



# UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

ESCUELA DE POSGRADO

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN



TESIS

**ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LOS SIGNIFICADOS DE LA PROBABILIDAD EN  
LOS LIBROS DE TEXTOS DE EDUCACIÓN BÁSICA REGULAR PERUANA**

**PRESENTADA POR:**

**PEDRO HUAYTA TICONA**

**PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:**

**MAESTRO EN EDUCACIÓN**

**CON MENCIÓN EN: DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA**

**PUNO, PERÚ**

**2024**



# PEDRO HUAYTA TICONA

## ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LOS SIGNIFICADOS DE LA PROBABILIDAD EN LOS LIBROS DE TEXTOS DE EDUCACIÓN ...

 Universidad Nacional del Altiplano

### Detalles del documento

Identificador de la entrega

trn:oid::8254:416565482

103 Páginas

Fecha de entrega

16 dic 2024, 10:56 a.m. GMT-5

19,431 Palabras

Fecha de descarga

16 dic 2024, 11:24 a.m. GMT-5

116,162 Caracteres

Nombre de archivo

ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LOS SIGNIFICADOS DE LA PROBABILIDAD EN LOS LIBROS DE TEXTOS D.....docx

Tamaño de archivo

7.9 MB



Dr. Wenceslao Quispe Yapo  
Facultad Ciencias de la Educación  
UNA - PUNO





## 13% Similitud general

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para ca...

### Filtrado desde el informe

- Bibliografía
- Texto citado
- Texto mencionado
- Coincidencias menores (menos de 10 palabras)

### Fuentes principales

- 12% Fuentes de Internet
- 4% Publicaciones
- 6% Trabajos entregados (trabajos del estudiante)

### Marcas de integridad

#### N.º de alertas de integridad para revisión

No se han detectado manipulaciones de texto sospechosas.

Los algoritmos de nuestro sistema analizan un documento en profundidad para buscar inconsistencias que permitirían distinguirlo de una entrega normal. Si advertimos algo extraño, lo marcamos como una alerta para que pueda revisarlo.

Una marca de alerta no es necesariamente un indicador de problemas. Sin embargo, recomendamos que preste atención y la revise.

Dr. Wenceslao Quispe Yapo  
Facultad Ciencias de la Educación  
UNA - PUNO

Juan Jara Luque Coyá  
ING. ESTADÍSTICO E INFORMÁTICO  
CIP. 116625





# UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

## ESCUELA DE POSGRADO MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

### TESIS

#### ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LOS SIGNIFICADOS DE LA PROBABILIDAD EN LOS LIBROS DE TEXTOS DE EDUCACIÓN BÁSICA REGULAR PERUANA



PRESENTADA POR:

PEDRO HUAYTA TICONA

PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:

MAESTRO EN EDUCACIÓN

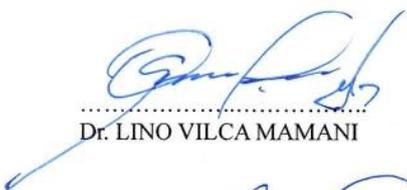
CON MENCIÓN EN: DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

APROBADA POR EL JURADO SIGUIENTE:

PRESIDENTE

  
.....  
Dra. NANCY MONICA GARCIA BEDOYA

PRIMER MIEMBRO

  
.....  
Dr. LINO VILCA MAMANI

SEGUNDO MIEMBRO

  
.....  
Dr. VICENTE ALANOCA AROCUTIPA

ASESOR DE TESIS

  
.....  
Dr. WENCESLAO QUISPE YAPO

Puno, 31 de enero de 2024.

**ÁREA:** Planificación y programación curricular.

**TEMA:** Análisis didáctico de los significados de la probabilidad en los libros de textos de educación básica regular peruana.

**LÍNEA:** Proyectos y planes de educación matemática.



## DEDICATORIA

Dedico este trabajo a Dios por la bendición que de día a día guía mi camino para lograr la abundancia y éxito.

Dedico el presente trabajo con mucho amor AMHA que me dio fortalezas para seguir adelante, así mismo a mi querida familia por su apoyo incondicional, agradezco su gratitud, el cual me ha dado fuerza y me ha animado a seguir siendo una persona excepcional y exitosa, logrando todas mis metas y objetivos, además de tomarme todo en serio con humildad y profesionalismo, como hoy, mañana y siempre.

*Pedro Huayta Ticona*



## AGRADECIMIENTOS

Agradezco el reconocimiento con honor y gratitud:

A Dios por darme la oportunidad de la vida, guiarme en todo momento y por todas las bendiciones que ha depositado en mi existir.

A mis queridos padres, por guiarme con perseverancia y con el ejemplo para seguir adelante, gracias a ello me ha permitido ser una persona extraordinaria y avanzar con trayectoria día a día para lograr los objetivos, las metas con éxito y con mucha humildad de la cual me siento orgulloso, por ello les debo un eterno agradecimiento y mi retribución total por su gran amor y apoyo.

A los docentes, agradezco por impartir su sabiduría que me han ayudado a convertirme en un profesional exitoso, por su comprensión y apoyo en cada circunstancia.

*Pedro Huayta Ticona*



## ÍNDICE GENERAL

	<b>Pág.</b>
DEDICATORIA	i
AGRADECIMIENTOS	ii
ÍNDICE GENERAL	iii
ÍNDICE DE TABLAS	v
ÍNDICE DE FIGURAS	vi
ÍNDICE DE ANEXOS	vii
ACRÓNIMOS	viii
RESUMEN	1
ABSTRACT	2
INTRODUCCIÓN	3

### CAPÍTULO I

#### REVISIÓN DE LITERATURA

1.1	Contexto y marco teórico	5
1.1.1	Aspectos preliminares del enfoque Ontosemiótico	5
1.1.2	Enfoque Ontosemiótico	6
1.1.3	Niveles o tipos de análisis del EOS	7
1.1.4	Identificación de prácticas matemáticas	7
1.1.5	Objetos matemáticos	8
1.1.6	Idoneidad didáctica	9
1.1.7	Aspectos preliminares de la probabilidad y sus significados	11
1.2	Antecedentes	17
1.2.1	Internacionales	17
1.2.2	Nacionales	23
1.2.3	Locales	24

### CAPÍTULO II

#### PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1	Identificación del problema	25
2.2	Definición del problema	26
2.3	Intención de la investigación	26
2.4	Justificación	26
2.5	Objetivos	27



2.5.1	Objetivo general	27
2.5.2	Objetivos específicos	27
<b>CAPÍTULO III</b>		
<b>METODOLOGÍA</b>		
3.1	Acceso al campo	29
3.2	Selección de informantes y situaciones observadas	29
3.3	Estrategias de recogida y registro de datos	31
3.4	Análisis de datos y categorías	36
<b>CAPÍTULO IV</b>		
<b>RESULTADOS Y DISCUSIÓN</b>		
4.1	Resultados	37
4.1.1	Fase 1: establecer el significado de referencia institucional	37
4.1.2	Fase 2: analizar significados de probabilidad en Currículo Nacional	37
4.1.3	Fase 3: seleccionar bloques o unidades y lecciones o actividades	41
4.1.4	Fase 4: identificar los objetos primarios y sus significados	42
4.1.5	Fase 5: analizar los objetos primarios y sus significados	44
4.1.6	Fase 6: relación de objetos primarios entre sí y sus significados	64
4.2	Discusión	66
CONCLUSIONES		68
RECOMENDACIONES		69
BIBLIOGRAFÍA		70
ANEXOS		77



## ÍNDICE DE TABLAS

	<b>Pág.</b>
1. Serie de libro de textos del quinto ciclo de la educación básica regular	30
2. Componentes, subcomponentes e indicadores de idoneidad epistémica	34
3. Objeto matemático asociado en estudio de las probabilidades	40
4. Bloque y fichas de actividades relacionadas al estudio de probabilidad	42
5. Situación problema, lenguaje y reglas	42
6. Situación problema identificadas en los libros de textos	53
7. Lenguaje – representación identificados en los libros de textos	58
8. Reglas de conceptos definiciones, procedimientos y proporciones	61
9. Reglas identificadas en los libros de textos	62
10. Argumentos identificados en los libros de textos	64
11. Relación de objetos matemáticos y su significado de la probabilidad	65



## ÍNDICE DE FIGURAS

	<b>Pág.</b>
1. Configuración de objetos primarios del EOS	9
2. Configuración epistémica adaptado de Godino y otros	10
3. Configuración de los significados de probabilidad en el marco educativo	13
4. Metodología propuesta por cobo para el análisis de libros de textos	32
5. Competencia, capacidades y descripción en el currículo nacional	38
6. Desempeños de probabilidad en currículo de educación primara	39
7. Estimación de posibilidades de ocurrencia a partir de un juego	46
8. Posibilidades de ocurrencia a partir de experimento aleatorio	47
9. Estimación de ocurrencia a partir de un experimento doméstico	47
10. Probabilidad de ocurrencia en base a la información disponible	48
11. Determinar la posibilidad de ocurrencia a partir de juegos con bolas	49
12. Análisis y reflexión la probabilidad de ocurrencia	50
13. Calcular la probabilidad	51
14. Calcular la probabilidad a partir de juegos	52
15. Representación numérica de la probabilidad	56
16. Representación en tablas y graficas	57
17. Representación de concepto-definición asociado a sucesos probabilísticos	59
18. Representación de proposiciones asociado a probabilidad o posibilidad	60
19. Procedimiento y argumentación asociado a resultados posibles	60
20. Representación de argumentos	63



## ÍNDICE DE ANEXOS

	<b>Pág.</b>
1. Instrumento de la idoneidad epistémica para realizar análisis de probabilidad y sus indicadores propuestos por Beltrán-Pellicer, Godino y Giacomone (2018)	77
2. Programación curricular de educación primaria	79
3. Competencia, capacidades y descripción en el currículo nacional	80
4. Desempeños asociados al estudio de la probabilidad del programa curricular de educación primaria	81
5. Desempeños asociados al estudio de la probabilidad del programa curricular de educación primaria	82
6. Cuadernillo de matemática sobre probabilidad sexto grado de Educación Primaria	86
7. Declaración jurada de autenticidad de tesis	90
8. Autorización para el depósito repositorio institucional	91



## ACRÓNIMOS

EOS	:	Enfoque Ontosemiótico
UNA	:	Universidad Nacional del Altiplano

## RESUMEN

La investigación tuvo la finalidad de realizar el análisis didáctico de los significados de la probabilidad en los libros de textos de la Educación Básica Regular del Perú, esta investigación emerge de la experiencia profesional en aula, donde se han observado falta de propuestas metodológicas de instrucción matemática en libros de textos del tema de probabilidades, en ese sentido el objetivo fue analizar los significados de la probabilidad en libros de textos oficiales de educación primaria emanadas por el Ministerio de Educación. La investigación se fundamenta desde el marco teórico y metodológico del Enfoque Ontosemiótico (EOS), ya que es una herramienta potente en el campo de la didáctica de la matemática, la investigación corresponde al enfoque cualitativo, de tipo descriptivo y diseño documental a través del método hermenéutico-interpretativo, apoyado con la técnica de análisis de contenido y el instrumento se sustenta a partir del EOS de la idoneidad epistémica y sus indicadores de probabilidad propuestas en (Beltrán-Pellicer et al., 2018). El resultado obtenido muestra conflictos semióticos donde no se ha identificado la configuración de los diferentes significados de probabilidad entre sí, ni los objetos primarios de EOS. En conclusión, carecen de situaciones problemáticas que articulen entre los significados de la probabilidad (intuitivo, clásico o laplaciano, frecuencial, subjetivo y axiomático), solo se enfatiza el significado intuitivo y de manera superficial el significado frecuencial y clásico.

**Palabras clave:** Enfoque Ontosemiótico, idoneidad epistémica, objeto matemático, probabilidad, significados.

## ABSTRACT

The purpose of the research was to carry out a didactic analysis of the meanings of probability in the textbooks of Regular Basic Education in Peru. This research emerges from professional experience in the classroom, where a lack of methodological proposals for mathematical instruction in textbooks on the subject of probability has been observed. In this sense, the objective was to analyze the meanings of probability in official primary education textbooks issued by the Ministry of Education. The research is based on the theoretical and methodological framework of the Ontosemiotic Approach (EOS), since it is a powerful tool in the field of mathematics teaching. The research corresponds to the qualitative approach, of a descriptive type and documentary design through the hermeneutic-interpretive method, supported by the content analysis technique and the instrument is based on the EOS of epistemic suitability and its probability indicators proposed in Beltrán-Pellicer et al. (2018). The result obtained shows semiotic conflicts where the configuration of the different meanings of probability has not been identified among themselves, nor the primary objects of EOS. In conclusion, there is a lack of problematic situations that articulate between the meanings of probability (intuitive, classical or Laplacian, frequentist, subjective and axiomatic), only the intuitive meaning is emphasized and superficially the frequentist and classical meanings.

**Keywords:** Ontosemiotic Approach, epistemic suitability, mathematical object, probability, meaning



Dra. Diana Agueda Vargas Velásquez  
CPPe. 2242990438

## INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de investigación cuenta con respaldo teórico de Enfoque Ontosemiótico de la instrucción matemática EOS, el cual tiene el fin de organizar, unificar y clarificar los conceptos de teorías, métodos, enfoques y modelos del conocimiento matemático, incluyendo diferentes aspectos: epistemológicos, pedagógicos, metodológicos, aplicando los principios didácticos de interactividad y del constructivismo, en el conjunto de análisis de la investigación, basados en supuestos antropológicos y semióticos sobre el estudio de las matemáticas, en consecuencia este estudio proporciona herramientas para el análisis del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Godino et al., 2017).

La investigación surge a partir de diversas problemáticas que transcurre en la Educación Básica Regular, como la propuesta tradicional de los materiales como textos y esto recaen en la instrucción de manera tradicional de las probabilidades sin comprensión y propósito, es aquí donde los programas educativos deben permitir que los niños adquieran conocimientos sobre probabilidad desde una edad temprana o en la infancia. Este cambio requiere docentes calificados para implementar el nuevo currículo con herramientas disciplinarias e instructivas para introducir gradualmente la “probabilidad” matemática en sus diversos significados. Sin embargo, muchos docentes de primaria no están capacitados en los métodos de probabilidad y enseñanza (Vásquez y Alsina, 2015), por lo que recurren a libros de texto para suplir esta falta de capacitación, convirtiéndose en una fuente de materiales didácticos para la educación, así como para resolver tareas de matemáticas como estudiantes. Donde los libros de texto constituyen el recurso más destacado en la organización del desarrollo de competencias matemáticas, porque representan específicamente la transferencia educativa de conocimientos.

En este estudio, la aplicabilidad epistemológica de los objetos matemáticos de EOS, fue el soporte teórico para analizar el significado de probabilidad en los libros de texto de educación primaria, en este contexto se asume desde la perspectiva histórica con base en la matemática escolar, ya que coexisten diferentes significados de probabilidad, como: (intuitiva, clásico, frecuentista, subjetiva y axiomática). El propósito de este estudio es buscar la enseñanza de la probabilidad desde una perspectiva antropológica basada en las teorías propuestas en educación matemática, en consecuencia, se plantea la pregunta: ¿de qué manera se desarrollan los significados de la probabilidad en libros de



textos oficiales de educación primaria en el Perú? y el objetivo fue analizar el significado de probabilidad en los libros de texto de educación básica del Ministerio de Educación. También se tuvo los objetivos específicos como: categorizar los significados de probabilidad en los libros de texto de primaria, e interpretar la estructura de enseñanza de los diferentes significados de probabilidad en los libros de texto de primaria.

El presente trabajo de investigación consta de cuatro capítulos: capítulo I, se enfoca en el marco referencial teórico y antecedentes, en seguida el capítulo II, se enfoca en el sustento de la problemática, identificación, definición, intención, justificación, objetivos e hipótesis, del mismo modo el capítulo III, se centra en la metodología de investigación, ubicación del estudio, población, muestra, técnica e instrumento, por último el capítulo IV, aborda los resultados, discusión, conclusión, recomendación y se adjuntan referencias bibliográficas, anexos que brindan al soporte a la investigación.

## CAPÍTULO I

### REVISIÓN DE LITERATURA

#### 1.1 Contexto y marco teórico

Esta investigación tiene el sustento del Enfoque Ontosemiótico, de la cual se aborda en la primera parte: sobre las teorías didáctica del enfoque Ontosemiótico y la idoneidad epistémica de objetos matemáticos primarios, en seguida se dará a conocer aspectos preliminares de la probabilidad y sus significados, para ello se da a conocer de la siguiente manera en el marco de la investigación.

##### 1.1.1 Aspectos preliminares del enfoque Ontosemiótico

El presente trabajo de investigación se sustenta teóricamente desde el EOS que es la base fundamental, ya que aborda teorías y metodologías para análisis del aprendizaje basado en la utilidad cognitiva y la importancia de los libros de texto en el campo de la probabilidad articulados con los objetos primarios propuesto por el EOS las cuales se consideran como categoría de análisis.

El Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática surge a partir de las investigaciones y aportes teóricos de Brousseau, la cual expresa una visión constructivista del aprendizaje, sosteniendo que todo conocimiento surge como resultado de la adaptación humana a las situaciones que se van a encontrar o a los problemas que se van a encontrar. Con este supuesto, afirma que los conceptos creados en un contexto funcional y personal sufren un proceso de descontextualización y despersonalización antes de que puedan ser sistematizados y articulados entre sí (Gálvez y Block, 2024).

Douady, Vergnaud, Chevallard y entre otros investigadores, de la cual Brousseau fue matemático de origen francés y pionero en la investigación en didáctica de la matemática que desarrollo la teoría de situaciones didácticas y desarrollo entre otros aportes teóricos; Douady fue un experto matemático que fundo la teoría de la didáctica instrumento-objeto y se basa en la nociones de Piaget; por otro lado Vergnaud fue profesor y psicólogo cognitivo de nacionalidad francesa y fundador de la teoría de los campos conceptuales en didáctica de la matemática; por otra parte Jean Piaget fue psicólogo, epistemólogo y biólogo el

cual es considerado como padre de la epistemología genética y el constructivismo; así mismo Chevallard fue investigador y profesor matemático que desarrollo la trasposición didáctica en el campo de la didáctica (Anthony y Barrientos, 1995).

El EOS es una herramienta potente que se desarrolló al inicio de los años 90 donde realizaron fundamentos teóricos de la investigación en didáctica de la matemática, la cual ha atraído atención al Dr. Juan de Godino y otros más, donde estudiaron diferentes enfoque y teorías basados la Educación Matemática así mismo participaron en los diferentes seminarios impartidos por posgrado de la universidad de granada (Godino, 2012).

Así mismo se asume teorías epistemológicas basado en presupuestos antropológicos, socioculturales; un modelo de cognición matemática - sobre bases semióticas; un modelo instruccional - sobre bases socio-constructivistas; un modelo sistémico – ecológico, las cuales abarcan diferentes disciplinas epistemológicas, sociológicas, pedagógicas, psicológicas entre otros (Godino et al., 2008).

### **1.1.2 Enfoque Ontosemiótico**

El enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS), es una propuesta teórica y metodológica de la investigación en el campo de didáctica de la matemática, la cual construye conocimientos científicos, filosóficos y metodológicos, basados desde una perceptiva general de teorías, enfoques, paradigmas y modelos, abarcando diferentes dimensiones epistemológicos basados en presupuestos antropológicos, socioculturales y semióticos; asumiendo de una perspectiva socio constructivistas, para el análisis didáctico del conocimiento y la instrucción matemática de forma sistemática con el fin de aportar herramientas metodológicas en didáctica de la matemática (Godino et al., 2017).

El enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS) propone teorías metodológicas de investigación en didáctica de la matemática, la cual pretende proporcionar herramientas ostensivas de análisis en el campo de la matemática (Godino et al., 2007). Así mismo es estudiando a partir

de presupuestos ontológicas como: actividad de resolución de problemas matemática, simbólicas y abarcando conceptos matemáticos (Aznar et al., 2017).

### 1.1.3 Niveles o tipos de análisis del EOS

El enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática aborda teorías metodológicas y organiza en cinco niveles de análisis dotados de procedimientos organizados de forma articulada para comprender la configuración de la instrucción matemática y aporta herramientas potentes para el análisis didáctico del conocimiento y la instrucción matemática (Godino et al., 2007).

- Prácticas matemáticas.
- Configuraciones de los objetos y procesos matemáticos.
- Análisis de trayectoria e interacción didáctica.
- Sistema de norma y meta normas.
- Idoneidad didáctica de los procesos de instrucciones.

### 1.1.4 Identificación de prácticas matemáticas

Las practicas matemáticas se define como todo tipo de actividad que puede ser expresiones, acciones lingüísticas u otro tipo de manifestaciones compartidas dentro de la institución o de forma personal en las practicas matemáticas que permite desarrollar ejercicios, problemas o actividades matemáticas de cualquier índole que permite validar, generalizar e institucionalizar las soluciones a otros contextos (Godino et al., 2007). Las cuales son desarrollados en el sistema de prácticas o actividades matemáticas de forma personal o institucional (Godino et al., 2017).

Se entiende por sistema de práctica matemática cualquier acción o expresión realizada para resolver un problema matemático, comunicar la solución resultante a otros, verificarla o generalizarla a otros contextos o problemas. El sistema de prácticas encarnadas de las instituciones se define como significado institucional. En la investigación tenemos en cuenta tanto los significados institucionales de referencia (origen, evolución y contexto) como los significados

institucionales pretendidos incluidos en la planificación del proceso de investigación (Godino et al., 2018).

