática	Resolución de problemas	Promedios
01		03	10	00	04
02		08	10	14	11
03		11	10	00	07
04		08	15	14	12
05		08	10	14	11
06		12	05	00	06
07		05	10	14	10
08		09	10	14	11
09		19	14	01	11
10		16	08	12	12
11		02	08	06	05
12		12	09	00	07
13		20	12	09	14
14		11	09	08	09
15		01	13	00	05
16		10	06	13	10
17		07	08	11	09
18		12	06	14	11
PROMEDIO					09

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 01

I. DATOS INFORMATIVOS:

I.E.S.	“San José” - Puno
Área	Matemática
Grado y sección	Segundo único
Nombre de la sesión	El tangram
Fecha de ejecución	18 de abril del 2016
Duración	2 horas pedagógicas
Profesor practicante	Catacora Ccallo Abel

II. ORGANIZACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

CAPACIDAD	INDICADOR	CONTENIDOS	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
Razona y argumenta generando ideas matemáticas .	Establece semejanzas o diferencias entre las figuras geométricas según sus características.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Manipulación de figuras elementales planas. ➤ Geometría plana: clasificación de polígonos, elementos de un triángulo, clasificación de triángulos, teorema de Pitágoras, perímetros y áreas, área de un triángulo, semejanza de figuras planas. ➤ Resolución de rompecabezas. ➤ Medidas aproximadas y exactas. ➤ Números radicales básicos. ➤ Creación de figuras. ➤ Fracciones y porcentajes. ➤ Medidas de longitud y superficie. ➤ Razón de semejanza en longitudes y superficies. 	<u>Ficha de observación</u>

III. TEMA TRANSVERSALES:

- Educación para la convivencia, la paz y la ciudadanía.
- Educación para el éxito.

IV. DESARROLLO DE LA SESIÓN:

MOMENTOS	ACTIVIDADES / ESTRATEGIAS	RECURSOS	TIEMPO
Inicio	<p>ACTIVIDADES DE REGISTRO DE ASISTENCIA Y EVALUACIÓN DE LOS ACUERDOS DE CONVIVENCIA</p> <p>El docente registra la asistencia y da la bienvenida a los estudiantes. Evalúan los acuerdos de convivencia con participación activa de los presentes.</p> <p>ACTIVIDADES DE PROBLEMATIZACIÓN</p> <ul style="list-style-type: none"> • Comenzamos la clase preguntando acerca de los conocimientos previos sobre el Tangram. 	Registro de Asistencia.	10 minutos
Proceso	<p>ACTIVIDAD 1. INTRODUCCIÓN. CONSTRUYENDO CUADRADOS.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Se les hace una pequeña introducción al juego del Tangram comentando su origen chino, posibilidades formativas y recreativas y algunos datos curiosos. El Tangram es un juego chino formado por 7 piezas (polígonos): 5 triángulos, 1 paralelogramo y 1 cuadrado, que ayuda a desarrollar la inteligencia y la capacidad de reflexionar sobre formas geométricas planas. • Lo primero que deben hacer con las piezas es obtener todos los posibles cuadrados (desde el de menor área hasta el de mayor). Conforme los vayan construyendo deben dibujarlos en su adorno, indicando el número de cada pieza. Hay 9 cuadrados diferentes, siendo el de mayor área la clásica presentación del Tangram. Esta actividad se realizará individualmente, pues se pretende que todos los alumnos se familiaricen con las piezas del rompecabezas. <p>Si no da tiempo a terminar la actividad en clase, los alumnos la completarán en casa.</p>	<p>Cartulina, regla, tijeras, pegamento, calculadora.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fotocopias de las hojas para los alumnos. • Libros de consulta. <p>Papelotes, plumones, cinta masking</p>	70 minutos

		<p>Ficha de observación</p>	
<p>Cierre</p>	<p align="center">ACTIVIDAD DE CIERRE</p> <p>Además de los métodos generales de observación presentes a lo largo del curso, se proponen las siguientes actividades específicas de evaluación para esta unidad:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Construir un Tangram. • Las flechas. • Las siluetas inventadas. • demostración del teorema de Pitágoras 	<p>Fotocopia Lapiceros</p>	<p align="center">10 minutos</p>

V. ACTITUDES:

CRITERIOS	ACTITUD	TÉCNICAS	INSTRUMENTOS
Comunicación Matemática. Resolución de problemas.	Interpreta formar cuadrados posibles con distintas piezas del tangram. Determinar las respectivas áreas.	Observación	Ficha de observación

VI. BIBLIOGRAFÍA:

- BOLT, B. (1982). *Actividades matemáticas*, Labor, Barcelona.
- GARDNER, M (1980). *Nuevos pasatiempos matemáticos*, Alianza, Madrid.
- GARDNER, M. (1984). *Carnaval matemático*, Alianza, Madrid.

