



**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO**  
**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**  
**PROGRAMA DE SEGUNDA ESPECIALIDAD**



**EL GEOGEBRA EN EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES  
REALES DE VARIABLE REAL EN LOS ESTUDIANTES DE  
INGENIERÍA EN ENERGÍAS RENOVABLES DE LA  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE JULIACA, 2017**

**TESIS**

**PRESENTADA POR:**

**LUZ ELIZABETH HUANCHI MAMANI**

**PARA OPTAR EL TÍTULO DE SEGUNDA ESPECIALIDAD EN:**

**DIDÁCTICA UNIVERSITARIA**

**PUNO - PERÚ**

**2020**



NOMBRE DEL TRABAJO

**EL GEOGEBRA EN EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL EN LOS ESTUDIANTES DE INGENIERÍA EN ENERGÍAS RENOVABLES DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE JULIACA, 2017**

AUTOR

**LUZ ELIZABETH HUANCHI MAMANI**

RECuento DE PALABRAS

**15565 Words**

RECuento DE CARACTERES

**86962 Characters**

RECuento DE PÁGINAS

**141 Pages**

TAMAÑO DEL ARCHIVO

**27.4MB**

FECHA DE ENTREGA

**Aug 13, 2024 9:21 AM GMT-5**

FECHA DEL INFORME

**Aug 13, 2024 9:23 AM GMT-5**

● **20% de similitud general**

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para cada base de datos.

- 17% Base de datos de Internet
- Base de datos de Crossref
- 12% Base de datos de trabajos entregados
- 5% Base de datos de publicaciones
- Base de datos de contenido publicado de Crossref

● **Excluir del Reporte de Similitud**

- Material bibliográfico
- Material citado
- Material citado
- Coincidencia baja (menos de 10 palabras)



## DEDICATORIA

*Con amor:*

*A mi amor Roel y mi hija Zoé e hijo Yael, por estar presente en mi vida.*

*A mis padres Adrian y Paula, pilares fundamnetales en mi vida.*

*A Leticia, Doris y Amadeo mis queridos hermanos por ser mi apoyo incondicional.*



## AGRADECIMIENTOS

A Dios, por brindarme paz, alegría y las oportunidades de prosperar en esta vida.

Expresar mi gratitud, a la Segunda Especialización de la Facultad de Ciencias de la Educación, Mención Didáctica Universitaria de la Universidad Nacional del Altiplano de Puno y a sus autoridades que la conducen, por haberme permitido ser parte de ella.

A los docentes de la Facultad de Ciencias de la Educación, por compartir sus conocimientos y experiencias personales con mí persona.

Expresar mi gratitud a mi asesor, Mg. Wilfredo Calsin Velasquez por guiarme en la realización de esta tesis, por brindarme su apoyo incondicional en este proyecto y por su amistad.

A mi director Dr. Estanislado Edgar Mancha Pineda por impartir sus conocimientos y experiencia.

A los jurados por su aporte con ideas valiosas y comentarios que permitio mejorar la presente investigación.

*Luz Elizabeth Huanchi Mamani*



# ÍNDICE GENERAL

	Pág.
<b>DEDICATORIA</b>	
<b>AGRADECIMIENTOS</b>	
<b>ÍNDICE GENERAL</b>	
<b>ÍNDICE DE TABLAS</b>	
<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b>	
<b>ÍNDICE DE ANEXOS</b>	
<b>RESUMEN .....</b>	11
<b>ABSTRACT.....</b>	12
<b>CAPÍTULO I</b>	
<b>INTRODUCCIÓN</b>	
<b>1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....</b>	14
<b>1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA .....</b>	17
1.2.1 Problema General.....	17
1.2.2 Problemas Específico .....	17
<b>1.3. HIPÓTESIS DE LA INVESTIGACIÓN .....</b>	18
1.3.1 Hipótesis General .....	18
1.3.2 Hipotesis específico .....	18
<b>1.4. JUSTIFICACIÓN DEL ESTUDIO.....</b>	19
<b>1.5. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN.....</b>	21
1.5.1. Objetivo General .....	21
1.5.2. Objetivos específicos .....	21