### 1.1.5 Objetos matemáticos

Los objetos matemáticos son estudiados arduamente por Chevallard en 1990, donde fundamenta a los objetos como un sistema de praxis donde intervienen objetos concretos o abstractos que se descomponen en diversos registros semióticos: “registro oral; de la palabra o de expresiones pronunciadas; registro gestual; dominio de las inscripciones, es decir aquello que se escribe o se dibuja (gráficas, formulas, cálculos y entre otros), registros de escritura; siendo el “praxema” un objeto material ligado a la praxis, de la cual se asume que el objeto es emergente de un sistema de proxemas (Godino y Batanero, 1994)

Los objetos matemáticos son entidades emergentes de la actividad matemática que intervienen conceptos o entidades que pueden ser real o imaginario según (Godino et al., 2008), de la cual el EOS del conocimiento y la instrucción matemática, planteados por Juan de Godino y sus colaboradores proponen objetos primarios intervinientes en la actividad matemática, las cuales son los siguientes: situaciones-problemas, lenguajes, conceptos y definiciones, procedimientos, proposiciones y argumentos (Godino et al., 2007), las cuales se describen las tipologías de los objetos primarios de la siguiente manera:

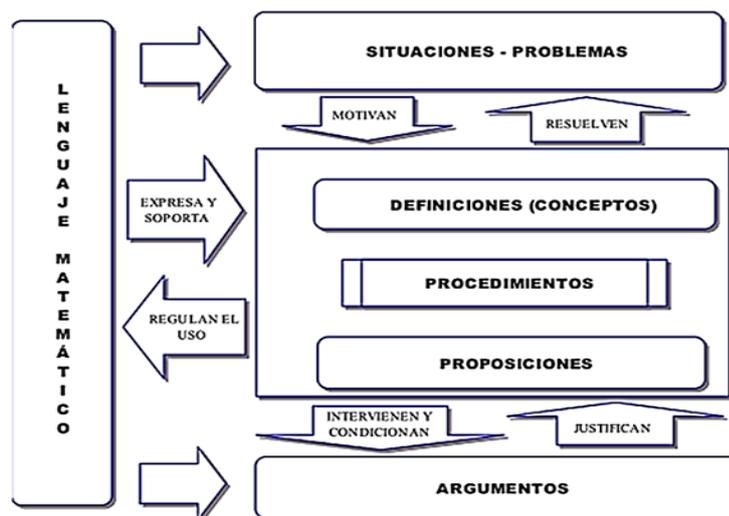
- Situaciones-problemas se comprenden como aplicaciones intra o extra matemáticas de situaciones de problematización que pueden ser ejercicios, problemas, tareas o trabajos de extensión y entre otros, de manera articulada, contextualizada, así mismo permite crear nuevos problemas.
- Lenguajes se comprenden como diferentes formas de expresión, términos notaciones gráficas, simbólicas y entre otras formas de expresiones lingüísticas que se desarrolla En diversas vertientes escritas, orales, gestuales, etc., utilizadas en la instrucción matemática.
- Conceptos-definiciones se comprenden que sirven para introducir el conocimiento matemático como: (punto, recta, segmento, numero, medida función...), donde se puede generar o negociar definiciones conceptuales, proposiciones procedimentales que pueden ser concretos o abstractos adaptados al nivel educativo.

- Propositiones se comprenden como enunciados que se caracterizan por la veracidad del tratamiento que sirven para dar solución a los problemas.
- Procedimientos se comprenden como conjunto de acciones, métodos, algoritmos y cálculos.
- Argumentos se comprenden como expresiones de enunciados o fundamentos realizados en la validación de las soluciones del problema, también se asumen como explicaciones, comprobaciones y demostraciones de carácter deductivo, inductivo u otros.

A continuación, se muestra la configuración de los objetos primarios, la cual fue sustentada por el EOS que permite realizar el estudio de objetos.

**Figura 1**

*Configuración de objetos primarios del EOS*



*Nota.* La figura muestra la configuración de los objetos primarios del EOS (Godino et al., 2007, p. 7).

### 1.1.6 Idoneidad didáctica

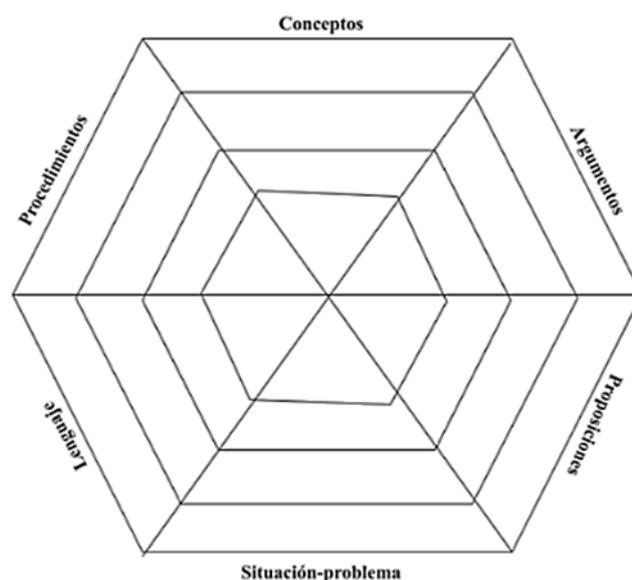
La idoneidad didáctica permite analizar la instrucción matemática de manera sistemático y coherente de las seis facetas de idoneidad: epistémicas, cognitivas, interaccionales, mediacionales, emocionales y ecológicas. La cual se “refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados o (pretendidos), respecto de un significado de referencia” (Godino et al., 2007, p. 14) en la enseñanza de probabilidades puede limitar al aprendizaje

como ejercicios rutinarios de cálculos algorítmicas consideras como conflictos, por otro lado, al tener en cuenta los diferentes tipos de situaciones problemáticas de probabilidades, donde se hace un tratamiento sistemático de los procedimientos y justificaciones de los algoritmos puede ser considerado como alta idoneidad (Amador et al., 2016).

En el EOS, uno de los tratamientos importantes de análisis es la configuración Ontosemiótico de objetos primarios, la cual permite estudiar los significados pragmáticos y prácticas matemáticas institucionales basados a objeto matemático. En especial basado mediante esta herramienta de análisis se puede efectuar un análisis idóneo y epistémico de las actividades matemáticas de los objetos primarios “situaciones-problema, lenguajes, conceptos, procedimientos, proposiciones y argumentos” puesta en juego en la resolución de problemas emergentes y asociadas al estudio probabilísticos en la educación (Godino et al., 2017). Para ello en seguida se presenta la configuración de la idoneidad epistémica (Morales-Garcia et al., 2021)

## Figura 2

*Configuración epistémica adaptado de Godino y otros*



*Nota.* Configuración epistémica adaptado de Godino et al., 2006, como se citó en (Morales-Garcia et al., 2021, p 98).

La instrucción de las matemáticas brinda a los docentes la oportunidad de utilizar diferentes medios y recursos didácticos. Una revisión de los criterios de

idoneidad docente propuestos por el marco teórico del enfoque simbólico (EOS) para el registro del conocimiento y la enseñanza de las matemáticas, el cual se considera una poderosa herramienta para organizar la reflexión y la evaluación del proceso de aprendizaje de los profesores de matemáticas (Salinas et al., 2021).

En consecuencia, la presente investigación se efectúa a partir de un análisis epistémico, ya que se analiza los significados de la probabilidad teniendo como referencia el sustento teórico y metodológico del EOS, de la cual se centra en los diversos objetos que se realizan en las instrucción matemáticas dentro de la resolución de problemas de probabilidades, la cual es fundamental resaltar la configuración de la idoneidad epistémica de los significados de objetos de la probabilidad en los libros de texto seleccionados en el presente trabajo de investigación (Morales-Garcia et al., 2021).

#### **1.1.7 Aspectos preliminares de la probabilidad y sus significados**

Los diferentes significados de probabilidad que han surgido históricamente y han sido explorados, las cuales son relacionados con los diferentes conceptos y definiciones de aleatoriedad que han surgido en distintos momentos históricos desde que se teorizó en esta área de las matemáticas (Amador et al., 2019). Por otra parte la probabilidad en el proceso de enseñanza debe estar dominada por casos probabilísticos, pero estos casos pueden combinarse con casos de decisión y casos no estocásticos utilizando la probabilidad como modelo (Sanabria y Núñez, 2017).

Esta investigación presenta el tratamiento de los significados de la probabilidad en los libros de educación primaria, en la cual se aborda a partir de estudios como, las diferentes interpretaciones de la probabilidad y sus significados en educación primaria, abordados en la actualidad y discutidos a partir de puntos de vista de la filosofía, las cuales han buscado responder a las situaciones problemáticas en el campo de la instrucción matemática, y esto ha contribuido en el avance del estudio de la probabilidad (Batanero, 2005), por otro lado las teorías del enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática, desarrolla herramientas potenciales para el análisis del estudio de los objetos matemáticos de probabilidades y sus significados (Vásquez y Alsina, 2015).

El estudio de los significados de la probabilidad ha surgido tardíamente, aunque no han estado exceptos los juegos de azar ya que coexistían en diferentes culturas. Así mismo en el estudio realizado por Borovcnik (2019) asumen que los juegos de azar estaban ligados con las costumbres de las creencias religiosas o mágicas. Por otro lado no se han intentado matematizar dentro de la concepción determinista de los fenómenos en el mundo (Gómez et al., 2015).

En el surgimiento del cálculo de la probabilidad desarrolló estudios a partir de dos fundamentos que se interrelacionan, por un lado, la posibilidad del grado de creencia individual o personal de la conjetura de los sucesos perspectivas epistémicas; por otro lado, tiene la finalidad de medir la verosimilitud de la probabilidad a partir de las observaciones y de los datos recolectados en el experimento, desarrollada desde el punto de vista de la investigación. En consecuencia, a partir de estas dos posturas se asume significados de la probabilidad como: significado intuitivo, significado clásico, significado frecuencial y significado subjetivo, las cuales se han desarrollado en los currículos de los libros de textos del Ministerio de Educación (Gómez et al., 2015).

En este contexto la probabilidad se asume desde la base epistemológica e histórica en donde coexisten diversos significados de probabilidades conllevadas en el marco educativo, las cuales desarrollan los significados como: intuitivo, laplaciano, frecuencial, subjetivo y axiomático (Sánchez, 2009).

### Figura 3

*Configuración de los significados de probabilidad en el marco educativo*



*Nota.* La figura muestra los significados de la probabilidad en el contexto de la matemática escolar (Vásquez y Alsina, 2015, p. 443).

#### A. Significado intuitivo

Se ha tenido nociones intuitivas desde los siglos pasados como las diferentes doctrinas intuitivas basados en juegos de azar, pero sin embargo el estudio del significado intuitivo ha surgido recién a principios de los siglos XVII, en donde sea iniciado el estudio que determinan la ocurrencia de eventos cuantificando el grado de creencia utilizados en diversos términos (imposible, probable, seguro) para hacer referencia a la incerteza o certeza de determinados sucesos, y expresar, por medio de frases coloquiales, el grado de creencia en relación a sucesos inciertos (Bastias Montaner et al., 2017).

El significado intuitivo son empleadas en la actualidad en los diferentes registros como los siguientes términos: (posible, previsible, chance, presumible y entre otros registros). Las cuales hacen referencia a las cuantificaciones de certezas o incertezas de los diferentes sucesos para determinar el grado de creencia (Batanero, 2005). En consecuencia, la probabilidad de los significados intuitivas es apropiadas desde los sucesos cualitativos, teniendo referencias individuales en la educación básica

(Godino, 2002). Así mismo se emplea diferentes expresiones verbales o lingüísticas como “más probable”, “muy probable” (Vásquez et al., 2020).

### **B. Significado clásico o laplaciano**

El significado laplaciano surge años más tarde desarrollada por Laplace, quien dio a conocer la regla de Laplace en los años 1814 en donde contribuye a la probabilidad de un suceso de la proporción del número de casos favorables al número de casos posibles, siempre que todos los resultados sean igualmente probables (Ortíz y Pastells, 2015). En la actualidad estas definiciones se abordan en el cálculo de las probabilidades de la instrucción matemática, aunque no puede ser aplicada en experimentos con un número infinito de posibilidades o cuando el espacio muestral es finito, pero no simétrico, es decir, no cumple con la condición de equiprobabilidad (Cotrado et al., 2022).

Este apartado también es conocido como significado clásico, que dio origen a la probabilidad de Fermat y Pascal, donde resolvían problemáticas de ganancia o reparto de diferentes juegos de azar, la cual surgió en los años 1650 aproximadamente. En consecuencia, años más tarde en 1814 Laplace desarrolló la definición formal construida como la regla de Laplace, sin embargo fue discutido desde el momento de la publicación en los años 1987 porque existían muchos vacíos o debilidades en las definiciones de equiprobable y por otro lado esta concepción no es aplicable en los experimentos dotados de infinitas posibilidades cuando la variable es continua, así mismo cuando no se efectúa la equiprobabilidad en el campo del espacio muestral finito. En consecuencia, el denominador de la construcción de fracciones representa a la cantidad de chances ocurridas de la probabilidad (Gómez y Contreras, 2013).

### **C. Significado frecuencial**

Este apartado fue planteado por Bernoulli como “Ley de los Grandes Números” en el año 1713, donde la frecuencia relativa asumida permite estimar la probabilidad del suceso en el experimento dado, dicho teorema asume a la probabilidad como frecuencia relativa de un

experimento repetido en las mismas condiciones se acerque tanto como queramos a la probabilidad teórica del suceso, puede aproximarse suficientemente a uno, sin más que aumentar el número de intentos (Vásquez y Alsina, 2015).

Desde el punto de vista frecuencial no se ha dado una definición exacta hasta los años 1928 aproximadamente, aunque la primera demostración fue desarrollada por Bernoulli proporcionado como ley de los grandes números, publicadas en el libro *Ars Conjectandi* (Batanero, 2005), en la cual la frecuencia relativa de un determinado suceso de la probabilidad se precisa como el valor hipotético, así mismo en este apartado se han observado problemas filosóficos, ya que no se puede determinar con exactitud por que tienden aproximar donde no se puede saber con certeza la cantidad de numero de experimentos para asumir con certeza la estimación dentro de la instrucción matemática. Por otra parte, no son aplicables en manifestaciones económicas o históricas porque generalmente son hechos casi irrepetibles (Batanero, 2005).

El concepto clásico se basa en el supuesto de igual probabilidad (igual probabilidad de ocurrencia) y se define como la relación entre el número de condiciones favorables del evento y el número de todos los resultados posibles, basadas en creencias, gustos o experiencias personales. Basados en el concepto de frecuencia, en una serie de experimentos aleatorios asignamos probabilidades en función de la frecuencia de los eventos observados (López y Gómez, 2022).

#### **D. Significado subjetivo**

En la teoría desarrollada por Bayes asume que el suceso puede evaluarse a partir de nuevos datos en la instrucción de la probabilidad a-priori para transformarse a una probabilidad a posteriori. Así mismo el significado subjetivo se fundamenta en la confianza que una persona deposita sobre la verdad de una determinada proposición, por lo que no está unívocamente determinada. En este caso, pues, la probabilidad depende del observador y, de lo que éste conoce del suceso en estudio (Cotrado et al., 2022).

Este apartado se fundamenta desde el campo del enfoque probabilístico, denominado el teorema de Bayes que ha surgido en los años 1763, en la cual se desarrolla la probabilidad subjetiva que efectúa el grado de creencia individual o personal en particular de un determinado suceso de la probabilidad. En este contexto, la probabilidad depende de la observación y de quien efectúa el suceso en estudio dado. En consecuencia, el aporte de Bayes fue esencial para asumir inferencias estadísticas, donde se efectúa interpretaciones subjetivas. De la cual carecen en los currículos nacionales de educación primaria y estos son evidenciados en las clases de la instrucción matemática (Díaz-Levicoy y Guzmán, 2014).

### **E. Significado axiomático**

El significado axiomático es esencial para la instrucción de la clase de matemática la cual permite comprender los fundamentos de la probabilidad adoptado desde diferentes perspectivas o niveles educativos, en consecuencia la probabilidad se asume como una medida especial, ya que el “enfoque no se define explícitamente cómo calcular probabilidades, sino que se establecen las reglas que debe satisfacer debido a la rigurosidad matemática que este significado conlleva, se desaconseja su estudio en Educación Primaria (Vásquez et al., 2020).

En los últimos siglos se ha desarrollado las teorías matemáticas de la probabilidad, asumiendo posturas de Borel y Kolmogorov, quienes aportaron conceptos y definiciones para describir, interpretar los fenómenos aleatorios respectivamente, por un lado, se asume que la probabilidad es entendida como una forma de medida vinculada con las teorías de medición y de conjuntos. Por otro lado, son estudiadas las diferentes teorías axiomáticas y filosóficas para hacer alusión de la comprensión de los significados de la probabilidad (Vásquez y Alsina, 2015).

## 1.2 Antecedentes

El presente trabajo de investigación tiene el sustento teórico y metodológico del marco referencial o estudio de antecedente, en la cual se ha revisado artículos científicos reconocidas, caracterizadas y desarrolladas por las diferentes universidades de ámbito internacional, nacional y local, las cuales brindan herramientas para realizar una investigación sólida y están detalladas de la siguiente manera:

### 1.2.1 Internacionales

En el trabajo realizado por Ortiz y Albanese (2017) tuvieron el objetivo de analizar la configuración semiótica y didáctica en los textos de las estadísticas y probabilidad de educación secundaria, en la cual se ha empleado el tipo de investigación cualitativa y adapto la metodología de Cobo (2003), en la cual tuvo como resultado la configuración de las diversas expresiones lingüísticas donde sean identificado los objetos primarios y sus significado de las probabilidades como significado: intuitivos, clásicos, frecuenciales y axiomático.

Este artículo presenta un modelo analítico para el tratamiento de la probabilidad en los libros de texto de la escuela primaria chilena desarrollado por Vásquez y Alsina (2015) utilizando las herramientas teóricas del Enfoque Ontosemiótico, lo cual permitió hacer el análisis de los objetos matemáticos (situaciones problema, lenguaje y conceptos) relevantes para el estudio de la probabilidad. Los objetos fueron analizados según la diversidad de sus significados según el currículo oficial chileno. Los resultados muestran que el estudio de la probabilidad muestra principalmente desde una perspectiva intuitiva, que gradualmente incluye significados frecuentes y clásicos, y se acerca algo más a los significados subjetivos.

Por otra parte en el trabajo de investigación sobre los “significados de la probabilidad en los libros de texto para educación primaria en Andalucía” realizado por Gómez et al. (2015) cuyo objetivo fue identificar y describir la configuración de los diversos objetos primarios: situación de problema, lenguaje, concepto-definición, procedimiento, proposición y argumento, así mismo también tuvo el objetivo de capacitar o proyectar a los futuros docentes a estar preparados de manera idóneo en la instrucción de la probabilidad matemática, el resultado

muestra la articulación de diferentes objetos primarios de la instrucción matemática en el campo de probabilidades y sus significados, de la cual se evidencia que el significado intuitivo estaba desarrollada en todo los niveles, mientras el significado clásico, frecuencial fueron trabajadas de manera parcial, pero sin embargo el significado subjetivo solo fue se mencionado de forma tangencial, en el marco de la investigación.

A sí mismo en el trabajo realizado por Gómez y Contreras (2013) sobre la configuración de lenguajes de las probabilidades aplicadas en los textos escolares de primaria. Cuyo objetivo fue analizar los diferentes lenguajes de probabilidades abarcado dos textos de primaria, en la cual se ha tenido los siguientes resultados que el lenguaje formal frente al lenguaje coloquial es asociado de manera interactiva y de manera articulada en el estudio de la probabilidad.

Por otro lado, en el trabajo de investigación realizado por Díaz-Levicoy y Guzmán (2014) basado en el análisis didáctico de los textos, cuyo objetivo fue realizar el análisis Ontosemiótico de tres textos sobre probabilidades en la escuela chilena, de la cual se ha llegado a los resultados donde se muestran diferencias en las estructuras de los tres libros de textos, así mismo se evidenciaron que los ejercicios y problemas recaían de naturaleza coloquial o rutinaria donde se analizaron textos escritas.

En el trabajo de investigación realizada por Vásquez et al. (2020) se basó en analiza cómo se tratan la estadística y la probabilidad en los libros de texto de preescolar chilenos . Para ello se ha utilizado las herramientas teóricas y metodológicas del Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la enseñanza de las matemáticas, que posibilitaron el estudio de objetos matemáticos (situaciones problema, lenguaje, conceptos y procedimientos) relevantes para el estudio de la estadística y la probabilidad en los libros de texto de educación infantil. Los resultados indican, en primer lugar, la falta de actividades relacionadas con el estudio de probabilidades, en segundo lugar, se evidencio un abordaje adecuado y progresivo de la construcción de algunos conceptos básicos de la estadística. Estos hallazgos proporcionan información valiosa para mejorar la presentación de estos contenidos en los libros de texto de educación infantil.

Por otra parte, en el artículo de investigación realizada por Castro et al. (2023), describe las diferentes acepciones del concepto de probabilidad correspondiente a los subsistemas de Telebachillerato de Comunidades (TBC) y Bachillerato Técnico en cuatro libros de texto de secundaria mexicanos. Este estudio utilizó métodos cualitativos y un nivel de análisis descriptivo; La selección de libros fue deliberada. Utilizando diferentes significados históricos de probabilidad (intuitivo, clásico, frecuentista, subjetivo y axiomático) como marco conceptual, se llevó a cabo un análisis de contenido cualitativo de varias definiciones de conceptos relacionados con la probabilidad. Entre los principales resultados encontramos que los significados clásicos y ordinarios son más importantes en los tres textos analizados, seguidos de los significados subjetivos y axiomáticos; mientras que los significados intuitivos aparecen sólo en uno de los libros reseñados y son menos importantes que los demás significados y con menos atención.

Los resultados obtenidos por Javier y Garzón (2015) en su estudio permiten relativizar este enfoque, según el cual las principales dificultades en el aprendizaje de las matemáticas están relacionadas con las transformaciones como operación cognitiva básica. Las transformaciones en matemáticas no sólo son fundamental, sino que, como se puede concluir de la evidencia presentada en este artículo, pueden ser fuente de diversas dificultades en la construcción y comprensión de objetos matemáticos.

En la investigación, realizada por Etchegaray y Markiewicz (2017) el objetivo fue proporcionar un análisis pedagógico de las tareas y fragmentos del curso correspondientes a introducción del álgebra de primer año universitario. Este trabajo se realizó utilizando las herramientas de conocimiento y aprendizaje matemático que ofrece EOS, analizando los “objetos y procesos” involucrados en las actividades matemáticas relacionadas con las tareas asignadas y la clase grabados, los resultados obtenidos muestran la configuración de objetos y procesos intensivos en matemáticas.