Profesor(a).

Docente de Área de la IES.

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 02

I. DATOS INFORMATIVOS

I.E.S.	“San José” - Puno
Área	Matemática
Grado y sección	Segundo único
Nombre de la sesión	Demostrar Teorema de Pitágoras con el Tangram Chino.
Fecha de ejecución	4 de mayo del 2016
Duración	2 horas pedagógicas
Profesor practicante	Catacora Ccallo Abel

II. ORGANIZACIÓN DE LOS APRENDIZAJES:

CAPACIDAD	INDICADOR	CONTENIDOS	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
Elabora y usa estrategias	Aplicar el teorema de Pitágoras con el tangram chino.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Manipulación de figuras elementales planas. ➤ Geometría plana: clasificación de polígonos, elementos de un triángulo, clasificación de triángulos, teorema de Pitágoras, perímetros y áreas, área de un triángulo, semejanza de figuras planas. ➤ Resolución de rompecabezas. 	<u>Ficha de observación</u>

III. TEMA TRANSVERSALES:

- Educación para la convivencia, la paz y la ciudadanía.
- Educación para el éxito.

IV. DESARROLLO DE LA SESIÓN:

MOMENTOS	ACTIVIDADES / ESTRATEGIAS	RECURSOS	TIEMPO
Inicio	<p>ACTIVIDADES DE REGISTRO DE ASISTENCIA Y EVALUACIÓN DE LOS ACUERDOS DE CONVIVENCIA</p> <p>El docente registra la asistencia.</p> <p>ACTIVIDADES DE PROBLEMATIZACIÓN</p> <ul style="list-style-type: none"> • Comenzamos la clase preguntando acerca de los conocimientos previos sobre la demostración de Pitágoras con el tangram. 	Registro de Asistencia.	10 minutos
Proceso	<p>ACTIVIDAD 4. TEOREMA DE PITÁGORAS.</p> <ul style="list-style-type: none"> • El docente explica a los alumnos sobre los posibles cuadrados q se forman con la piezas del tangram. • Los alumnos observan las figuras cuadradas con la cantidad de piezas que se forman. • El docente hace recuerdo sobre la formula geométrica, teorema de Pitágoras ($a^2 + b^2 = c^2$), que es punto base para la construcción luego se da a conocer los catetos y la hipotenusa (cateto opuesto, cateto adyacente e hipotenusa) del triángulo rectángulo. • Los alumnos empiezan a formar cuadrados posibles con el tamgram ya indicados, para luego indicar la correspondencia de los cuadrados formados. • Si no da tiempo a terminar la actividad en clase, los alumnos la completarán en casa. 	<p>Cartulina, regla, tijeras, pegamento, calculadora.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cuaderno. <p>Papelotes, plumones, cinta</p> <p>Ficha de observación</p>	70 minutos
Cierre	<p>ACTIVIDAD DE SIERRE</p> <ul style="list-style-type: none"> • En sus cuadernos hallan los valores de cateto opuesto, cateto adyacente e hipotenusa, con su respectiva medida. 	Fotocopia Lapiceros	10 minutos

V. EVALUACIÓN:

CRITERIOS	ACTITUD	TÉCNICAS	INSTRUMENTOS
Comunicación Matemática. Resolución de problemas.	Interpreta formar cuadrados posibles con distintas piezas del tangram. Determinar las respectivas áreas.	Observación	Ficha de observación

VI. BIBLIOGRAFÍA:

- BOLT, B. (198). *Actividades matemáticas*, Labor, Barcelona.
- GARDNER, M (1980). *Nuevos pasatiempos matemáticos*, Alianza, Madrid.
- GARDNER, M. (1984). *Carnaval matemático*, Alianza, Madrid.

Profesor(a).

Docente de Área de la IES.