En el trabajo de Pochulu y Font (2011) permiten un análisis pedagógico sistemático de la descripción, interpretación y evaluación de eventos en las clases de matemáticas. El concepto de idoneidad didáctica y los criterios para su

descripción, así como las herramientas analíticas de los primeros cuatro niveles, nos permiten cerrar la brecha entre la interpretativa descriptiva y la moralización axiológica, suscitando una crítica del cambio. En resumen, el análisis realizado es útil en dos sentidos. Por un lado, tal y como describen Font et al. (2010) el modelo de análisis del aprendizaje utilizado en este trabajo puede ser útil para grupos de docentes que estén interesados en reflexionar sobre su práctica. Por otro lado, la radiografía en las aulas mecánicas puede ayudar a los educadores y profesores de dichas aulas a evaluar, reflexionar y recomendar medidas de mejora.

Torres Vázquez (2011), fundamenta que el EOS ha demostrado ser una herramienta valiosa para comprender la complejidad del proceso de educación matemática y guiar importantes investigaciones en educación matemática. La clarificación de terminología y conceptos, así como la relación entre estos componentes que interactúan en los procesos, ha sido una guía segura y un punto de partida para muchos investigadores y profesores. En este trabajo como resultado se a brindar ideas adicionales para aclarar sobre algunos aspectos específicos de EOS que se sabe que benefician a quienes lo usan e inspiran a quienes aún dudan de sus usos importantes, la cual cuenta con herramientas potentes en el marco de la didáctica y la metodología de la instrucción matemática.

En el artículo de Vásquez y Alsina (2015) describen el desarrollo de la construcción y validación de un cuestionario para evaluar aspectos de la enseñanza de habilidades matemáticas a profesores de escuela primaria que participan activamente en la enseñanza de la probabilidad. Aunque de hecho se han desarrollado y utilizado algunas herramientas para medir el conocimiento matemático en la enseñanza y existen pocas herramientas que puedan evaluar, describir las categorías de conocimiento matemático que los maestros de escuela primaria tienen para la enseñanza, especialmente para la enseñanza de la probabilidad. Para ello se creó un instrumento cuyo objetivo principal es evaluar los conocimientos pedagógicos matemáticos de los docentes activos en la enseñanza de la probabilidad en la escuela primaria, es decir, da la oportunidad de brindar información sobre el contenido desde la perspectiva de conocimiento matemático pedagógico. El modelo de Godino y sus colaboradores. Evidencia de conocimientos generales, conocimientos ampliados sobre el contenido y experiencia que poseen dichos profesores.

Este artículo de Nieves (2016) presenta un análisis de la estructura y función de una serie de cursos de matemáticas para estudiantes de segundo año de licenciatura en matemáticas en Columbia que explica el método de integración por partes, para ello se utilizó el modelo de análisis pedagógico propuesto por el enfoque semiótico de la cognición matemática y la ontología pedagógica. El análisis pedagógico realizado lleva a la conclusión de que la secuencia de categorías analizadas puede considerarse como una degeneración mecánica de las categorías formales, porque utilizó parcialmente las características del paradigma mecánico formal en su desarrollo. Los resultados muestran, que la estructura y funciones de las categorías analizadas no tienen en cuenta la complejidad simbólica ontológica de la integral, lo que es una de las razones de algunas dificultades de aprendizaje entre los estudiantes.

En el trabajo realizado por Beltrán-Pellicer et al. (2018) se basaron en la elaboración de indicadores específicos de idoneidad didáctica en probabilidad: aplicación para la reflexión sobre la práctica docente tuvo la finalidad de describir el desarrollo de las Directrices para la Evaluación de la Idoneidad Docente (GVID) en estudios de probabilidad de educación secundaria. El objetivo era crear una herramienta que pudiera facilitar la reflexión pedagógica sobre experiencias específicas del currículo. El enfoque de esta investigación se basa en una revisión sistemática de los conocimientos sobre la enseñanza de las matemáticas en diferentes aspectos de la división del proceso educativo: ecología cognitiva, cognitivo afectivo y pedagógico (interacción y uso de medios tecnológicos). Luego, el GVID desarrollado se aplicó a la experiencia docente de estudiantes de secundaria. Los resultados de esta aplicación revelan el potencial de esta herramienta para facilitar la reflexión sobre la propia práctica, construir relaciones entre diferentes aspectos e identificar posibles mejoras de diseño en ciclos sucesivos.

En la investigación de Burgos et al. (2022) analizaron diversos grados de formalización matemática que pueden aplicarse al estudio de la probabilidad en niveles educativos no universitarios. Se utiliza un modelo jerárquico algebraico de práctica matemática, basado en un enfoque simbólico ontológico, para identificar los tipos de objetos y procesos involucrados en la resolución de diversos problemas de probabilidad. Este análisis nos permitió determinar la

progresión de la actividad matemática desde el nivel aritmético y algebraico primitivo hasta los niveles más altos de formalización. Los métodos analíticos desarrollados ayudan a establecer conexiones entre métodos intuitivos/informales y métodos progresivamente más formales en la investigación matemática.

Por otra parte, en el trabajo realizado por Batanero et al. (2010) las nuevas directrices curriculares amplían el estudio de la estadística y la probabilidad en todos los niveles educativos y requieren una formación docente especializada. Esta formación debe basarse en una evaluación previa de sus necesidades formativas y debe abarcar contenidos tanto matemáticos como pedagógicos. En este trabajo presentamos los resultados de un taller basado en problemas paradójicos para docentes de México, Portugal y España. Estos datos se utilizaron para evaluar si los trastornos del razonamiento estaban presentes en una proporción significativa de los participantes y mostraban cambios positivos en el desarrollo de los talleres. Se observaron diferencias en algunos resultados con respecto a la situación de los docentes (formación o práctica) y su ubicación geográfica. Se analizan las posibilidades de seminarios para mejorar los conocimientos pedagógicos de los docentes.

En el trabajo de investigación realizada por Godino (2013) promueve la investigación sobre el diseño y análisis de tareas en educación matemática, la cual constituye el núcleo de los métodos de enseñanza y de los métodos más amplios de investigación basados en el diseño. En este trabajo demostramos la aplicación de algunas herramientas teóricas del enfoque Ontosemiótico al conocimiento y la enseñanza de las matemáticas para diseñar y analizar tareas dirigidas a la formación matemática y pedagógica de los docentes. Específicamente, utilizamos el concepto de ajuste pedagógico para proporcionar criterios para el diseño de tareas y la configuración de objetos y herramientas de proceso para proporcionar un análisis detallado del conocimiento involucrado en la resolución de problemas. El análisis metodológico se realiza en una serie de tareas obtenidas a partir de un experimento en el que se observa la suma de puntos al lanzar dos dados, con el objetivo de desarrollar los componentes pedagógicos del conocimiento matemático de los futuros docentes de educación primaria en el campo de la estocástica.

En el artículo de investigación de Gómez-Torres y Batanero (2013) se analizó procedimientos relacionados con la probabilidad en dos conjuntos de libros de texto de escuela primaria y examina la implementación de procedimientos básicos relacionados con métodos intuitivos, clásicos, frecuentistas y subjetivos. Comparando estas dos series, se pueden observar los diferentes tipos de enfoque de frecuencia, ya que el enfoque de frecuencia proporciona sólo una perspectiva estadística, mientras que el otro también desarrolla una perspectiva probabilística. Para los métodos probabilísticos, el método intuitivo está en todos los bucles y los demás están en los dos últimos bucles; La subjetividad se menciona sólo indirectamente.

En la investigación de Gómez et al. (2015) sintetizan el contenido de probabilidad de dos series de libros de texto de escuela primaria, analiza el significado de probabilidad subyacente y lo compara con pautas curriculares. Utilizando las herramientas analíticas del enfoque Ontosemiótico, donde se identificaron y describieron cómo cada objeto matemático (situación problemática, lenguaje, concepto, propiedad, procedimiento y argumento) la cual se implementa en el libro de texto seleccionado. Los resultados muestran la implementación de objetos matemáticos asociadas con cuatro significados de probabilidad: la intuición está presente en todos los ciclos, clásica y frecuente en los dos últimos ciclos, mientras que subjetiva se menciona sólo indirectamente. Una comparación de las dos series muestra que la mayoría de los objetos encontrados se superponen; Se destaca un tratamiento diferenciado de los enfoques de frecuencia, ya que un consejo editorial proporciona sólo una perspectiva estadística, mientras que el otro también desarrolla una perspectiva probabilística.

### **1.2.2 Nacionales**

En la investigación realizada por Cotrado et al. (2022) cuyo objetivo es analizar el significado de las probabilidades y la forma en que se expresan en los lineamientos curriculares del inicio de la educación secundaria en el Perú (estudiantes de 12 y 13 años), donde determinaron la importancia de la probabilidad clásica y de manera superficial el significado intuitivo y frecuencial en los cuadernos de trabajo de los estudiantes. Así mismo ha identificado varios

conflictos semióticos potenciales relacionados con definiciones de conceptos, procedimientos, lenguajes y argumentos que los profesores que utilizan los materiales del curso deben considerar.

### 1.2.3 Locales

En el trabajo realizado por Huayta (2019) tuvo el objetivo de analizar los objetos y procesos matemáticos desarrollados en el curso de aprendizaje de funciones cuadráticas desde el EOS. El método de investigación utilizado es de carácter cualitativo con enfoque en el paradigma hermenéutico, y su diseño de investigación corresponde a un estudio de caso, con la técnica de la observación y análisis de contenido y se utilizó una guía de observación. Los resultados obtenidos están enfocados al análisis de la configuración de objetos y procesos matemáticos, de los cuales se puede observar que existe falta de situaciones problemáticas contextualizadas, poco uso del lenguaje gráfico, lenguaje algebraico, falta de argumentos, procesos y propiedades matemáticas. Además, aún no se ha identificado claramente la configuración de los procesos matemáticos que ofrece EOS, donde se observaron conflictos simbólicos en relación con dificultades pedagógicas.

En consecuencia, de acuerdo al marco referencial revisados en los antecedentes expuestas de la investigación se evidencian muchos vacíos en el conocimiento y la instrucción matemática lo que recae realizar investigaciones, estudios en el campo de la didáctica a-priori de las probabilidades en textos del marco educativo, de la cual se concluye que las actividades matemáticas son trabajadas de forma tangencial y superficial. Esto nos motivó a realizar trabajos de investigaciones en el campo de las matemáticas de forma idóneo y holística, con la finalidad de aportar herramientas teorías, metodológicas, para realizar estudios en la didáctica de las matemáticas y estar preparados y dispuestos en la enseñanza de la matemática de las futuras generaciones y afrontar con éxito de forma extraordinaria.

## CAPÍTULO II

### PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

#### 2.1 Identificación del problema

La investigación surge en base a diversas problemáticas que se evidencia en la educación básica regular, como la enseñanza tradicional y aprendizaje de las probabilidades sin comprensión y propósito, es aquí donde los programas educativos deben permitir que los niños adquieran conocimientos sobre probabilidad desde una edad temprana o en la infancia. Este cambio requiere docentes calificados para implementar el nuevo currículo, con herramientas disciplinarias e instructivas para introducir gradualmente la “probabilidad” matemática en sus diversos significados.

En consecuencia, muchos docentes de primaria no están capacitados en los métodos de probabilidad y enseñanza Vásquez y Alsina (2015) lo que recurren a libros de texto para suplir esta falta de capacitación, convirtiéndose en una fuente de materiales didácticos para la educación, así como para resolver tareas de matemáticas como estudiantes. Donde los libros de texto constituyen el recurso más destacado en la organización del proceso de enseñanza y aprendizaje, porque representan específicamente la transferencia educativa de conocimientos realizado por Chevallard en el año 1991. Aunque esta importancia hace que los libros de texto sean un factor importante en la enseñanza de la probabilidad, todavía hay una gran falta de investigación sobre el tratamiento de la probabilidad en los libros de texto de la escuela primaria. Desde este punto de vista, este estudio nace del análisis de la importancia de la probabilidad en los libros de educación básica y de la experiencia profesional adquirida en el desarrollo de clases de matemática.

En este contexto, la educación muestra las carencias y debilidades donde recaen en propuestas tradicionales de los libros de textos en términos de desarrollo y oportunidades de aprendizaje. Por otro lado, la faltan propuestas metodológicas para la enseñanza de la matemática, da como resultado una adquisición limitada de conocimientos matemáticos, los cuales se destacan en los resultados de Evaluación Censal de Estudiantes (ECE), estandarizada a nivel nacional desde 2006, y en la evaluación aplicada del Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA) ejecutadas en el Perú desde el 2001.

El presente trabajo de investigación cuenta con respaldo teórico de Enfoque Ontosemiótico de la instrucción matemática EOS, es una propuesta de investigación teórico-metodológica en didáctica de la matemática, lo cual tiene el fin de organizar, unificar y clarificar los conceptos de teorías, métodos, enfoques y modelos del conocimiento matemático, incluyendo diferentes aspectos: epistemológicos, pedagógicos, metodológicos, aplicando los principios didácticos de interactividad y del constructivismo, en el conjunto de análisis de la investigación, basados en supuestos antropológicos y semióticos sobre el estudio de las matemáticas, en consecuencia este estudio proporciona herramientas para el análisis del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Godino et al., 2017).

En este estudio, la aplicabilidad epistemológica de los objetos matemáticos de EOS, fue el soporte teórico para analizar el significado de probabilidad en los libros de texto de educación primaria, en este contexto se asume desde la perspectiva histórica con base en la matemática escolar, ya que coexisten diferentes significados de probabilidad, como: (intuitiva, clásico, frecuentista, subjetiva y axiomática). El propósito de este estudio es buscar la enseñanza de la probabilidad desde una perspectiva antropológica basada en las teorías propuestas en educación matemática, en consecuencia, se plantea la siguiente pregunta: ¿de qué manera se desarrollan los significados de la probabilidad en libros de textos oficiales de educación primaria en el Perú?

## **2.2 Definición del problema**

¿De qué manera se desarrollan los significados de la probabilidad en los libros de textos oficiales de educación primaria en el Perú?

## **2.3 Intención de la investigación**

La investigación tiene la finalidad de comprender los significados de referencia institucional de probabilidades en el libro de texto y preparar integralmente a los futuros docentes, para realizar estudios de los libros de textos de forma holística para asumir con éxito la instrucción matemática en el ámbito educativo.

## **2.4 Justificación**

En este contexto, la educación muestra debilidades por que recaen en propuestas tradicionales de los libros de textos en términos de desarrollo y oportunidades de

aprendizaje. Por otro lado, la faltan propuestas metodológicas para la enseñanza de la matemática, da como resultado una adquisición limitada de conocimientos matemáticos, los cuales se destacan en los resultados de Evaluación Censal de Estudiantes (ECE), estandarizada a nivel nacional desde 2006, y en la evaluación aplicada del Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA) ejecutadas en el Perú desde el 2001.

La investigación pretende contribuir como herramienta educativa en didáctica para la comprensión de los significados de las probabilidades en textos de educación básica regular, lo cual ayudará a los docentes a emitir juicios de reflexión y mejorar la instrucción de la matemática y realizar un estudio sistemático a partir de los libros de texto de matemáticas. Por lo tanto, los docentes podrán comprender las problemáticas que se evidencian en nuestro contexto escolar, así mismo comprender de manera sistemática e identificar los objetos primarios que tiene relevancia en la enseñanza de probabilidad. Esto implica un enfoque visionario que reconozca los roles centrales de resolución de problemas probabilísticos y generar conocimiento matemático para su creación de problemas.

A partir de estas realidades observadas, el objetivo de este estudio es comprender la configuración de los objetos matemáticos desarrollados en los libros de textos en el campo de la probabilidad, lo que hará que los docentes de matemáticas reflexionen sobre las actividades matemáticas y realizar el análisis a priori con el fin de promover la mejora de las matemáticas, para la introducción de métodos de enseñanza y aprendizaje de acción en el campo de la probabilidad matemática para resolver de manera sistemática y clara diversos problemas en situaciones reales y analizar las actividades matemáticas simultáneamente con la resolución de problemas.

## **2.5 Objetivos**

### **2.5.1 Objetivo general**

- Analizar los significados de la probabilidad en libros de textos oficiales de educación primaria emanadas por el Ministerio de Educación.

### **2.5.2 Objetivos específicos**

- Identificar y categorizar los significados de la probabilidad en libros de textos oficiales de educación primaria.



- Interpretar la configuración Ontosemiótica de los diferentes significados de probabilidad en los libros de textos oficiales de educación primaria.

## CAPÍTULO III

### METODOLOGÍA

#### 3.1 Acceso al campo

La investigación se diseña a partir de las diferentes lineamientos, políticas y programas educativos que se está integrando al sistema educativo peruano como: los materiales curriculares, el currículo nacional, los libros de texto y entre otros.

El presente estudio está ubicado en la ciudad de Puno, lo cual se ubica al sureste del Perú, dicha investigación se realiza en el marco educativo que consistió en analizar los libros oficiales del quinto y sexto grado correspondiente al quinto ciclo de la Educación Básica Regular del Perú, el estudio está ubicada en la ciudad de Puno, capital del departamento del mismo, el cual se encuentra ubicado al sureste, exactamente a las orillas del lago Titicaca de Puno, de igual forma se encuentra a una latitud de 3,520 m.s.n.m. con una superficie de 6,494.76 km<sup>2</sup> y limita con las siguientes colindantes:

- Sur: Departamento de Moquegua y Tacna.
- Este: Bolivia
- Oeste: Departamento de Arequipa
- Norte: Departamento madre de dios.

#### 3.2 Selección de informantes y situaciones observadas

La población en esta investigación se caracteriza a partir de los libros de textos de educación primaria de diferentes dotaciones, corresponde a los libros de textos de Ministerio de Educación Peruana, ya que en el ámbito educativo estos textos son herramientas curriculares que trascienden en la instrucción matemática, de lo cual se presenta los diferentes textos que caracteriza como población.

**Tabla 1**

*Serie de libro de textos del quinto ciclo de la educación básica regular*

Ciclo	Grado	Título	Editorial – Autor	Año
V	5to	Matemática cuaderno de trabajo	©Ministerio de Educación	2016
	5to	Cuaderno de trabajo Matemáticas	©Ministerio de Educación	2018
	5to	Matemática mi cuaderno de autoaprendizaje	© Ministerio de Educación	2021
	5to	Cuaderno de trabajo Matemática	©Ministerio de Educación	2021
	5to	Cuadernillo de matemática	©Ministerio de Educación	2022
V	6to	Matemática cuaderno de trabajo	©Ministerio de Educación	2016
	6to	Cuaderno de trabajo Matemáticas	©Ministerio de Educación	2018
	6to	Matemática mi cuaderno de autoaprendizaje	© Ministerio de Educación	2021
	6to	Cuaderno de trabajo Matemática	©Ministerio de Educación	2021
	6to	Cuadernillo de matemática	©Ministerio de Educación	2022

*Nota.* Serie de libros de textos tomadas como población, elaborado por autor.

La selección de la muestra en esta investigación fue según el criterio del investigador siendo el muestreo no probabilístico Hernandez et al. (2014) lo cual corresponde al estudio de dos libros de textos actuales y oficiales de educación primaria, y nos referimos a la selección del Cuadernillo de matemática 5° y Cuadernillo de matemática 6°, del año 2022, ambas perteneciente al quinto ciclo (V) de la educación

básica regular peruana, a las cuales llamaremos texto [T1] y [T2] respectivamente, las cuales están vigentes hasta la ejecución de la investigación y corresponden al año de dotación (2023) aprobados mediante licitación, desde esta perspectiva se caracteriza la selección, por ser más utilizadas, oficiales y actuales, las cuales son distribuidos a nivel nacional por el Ministerio de Educación del Perú de forma gratuita a toda las instituciones educativas públicas (Girasol y Martín, 2022; Rey, 2022).

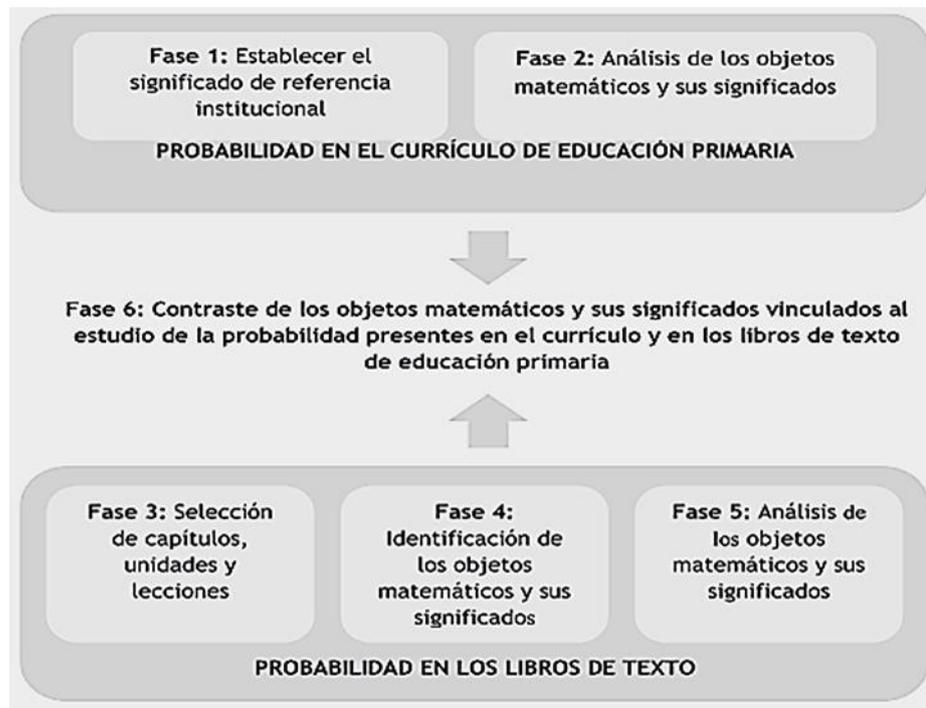
### **3.3 Estrategias de recogida y registro de datos**

El presente trabajo de investigación asume por naturaleza el enfoque cualitativo, desde este marco Sandin Esteban (2003) asume que la investigación cualitativa es una actividad sistemática orientada a la comprensión de prácticas en escenarios socioeducativos de fenómenos educativos y sociales, para la transformación de prácticas y toma de decisiones hacia el descubrimiento y desarrollo sistemático de un cuerpo organizado de conocimientos citado en Rojas Torres y Rojas de Chirinos (2015), puesto que la investigación del enfoque cualitativo es un estudio empírico interpretativo que permite analizar y profundizar el conocimiento de una situación en un contexto dado mediante el análisis de contenido, ya que es una forma viable para el análisis de documentos y el comportamiento de los libros de textos (Noguero, 2002).

la investigación asume por naturaleza el enfoque de investigación cualitativa, la cual enfatiza en la descripción rigurosa de manera sistemática todo lo que ocurre en situación o actividad particular (Godino, 2012). En este marco se analizan libros de textos de la educación peruana, las cuales son analizadas mediante el análisis de contenido de Kim et al. (1985), apoyado con la metodología de Cobo (2003) ya que en ámbito del paradigma interpretativo es un abordaje empírico que investiga determinados fenómenos en un contexto real, asimismo el procedimiento de la metodología de Cobo señala que es una investigación empírica que estudia un fenómeno contemporáneo dentro de su contexto de la vida real, especialmente cuando los límites entre el fenómeno y su contexto no son claramente evidentes se basa en múltiples fuentes de evidencias con datos que deben converger; además se beneficia del desarrollo previo de proposiciones teóricas que guían la recolección y el análisis de datos, a partir de ello la metodología propuesta por Cobo (2003), se diseña el modelos de análisis que considera los siguientes seis pasos o faces citado en Vásquez y Alsina (2015) en consecuencia se presenta en la siguiente figura.

## Figura 4

*Metodología propuesta por Cobo para el análisis de libros de textos*



*Nota.* Configuración de análisis de los objetos matemáticos y sus significados de probabilidad en libros de texto (Vásquez y Alsina, 2015).

Para clarificar el proceso de investigación se apoyó con el estudio de casos, ya que en el ámbito del paradigma interpretativo es un abordaje empírico que investiga determinados fenómenos en un contexto real, especialmente cuando los límites entre el fenómeno y su contexto no son claramente evidentes, la cual se basa en múltiples fuentes de evidencias con datos que deben converger; al desarrollo previo de proposiciones teóricas que guían la recolección y el análisis de datos, ya que Yin 1994 enfatiza que en la investigación cualitativa el estudio de caso examina fenómenos contemporáneos en la vida real, especialmente cuando los límites entre contexto y fenómenos no son claramente comprendidos y o presencia de conflictos, en consecuencia aborda con éxito situaciones técnicamente problemáticas y por lo tanto, se basa en múltiples fuentes escritas y otros con evidencia que convergen en el estudio, como se citó en (Jiménez et al., 2016).

La investigación asume la técnica del análisis de contenido, en la que se analizan materiales curriculares oficiales de educación primaria, para lo cual se asume mediante el análisis de contenido de Kim et al. (1985), adaptando la metodología de Cobo (2003) como un modelo de análisis de los objetos matemáticos primarios y sus significados en

libros de texto Vásquez y Alsina (2015) y apoyado con las categorías de análisis propuestas por el Enfoque Ontosemiótico de la instrucción matemática (Godino et al., 2012).

Por otro lado, la técnica del análisis de contenido es un conjunto de procedimientos de interpretación de productos comunicativos (mensajes, textos o discursos) derivados de procesos comunicativos individuales pregrabados y basados en técnicas de medición, como las cuantitativas (estadísticas basadas en el número de unidades) y cualitativas (basadas en la lógica sobre el grupo de categorías) con la finalidad de desarrollar y procesar datos relevantes bajo las mismas condiciones de las cuales se crearon estos documentos o las condiciones que pueden existir para su uso posterior estudio (Raigada, 2002). Por otra parte, esta técnica incluye el análisis de material simbólico o “cualitativo” para llevar a cabo mediante tareas de categorización, clasificación, organización e interpretación de los productos aparentes del comportamiento individuales o grupales.

El análisis es el proceso de comprender “fenómenos simbólicos” registrados en “datos científicos”. El papel del análisis cualitativo es poder describir elementos de conductas específicas, registrarlos de forma estructurada y clasificarlos (Herrera, 2018). La técnica de análisis de contenido, en su sentido más amplio, se utiliza para interpretar libro de textos, escrituras textuales, grabaciones, dibujos, fotografiados, etc., o de cualquier otra forma, en los que se registran todo tipo de Materiales, textos de entrevistas, protocolos, documentos, videos, todos estos documentos tienen en común la capacidad de almacenar, leer e interpretar adecuadamente el contenido, lo que abre la puerta a la comprensión de otros aspectos y fenómenos socio pedagógicos.

El instrumento de recolección de datos está directamente relacionado con los objetivos y el enfoque de la investigación, para ello seguimos la investigación de enfoque cualitativo, en consecuencia (Godino et al., 2012), desarrollan una metodología para el análisis didáctico de la instrucción matemática, basado en los instrumentos propuestos por la idoneidad didáctica.

El instrumento tiene el soporte del EOS y están dadas a partir de la idoneidad epistémica y sus indicadores, basados en el campo de probabilidad propuestas por (Beltrán-Pellicer et al., 2018) de la cuales se muestran los indicadores de clasificación en función a los principales objetos de EOS, donde las categorías consideradas son: situación

problema, lenguaje representación, reglas (concepto/definición, procedimiento, proposición), argumentos y relaciones.

**Tabla 2**

*Componentes, subcomponentes e indicadores de idoneidad epistémica*

<b>Componentes</b>	<b>Indicadores</b>
	<b>Situación-problema</b>
	La situación problemática presentada muestra la articulación de los distintos significados de la probabilidad (intuitivas, clásico, frecuentista, subjetiva y axiomático).
	Proporcionar ejemplos representativos de situaciones del entorno real o cotidiano, distinguiendo entre situación aleatoria y determinista.
	Presentar situaciones en las que los estudiantes generan o crean fenómenos o experimentos aleatorios.
<b>Significados</b>	
	<b>Lenguaje</b>
	Expresiones de registro matemáticos y representación para caracterizar representaciones (verbales, numéricos, simbólicos, tabulares, gráficos, etc.).
	Lenguajes utilizados en la situación propuesta debe ser acorde al público al que se dirige.
	<b>Reglas</b>

<b>Componentes</b>	<b>Indicadores</b>
	<p style="text-align: center;"><b>Concepto-definición</b></p> <p>Concepto y definición adaptados al nivel educativo que se dirige, utilizados en situaciones relacionadas a los experimentos aleatorios y deterministas, espacios muestrales, eventos, eventos simples, eventos compuestos, eventos determinados, probabilidad e imposibilidad y probabilidades.</p> <p>Situación en las que los estudiantes tengan que negociar los diferentes definiciones y conceptos</p> <p style="text-align: center;"><b>Proposiciones</b></p> <p>Situaciones de sugerencia en torno a definiciones como probabilidad de eventos imposibles, eventos ciertos, eventos adicionales, propiedades de frecuencias relativas, probabilidades, probabilidades iguales y regla de Laplace.</p> <p>Una situación en la que un estudiante tiene que presentar o discutir una propuesta.</p> <p style="text-align: center;"><b>Procedimientos</b></p> <p>Procedimientos de comparación cualitativa de probabilidades basados en experimentos, estimaciones de probabilidad, gráficas de frecuencia, representaciones tabulares, gráficos e interpretaciones de experimentos aleatorios utilizando reglas y tablas de Laplace y otras construcciones que utilicen.</p> <p>Resaltar situaciones donde los estudiantes necesitan desarrollar o discutir procedimientos.</p>
	<p style="text-align: center;"><b>Argumentos</b></p> <p>Los argumentos basados en las proposiciones y procedimientos contenidos en los ejemplos discutidos estén adecuadamente motivados y fundamentados.</p> <p>Explicar y justificar detalladamente el procedimiento propuesto utilizadas.</p>
<b>Relaciones</b>	<p>Objetos matemáticos: situaciones problemáticas, lenguaje, regla (definición concepto, procedimientos, proposiciones) y argumentos están relacionados e interconectados.</p>

Componentes	Indicadores
	Se identifican y formulan los diferentes significados de probabilidad como: (intuitiva, clásica o de Laplace, frecuentista, subjetiva y axiomática).

*Nota.* Componentes, subcomponentes e indicadores (Beltrán-Pellicer et al., 2018).

### 3.4 Análisis de datos y categorías

Las unidades de análisis este estudio presenta a partir del conjunto de dos libros de textos actuales y oficiales de educación primaria, y nos referimos a la selección del Cuadernillo de matemática 5° y Cuadernillo de matemática 6°, del año 2022, ambas perteneciente al quinto ciclo (V) de la educación básica regular peruana, a las cuales llamaremos texto [T1] y [T2] respectivamente, las cuales están vigentes hasta la ejecución de la investigación y corresponden al año de dotación (2023).

la categorización está fundamentada según los objetos primario del EOS, basada en la idoneidad epistémica, y como unidad de análisis se enfoca en el campo temático de probabilidades de las cuales las categorías de análisis son los siguientes objetos matemáticos del EOS: situación-problemas, lenguaje-matemático, concepto-definición, procedimientos, proposiciones, argumentos y relaciones.

En la presente investigación se ha realizado procedimientos adaptados de la metodología de Cobo (2003) diseñado como un modelo de análisis que considera seis fases o pasos, para llevar a cabo el análisis de los objetos matemáticos primarios y sus significados en libros de texto Vásquez y Alsina (2015) y apoyado con las categorías de análisis propuestas por el Enfoque Ontosemiótico de la instrucción matemática (Godino et al., 2012).

Una vez seleccionados los libros de textos oficiales del quinto y sexto grado de educación primaria del quinto ciclo (V) de EBR, del Ministerio de Educación, se realiza los siguientes pasos: selección de capítulos o unidades en las que se aborda los temas de estudio de cada uno de los textos como: T1 y T2, lectura minuciosa de las actividades que tratan el tema, definición de las categorías, para el análisis de contenido con el soporte del instrumento dado por indicadores de la idoneidad epistémica en probabilidad propuestas por (Beltrán-Pellicer et al., 2018).

## CAPÍTULO IV

### RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la presente investigación se ha apoyado en herramientas del EOS, que nos permite realizar sistemáticamente el análisis de contenido educativo, ya que el propósito es el análisis de la idoneidad epistémica de objetos matemáticos ligados al estudio de los significados de probabilidades presentes en los libros de textos oficiales del Ministerio de Educación Peruana.

#### 4.1 Resultados

##### 4.1.1 Fase 1: establecer el significado de referencia institucional

Para realizar el análisis de significado de las probabilidades en los documentos oficiales del Ministerio de Educación, se apoya con los objetos matemáticos primarios del de Enfoque Ontosemiótico EOS como: Situación problema, lenguaje y reglas (concepto- definición, procedimientos, proposiciones), argumentos y relaciones con los diversos significados de las probabilidades como: intuitivos (I), clásicos o laplaciano ©, frecuenciales (F), subjetivas (S) y axiomáticos (A). en base a esta categorización se destacan los objetivos principales en los tratamientos de las probabilidades de los documentos de educación primaria. 1) categorizar en base a los objetos matemáticos planteadas por el EOS y sus significados de las probabilidades; 2) interpretar la configuración didáctica de los diversos significados de las probabilidades. las cuales son herramientas para adquirir conceptos básicos de probabilidad y aplicarlos en situaciones cotidianas y profundizar en ellos posteriormente.

##### 4.1.2 Fase 2: analizar significados de probabilidad en Currículo Nacional

Luego de determinar el significado de los referentes institucionales, se inició la segunda fase, basada en identificar los diferentes objetos y sus significados en el currículo nacional peruano, presentes en la planificación de los programas de educación básica.

## Figura 5

### Competencia, capacidades y descripción en el currículo nacional

DESEMPEÑOS POR GRADO

Ciclo V

#### COMPETENCIA “RESUELVE PROBLEMAS DE GESTIÓN DE DATOS E INCERTIDUMBRE”

Cuando el estudiante resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre, combina las siguientes capacidades:

- Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas.
- Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.
- Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.
- Sustenta conclusiones o decisiones con base en la información obtenida.

#### Descripción del nivel de la competencia esperado al final del ciclo V

Resuelve problemas relacionados con temas de estudio, en los que reconoce variables cualitativas o cuantitativas discretas, recolecta datos a través de encuestas y de diversas fuentes de información. Selecciona tablas de doble entrada, gráficos de barras dobles y gráficos de líneas, seleccionando el más adecuado para representar los datos. Usa el significado de la moda para interpretar información contenida en gráficos y en diversas fuentes de información. Realiza experimentos aleatorios, reconoce sus posibles resultados y expresa la probabilidad de un evento relacionando el número de casos favorables y el total de casos posibles. Elabora y justifica predicciones, decisiones y conclusiones, basándose en la información obtenida en el análisis de datos o en la probabilidad de un evento.

*Nota.* Competencia, capacidades y descripción asociado al estudio de la probabilidad en el currículo nacional (RM N°649-2016-Minedu, 2016, P.269).

En la figura se presenta la competencia y sus capacidades propias, así mismo se presenta la descripción del nivel de competencias esperados al finalizar el ciclo cinco (V), de la cual están resaltadas de color rosado los diferentes objetos primarios presentes en los estudios de las probabilidades.

## Figura 6

### Desempeños de probabilidad en currículo de educación primaria

DESEMPEÑOS DE QUINTO GRADO	DESEMPEÑOS DE SEXTO GRADO
<p>Cuando el estudiante resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre y se encuentra en proceso hacia el nivel esperado del ciclo V, realiza desempeños como los siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Representa las características de una población en estudio, las que asocia a variables cualitativas (por ejemplo, color de ojos: pardos, negros; profesión: médico, abogado, etc.) y cuantitativas discretas (por ejemplo, número de hermanos: 3, 2; cantidad de goles: 2, 4, 5, etc.), así como también el comportamiento del conjunto de datos, a través de pictogramas verticales y horizontales (cada símbolo representa más de una unidad), gráficos de barras con escala dada (múltiplos de 10), la moda como la mayor frecuencia y la media aritmética como punto de equilibrio.</li> <li>• Expresa su comprensión de la moda como la mayor frecuencia y la media aritmética como punto de equilibrio; así como todos los posibles resultados de la ocurrencia de sucesos cotidianos usando las nociones "seguro", "más probable" y "menos probable".</li> <li>• Lee gráficos de barras con escala, tablas de doble entrada y pictogramas de frecuencias con equivalencias, para interpretar la información del mismo conjunto de datos contenidos en diferentes formas de representación y de la situación estudiada.</li> <li>• Recopila datos mediante encuestas sencillas o entrevistas cortas con preguntas adecuadas empleando procedimientos y recursos; los procesa y organiza en listas de datos, tablas de doble entrada o tablas de frecuencia, para describirlos y analizarlos.</li> <li>• Selecciona y emplea procedimientos y recursos como el recuento, el diagrama, las tablas de frecuencia u otros, para determinar la media aritmética como punto de equilibrio, la moda como la mayor frecuencia y todos los posibles resultados de la ocurrencia de sucesos cotidianos.</li> <li>• Predice la mayor o menor frecuencia de un conjunto de datos, o si la posibilidad de ocurrencia de un suceso es mayor que otro. Así también, explica sus decisiones y conclusiones a partir de la información obtenida con base en el análisis de datos.</li> </ul>	<p>Cuando el estudiante resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre y logra el nivel esperado del ciclo V, realiza desempeños como los siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Representa las características de una población en estudio sobre situaciones de interés o aleatorias, asociándolas a variables cualitativas (por ejemplo: vóley, tenis) y cuantitativas discretas (por ejemplo: 3, 4, 5 hijos), así como también el comportamiento del conjunto de datos, a través de gráficos de barras dobles, gráficos de líneas, la moda y la media aritmética como reparto equitativo.</li> <li>• Determina todos los posibles resultados de una situación aleatoria a través de su probabilidad como fracción.</li> <li>• Expresa su comprensión de la moda como la mayor frecuencia y la media aritmética como reparto equitativo; así como todos los posibles resultados de una situación aleatoria en forma oral usando las nociones "más probables" o "menos probables", y numéricamente. Ejemplo: <i>El estudiante podría decir: "En dos de los cinco casos, el resultado es favorable: 2/5".</i></li> <li>• Lee tablas de doble entrada y gráficos de barras dobles, así como información proveniente de diversas fuentes (periódicos, revistas, entrevistas, experimentos, etc.), para interpretar la información que contienen considerando los datos, las condiciones de la situación y otra información que se tenga sobre las variables. También, advierte que hay tablas de doble entrada con datos incompletos, las completa y produce nueva información.</li> <li>• Recopila datos mediante encuestas sencillas o entrevistas cortas con preguntas adecuadas empleando procedimientos y recursos; los procesa y organiza en tablas de doble entrada o tablas de frecuencia, para describirlos y analizarlos.</li> <li>• Selecciona y emplea procedimientos y recursos como el recuento, el diagrama, las tablas de frecuencia u otros, para determinar la media aritmética como reparto equitativo, la moda, los casos favorables a un suceso y su probabilidad como fracción.</li> <li>• Predice la tendencia de los datos o la ocurrencia de sucesos a partir del análisis de los resultados de una situación aleatoria. Así también, justifica sus decisiones y conclusiones a partir de la información obtenida con base en el análisis de datos.</li> </ul>

*Nota.* Desempeño de la competencia asociados al estudio de probabilidades (RM N°649-2016-Minedu, 2016, P.263).

En la figura se presenta la competencia y sus respectivos desempeños relacionados al estudio de las probabilidades, las cuales están resaltadas de color naranja los diferentes objetos matemáticos dentro del desempeño de quinto grado, por otra parte, de la misma manera los desempeños relacionados al estudio de la probabilidad están resaltadas de color verde del sexto grado, ambas correspondiente al quinto ciclo (V) dispuestos en el currículo nacional.

La Tabla 3 resume el análisis mostrando en el currículo nacional que estudia la probabilidad vinculada a los diferentes significados como: significado intuitivo, clásico o laplaciano, frecuencial, subjetivos y axiomático, pues el análisis se realiza en el quinto y sexto grado del quinto ciclo perteneciente a la educación básica regular peruana, donde los alumnos puedan resolver situaciones problemáticas, lenguajes, reglas que involucren los diversos significados de las probabilidades.

**Tabla 3**

*Objeto matemático asociado en estudio de las probabilidades*

Objetos matemáticos de probabilidad en la programación de educación primaria	Libros de textos	
	5°	6°
<b>Situación- problema</b>		
Estimación y comparación de la posibilidad de ocurrencias a base de juego con dado y moneda (I)	X	
Determina la probabilidad de ocurrencias en base a la información disponible (I, S)	X	X
Realizar predicción en base del dato observado del experimento aleatoria y reflexiona sobre los resultados posibles de ocurrencia (F)	X	
Calcular la posibilidad del experimento para generalizar la probabilidad teórica ©		X
<b>Lenguaje</b>		
Lenguaje de representación común y probabilístico (I, C, F, S)	X	X
Lenguaje de representación numérica y simbólica ©	X	X
Lenguaje de representación tablas y gráfica (F)	X	
<b>Reglas</b>		
Sucesos, seguros, igual posibles, menos posibles, mayor posibilidad, imposibles (I)	X	X
Resultados posibles (I)	X	X
Experimento aleatorio (F)	X	X
Tabla de frecuencias (F)		X

Objetos matemáticos de probabilidad en la programación de educación primaria	Libros de textos	
	5°	6°
Probabilidad de números de suceso favorable y número total de suceso ©		
<b>Argumentos</b>	X	
Realizar argumentos de razonamiento inductivo (I, F)		X
Realiza predicción y ejemplificación de si es posible aplicar en otra situación o generalizar (I, C)		

*Nota.* Objetos primarios asociado al estudio de las probabilidades a partir del currículo nacional de educación peruana, elaborado por autor.

#### 4.1.3 Fase 3: seleccionar bloques o unidades y lecciones o actividades

A continuación, se seleccionan los bloques y lecciones que tratan de probabilidad, de manera implícita o explícitamente, clasificando los diferentes objetos matemáticos como: Situaciones problemas, lenguajes y reglas (conceptos-definiciones, procedimientos, proposiciones) y argumentos. Para ello se ha identificado en los libros de textos, las cuales constituyen los significados de referencia institucional. A continuación, realizamos el estudio de desarrollo del contenido probabilístico en las unidades o bloques (B) y lecciones o ficha de actividad (A) de cada uno de los libros de textos, obteniendo una aproximación del contenido probabilístico que desarrolla (Tabla 4) para su respectivo análisis.

**Tabla 4**

*Bloque y fichas de actividades relacionadas al estudio de probabilidad*

Grado	Unidades o bloque	Lecciones o fichas de actividades	Paginas
5to	B4: Resuelve problema de gestión de dato e incertidumbres.	A22: Descubrimos sucesos probables.	79-80
		A23: Jugamos con experimentos aleatorios.	81-82
6to	B4: Resuelve problema de gestión de dato e incertidumbres.	A21: Jugamos con las bolas de colores.	73-74
		A22: Calculamos la probabilidad.	75-76

*Nota.* Serie de libros de textos tomadas como muestra, elaborado por autor.

#### 4.1.4 Fase 4: identificar los objetos primarios y sus significados

Se identifica los diferentes objetos matemáticos como: Situación problema, lenguaje y reglas (concepto- definición, procedimientos, proposiciones y argumentos). Ligadas a probabilidades identificados en el libro de textos, asociados al contenido de probabilidad que presenta.

**Tabla 5**

*Situación problema, lenguaje y reglas*

Objetos	Significados
Situación problema	

Objetos	Significados
-Estima y compara la posibilidad de ocurrencia en juegos con moneda y dado.	-Desarrollo de habilidades para reconocer oportunidades, niveles de probabilidad de ocurrencia e intuición de probabilidades en juego de azar.
-Determina la probabilidad de ocurrencias en base a las informaciones disponibles	-Desarrollar habilidades de analizar el dato.
-Realizar predicciones en base a los resultados observados de los experimentos aleatorios y reflexiona sobre el resultado posible de ocurrencia	-Reflexiona sobre la propiedad de las convergencias en muestras pequeñas.
-Calcular la posibilidad del experimento para generalizar las probabilidades teóricas.	-Aplicación de la regla de Laplace.
<b>Lenguaje -representaciones</b>	
-Lenguaje de representación común y probabilístico	Términos y expresiones verbales que tienen significados matemáticos relacionados con la probabilidad.
-Lenguaje de representación numérica y simbólica	
-Lenguaje de representación tablas y gráfica	
<b>Reglas</b>	

Objetos	Significados
-Sucesos más o menos posible, posible, cierto o seguro e imposible	-El grado de probabilidad de que ocurra un evento determinado
-Resultados posibles	-El conjunto de resultado que se puede obtener al realizar el análisis de experimentos aleatorios
-Experimento aleatorio	-Lanza los dados, lanza la moneda, gira la ruleta y saca una bola, luego mira los resultados de cada uno.
-Frecuencia absoluta y relativa	-Las veces que ocurre un evento determinado; el cociente es entre la frecuencia absoluta y el número total de datos
-Casos favorables y no favorables	-La proporción de casos favorables entre los casos probables; el número al que se dirige la frecuencia; los grados de creencia de que ocurrirá un evento

*Nota.* Situación problema, lenguaje y reglas, elaborado por autor.