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 03

I. DATOS INFORMATIVOS:

I.E.S.	“San José” - Puno
Área	Matemática
Grado y sección	Segundo único
Nombre de la sesión	El geoplano
Fecha de ejecución	16 de mayo del 2016
Duración	2 horas pedagógicas
Profesor practicante	Catacora Ccallo Abel

II. ORGANIZACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

CAPACIDAD	INDICADOR	CONTENIDOS	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
Comunica y Representa Ideas Matemáticas	Justifica la clasificación de polígonos.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Manipulación de figuras elementales planas. ➤ Geometría plana: clasificación de polígonos, elementos de un triángulo, clasificación de triángulos, teorema de Pitágoras, perímetros y áreas, área de un triángulo, semejanza de figuras planas. ➤ Medidas aproximadas y exactas. ➤ Números radicales básicos. ➤ Creación de figuras. ➤ Fracciones y porcentajes. ➤ Medidas de longitud y superficie. ➤ Razón de semejanza en longitudes y superficies. 	<u>Ficha de observación</u>

III. TEMA TRANSVERSALES:

- Educación para la convivencia, la paz y la ciudadanía.
- Educación para el éxito.

IV. DESARROLLO DE LA SESIÓN:

MOMENTOS	ACTIVIDADES / ESTRATEGIAS	RECURSOS	TIEMPO
Inicio	<p>ACTIVIDADES DE REGISTRO DE ASISTENCIA Y EVALUACIÓN DE LOS ACUERDOS DE CONVIVENCIA El docente registra la asistencia.</p> <p>ACTIVIDADES DE PROBLEMATIZACIÓN</p> <ul style="list-style-type: none"> Comenzamos la clase preguntando acerca de los conocimientos previos sobre el geoplano. 	Registro de Asistencia.	10 minutos
Proceso	<p>ACTIVIDAD 5. INTRODUCCIÓN. CONSTRUYENDO GEOPLANO.</p> <ul style="list-style-type: none"> Se les hace una pequeña introducción sobre el geoplano comentando su origen, posibilidades formativas recreativas y algunos datos curiosos. El docente entrega (un día antes) la lista de materiales para construir el geoplano en grupos de 2. Lista de materiales: <ul style="list-style-type: none"> Una tabla cuadrada de 22 centímetros de lado. 121 clavos de 3 cm sin cabeza. Gomas elásticas de distintos colores. Dibuja en la tabla una cuadrícula de 10 x10 cuadrados de 2 cm de lado, con un margen de 1 cm. Clava en cada punto de la cuadrícula un clavo (deja fuera unos 2 cm) y nos debe quedar si... Lo primero que deben hacer con el geoplano es formar figuras geométricas. 	<p>Madera, regla, liga pegamento, clavo.</p> <p>Fotocopias de las hojas para los alumnos.</p> <p>Libros de consulta.</p>	70 minutos
Cierre	<p>ACTIVIDAD DE CIERRE</p> <p>Después de haber construido el geoplano los alumnos en casa construyen figuras geométricas.</p>	Fotocopia Lapiceros	10 minutos

V. EVALUACIÓN:

CRITERIO	ACTITUD	TÉCNICAS	INSTRUMENTOS
Comunicación Matemática. Resolución de problemas.	Interpreta formar cuadrados posibles con distintas piezas del tangram. Determinar las respectivas áreas.	Observación	Ficha de observación

VI. BIBLIOGRAFÍA:

- BOLT, B. (1982). *Actividades matemáticas*, Labor, Barcelona.
- GARDNER, M (1980). *Nuevos pasatiempos matemáticos*, Alianza, Madrid.
- GARDNER, M. (1984). *Carnaval matemático*, Alianza, Madrid.

Profesor(a).

Docente de Área de la IES.

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 04

I. DATOS INFORMATIVOS:

I.E.S.	“San José” - Puno
Área	Matemática
Grado y sección	Segundo único
Nombre de la sesión	Construir figuras de polígonos con el geoplano
Fecha de ejecución	18 de mayo del 2016
Duración	2 horas pedagógicas
Profesor practicante	Catacora Ccallo Abel

II. ORGANIZACIÓN DE LOS APRENDIZAJES:

CAPACIDAD	INDICADOR	CONTENIDOS	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
Comunica Y Representa Ideas Matemáticas	Establece semejanzas o diferencias entre las figuras geométricas según sus características.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Manipulación de figuras elementales planas. ➤ Geometría plana: clasificación de polígonos, elementos de un triángulo, clasificación de triángulos, teorema de Pitágoras, perímetros y áreas, área de un triángulo, semejanza de figuras planas. ➤ Medidas aproximadas y exactas. ➤ Números radicales básicos. ➤ Creación de figuras. ➤ Fracciones y porcentajes. ➤ Medidas de longitud y superficie. ➤ Razón de semejanza en longitudes y superficies. 	Ficha de observación

III. TEMA TRANSVERSALES:

- Educación para la convivencia, la paz y la ciudadanía.
- Educación para el éxito.