#### 4.1.5 Fase 5: analizar los objetos primarios y sus significados

Para este apartado se ha aplicado los criterios e indicadores de la idoneidad didáctica, las cuales nos permitieron realizar el análisis didáctico de probabilidades propuestas por (Beltrán-Pellicer et al., 2018), de lo cual se realiza el análisis de dos libros de textos oficiales de educación primaria, correspondiente al quinto grado y el otro corresponde a sexto grado, del quinto ciclo de la educación básica regular ( EBR), la unidad de análisis correspondiente al estudio de probabilidades matemáticas, las sub categorías están relacionados con el significado de las probabilidades: intuitivos, clásicos o laplaciano, frecuenciales, subjetivos y axiomáticos, las cuales se han desarrollado en el marco educativo (Gómez et al., 2015).

En seguida, se presentan el análisis de los libros de textos, donde se presentan datos de significados de la probabilidad a partir de los objetos primarias del EOS, las cuales consideran las categorías de análisis como: situación

problema, elemento lingüístico/representación, elementos regulativos (concepto/definición, procedimiento, proposición) y argumento. Esto nos permitió realizar el tratamiento otorgado a la probabilidad y verificar el nivel de adecuación en relación a los objetos primarios y sus significados en los libros de textos de educación primaria.

## **A. Situación problema**

A partir de los textos se ha identificado cuatro tipos de situación problema, relacionan los significados de las probabilidades, estas situaciones de problema están inmersos en las actividades de los libros de textos seleccionados, y se basan principalmente en juegos de dados, monedas, ruletas y entre otros. Por otra parte, no presentan situaciones cotidianas del contexto. A continuación, se presenta como muestra o ejemplo a algunos de ellos a las cuales lo codificamos como situación problemática uno (SP1), (SP2) así sucesivamente dentro de cada figura.

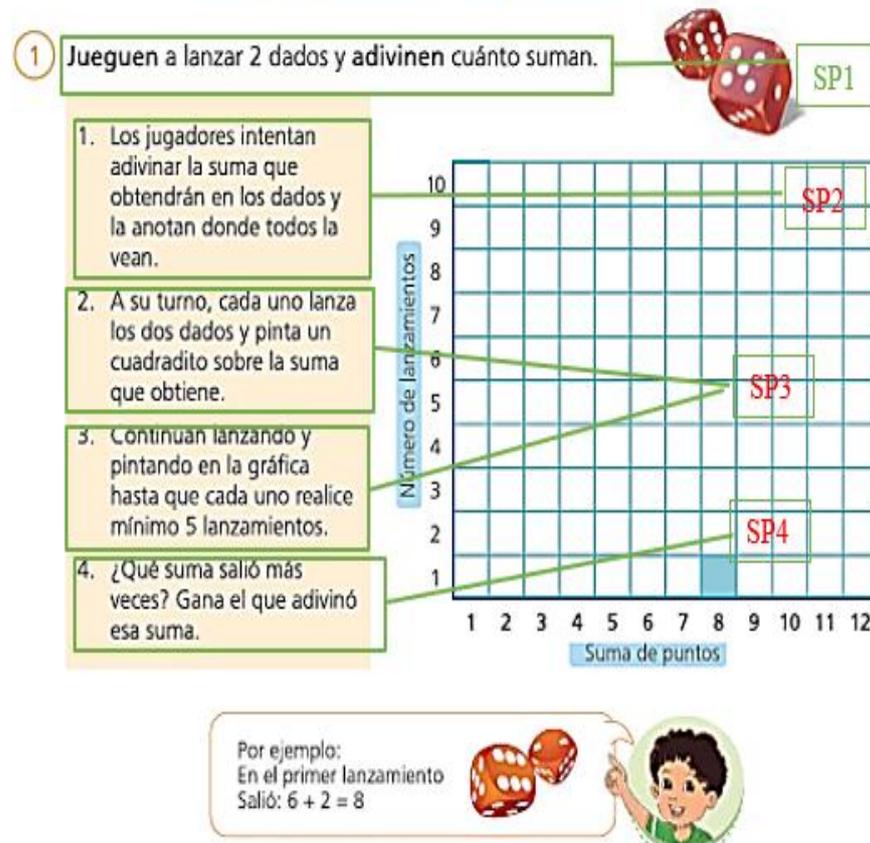
### **A.1 Estimación y comparación de la posibilidad de ocurrencias a base de juego con dado y moneda**

En los libros de textos realizados el análisis, principalmente en el texto de quinto grado proporcionan actividades relacionadas con la estimación y comparación de sucesos probables, mediante dados y monedas.

**Figura 7**

*Estimación de posibilidades de ocurrencia a partir de un juego*

### Descubrimos sucesos probables



*Nota.* Estimación de posibilidad de ocurrencias (Texto [1], p. 79).

En la figura mostrada plantea una situación problemática a partir de un juego de lanzar dos dados y adivinar cuanto suma (SP1), seguidamente en el (SP2) los estudiantes tienen que estimar de cuanto sumaría al lanzar los dados, en el (SP3) los estudiantes tienen que ejecutar el lanzamiento de dos dados, sucesivamente hasta que cada uno realice mínimo cinco lanzamientos respectivamente y en (SP4) se tiene que verificar la suma que salió más veces en la ejecución del lanzamiento de los dados, de la cual se decreta como ganador al estudiante que estimó o adivinó esa suma.

**Figura 8**

*Posibilidades de ocurrencia a partir de experimento aleatorio*

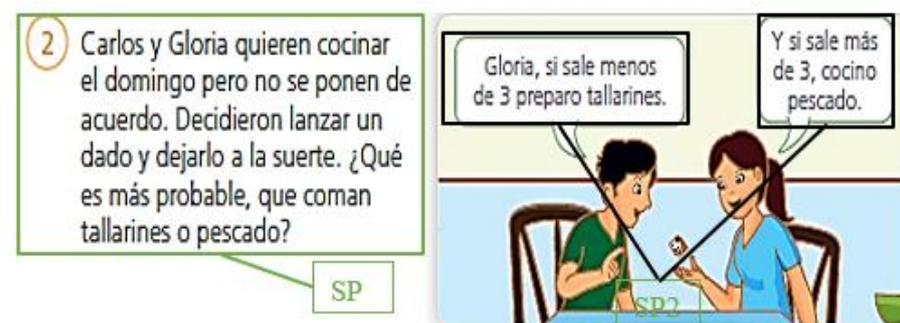


*Nota.* Estimación de posibilidad de ocurrencias (Texto [1], p. 81).

En este apartado se muestra una situación problemática a partir de juegos con experimentos aleatorios, donde en el (SP1) estiman la probabilidad que salga al realizar los eventos con monedas y proponen una acción y en el (SP2) ejecutan el lanzamiento de moneda dos veces y seguidamente se hace la siguiente interrogante de ¿quién tiene más probabilidad de ganar? De la cual se evidencia la estimación que realiza cada uno de ellos.

**Figura 9**

*Estimación de ocurrencia a partir de un experimento doméstico*



*Nota.* Estimación de posibilidad de ocurrencias (Texto [1], p. 82)

En la presente figura se muestra una situación problemática, vasado en el significado intuitivo donde en el (SP1) Carlos y Gloria quieren cocinar el domingo, pero no se ponen de acuerdo, decidieron lanzar un dado y dejarlo a la suerte. De la cual se realiza la siguiente interrogante ¿Qué es más probable, que coman tallarines o pescado? Es

donde que los estudiantes tienen que estimar de quien podría ganar y en el (SP2) se mantiene una conversación de la cual Carlos indica que “si sale menos de tres preparo tallarines” y Gloria indica “si sale más de tres cocino pescado” de la cual se aprecia la estimación.

En conclusión, en las figuras mostradas se ha identificado el significado intencional de la probabilidad a base de juegos de azar, en la cual se pide que estimen la posibilidad de ocurrencia de sucesos, donde el estudiante va desarrollar el reconocimiento de grado de posibilidades de ocurrencias.

## A.2 Determinar las probabilidades de ocurrencias en base a las informaciones disponibles

En este apartado las situaciones problemáticas se basan en un sentido intencional de probabilidades, donde nos permite examinar la probabilidad de que ocurran un evento en términos de las informaciones proporcionadas, como un medio para mejorar las comprensiones de la relación entre el grado de posibilidad y la probabilidad de ocurrencias. Estas actividades tienen como finalidad visualizar los posibles resultados de experimentos aleatorios y desarrollar habilidades de análisis de datos, que permita formalizar el cálculo de probabilidad.

### Figura 10

*Probabilidad de ocurrencia en base a la información disponible*

- 3) Seis estudiantes de quinto grado jugaron a mencionar algunos sucesos que pueden ocurrir al lanzar un dado. Gana quien dice el suceso con mayor probabilidad de ocurrir. ¿Quién ganó?

a. Completa la tabla.

Estudiante	Suceso	Resultados favorables	Interpretación
Miguel	Obtiene un número mayor de 2.	3, 4, 5 y 6	4 de 6 resultados
Hugo	Obtiene un número menor de 6.		
Nico	Obtiene un múltiplo de 3.		
Patty	Obtiene un número impar.		
Rosa	Obtiene un número par menor de 4		
Lola	Obtiene un número menor de 7.		

Respuesta. \_\_\_\_\_ ganó el juego.

*Nota.* Probabilidad de ocurrencia de información disponible (Texto [1], p. 82).

En la figura mostrada presenta la situación problemática en base a la información disponible de (SP1) presenta por seis estudiantes el suceso que pueda ocurrir al lanzar un dado, y en el (SP2) a partir de la información presentada indica completar las columnas de resultados favorables y su interpretación, para determinar ¿quién gana? y como ganador es quien dice el suceso con mayor probabilidad de ocurrencia.

**Figura 11**

*Determinar la posibilidad de ocurrencia a partir de juegos con bolas*

### Jugamos con bolas de colores

- ① Lola y Benjamín juegan a sacar bolas de sus cajas, sin mirar. Todas las bolas tienen igual medida, no llevan marcas y solo el color las distingue; así que los niños pueden sacar cualquiera. Ganará quien primero saque una bola roja. ¿Quién tiene mayor posibilidad de ganar?

**SP1**

**Caja de Lola**



Hay \_\_\_\_ bolas rojas y \_\_\_\_ bola verde.  
Lola tiene más posibilidad de sacar una bola \_\_\_\_ que una bola \_\_\_\_.

**Caja de Benjamín**



Hay \_\_\_\_ bolas rojas y \_\_\_\_ bolas verdes.  
Benjamín tiene \_\_\_\_ posibilidad de sacar una bola roja o una bola verde.

**SP2**

Respuesta. \_\_\_\_\_ tiene más posibilidad de ganar.

*Nota.* Determinación de la posibilidad de ocurrencia a partir de juegos con bolas de colores (Texto [2], p. 73).

En la figura mostrada se presenta una situación problemática de carácter intuitiva en base a la información disponible de (SP1) presenta por Lola y Benjamín donde cada uno de ellos indica sacar bolas de sus cajas sin mirar para que los estudiantes puedan sacar una bola cualquiera y ganara quien primero saque una bola roja en consecuencia se hace la siguiente interrogante ¿Quién tiene mayor probabilidad de ganar?, y en el (SP2) pide determinar si tiene más probabilidad de sacar una bola verde o roja en cada una de ellas.

### A.3 Realizar predicción a partir de resultados observados de los experimentos aleatorios y reflexiona sobre los resultados posibles de ocurrencia

La situación problemática presentada busca que el estudiante reflexione sobre los resultados ya dados y analicen las probabilidades de ocurrencia con mayor frecuencia.

**Figura 12**

*Análisis y reflexión la probabilidad de ocurrencia*

2) Patty juega con la ruleta y trata de adivinar qué color obtendrá. Ella dice que el color verde saldrá con mayor frecuencia. ¿Tendrá razón? ¿Por qué?

a. Observa los resultados que obtuvo al girar la ruleta.

Giro	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º	6.º	7.º	8.º	9.º	10.º
Resultado	V	R	V	M	A	V	R	C	V	R

b. Organiza los resultados obtenidos en una tabla de frecuencias y en un gráfico de barras.

Color	Frecuencia
Verde	
Celeste	
Rojo	
Amarillo	
Morado	

c. Observa los resultados obtenidos, reflexiona y responde.

- ¿Qué color salió con mayor frecuencia? \_\_\_\_\_ **SP3**
- ¿Qué color es más probable que salga? ¿Por qué? \_\_\_\_\_ **SP4**

*Nota.* Análisis y reflexión de la probabilidad de ocurrencia de los resultados (Texto [1], p. 82).

En la figura mostrada se presenta una situación problemática relacionado al significado frecuencia, donde en el (SP1) se presenta jugar con la ruleta, seguidamente en (SP2) presenta los resultados al girar diez veces la ruleta, en (SP3) el estudiante tiene registrar las frecuencias de los resultados mostrados en base a los colores obtenidos en ello y en el (SP4) el estudiante tiene que reflexionar sobre los resultados observados del experimento para realizar la predicción sobre resultados posible de ocurrencia.

En conclusión, se ha identificado los significados intuitivos y frecuenciales de las probabilidades, en la cual se pide que el estudiante reflexione sobre los resultados propuestos de la ruleta, donde el estudiante va reflexionar sobre los resultados.

#### A.4 Calcular la posibilidad del experimento para generalizar la probabilidad teórica

Estos escenarios problemáticos pretenden aproximarse a los estudiantes para calcular las probabilidades teóricas de experimentos aleatorios. La cual se observa en el libro de textos del sexto grado y tiene como propósito comprender la regla de Laplace corresponde a la probabilidad de ocurrencia.

**Figura 13**

*Calcular la probabilidad*

**Calculamos la probabilidad**

1 Por el aniversario del colegio organizaron varios juegos. En la ruleta, ganas un osito de peluche si aciertas el color y el tipo de número (par o impar) en que se detendrá la flecha. Patty decide probar suerte con el color verde y número par. ¿Qué probabilidad tiene de ganar el osito? ¿Es más probable que gane o que no gane?



a. ¿Se puede saber con seguridad qué resultado saldrá?  
¿Por qué? \_\_\_\_\_

• ¿Cuáles son los resultados favorables al suceso que espera Patty?  
\_\_\_\_\_

• ¿Cuáles son los resultados que se pueden obtener al girar la ruleta?  
\_\_\_\_\_

b. Calculen la probabilidad que tiene Patty de acertar con su elección.

$$\frac{\text{Número de sucesos favorables}}{\text{Número total de sucesos}} = \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$$

SP2

*Nota.* Cálculo de probabilidad (Texto [2], p. 75).

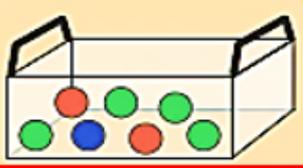
En la figura mostrada se presenta la situación problemática aplicado al significado clásico, (SP1) indica organizar diferentes juegos mediante la ruleta, de ganar un osito de peluche si aciertas el color y el tipo de numero (par o impar) en que se detendrá la flecha, de la cual Patty

decide probar la suerte a partir del cálculo de la probabilidad, en el (SP2) se plantea la regla de Laplace para ver la probabilidades, pero sin embargo no se induce sobre esta teoría donde se percibe vacíos para comprender la regla de Laplace.

**Figura 14**

*Calcular la probabilidad a partir de juegos*

**3** El mago puso bolas de colores en una caja para que los participantes saquen una sin mirar. Si sacabas bola azul, el mago te regalaba un cuento. Si sacabas bola roja, te regalaba un peluche y, si sacabas bola verde, una agenda. Paco saca una al azar, ¿qué premio es más probable que obtenga?



a. Responde.

- ¿Cuántas bolas hay en la caja? \_\_\_\_\_
- ¿Cuántas bolas hay de cada color?

Azul:  Rojo:  Verde:

b. Calcula la probabilidad de obtener cada premio.

Cuento →  Peluche →  Agenda →

Respuesta. \_\_\_\_\_

**4** Patty, Miguel y Rosa se reunieron en el recreo para jugar a adivinar con los resultados del dado. Cada uno propuso un suceso antes de lanzar el dado.

Patty: Saldrá un número divisor de 6.  
Miguel: Saldrá un número mayor que 4.  
Rosa: Saldrá un múltiplo de 2.

a. Plantea una pregunta para la situación que proponen Patty, Miguel y Rosa. \_\_\_\_\_

b. Al lanzar el dado puede salir: \_\_\_\_\_

c. Calcula la probabilidad del suceso que mencionó cada niña o niño.

Miguel tiene menos probabilidad de acertar porque \_\_\_\_\_

*Nota.* Calcular la probabilidad a partir de juegos (Texto [2], p. 76).

En esta figura se presenta la problemática a partir del cálculo de la probabilidad para generalizar la probabilidad teórica, donde en el (SP1) el mago presenta bolas de colores en una caja para que los participantes saquen una bola sin mirar, indicando si sacaba una bola azul le regalaba

un cuento y si sacaba una bola roja le regalaba un peluche, así sucesivamente tenía un regalo diferente para cada color de la bola, de la cual Paco saca una bola al azar y se hace la siguiente interrogante ¿Qué premio es más probable que obtenga?, en el (SP2) indica responder interrogantes, donde el estudiante tiene que responder observando la imagen de la caja y en el (SP3) indica calcular la probabilidad de obtener cada premio, donde el estudiante tiene que aplicar el cálculo de la probabilidad.

Por otra parte, en la situación problemática (SP4) presenta a partir de un juego con dado, para adivinar con los resultados del dado, donde Patty, Miguel y Rosa propusieron un suceso antes de lanzar el dado, en el (SP5) se observa los sucesos planteados por cada uno de ellos y en el (SP6) muestra aplicar el cálculo de la probabilidad del suceso cada niño o niña. Pero sin embargo se ha identificado una situación problemática planteada con el uso de la ruleta y dado donde no se evidencia el andamiaje para aplicar el cálculo de la probabilidad donde se pueda generalizar como probabilidad teórica.

En la siguiente tabla se presenta una síntesis del análisis de situaciones problemáticas aplicadas con diferentes características y sus significados obtenidos en las situaciones problemáticas de los libros de textos analizados.

**Tabla 6**

*Situación problema identificadas en los libros de textos*

Significados	Libro de textos	
	T1: 5°	T2: 6°
Estimación y comparación de las posibilidades de ocurrencias a base de juego con dado y moneda (I)	X	
Determinación de la probabilidad de ocurrencias en base a la información disponible (I) (S)	X	X

Significados	Libro de textos	
	T1: 5°	T2: 6°
Predecir a partir de los resultados observados del experimento aleatorio y reflexiona sobre los resultados posibles de ocurrencia (F)	X	
Calcular la posibilidad del experimento para determinar la probabilidad teórica ©		X

*Nota.* Objetos primarios de situación problema, fuente autor.

En los textos analizados se ha identificado cuatro tipos de situaciones de problema mostrados en la tabla 6, correspondientes al quinto grado, donde las actividades están relacionados con el significado intuitivo y superficialmente se identificaron los significados como: significado subjetivo y frecuencia, no se identificaron los demás significados de la probabilidad, de igual manera en el libro de texto del sexto grado de primaria se ha identificado que la mayoría de actividades están basados en los significados clásicos o laplaciano y superficialmente se identificaron los significados como: significado intuitivo y subjetivo, pero sin embargo no se identificaron los demás significados de la probabilidad. Por otra parte, no se observaron situaciones de problema en un contexto cotidiano o real del estudiante en las que analicen los diferentes significados de la probabilidad, ni que presenten, simulen o generen experimentos similares.

## **B. Lenguaje-representación**

Los elementos lingüísticos son comprendidos por Godino, Batanero y Font (2007) como elementos ostensivos de una serie de expresiones, términos notaciones gráficas, simbólicas y entre otras formas de expresiones que se desarrolla en sus diversos registros de escritura y entre otros, las cuales son empleados en la enseñanza de las matemáticas.

En el currículo nacional de educación peruana se comprende los diferentes elementos lenguaje como: lenguajes comunes y probabilísticos, representaciones numéricas y simbólicas, representaciones de tabla y

gráfico, de lo cual en el análisis realizado predomina el uso del lenguaje común y probabilístico por encima de las representaciones numéricas y simbólicas, pero sin embargo se identificó de manera superficial la representación tabular y grafica. A continuación, se presenta como muestra o ejemplo a algunos de ellos a las cuales lo codificamos como lenguaje representación (LR1), (LR2) así sucesivamente dentro de cada figura.

### **B.1 Lenguaje común y probabilístico**

En base le los lenguajes utilizados en los libros de textos analizados predominan con frecuencia el uso del lenguaje común asociados a la probabilidad, en consecuencia, se presenta el lenguaje de uso común utilizadas dentro de los diferentes significados de la probabilidad: significado intuitivo: se han identificado diferentes lenguajes probabilísticos (posible – imposible, más probable - menos probable, resultados, sucesos y probabilidad). Significado frecuencial: dentro de este apartado se identificaron los siguientes lenguajes probabilísticos (cuanto, frecuencia, tabla de frecuencia, más posibilidad, lanzan una moneda, seguro, igual posible, menos posible, mayor posibilidad, imposible y lanzar el dado). Significado clásico: por otra parte, se ha identificado los siguientes lenguajes (lanzamiento de dado, girar la ruleta, lanzar una moneda, resultados favorables, sacar bolas y calcula la probabilidad).

En los párrafos descritos se evidencian los lenguajes propios de uso común y probabilístico de los significados intuitivo, frecuencial y clásico, donde se identificaron en el análisis de los libros de textos de quinto y sexto grado, las cuales se encuentran anexadas en la presente investigación.

### **B.2 Representación numérica y simbólica**

En la representación numérica de probabilidades, se toman como números enteros, ya que la probabilidad de que ocurra un evento corresponde a una medida cuantitativa de su probabilidad de ocurrencia, correspondiendo a un valor entre 0 y 1 según el primer axioma de

probabilidad. Una situación clasificada como imposible tiene una probabilidad de ocurrencia 0, y mientras que una situación segura tiene una probabilidad de ocurrencia 1. Además, podemos expresar la probabilidad de que ocurra usando fracciones o decimales, porque si un experimento aleatorio se repite de forma independiente bajo las mismas condiciones un número suficiente de veces, la frecuencia relativa de la situación de ocurrencia se estabilizará en un cierto valor, que se puede expresar como una fracción o como la relación entre el número de casos favorables y el número total de casos posibles.

### Figura 15

#### *Representación numérica de la probabilidad*

- 2 Nico desea participar en el juego de la ruleta, pero no se decide si jugar al color amarillo y número impar, o al color rojo y número par. ¿Qué opción debe elegir para tener mayor probabilidad de ganar?

LR1

a. Calcula la probabilidad de ambos sucesos.

- Color amarillo y número impar.
- Color rojo y número par.

$\frac{\text{Número de sucesos favorables}}{\text{Número total de sucesos}} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$	$\frac{\text{Número de sucesos favorables}}{\text{Número total de sucesos}} = \frac{\quad}{\quad}$
--	--

- ¿Qué suceso aconsejarías elegir a Nico para que gane? Explica por qué.

Nota. Representaciones numéricas de la probabilidad (Texto [2], p. 75).

En la figura mostrada, (LR1) se entiende como una representación simbólica así mismo en el resultado del “número de sucesos favorables” sobre “número total de sucesos” se escribe como una fracción de la cual se comprende como una representación numérica.

En conclusión, la representación numérica y simbólica utilizada en estos libros de texto expresa las probabilidades como una relación entre número de sucesos favorables y número total de sucesos, así como fracciones, tales solo se encuentran en los libros de texto de sexto grado,

porque en el libro de texto de quinto grado es considerada como una medida cualitativa.

### B.3 Representación en tablas y graficas

Otra forma de representar es basada en tablas y gráficas que se encuentran en los libros de texto de quinto grado relacionados con el enfoque de frecuencia, la cual tiene como objetivo sintetizar la frecuencia absoluta y relativa obtenida en el experimento aleatorio propuesto.

**Figura 16**

*Representación en tablas y graficas*

2) Patty juega con la ruleta y trata de adivinar qué color obtendrá. Ella dice que el color verde saldrá con mayor frecuencia. ¿Tendrá razón? ¿Por qué?

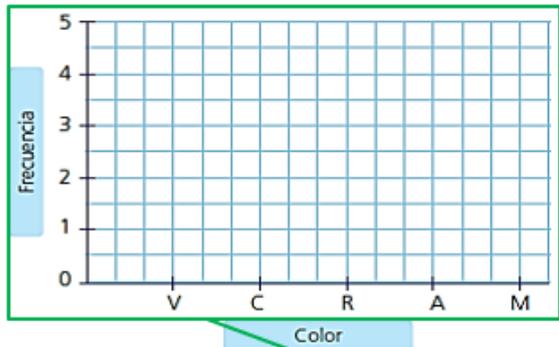
a. Observa los resultados que obtuvo al girar la ruleta.



<b>Giro</b>	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º	6.º	7.º	8.º	9.º	10.º
<b>Resultado</b>	V	R	V	M	A	V	R	C	V	R

b. Organiza los resultados obtenidos en una tabla de frecuencias y en un gráfico de barras.

Color	Frecuencia
Verde	
Celeste	
Rojo	
Amarillo	
Morado	



c. Observa los resultados obtenidos, reflexiona y responde.

• ¿Qué color salió con mayor frecuencia? \_\_\_\_\_

• ¿Qué color es más probable que salga? ¿Por qué? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**Respuesta.** Patty \_\_\_\_\_ tuvo razón, porque \_\_\_\_\_

*Nota.* Representación en tablas y graficas (Texto [1], p. 80).

En la presente figura, (LR1) se evidencia una representación tabular de los eventos realizados al girar la ruleta y la frecuencia que se obtuvo de cada color, por otra parte, se evidencia una representación gráfica en el (LR2) donde se tiene que presentar los resultados en grafico de barras.

En conclusión, se muestra ausencia en los libros de textos las representaciones gráficas, aunque los libros de texto se centran en trabajos basados en experimentos aleatorios y correlaciones basadas en cálculos de probabilidad relativamente estables en frecuencia, no utilizan representaciones gráficas como medio para apoyar el estudio de la probabilidad. La Tabla 7 resume los elementos lingüísticos identificados.

**Tabla 7**

*Lenguaje – representación identificados en los libros de textos*

Significados de elementos lingüísticos	Libro de textos	
	T1: 5°	T2: 6°
Lenguajes comunes y probabilísticos	X	X
Representaciones numéricas y simbólicas		X
Representaciones en tablas y graficas	X	

*Nota.* Objetos primarios de lenguajes – representaciones, fuente autor.

Se ha identificado el uso de diferentes registros lingüísticos como lenguaje de uso común y probabilístico (asociadas al significado intuitivo, frecuencial y clásico de la probabilidad). Pero, sin embargo, se ha identificado de manera superficial las representaciones de tabla y grafica en el experimento del libro de texto de quinto grado, y por otra parte se ha identificado la representación numérica y simbólica en el libro de texto del sexto grado de primaria, en consecuencia, generalmente estos registros lingüísticos son adecuados al nivel o ciclo que se dirigen, de la educación básica regular.

### **C. Reglas de conceptos –definiciones, procedimientos y proposiciones**

Las reglas son comprendidas como un conjunto de definiciones-conceptos, procedimientos y proposiciones que examina varios tipos de unidades matemáticas presentadas directa o indirectamente en los libros de texto a partir de las cuales se pueden formular definiciones, ya que las definiciones claras son pocas y espaciadas, y la mayoría se dan como

problemas resueltos o como conclusiones que se deben extraer y formular, para asociarlos a diferentes significados.

A continuación, se presenta como muestra o ejemplo, las cuales lo codificamos como regla (R1), (R2) así sucesivamente dentro de cada figura.

### Figura 17

*Representación de concepto-definición asociado a sucesos probabilísticos*

The diagram shows a mathematical formula for the Laplace rule of probability. It consists of a large light-yellow rounded rectangle with a green border. Inside, the text "Número de sucesos favorables" is written above a horizontal line, and "Número total de sucesos" is written below it. To the right of the fraction is an equals sign, followed by two empty rounded rectangular boxes, another equals sign, and a second empty rounded rectangular box. A green line connects the right side of the second box to a small green square box containing the text "R1".

*Nota.* Representación de concepto definición (Texto [2], p. 75).

En la figura mostrada (R1) se ha identificado el concepto de la regla de Laplace donde se comprende como numero de sucesos favorables sobre números total de sucesos, la cual se exprese en forma de fracción.

### Figura 18

*Representación de proposiciones asociado a probabilidad o posibilidad*

Jueguen a lanzar 2 dados y adivinen cuánto suman.



R1

- b. Analiza y escribe V si es verdadero o F si es falso.
- Es imposible que la suma sea 1. (\_\_\_)
  - Hay 3 posibilidades de que la suma sea 6:  
1 y 5; 2 y 4; 3 y 3. (\_\_\_)
  - Hay 5 posibilidades de que la suma sea 6:  
1 y 5; 2 y 4; 3 y 3; 4 y 2; 5 y 1. (\_\_\_)
  - Hay 6 posibilidades de que la suma sea 7:  
1 y 6; 2 y 5; 3 y 4; 4 y 3; 5 y 2; 6 y 1. (\_\_\_)
  - Hay más posibilidades de que la suma sea 12. (\_\_\_)

*Nota:* Representación de proposiciones (Texto [1], p. 80).

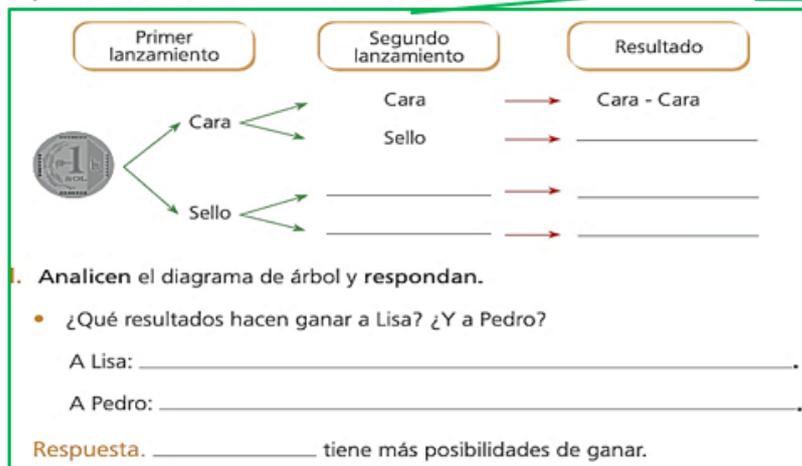
La figura muestra proposiciones asociados a descubrimientos de sucesos probables, en (R1) se puede apreciar las proposiciones como: si es posible que la suma sea 1, hay tres posibilidades de que la suma sea seis, hay cinco posibilidades de que la suma sea seis, hay seis posibilidades de que la suma se a siete y hay más posibilidades de que la suma sea doce, las cuales son herramientas para comprender los sucesos probables.

### Figura 19

*Procedimiento y argumentación asociado a resultados posibles*

• Completan el diagrama de árbol en el que se representan los resultados posibles al lanzar una moneda dos veces.

R1



*Nota.* Representación de procedimiento y argumentación (Texto [1], p. 80).

En la figura mostrada (R1) se puede identificar carencia de procedimientos para comprender el diagrama de árbol, la cual es importante para comprender los resultados posibles que se puede obtener al lanzar una moneda.

En conclusión en las figuras mostradas de los diferentes reglas de objetos primarios del EOS, como (concepto-definición, procedimiento y proposiciones), las cuales son trabajadas de manera superficial donde no se percibe con claridad una definición conceptual, por otra parte no se ha identificado los procedimientos dados o ejemplos para buscar una solución adecuada a las problemáticas planteadas y se identificaron pocas proposiciones de la cual son asociados a diversos significados como: significados intuitivos, significados clásicos y significados frecuenciales.

A continuación, se presenta las reglas de los objetos primarios como los conceptos-definiciones agrupados según su importancia probabilística, procedimientos y proposiciones identificados en el estudio de los libros de textos.

**Tabla 8**

*Reglas de conceptos definiciones, procedimientos y proporciones*

<b>Significados intuitivos</b>	<b>Significado Frecuenciales</b>	<b>Significado Clásicos</b>
Posible	Frecuencia	Resultados
Imposible	Más posibilidad	favorables
Más probable	Lanzan una moneda	Número de sucesos
Menos probable	Seguro	favorables
Sucesos de ocurrencia	Igual posible	Número total de su
	Menos posible	esos
Probabilidad	Mayor posibilidad	Calcular la
	Imposible	probabilidad

*Nota.* Reglas identificadas en los libros de textos, elaborado por autor.

En la Tabla 8 se observa las reglas de los objetos primarios como los conceptos-definiciones agrupados según su importancia probabilística,

procedimientos y proposiciones, las cuales son asociados a diferentes significados como: significado intuitivo, significado clásico y significado frecuencial identificados en el análisis de los libros de textos. A continuación, se presenta en síntesis los resultados de las reglas de objetos primarios identificadas en el análisis de los libros de textos.

**Tabla 9**

*Reglas identificadas en los libros de textos*

Significados de reglas	Libro de textos	
	T1: 5°	T2: 6°
Suceso, seguro, igual posible, menos posible, mayor posibilidad, imposible	X	X
Resultados posibles	X	X
Experimento aleatorio	X	X
Tabla de frecuencias	X	
Cálculo de la Probabilidad		X

*Nota.* Reglas de objetos primarios, elaborado por autor.

En la Tabla 9 se muestra que las reglas de los objetos primarios como: concepto- definición, procedimiento y proposición están relacionados con significados intuitivos y superficialmente con el significado frecuencial, donde se concentran principalmente en los libros de texto de quinto grado, mientras que en el libro de texto del sexto grado se identificaron los conceptos-definiciones procedimientos y proposiciones relacionados con significados frecuencial y clásicos, pero sin embargo encontramos que no todo objeto como: concepto, definición, proposición, procedimiento y argumento, se identificaron con claridad en el campo de probabilidad ya que fueron discutidos de manera superficial y algunos fueron ignorados o no fundamentados.

## D. Argumentos

En este apartado del objeto primario se evidencia con poca claridad los argumentos en el libro de texto de quinto y sexto grado de primaria hay dos actividades en las que se pide a los estudiantes que justifiquen sus respuestas. También hay tareas en las que los estudiantes tienen que pensar qué enfoque tomar y buscar ejemplos que permitan generalizarlo a situaciones nuevas. A continuación, se presenta como muestra o ejemplo, argumento (A1), así sucesivamente dentro de cada figura.

### Figura 20

*Representación de argumentos*

Por ejemplo:  
En el primer lanzamiento  
Salió:  $6 + 2 = 8$

A1

a. Analicen y respondan.

- Antes de lanzar los dados, ¿puedes saber el resultado? ¿Por qué?
- La suma que salió más veces es \_\_\_\_\_. ¿Por qué crees que salió más veces?
- ¿Qué suma es más fácil que salga? ¿Por qué?

*Nota.* Representación de argumentos (Texto [1], p. 79).

En la figura mostrada (A1) se puede apreciar claramente que no muestra ejemplos donde pueda ayudar a argumentar las soluciones que se puede dar a las diferentes problemáticas planteadas en el estudio de la probabilidad.

En colusión no se ha identificado argumentos en el análisis de los libros de textos, ya que se puede percibir que los estudiantes busquen fundamentar con claridad los argumentos dentro de situaciones problemáticas.

**Tabla 10**

*Argumentos identificados en los libros de textos*

Significados de argumentos	Libro de textos	
	T1: 5°	T2: 6°
Realizar argumentos de razonamiento inductivo.	X	X
Realiza predicción y ejemplificación si es posible aplicar en otra situación o generalizar.		X

*Nota.* Argumentos, identificadas en libros de textos de probabilidad, elaborado por autor.

En los dos libros de textos, especificados se dan muy pocos argumentos para justificar las propuestas y acciones, algunos de los argumentos utilizados para justificar los métodos se adaptan al nivel educativo al que se dirigen y se basan en diferentes registros, pero de manera superficial: lenguajes naturales, símbolos numéricos, tabulares y gráficos.

#### 4.1.6 Fase 6: relación de objetos primarios entre sí y sus significados

A partir de este estudio realizado de los diferentes significados de probabilidades en relación con los objetos matemáticos de los libros de texto de educación primaria, la probabilidad se basa principalmente en el significado intuitivo y gradualmente incluye significados frecuencia y clásico.

Vale enfatizar que el estudio de la probabilidad en la educación primaria se realiza desde una perspectiva bastante intuitiva, con el uso del lenguaje basado en los diversos objetos matemáticos identificados en el libro de texto de quinto grado de primaria, donde la intuición y el lenguaje juegan un papel esencial en el aprendizaje de la probabilidad Vásquez y Alsina (2015). Sin embargo, es necesario que los libros de texto muevan gradualmente a los estudiantes de lenguajes cotidianos e informales al lenguaje de probabilidades para que puedan aprender sobre la probabilidad en profundidad, desde esta perspectiva, es necesario que los libros reflejen situaciones problemáticas relevantes para poder profundizar gradualmente en el desarrollo de los estudios de probabilidad y

promover entre los estudiantes una comprensión más profunda de los conceptos y propiedades centrales del estudio integral de la probabilidad en sus diversos significados. Por ejemplo, para estudiar adecuadamente la probabilidad desde un enfoque frecuentista, es necesario proponer situaciones problema que se centren en el análisis de la convergencia de frecuencias respecto del valor de la probabilidad de ocurrencia de dicho evento. La falta de este tipo de situaciones problemáticas puede llevar a los estudiantes a desarrollar un sesgo de probabilidad, así como una serie de errores y dificultades relacionadas con la oportunidad equivocada de actuar. En consecuencia, se presenta en síntesis el contraste de las relaciones de objetos matemáticos y sus significados.

**Tabla 11**

*Relación de objetos matemáticos y su significado de la probabilidad*

Significados	Libro de textos	
	T1: 5°	T2: 6°
-Se identifica la articulación del significado intuitivo en relación con los objetos primarios.	X	X
-Articulación del significado clásico en relación con los objetos primarios.	X	X
-Se identifica la articulación del significado frecuencial en relación con los objetos primarios.	X	X
-Articulación del significado subjetivo en relación con los objetos primarios.		
-Se identifica la articulación del significado axiomático en relación con los objetos primarios.		

*Nota.* Contraste de la relación de los significados de la probabilidad entre sí, y la relación con objetos primarios identificadas en los libros de textos, elaborado por autor.

En las situaciones descritas, los objetos se ven en el sentido intuitivo, en el sentido frecuencial y en el sentido clásico, donde están conectados y relacionados entre sí. Sin embargo, si bien algunos de los casos presentados pueden resolverse en términos de diferentes significados de probabilidad, sin embargo, no se ha observado la relación de los diferentes significados de probabilidad, como significados subjetivos y axiomáticos, u objetos matemáticos entre significados.

## 4.2 Discusión

Para realizar la discusión de resultado se ha revisado investigaciones ya acabadas que muchos de ellos están plasmados en los diferentes artículos de investigaciones, publicas en revistas científicas, basados en teorías del EOS.

La investigación tiene como objetivo general, analizar los significados de la probabilidad en libros de textos oficiales de educación primaria emanadas por el Ministerio de Educación. Los resultados obtenidos muestran conflictos semióticos ya que no se ha identificado la articulación o relación de los significados de la probabilidad entre sí, y los objetos primarios de la instrucción matemática (EOS), de la cual se aprecia poca claridad de la contextualización de la situación problemática y poco suso del lenguaje simbólico en el campo de probabilidad, así mismo se aprecia algunos conceptos o definiciones, por otra parte carece de procedimientos y proposiciones, pues ya que son tomadas de manera superficial. Pero sin embargo no se ha identificado con claridad los argumentos dentro de las situaciones problemáticas.

Por otra parte, Cotrado et al. (2022) afirman que, en las configuraciones realizadas del análisis de los significados de la probabilidad, presentan conflictos semióticos ya que los libros de textos no articulan o relacionan los diferentes significados de la probabilidad entre sí, ni con los objetos matemáticos, en conclusión, lo comprenden de manera parcializada o de manera independiente. Tal como presentamos los resultados en nuestra investigación donde las situaciones planteadas en los libros de textos y en el Currículo Nacional de (Educación Primaria del EBR), implementada por el Ministerio de Educación peruana, se evidencian objetos propios del significado intuitivo, significado frecuencial y laplaciano o clásico de la probabilidad relacionados y conectados entre sí. Pero, sin embargo, no se observaron la articulación de los diferentes significados de la probabilidad como: el significado subjetivo y significado axiomático, ni los objetos matemáticos entre significados, aunque algunas situaciones propuestas se podrían abordarse desde los diferentes significados de la probabilidad, también fueron documentados en las investigaciones realizadas por Vásquez et al. (2020).

En consecuencia, presentan conflictos semióticos ya que no está claramente definido en los libros de textos y esto hace que los docentes utilicen sus propios procedimientos matemáticos, lo que provoca algunas dificultades en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (Vásquez et al., 2020). En consecuencia los resultados

evidencian las deficiencias en el nivel del logro de aprendizaje del área de matemática, así mismo se han observado falta de propuestas metodológicas de la instrucción matemática ya que son trabajadas de forma tangencial y superficialmente, las cuales se evidencian en los resultados de las diferentes evaluaciones estandarizadas a nivel internacional y nacional, como en la “evaluaciones de Program for International Student Assessment (PISA) desarrollada en la educación peruana a partir del 2001” y en los resultados de las “evaluaciones Censales de los Estudiantes (ECE) aplicadas a nivel nacional desde 2006”, en este contexto se ha notado deficiencias en el nivel de logro de aprendizaje especialmente en el campo de la probabilidad, como con secuencia recaen en las propuestas tradicionales de los libros de textos y esto genera bajos niveles de competencia cognitiva.

La educación en este contexto muestra las deficiencias y debilidades en el desarrollo y aprendizaje de probabilidades, ya que recae en propuestas tradicionales de los libros de texto y faltan propuestas metodológicas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En consecuencia, la intención de la investigación es comprender la configuración didáctica de los significados de la probabilidad en libros de textos y preparar integralmente a los futuros maestros y maestras de forma holística para enfrentarse con éxito a realizar el análisis didáctico de los libros de textos propuestos y la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad en la educación.

Con el presente trabajo de investigación se pretende contribuir como herramienta educativa en didáctica para la comprensión del significado de probabilidad en los libros de texto de educación primaria, lo que ayudará a los docentes a emitir juicios de reflexión y mejorar la educación. Por lo tanto, desde el punto de vista de los libros de texto de matemáticas los profesores deberían poder analizarlos para resolver problemas de manera sistemática, identificar objetos matemáticos relevantes en el proceso de enseñanza y aprender en campo de la probabilidad. Esto implica un enfoque visionario que reconozca los roles centrales de resolución de problemas probabilísticos y generar conocimiento matemático para su creación de problemas.

## CONCLUSIONES

- PRIMERO:** Los resultados del análisis revelan una serie de aspectos que merece analizar y contemplar acciones, ya que presentan conflictos semióticos en los libros de textos analizados y recaen en propuestas tradicionales, donde no se identificó las configuraciones de los significados de la probabilidad entre sí, ni con los objetos matemáticos y esto hace que el profesor utilice sus propios procedimientos matemáticos, donde carece del respaldo metodológico, teórico y didáctico de la instrucción matemática, en consecuencia provoca algunas dificultades en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas generando bajos niveles de competencias cognitivas, a pesar que la educación en el Perú representa una oportunidad para mejorar la enseñanza y el aprendizaje, donde aporta materiales curriculares educativos como libros de textos oficiales del Ministerio de Educación.
- SEGUNDO:** En los resultado del análisis realizado y su categorización muestra conflictos semióticos ya que no se ha identificado la configuración y articulación entre los significados de la probabilidad y los objetos primarios de la instrucción matemática, de la cual se aprecia ausencia de contextualización de situaciones problemáticas y poco uso del lenguaje probabilístico y carecen de representaciones gráficas y tabulares, por otra parte no están definidos los conceptos de probabilidad y entre otros lenguajes presentados y así mismo carece de procedimientos, proposiciones y argumentos puesto que son tomadas de manera superficial las cuales no se han identificado con claridad.
- TERCERO:** En el marco de la interpretación del análisis de resultados se ha identificado carencias en las fichas de los libros de textos de quinto y sexto grado de primaria donde no proponen situaciones problemáticas que muestren la relación de los diferentes significados de la probabilidad (intuitivo, clásico o laplaciano, frecuencial subjetivo y axiomático), se enfatiza solo el significado intuitivo y de manera superficial el significado frecuencia y clásico, en consecuencia se conduce a un uso excesivo de contextos basados en el juego de experimentos aleatorios.