IV. DESARROLLO DE LA SESIÓN:

MOMENTOS	ACTIVIDADES / ESTRATEGIAS	RECURSOS	TIEMPO						
Inicio	<p>ACTIVIDADES DE REGISTRO DE ASISTENCIA Y EVALUACIÓN DE LOS ACUERDOS DE CONVIVENCIA El docente registra la asistencia a los estudiantes</p> <p>ACTIVIDADES DE PROBLEMATIZACIÓN Mediante la técnica “Lluvia de ideas” recogeré los saberes previos de los alumnos realizando las siguientes interrogantes sobre la clasificación de triángulos.</p>	Registro de Asistencia.	10 minutos						
Proceso	<p>ACTIVIDAD. CLASIFICACIÓN DE TRIÁNGULOS.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cuando dibujo una figura geométrica de varios lados ¿Cómo sé qué nombre tiene? <p>EXPERIMENTAMOS</p> <ul style="list-style-type: none"> • Utilizaremos cartillas con las figuras de polígonos para formar 6 equipos de trabajo (cada equipo constará de 4 alumnos). • A cada equipo de trabajo se le entregará un geoplano y ligas en el cual cada alumno representaran las figuras geométricas que se imaginen. • Demostrarán cuántos lados posee la figura creadas por ellos. • A cada niño se le entregara una hoja en la cual anotaran sus observaciones. <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 33%;">Dibuja la forma</td> <td style="width: 33%;">¿Cuántos lados tiene?</td> <td style="width: 33%;">¿Cómo se llama?</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"></td> <td>Tiene tres lados</td> <td>triangulo</td> </tr> </table>	Dibuja la forma	¿Cuántos lados tiene?	¿Cómo se llama?		Tiene tres lados	triangulo	<p>Madera, regla, liga pegamento, clavo.</p> <p>Fotocopias de las hojas para los alumnos.</p> <p>Libros de consulta.</p> <p>Papelotes, plumones, cinta masking</p> <p>Ficha de observación</p>	70 minutos
Dibuja la forma	¿Cuántos lados tiene?	¿Cómo se llama?							
	Tiene tres lados	triangulo							
Cierre	<p>ACTIVIDAD DE CIERRE</p> <p>Los alumnos escribirán en su cuaderno el resumen del tema. Después de la explicación del tema culminaran con el llenado de la hoja de observación colocándole el nombre correspondiente a cada polígono.</p>	Fotocopia Lapiceros	10 minutos						

V. EVALUACIÓN:

CRITERIO	ACTITUD	TÉCNICAS	INSTRUMENTOS
Comunicación Matemática. Resolución de problemas.	Interpreta formar cuadrados posibles con distintas piezas del tangram. Determinar las respectivas áreas.	Observación	Ficha de observación

VI. BIBLIOGRAFÍA:

- BOLT, B. (1982). *Actividades matemáticas*, Labor, Barcelona.
- GARDNER, M (1980). *Nuevos pasatiempos matemáticos*, Alianza, Madrid.
- GARDNER, M. (1984). *Carnaval matemático*, Alianza, Madrid.

Profesor(a).

Docente de Área de la IES.

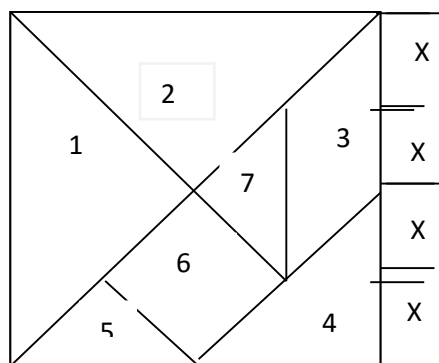
POST-PRUEBA

APELLIDOS Y NOMBRES:GRADO Y SECCIÓN:

1. JUSTIFICA LA CLASIFICACIÓN DE TRIÁNGULOS.

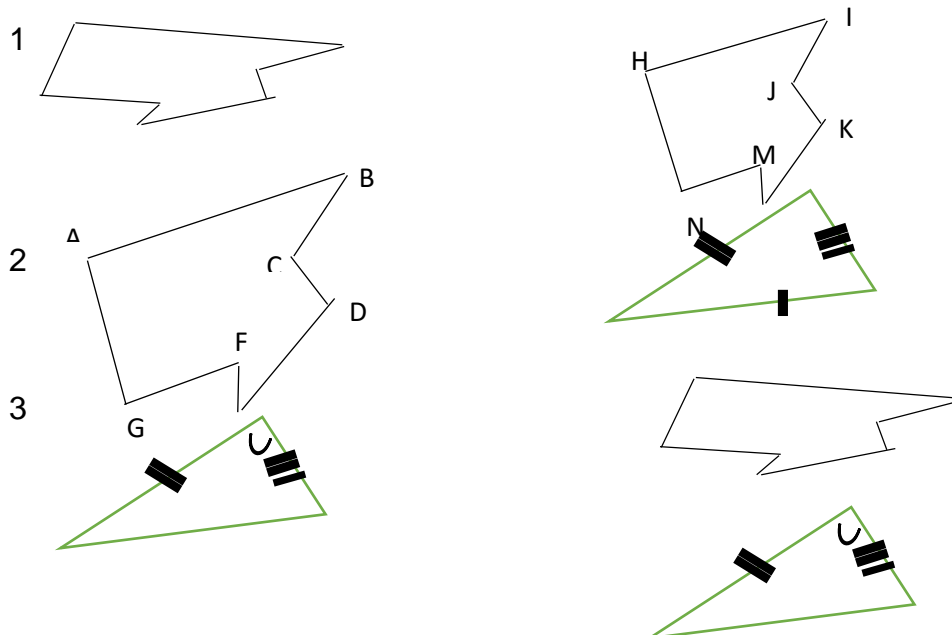
Lados		Ángulos	
	Tipo de triangulo		Tipo de triangulo
	Lados		Lados
	Tipo de triangulo		Tipo de triangulo
	Lados		Lados
	Tipo de triangulo		Tipo de triangulo
	Lados		Lados

Aplique el teorema de Pitágoras para determinar la diagonal y hallar el área de las 7 piezas del tangram de lado $4x$.



- Área triangulo 1.....
- Área triangulo 2.....
- Área triangulo 3.....
- Area triangulo 4
- Area triangulo 5.....
- Area triangulo 6
- Area triangulo 7.....

Establecer la semejanza y congruente entre las figuras geométricas según sus características con una flecha.



Cuanto son semejantes y congruentes:

Semejantes.....

Congruentes.....

**REGISTRO DE NOTAS DE LA POST-PRUEBA DEL GRUPO
EXPERIMENTAL**

INSTITUCIÓN EDUCATIVA SECUNDARIA “SAN JOSÉ”.

PROFESORES: CATACORA CCALLO ABEL					
GRADO Y SECCIÓN: SEGUNDO ÚNICO					
N°	APELLIDOS Y NOMBRES	Razonamiento	Comunicación matemática	Resolución de problemas	Promedios
01		14	12	08	11
02		20	11	08	13
03		17	18	16	17
04		20	18	20	19
05		11	18	04	11
06		17	15	08	13
07		16	14	12	14
08		14	18	08	13
09		19	10	06	12
10		19	08	07	11
11		11	15	10	12
12		15	13	08	12
13		19	16	09	15
14		18	14	09	14
15		16	18	06	13
16		20	20	10	17
17		17	10	06	11
18		20	18	11	16
				PROMEDIO	13.5

REGISTRO DE NOTAS DE LA POST-PRUEBA DEL GRUPO CONTROL

INSTITUCIÓN EDUCATIVA SECUNDARIA “SAN JOSÉ”.

PROFESORES: CATACORA CCALLO ABEL					
GRADO Y SECCIÓN: SEGUNDO ÚNICO					
N°	APELLIDOS Y NOMBRES	Razonamiento	Comunicación matemática	Resolución de problemas	Promedios
01		09	07	08	08
02		16	15	09	13
03		16	15	11	14
04		12	09	06	09
05		15	15	14	15
06		20	18	09	16
07		13	17	12	13
08		10	13	07	10
09		15	14	10	13
10		12	20	04	12
11		17	16	12	15
12		10	11	08	10
13		15	14	12	14
14		15	06	02	08
15		09	12	06	09
16		19	18	10	16
17		15	15	12	14
18		15	14	02	10
PROMEDIO					12.2