## RECOMENDACIONES

- PRIMERO:** Se sugiere al Ministerio de Educación, aliados y profesores que realicen una investigación basada en el análisis de contenido de los libros de textos educativo propuesto por el Ministerio de Educación, si bien es útil los libros de textos para estudiar las prácticas matemáticas, también puede ser útil para reflexionar sobre sus propias prácticas docentes porque el aprendizaje de las matemáticas es un tema recurrente en la educación.
- SEGUNDO:** La investigación de este tipo debe realizar, describir y aplicar sistemáticamente los constructos del marco teórico de EOS, este marco sirve como guía y proporciona herramientas para observar objetos matemáticos en el campo de la probabilidad desde un punto de vista ontológico.
- TERCERO:** Se debe realizar investigación sistemática para explicar mejor el desarrollo, la comprensión de las matemáticas y señalar que la falta de aplicación del conocimiento y la falta de métodos matemáticos, conducen a conflictos semánticos y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas ya que recaen en propuestas tradicionales evidenciados en los libros de textos.

## BIBLIOGRAFÍA

- Amador Núñez, F. M., Reyes Gómez, M. L., y Flores López, W. O. (2016). Metodologías en la enseñanza del cálculo de probabilidades en undécimo grado, educación secundaria. *Ciencia e Interculturalidad*, 17(2), 15-27. <https://doi.org/10.5377/rci.v17i2.2637>
- Amador Núñez, F. M., Reyes Gómez, M. L., y Flores López, W. O. (2019). Metodologías en la enseñanza del cálculo de probabilidades en undécimo grado, educación secundaria. *Ciencia e Interculturalidad*, 17(2), 15-27. <https://doi.org/10.5377/rci.v17i2.2637>
- Anthony, L., y Barrientos, M. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. July 2015. [https://www.researchgate.net/publication/277733635\\_Ingenieria\\_didactica\\_en\\_educacion\\_matematica](https://www.researchgate.net/publication/277733635_Ingenieria_didactica_en_educacion_matematica)
- Aznar, M. A., Moler, E., y Pesa, M. (2017). Conversiones de representaciones de números complejos desde la perspectiva del Enfoque Ontosemiótico. *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos.*, 1-10. <https://www.ugr.es/~fqm126/civeos/aznar.pdf>
- Bastias Montaner, H., Alvarado Martínez, H., y Retamal Pérez, L. (2017). *Explorando el significado intuitivo de la probabilidad en profesores de matemática*. 1-10. <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos/bastias.pdf>
- Batanero, C. (2005). *Significados de la probabilidad en la educación secundaria* \*. 8, 247-263. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33508302>
- Batanero, C., Carmen Díaz, J., Contreras, M., y Arteaga, P. (2010). *Estadística con Proyectos*. <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Libroproyectos.pdf>
- Beltrán-Pellicer, P., Godino, J. D., y Giacomone, B. (2018). Elaboration of specific didactical suitability criteria in probability: Application for reflection on the teaching practice. *Bolema - Mathematics Education Bulletin*, 32(61), 526-548. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n61a11>
- Borovenik, M. (2019). Conceptos fundamentales y sus propiedades clave en

- probabilidad: cómo identificarlos y proporcionar intuiciones que los sostengan. *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 14, 1-25. <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2019.e67500>
- Burgos, M., Batanero, C., y Godino, J. D. (2022). Idoneidad Didáctica de Materiales Curriculares Oficiales Peruanos de Educación Secundaria en Probabilidad. *Mathematics*, 10(1). <https://doi.org/10.3390/math10010091>
- Castro, F., Fourtoul-Díaz, A., González-Alfaro, N., y Hernández-Rebollar, L. A. (2023). Significados de probabilidad en las definiciones de conceptos de libros de texto de educación media superior en México. *Investigación e Innovación en Matemática Educativa*, 8. <https://doi.org/10.46618/iime.179>
- Cobo, B. (2003). Significado de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria [Tesis Doctoral, Universidad de Granada]. *Universidad de Granada*, 301. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/tesis?codigo=12700>
- Cotrado, B., Burgos, M., y Beltrán-Pellicer, P. (2022). Ontosemiotic analysis of Peruvian curriculum documents about probability. *Educacion Matematica*, 34(3), 97-131. <https://doi.org/10.24844/EM3403.04>
- Díaz-Levicoy, D., y Guzmán, R. R. (2014). *Análisis de actividades sobre probabilidad en libros de texto para un curso de básica chilena*. *Revista chilena de educación científica*, 13(1), 9-19. [https://www.researchgate.net/publication/276206507\\_Analisis\\_de\\_actividades\\_sobre\\_probabilidad\\_en\\_libros\\_de\\_texto\\_para\\_un\\_curso\\_de\\_basica\\_chilena](https://www.researchgate.net/publication/276206507_Analisis_de_actividades_sobre_probabilidad_en_libros_de_texto_para_un_curso_de_basica_chilena)
- Etchegaray, M. E., y Markiewicz, c., S. (2017). *Análisis de objetos, procesos y conflictos semióticos en prácticas algebraicas de primer año de la universidad*. <https://digibug.ugr.es/handle/10481/45273>
- Gálvez Pérez, G., y Block Sevilla, D. (2024). La Teoría de las Situaciones Didácticas, legado fundamental de Guy Brousseau a la educación matemática. *Educación Matemática*, 36(1), 258-263. <https://doi.org/10.24844/em3601.14>
- Girasol, M. N., y Martín, W. (2022). *Cuadernillo de*. <https://repositorio.minedu.gob.pe/handle/20.500.12799/8878>

- Godino, J. D. (2002). *Matemáticas y su Didáctica para Maestros*.  
[https://www.researchgate.net/publication/282326122\\_Matematicas\\_y\\_su\\_didactica\\_para\\_maestros](https://www.researchgate.net/publication/282326122_Matematicas_y_su_didactica_para_maestros)
- Godino, J. D. (2012). Origen Y Aportaciones De La Perspectiva Ontosemiótica De Investigación En Didáctica De La Matemática. *Investigación en Educación Matemática* XVI, 49-68.  
[https://www.ugr.es/~jgodino/eos/origen\\_EOS\\_Baeza\\_2012.pdf](https://www.ugr.es/~jgodino/eos/origen_EOS_Baeza_2012.pdf)
- Godino, J. D. (2013). *Diseño y análisis de tareas para el desarrollo del conocimiento didáctico-matemático de profesores*. September.  
[https://www.researchgate.net/publication/282325853\\_Disenyo\\_y\\_analisis\\_de\\_tareas\\_para\\_el\\_desarrollo\\_del\\_conocimiento\\_didactico-matematico\\_de\\_profesores](https://www.researchgate.net/publication/282325853_Disenyo_y_analisis_de_tareas_para_el_desarrollo_del_conocimiento_didactico-matematico_de_profesores)
- Godino, J. D., y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-335.  
[https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/03\\_SignificadosIP\\_RDM94.pdf](https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/03_SignificadosIP_RDM94.pdf)
- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2007). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (versión ampliada y revisada al 8/Marzo/2009). *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135. [https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis\\_eos\\_10marzo08.pdf](https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis_eos_10marzo08.pdf)
- Godino, J. D., Font, V., y Wilhelmi, M. R. (2008). *Análisis didáctico de procesos de estudio matemático basado en el enfoque ontosemiótico*. 25-48.  
<https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/24698/477.38.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema - Mathematics Education Bulletin*, 31(57), 90-113. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05>
- Godino, J. D., Giacomone, B., Font, V., y Pino-Fan, L. (2018). Conocimientos profesionales en el diseño y gestión de una clase sobre semejanza de triángulos. Análisis con herramientas del modelo CCDM. *Avances de Investigación en*

- Educación Matemática*, 13, 63-83. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i13.224>
- Godino, J. D., Hernán, R., y Arteaga, P. (2012). Inferencia de indicadores de idoneidad didáctica a partir de orientaciones curriculares. *Praxis Educativa*, 7(2), 331-354. <https://doi.org/10.5212/praxeduc.v.7i2.0002>
- Gómez-Torres, E., y Batanero, C. (2013). *Procedimientos probabilísticos en libros de texto de matemáticas para educación primaria en España Probabilistic procedures in Spanish primary school mathematics textbooks*. [https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Procedimientos\\_EPSILON.pdf](https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Procedimientos_EPSILON.pdf)
- Gómez, E., Contreras, J. M., y Batanero, C. (2015). *Significados de la probabilidad en libros de texto para educación primaria en andalucía*. 31(2), 25-42. [https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Procedimientos\\_EPSILON.pdf](https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Procedimientos_EPSILON.pdf)
- Gómez, E., y Contreras, M. (2013). *Significados de la probabilidad en el currículo español para la educación primaria*. 2003, 571-578. [https://estadis.net/3/documentos/ACTAS/2 Comunicacion 63.pdf](https://estadis.net/3/documentos/ACTAS/2%20Comunicacion%2063.pdf)
- Hernandez Sampieri, Roberto-Fernandez Collado, Carlos-Baptisa Lucio, P. (2014). *Metodología de la Investigación* (6ª edición). [https://www.esup.edu.pe/wp-content/uploads/2020/12/2. Hernandez, Fernandez y Baptista-Metodología Investigacion Cientifica 6ta ed.pdf](https://www.esup.edu.pe/wp-content/uploads/2020/12/2.Hernandez_Fernandez_y_Baptista-Metodologia_Investigacion_Cientifica_6ta_ed.pdf)
- Herrera, C. D. (2018). Qualitative research and thematic content analysis. Intellectual orientation of Universum journal. *Revista General de Informacion y Documentacion*, 28(1), 119-142. <https://doi.org/10.5209/RGID.60813>
- Huayta Ticona, P. (2019). Analisis de objetos y procesos matematicos dearrollados en una sesion de aprendizaje de mateatica desde el enfoque ontosemiotico en el nivel de educacion secundaria [Tesis de Pregrado, Universidad Nacional del Altiplano ]. En *Tesis*. <https://www.repositorio.unap.edu.pe/handle/20.500.14082/12990?show=full>
- Jiménez, Chaves, V. E., y Weiler, Comet, C. (2016). *Los estudios de casos como enfoque metodológico Case studies as a methodological approach* Diciembre, 2016, Vol. 3 Nro. 2. 3. <https://revistacientifica.uamericana.edu.py/index.php/academo/article/view/54/52>

- Kim, S., Nelson, J. G., y Williams, R. S. (1985). Mixed-basis band-structure interpolation scheme applied to the fluorite-structure compounds NiSi<sub>2</sub>, AuAl<sub>2</sub>, AuGa<sub>2</sub>, and AuIn<sub>2</sub>. En *Physical Review B* (Vol. 31, Número 6). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.31.3460>
- López, C., y Gómez, P. (2022). Probabilidad en diferentes países del mundo: enseñanza de la probabilidad en educación primaria. *Educación Matemática*, 34(3), 42-64. <https://doi.org/10.24844/em3403.02>
- Morales-Garcia, L., Navarro Sandoval, C., y Diaz-Levicoy, D. (2021). *Significados del número natural en libros de texto mexicanos : un análisis descriptivo Meanings of the natural number in Mexican textbooks : a.* 94-120. <https://doi.org/10.24844/EM3303.04>
- Nieves, E. M. (2016). Análisis Didáctico a un Proceso de Instrucción del Método de Integración por Partes. *Bolema - Mathematics Education Bulletin*, 30(55), 559-585. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n55a13>
- Noguero, F. L. (2002). El análisis de contenido como método de investigación. *XXI Revista de Educación*, 4(Universidad de Huelva), 167-169. <https://rabida.uhu.es/dspace/bitstream/handle/10272/1912/b15150434.pdf>
- Ortiz, J. J., y Albanese, V. (2017). *Análisis semiótico del lenguaje de la estadística y probabilidad en libros de texto de educación secundaria obligatoria Semiotic analysis of probability language in Spanish secondary school textbooks.* [https://www.researchgate.net/publication/333566862\\_Analisis\\_semiotico\\_del\\_lenguaje\\_de\\_la\\_estadistica\\_y\\_probabilidad\\_en\\_libros\\_de\\_texto\\_de\\_educacion\\_secundaria\\_obligatoria](https://www.researchgate.net/publication/333566862_Analisis_semiotico_del_lenguaje_de_la_estadistica_y_probabilidad_en_libros_de_texto_de_educacion_secundaria_obligatoria)
- Ortíz, V., y Pastells, A. (2015). *Un modelo para el análisis de objetos matemáticos en libros de texto chilenos: situaciones problemáticas, lenguaje y conceptos sobre probabilidad. Redalyc.* 19. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=56741181027>
- Pochulu, M., y Font, V. (2011). *Análisis del funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa.* 14, 361-394. 14, 361-394. <https://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v14n3/v14n3a5.pdf>
- Raigada, J. L. P. (2002). Epistemología, metodología y técnicas del análisis de contenido.

- Sociolinguistic Studies*, 3(1), 1-42. <https://doi.org/10.1558/sols.v3i1.1>
- Rey, R. (2022). *Cuadernillo De Matemática*.  
<https://es.scribd.com/document/637545496/Untitled>
- RM N°649-2016-Minedu. (2016). *Programa Curricular de secundaria.pdf*. 259.  
[http://www.ugelchinchu.gob.pe/wp-content/uploads/2016/12/649-2016-MINEDU-PARTE-1-17-12-2016-01\\_14\\_54-RM-N°-649-2016-MINEDU-parte-1.pdf](http://www.ugelchinchu.gob.pe/wp-content/uploads/2016/12/649-2016-MINEDU-PARTE-1-17-12-2016-01_14_54-RM-N°-649-2016-MINEDU-parte-1.pdf)
- Rojas Garzón, P. J. (2015). *Objetos matemáticos, representaciones semióticas y sentidos*. *Mathematical objects, semiotic representations and senses. 1*, 151-165.  
<https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/v33-n1-rojas>
- Rojas Torres, A. C., y Rojas de Chirinos, B. (2015). Perspectivas teóricas y epistemológicas de la investigación cualitativa en educación: ideas básicas para su comprensión. *Revista EDUCARE - UPEL-IPB - Segunda Nueva Etapa 2.0*, 13(1).  
<https://doi.org/10.46498/reduipb.v13i1.263>
- Salinas, R. G., Yon Delgado, J. C., y Yon Delgado, M. R. (2021). Ontosemiotic approach in the development of mathematical capabilities: Intercultural school Yarinacocha, Amazonia. *Educacion Matematica*, 33(2), 37-56.  
<https://doi.org/10.24844/EM3302.02>
- Sanabria Brenes, G., y Núñez Vanegas, F. (2017). La probabilidad como elemento orientador de la toma de decisiones. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 17(2). <https://doi.org/10.18845/rdmei.v17i2.3079>
- Sánchez, E. (2009). La probabilidad en el programa de estudio de matemáticas de la secundaria en México. En *Educación matemática* (Vol. 21, Número 2).  
<https://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v21n2/v21n2a3.pdf>
- Sandin Esteban, P. (2003). La evaluación cualitativa en educación. *Aldaba*, 7, 47-60.  
<https://doi.org/10.5944/aldaba.7.1987.19626>
- Torres Vázquez, W. A. (2011). *El Enfoque Ontosemiótico para la investigación en educación matemática: Una reflexión crítica*. 54-69.  
<https://revistas.upr.edu/index.php/educacion/article/view/13317/10982>
- Vásquez, C., y Alsina, A. (2015). Un modelo para el análisis de objetos matemáticos en



libros de texto chilenos: situaciones problemáticas, lenguaje y conceptos sobre probabilidad. *Profesorado: revista de currículum y formación del profesorado*, 19, 441-462. <https://recyt.fecyt.es/index.php/profesorado/article/view/40935>

Vásquez, C., Levicoy, D. D., y Arteaga, P. (2020). Mathematical objects linked to statistics and probability in early childhood education: An analysis from textbooks. *Bolema - Mathematics Education Bulletin*, 480-500. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a07>

## ANEXOS

### Anexo 1. Instrumento de la idoneidad epistémica para realizar análisis de probabilidad y sus indicadores propuestos por Beltrán-Pellicer, Godino y Giacomone (2018)

Componentes	Indicadores
Significados	<b>Situación-problema</b> <hr/> <p>-La situación problemática presentada muestra la articulación de los distintos significados de la probabilidad (intuitivas, clásico, frecuentista, subjetiva y axiomático). Proporcionar ejemplos representativos de situaciones del entorno real o cotidiano, distinguiendo entre situación aleatoria y determinista. Presentar situaciones en las que los estudiantes generan o crean fenómenos o experimentos aleatorios.</p> <hr/>
	<b>Lenguaje</b> <hr/> <p>- Expresiones de registro matemáticos y representación para caracterizar representaciones (verbales, numéricos, simbólicos, tabulares, gráficos, etc.). Lenguajes utilizados en la situación propuesta debe ser acorde al público al que se dirige.</p> <hr/>
	<b>Reglas</b> <hr/>

Componentes	Indicadores
	<p><b>Concepto-definición</b></p> <p>- Concepto y definición adaptados al nivel educativo que se dirige, utilizados en situaciones relacionadas a los experimentos aleatorios y deterministas, espacios muestrales, eventos, eventos simples, eventos compuestos, eventos determinados, probabilidad e imposibilidad y probabilidades. Situación en las que los estudiantes tengan que negociar los diferentes definiciones y conceptos</p> <p><b>Proposiciones</b></p> <p>- Situaciones de sugerencia en torno a definiciones como probabilidad de eventos imposibles, eventos ciertos, eventos adicionales, propiedades de frecuencias relativas, probabilidades, probabilidades iguales y regla de Laplace. Una situación en la que un estudiante tiene que presentar o discutir una propuesta.</p> <p><b>Procedimientos</b></p> <p>- Procedimientos de comparación cualitativa de probabilidades basados en experimentos, estimaciones de probabilidad, gráficas de frecuencia, representaciones tabulares, gráficos e interpretaciones de experimentos aleatorios utilizando reglas y tablas de Laplace y otras construcciones que utilicen. Resaltar situaciones donde los estudiantes necesitan desarrollar o discutir procedimientos.</p> <hr/> <p><b>Argumentos</b></p> <p>- Los argumentos basados en las proposiciones y procedimientos contenidos en los ejemplos discutidos estén adecuadamente motivados y fundamentados. Explicar y justificar detalladamente el procedimiento propuesto utilizadas.</p>
<b>Relaciones</b>	<p>- Objetos matemáticos: situaciones problemáticas, lenguaje, regla (definición concepto, procedimientos, proposiciones) y argumentos están relacionados e interconectados. SE identifican y formulan los diferentes significados de probabilidad como: (intuitiva, clásica o de Laplace, frecuentista, subjetiva y axiomática).</p>

*Nota.* Componentes, subcomponentes e indicadores de idoneidad epistémica Fuente: (Beltrán-Pellicer et al., 2018).

## Anexo 2. Programación curricular de educación primaria

---

### COMPETENCIA

#### Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre

Consiste en que el estudiante analice datos sobre un tema de interés o estudio o de situaciones aleatorias, que le permitan tomar decisiones, elaborar predicciones razonables y conclusiones respaldadas en la información producida. Para ello, el estudiante recopila, organiza y representa datos que le dan insumos para el análisis, interpretación e inferencia del comportamiento determinista o aleatorio de la situación usando medidas estadísticas y probabilísticas.

Esta competencia implica la combinación de las siguientes capacidades:

- **Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas:** es representar el comportamiento de un conjunto de datos, seleccionando tablas o gráficos estadísticos, medidas de tendencia central, de localización o dispersión. Reconocer variables de la población o la muestra al plantear un tema de estudio. Así también implica el análisis de situaciones aleatorias y representar la ocurrencia de sucesos mediante el valor de la probabilidad.
- **Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos:** es comunicar su comprensión de conceptos estadísticos y probabilísticos en relación a la situación. Leer, describir e interpretar información estadística contenida en gráficos o tablas provenientes de diferentes fuentes.
- **Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos:** es seleccionar, adaptar, combinar o crear una variedad de procedimientos, estrategias y recursos para recopilar, procesar y analizar datos, así como el uso de técnicas de muestreo y el cálculo de las medidas estadísticas y probabilísticas.
- **Sustenta conclusiones o decisiones con base en la información obtenida:** es tomar decisiones, hacer predicciones o elaborar conclusiones y sustentarlas con base en la información obtenida del procesamiento y análisis de datos, así como de la revisión o valoración de los procesos.

*Nota.* Competencia, capacidades asociadas al estudio de la probabilidad en el currículo nacional (MINEDU, 2017b, Pg.263).

### Anexo 3. Competencia, capacidades y descripción en el currículo nacional

DESEMPEÑOS POR GRADO

Ciclo V

#### COMPETENCIA “RESUELVE PROBLEMAS DE GESTIÓN DE DATOS E INCERTIDUMBRE”

Cuando el estudiante resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre, combina las siguientes capacidades:

- Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas.
- Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.
- Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.
- Sustenta conclusiones o decisiones con base en la información obtenida.

#### Descripción del nivel de la competencia esperado al final del ciclo V

Resuelve problemas relacionados con temas de estudio, en los que reconoce variables cualitativas o cuantitativas discretas, recolecta datos a través de encuestas y de diversas fuentes de información. Selecciona tablas de doble entrada, gráficos de barras dobles y gráficos de líneas, seleccionando el más adecuado para representar los datos. Usa el significado de la moda para interpretar información contenida en gráficos y en diversas fuentes de información. Realiza experimentos aleatorios, reconoce sus posibles resultados y expresa la probabilidad de un evento relacionando el número de casos favorables y el total de casos posibles. Elabora y justifica predicciones, decisiones y conclusiones, basándose en la información obtenida en el análisis de datos o en la probabilidad de un evento.

*Nota.* Competencia, capacidades y descripción asociado al estudio de la probabilidad en el currículo nacional (MINEDU, 2017b, Pg.269).

## Anexo 4. Desempeños asociados al estudio de la probabilidad del programa curricular de educación primaria

DESEMPEÑOS DE QUINTO GRADO	DESEMPEÑOS DE SEXTO GRADO
<p>Cuando el estudiante resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre y se encuentra en proceso hacia el nivel esperado del ciclo V, realiza desempeños como los siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Representa las características de una población en estudio, las que asocia a variables cualitativas (por ejemplo, color de ojos: pardos, negros; profesión: médico, abogado, etc.) y cuantitativas discretas (por ejemplo, número de hermanos: 3, 2; cantidad de goles: 2, 4, 5, etc.), así como también el comportamiento del conjunto de datos, a través de pictogramas verticales y horizontales (cada símbolo representa más de una unidad), gráficos de barras con escala dada (múltiplos de 10), la moda como la mayor frecuencia y la media aritmética como punto de equilibrio.</li> <li>• Expresa su comprensión de la moda como la mayor frecuencia y la media aritmética como punto de equilibrio; así como todos los posibles resultados de la ocurrencia de sucesos cotidianos usando las nociones "seguro", "más probable" y "menos probable".</li> <li>• Lee gráficos de barras con escala, tablas de doble entrada y pictogramas de frecuencias con equivalencias, para interpretar la información del mismo conjunto de datos contenidos en diferentes formas de representación y de la situación estudiada.</li> <li>• Recopila datos mediante encuestas sencillas o entrevistas cortas con preguntas adecuadas empleando procedimientos y recursos; los procesa y organiza en listas de datos, tablas de doble entrada o tablas de frecuencia, para describirlos y analizarlos.</li> <li>• Selecciona y emplea procedimientos y recursos como el recuento, el diagrama, las tablas de frecuencia u otros, para determinar la media aritmética como punto de equilibrio, la moda como la mayor frecuencia y todos los posibles resultados de la ocurrencia de sucesos cotidianos.</li> <li>• Predice la mayor o menor frecuencia de un conjunto de datos, o si la posibilidad de ocurrencia de un suceso es mayor que otro. Así también, explica sus decisiones y conclusiones a partir de la información obtenida con base en el análisis de datos.</li> </ul>	<p>Cuando el estudiante resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre y logra el nivel esperado del ciclo V, realiza desempeños como los siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Representa las características de una población en estudio sobre situaciones de interés o aleatorias, asociándolas a variables cualitativas (por ejemplo: vóley, tenis) y cuantitativas discretas (por ejemplo: 3, 4, 5 hijos), así como también el comportamiento del conjunto de datos, a través de gráficos de barras dobles, gráficos de líneas, la moda y la media aritmética como reparto equitativo.</li> <li>• Determina todos los posibles resultados de una situación aleatoria a través de su probabilidad como fracción.</li> <li>• Expresa su comprensión de la moda como la mayor frecuencia y la media aritmética como reparto equitativo; así como todos los posibles resultados de una situación aleatoria en forma oral usando las nociones "más probables" o "menos probables", y numéricamente. Ejemplo: <i>El estudiante podría decir: "En dos de los cinco casos, el resultado es favorable: 2/5".</i></li> <li>• Lee tablas de doble entrada y gráficos de barras dobles, así como información proveniente de diversas fuentes (periódicos, revistas, entrevistas, experimentos, etc.), para interpretar la información que contiene considerando los datos, las condiciones de la situación y otra información que se tenga sobre las variables. También, advierte que hay tablas de doble entrada con datos incompletos, las completa y produce nueva información.</li> <li>• Recopila datos mediante encuestas sencillas o entrevistas cortas con preguntas adecuadas empleando procedimientos y recursos; los procesa y organiza en tablas de doble entrada o tablas de frecuencia, para describirlos y analizarlos.</li> <li>• Selecciona y emplea procedimientos y recursos como el recuento, el diagrama, las tablas de frecuencia u otros, para determinar la media aritmética como reparto equitativo, la moda, los casos favorables a un suceso y su probabilidad como fracción.</li> <li>• Predice la tendencia de los datos o la ocurrencia de sucesos a partir del análisis de los resultados de una situación aleatoria. Así también, justifica sus decisiones y conclusiones a partir de la información obtenida con base en el análisis de datos.</li> </ul>

*Nota.* Desempeños de la competencia resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre (MINEDU, 2017b, P.270).

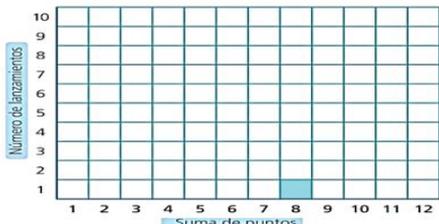
## Anexo 5. Desempeños asociados al estudio de la probabilidad del programa curricular de educación primaria

**FICHA 22** Resolvemos problemas de gestión de datos e incertidumbre

### Descubrimos sucesos probables

1 Jueguen a lanzar 2 dados y adivinen cuánto suman.

- Los jugadores intentan adivinar la suma que obtendrán en los dados y la anotan donde todos la vean.
- A su turno, cada uno lanza los dos dados y pinta un cuadrado sobre la suma que obtiene.
- Continúan lanzando y pintando en la gráfica hasta que cada uno realice mínimo 5 lanzamientos.
- ¿Qué suma salió más veces? Gana el que adivinó esa suma.



Por ejemplo:  
En el primer lanzamiento  
Salió:  $6 + 2 = 8$



a. Analicen y respondan.

- Antes de lanzar los dados, ¿puedes saber el resultado? ¿Por qué?  
\_\_\_\_\_
- La suma que salió más veces es \_\_\_\_\_. ¿Por qué crees que salió más veces?  
\_\_\_\_\_
- ¿Qué suma es más fácil que salga? ¿Por qué?  
\_\_\_\_\_

Matemática 5 79

b. Analiza y escribe V si es verdadero o F si es falso.

- Es imposible que la suma sea 1. (\_\_\_)
- Hay 3 posibilidades de que la suma sea 6: 1 y 5; 2 y 4; 3 y 3. (\_\_\_)
- Hay 5 posibilidades de que la suma sea 6: 1 y 5; 2 y 4; 3 y 3; 4 y 2; 5 y 1. (\_\_\_)
- Hay 6 posibilidades de que la suma sea 7: 1 y 6; 2 y 5; 3 y 4; 4 y 3; 5 y 2; 6 y 1. (\_\_\_)
- Hay más posibilidades de que la suma sea 12. (\_\_\_)



2 Patty juega con la ruleta y trata de adivinar qué color obtendrá. Ella dice que el color verde saldrá con mayor frecuencia. ¿Tendrá razón? ¿Por qué?

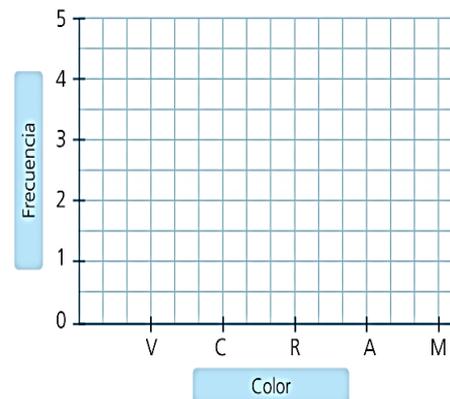


a. Observa los resultados que obtuvo al girar la ruleta.

Giro	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º	6.º	7.º	8.º	9.º	10.º
Resultado	V	R	V	M	A	V	R	C	V	R

b. Organiza los resultados obtenidos en una tabla de frecuencias y en un gráfico de barras.

Color	Frecuencia
Verde	
Celeste	
Rojo	
Amarillo	
Morado	



c. Observa los resultados obtenidos, reflexiona y responde.

- ¿Qué color salió con mayor frecuencia? \_\_\_\_\_
- ¿Qué color es más probable que salga? ¿Por qué? \_\_\_\_\_

Respuesta. Patty \_\_\_\_\_ tuvo razón, porque \_\_\_\_\_

FICHA  
23

Resolvemos problemas de gestión de datos e incertidumbre

### Jugamos con experimentos aleatorios



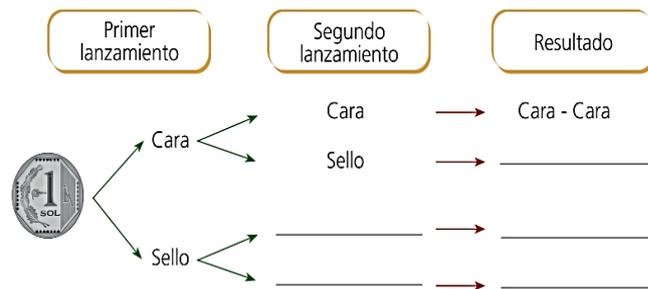
- 1 Lisa y Pedro deciden echar a la suerte una salida especial y para ello lanzan una moneda dos veces. ¿Quién tiene más posibilidades de ganar?



- a. Comenten cómo se puede saber quién tiene más posibilidades de ganar.  
b. Escriban los resultados que se pueden obtener al lanzar una moneda dos veces.

\_\_\_\_\_

- c. Completen el diagrama de árbol en el que se representan los resultados posibles al lanzar una moneda dos veces.



- d. Analicen el diagrama de árbol y respondan.

- ¿Qué resultados hacen ganar a Lisa? ¿Y a Pedro?

A Lisa: \_\_\_\_\_

A Pedro: \_\_\_\_\_

Respuesta. \_\_\_\_\_ tiene más posibilidades de ganar.

- e. Si Pedro y Lisa hubieran decidido lanzar la moneda tres veces, ¿cuáles habrían sido los resultados posibles? Representen las posibilidades en un papelógrafo y muéstrenlas a la clase.



2 Carlos y Gloria quieren cocinar el domingo pero no se ponen de acuerdo. Decidieron lanzar un dado y dejarlo a la suerte. ¿Qué es más probable, que coman tallarines o pescado?



a. Escribe todos los resultados que se pueden obtener al lanzar un dado.

b. En los resultados que escribiste, identifica y encierra con una línea azul los que favorecen a Carlos y con una línea roja, los que favorecen a Gloria.

c. Completa.

- Resultados favorables a Carlos: \_\_\_\_\_.
- Resultados favorables a Gloria: \_\_\_\_\_.

Respuesta. Es más probable que \_\_\_\_\_ porque tiene más resultados a su favor.

3 Seis estudiantes de quinto grado jugaron a mencionar algunos sucesos que pueden ocurrir al lanzar un dado. Gana quien dice el suceso con mayor probabilidad de ocurrir. ¿Quién ganó?

a. Completa la tabla.

Estudiante	Suceso	Resultados favorables	Interpretación
Miguel	Obtiene un número mayor de 2.	3, 4, 5 y 6	4 de 6 resultados
Hugo	Obtiene un número menor de 6.		
Nico	Obtiene un múltiplo de 3.		
Patty	Obtiene un número impar.		
Rosa	Obtiene un número par menor de 4.		
Lola	Obtiene un número menor de 7.		

Respuesta. \_\_\_\_\_ ganó el juego.

b. Comenta. ¿De qué depende que un suceso tenga más probabilidad de ocurrir?



## Anexo 6. Cuadernillo de matemática sobre probabilidad sexto grado de Educación Primaria

FICHA  
21

Resolvemos problemas de gestión de datos e incertidumbre

### Jugamos con bolas de colores



- 1 Lola y Benjamín juegan a sacar bolas de sus cajas, sin mirar. Todas las bolas tienen igual medida, no llevan marcas y solo el color las distingue; así que los niños pueden sacar cualquiera. Ganará quien primero saque una bola roja. ¿Quién tiene mayor posibilidad de ganar?

Caja de Lola



Hay \_\_\_ bolas rojas y \_\_\_ bola verde.  
Lola tiene más posibilidad de sacar una bola \_\_\_\_\_ que una bola \_\_\_\_\_.

Caja de Benjamín



Hay \_\_\_ bolas rojas y \_\_\_ bolas verdes.  
Benjamín tiene \_\_\_\_\_ posibilidad de sacar una bola roja o una bola verde.

Respuesta. \_\_\_\_\_ tiene más posibilidad de ganar.

- 2 Lola y Benjamín vuelven a jugar con otras cajas. Gana quién saque una bola roja. ¿Quién tiene más posibilidad de ganar?

Caja de Lola

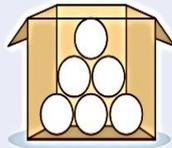


Caja de Benjamín

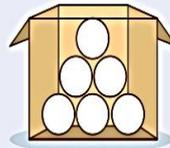


Respuesta. \_\_\_\_\_ tiene más posibilidad de ganar.

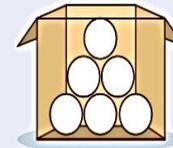
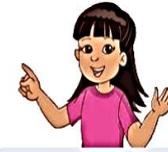
- 3 Pinta las bolas de color o para que se cumplan las afirmaciones de Miguel, Paola y Urpi.



Hay menos posibilidad de sacar una bola roja que una azul.



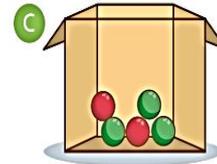
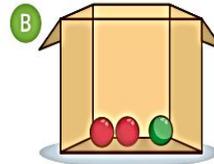
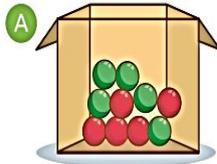
Es igualmente posible sacar una bola roja o una azul.



Es seguro sacar una bola roja.

- ¿Cuántas bolas pintaste de color rojo en la primera caja?  ¿Podrías haber pintado una cantidad diferente? Explica.

- 4 Paola va a sacar una bola, sin mirar, de las siguientes cajas.



Completa.

- Hay mayor posibilidad de sacar una bola roja de la caja \_\_\_\_\_.
- Hay menor posibilidad de sacar una bola roja de la caja \_\_\_\_\_.
- Para que haya mayor posibilidad de sacar una bola roja de la caja A, debo \_\_\_\_\_ 1 bola verde.  
añadir / quitar
- Para tener la certeza de que la bola extraída de la caja B sea roja, debo \_\_\_\_\_ 1 bola \_\_\_\_\_.  
añadir / quitar      roja / verde

Para describir si algo puede ocurrir, calificalo como suceso seguro, suceso posible o suceso imposible.

FICHA  
22

Resolvemos problemas de gestión de datos e incertidumbre

## Calculamos la probabilidad



- 1 Por el aniversario del colegio organizaron varios juegos. En la ruleta, ganas un osito de peluche si aciertas el color y el tipo de número (par o impar) en que se detendrá la flecha. Patty decide probar suerte con el color verde y número par. ¿Qué probabilidad tiene de ganar el osito? ¿Es más probable que gane o que no gane?



- a. ¿Se puede saber con seguridad qué resultado saldrá?  
¿Por qué? \_\_\_\_\_

- ¿Cuáles son los resultados favorables al suceso que espera Patty?  
\_\_\_\_\_

- ¿Cuáles son los resultados que se pueden obtener al girar la ruleta?  
\_\_\_\_\_

- b. Calculen la probabilidad que tiene Patty de acertar con su elección.

$$\frac{\text{Número de sucesos favorables}}{\text{Número total de sucesos}} = \frac{\boxed{\quad}}{\boxed{\quad}} = \frac{\boxed{\quad}}{\boxed{\quad}}$$

Respuesta. \_\_\_\_\_

- 2 Nico desea participar en el juego de la ruleta, pero no se decide si jugar al color amarillo y número impar, o al color rojo y número par. ¿Qué opción debe elegir para tener mayor probabilidad de ganar?

- a. Calcula la probabilidad de ambos sucesos.

- Color amarillo y número impar.

$$\frac{\text{Número de sucesos favorables}}{\text{Número total de sucesos}} = \frac{\boxed{\quad}}{\boxed{\quad}} = \frac{\boxed{\quad}}{\boxed{\quad}}$$

- Color rojo y número par.

$$\frac{\text{Número de sucesos favorables}}{\text{Número total de sucesos}} = \frac{\boxed{\quad}}{\boxed{\quad}}$$

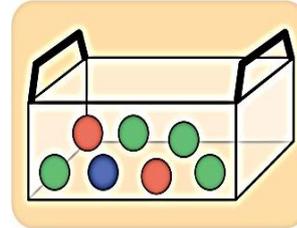
- ¿Qué suceso aconsejarías elegir a Nico para que gane? **Explica** por qué.  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_



Matemática 6

75

- 3 El mago puso bolas de colores en una caja para que los participantes saquen una sin mirar. Si sacabas bola azul, el mago te regalaba un cuento. Si sacabas bola roja, te regalaba un peluche y, si sacabas bola verde, una agenda. Paco saca una al azar, ¿qué premio es más probable que obtenga?



a. Responde.

• ¿Cuántas bolas hay en la caja? \_\_\_\_\_.

• ¿Cuántas bolas hay de cada color?

Azul:

Rojo:

Verde:

b. Calcula la probabilidad de obtener cada premio.

Cuento →

Peluche →

Agenda →

Respuesta. \_\_\_\_\_.

- 4 Patty, Miguel y Rosa se reunieron en el recreo para jugar a adivinar con los resultados del dado. Cada uno propuso un suceso antes de lanzar el dado.



a. Plantea una pregunta para la situación que proponen Patty, Miguel y Rosa.

\_\_\_\_\_.

b. Al lanzar el dado puede salir: \_\_\_\_\_.

c. Calcula la probabilidad del suceso que mencionó cada niña o niño.



Miguel tiene menos probabilidad de acertar porque \_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_.

## Anexo 7. Declaración jurada de autenticidad de tesis



Universidad Nacional del  
Altiplano Puno



Vicerrectorado de  
Investigación



Repositorio  
Institucional

### DECLARACIÓN JURADA DE AUTENTICIDAD DE TESIS

Por el presente documento, Yo **PEDRO HUAYTA TICONA** identificado(a) con N° DNI: **72314916** en mi condición de egresado(a) de la:

**MAESTRÍA EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA**  
con código de matrícula N° 211800, informo que he elaborado la tesis denominada:  
**ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LOS SIGNIFICADOS DE LA PROBABILIDAD EN LOS  
LIBROS DE TEXTOS DE EDUCACIÓN BÁSICA REGULAR PERUANA**

Es un tema original.

Declaro que el presente trabajo de tesis es elaborado por mi persona y no existe plagio/copia de ninguna naturaleza, en especial de otro documento de investigación (tesis, revista, texto, congreso, o similar) presentado por persona natural o jurídica alguna ante instituciones académicas, profesionales, de investigación o similares, en el país o en el extranjero.

Dejo constancia que las citas de otros autores han sido debidamente identificadas en el trabajo de investigación, por lo que no asumiré como tuyas las opiniones vertidas por terceros, ya sea de fuentes encontradas en medios escritos, digitales o Internet.

Asimismo, ratifico que soy plenamente consciente de todo el contenido de la tesis y asumo la responsabilidad de cualquier error u omisión en el documento, así como de las connotaciones éticas y legales involucradas.

En caso de incumplimiento de esta declaración, me someto a las disposiciones legales vigentes y a las sanciones correspondientes de igual forma me someto a las sanciones establecidas en las Directivas y otras normas internas, así como las que me alcancen del Código Civil y Normas Legales conexas por el incumplimiento del presente compromiso

Puno, 16 de Diciembre del 2024.



FIRMA (Obligatorio)



Huella

## Anexo 8. Autorización para el depósito repositorio institucional



Universidad Nacional del  
Altiplano Puno



Vicerrectorado de  
Investigación



Repositorio  
Institucional

### AUTORIZACIÓN PARA EL DEPÓSITO DE TESIS O TRABAJO DE INVESTIGACIÓN EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL

Por el presente documento, Yo **PEDRO HUAYTA TICONA** identificado(a) con N° DNI: **72314916**, en mi condición de egresado(a) del **Programa de Maestría o Doctorado: MAESTRÍA EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA**, informo que he elaborado la tesis denominada:

**ANÁLISIS DIDÁCTICO DE LOS SIGNIFICADOS DE LA PROBABILIDAD EN LOS LIBROS DE TEXTOS DE EDUCACIÓN BÁSICA REGULAR PERUANA**

para la obtención de  **Grado**.

Por medio del presente documento, afirmo y garantizo ser el legítimo, único y exclusivo titular de todos los derechos de propiedad intelectual sobre los documentos arriba mencionados, las obras, los contenidos, los productos y/o las creaciones en general (en adelante, los "Contenidos") que serán incluidos en el repositorio institucional de la Universidad Nacional del Altiplano de Puno.

También, doy seguridad de que los contenidos entregados se encuentran libres de toda contraseña, restricción o medida tecnológica de protección, con la finalidad de permitir que se puedan leer, descargar, reproducir, distribuir, imprimir, buscar y enlazar los textos completos, sin limitación alguna.

Autorizo a la Universidad Nacional del Altiplano de Puno a publicar los Contenidos en el Repositorio Institucional y, en consecuencia, en el Repositorio Nacional Digital de Ciencia, Tecnología e Innovación de Acceso Abierto, sobre la base de lo establecido en la Ley N° 30035, sus normas reglamentarias, modificatorias, sustitutorias y conexas, y de acuerdo con las políticas de acceso abierto que la Universidad aplique en relación con sus Repositorios Institucionales. Autorizo expresamente toda consulta y uso de los Contenidos, por parte de cualquier persona, por el tiempo de duración de los derechos patrimoniales de autor y derechos conexos, a título gratuito y a nivel mundial.

En consecuencia, la Universidad tendrá la posibilidad de divulgar y difundir los Contenidos, de manera total o parcial, sin limitación alguna y sin derecho a pago de contraprestación, remuneración ni regalía alguna a favor mío; en los medios, canales y plataformas que la Universidad y/o el Estado de la República del Perú determinen, a nivel mundial, sin restricción geográfica alguna y de manera indefinida, pudiendo crear y/o extraer los metadatos sobre los Contenidos, e incluir los Contenidos en los índices y buscadores que estimen necesarios para promover su difusión.

Autorizo que los Contenidos sean puestos a disposición del público a través de la siguiente licencia:

Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional. Para ver una copia de esta licencia, visita: <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

En señal de conformidad, suscribo el presente documento.

Puno, 16 de Diciembre del 2024.

FIRMA (Obligatorio)



Huella