## CAPÍTULO II

### REVISIÓN DE LITERATURA

<b>2.1</b>	<b>ANTECEDENTES</b> .....	22
2.1.1	Antecedentes internacionales .....	22
2.1.2	Antecedentes nacionales .....	25
<b>2.2.</b>	<b>MARCO TEÓRICO</b> .....	27
2.2.1.	Aprendizaje de la matemática .....	27
2.2.2.	Historia de la función .....	29
2.2.3.	Funciones reales de variable real .....	30
2.2.4.	Utilización del Geogebra en la matemática.....	38
2.2.5.	Geogebra en la enseñanza y aprendizaje.....	40
2.2.6.	Importancia de usar geogebra en la enseñanza de funciones reales de variable real .....	40
2.2.7.	Software Geogebra asociada en el estudio de funciones reales de variable real.....	41
<b>2.3.</b>	<b>DEFINICION DE TÉRMINOS BÁSICOS</b> .....	42

## CAPÍTULO III

### MATERIALES Y MÉTODOS

<b>3.1.</b>	<b>UBICACIÓN GEOGRÁFICA</b> .....	43
<b>3.2.</b>	<b>PERIODO Y DURACIÓN</b> .....	44
<b>3.3.</b>	<b>PROCEDENCIA DEL MATERIAL UTILIZADO</b> .....	44
<b>3.4.</b>	<b>POBLACIÓN Y MUESTRA</b> .....	46
<b>3.5.</b>	<b>DISEÑO ESTADÍSTICO</b> .....	47
<b>3.6.</b>	<b>PROCEDIMIENTO</b> .....	48
<b>3.7.</b>	<b>VARIABLES</b> .....	49



<b>3.8.</b>	<b>ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS .....</b>	<b>50</b>
<b>3.9.</b>	<b>DISEÑO ESTADÍSTICO PARA PROBAR LA HIPÓTESIS .....</b>	<b>52</b>
<b>CAPÍTULO IV</b>		
<b>RESULTADOS Y DISCUSIÓN</b>		
<b>4.1.</b>	<b>RESULTADOS DEL PRE-TEST DEL GRUPO EXPERIMENTAL Y CONTROL .....</b>	<b>53</b>
<b>4.2.</b>	<b>RESULTADOS DEL POST-TEST DEL GRUPO EXPERIMENTAL Y CONTROL .....</b>	<b>54</b>
<b>4.3.</b>	<b>ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE APRENDIZAJE ENTRE MÉTODO CLÁSICO Y UTILIZANDO EL SOFTWARE.....</b>	<b>57</b>
<b>4.4.</b>	<b>ANÁLISIS DE PRUEBA ESTADÍSTICA MEDIANTE T-STUDENT .....</b>	<b>59</b>
<b>4.5.</b>	<b>DISCUSIÓN .....</b>	<b>63</b>
<b>V.</b>	<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>66</b>
<b>VI.</b>	<b>RECOMENDACIONES .....</b>	<b>68</b>
<b>VII.</b>	<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>69</b>
	<b>ANEXOS.....</b>	<b>74</b>

**ÁREA:** Procesos Educativos

**TEMA:** TIC en educación

**FECHA DE SUSTENTACIÓN:** 16/01/2020



## ÍNDICE DE TABLAS

	<b>Pág.</b>
<b>Tabla 1</b> Periodo de la investigación .....	44
<b>Tabla 2</b> Reporte de estudiantes matriculados en el primer ciclo 2017-II.....	46
<b>Tabla 3</b> Tratamiento de los datos .....	47
<b>Tabla 4</b> Valores de niveles de los test .....	48
<b>Tabla 5</b> Operacionalización de variables .....	49
<b>Tabla 6</b> Evaluación del pre-test del grupo experimental y control .....	53
<b>Tabla 7</b> Resultado de evaluación del post-test del grupo experimental y control .....	55
<b>Tabla 8</b> Frecuencia del Grupo Experimental del post-test.....	56
<b>Tabla 9</b> Frecuencia del Grupo Control del post-test .....	56
<b>Tabla 10</b> Evaluación estadística descriptiva del post -test en Grupo Experimental y Control .....	57
<b>Tabla 11</b> Evaluación estadística descriptiva del post -test en Grupo Experimental y Control .....	61
<b>Tabla 12</b> Prueba de t-student entre las calificaciones del grupo Experimental y Control .....	62



## ÍNDICE DE FIGURAS

	<b>Pág.</b>
<b>Figura 1</b> Interpretaciones acerca de la función $f(x)$ .....	30
<b>Figura 2</b> Características de Geogebra.....	40
<b>Figura 3</b> Localización del estudio .....	43
<b>Figura 4</b> Número de estudiantes del Grupo Experimental y Control del pre-test. ....	54
<b>Figura 5</b> Número de estudiantes en el post-test del Grupo Experimental y Control..	55
<b>Figura 6</b> (a) Distribución de porcentaje del Grupo Experimental (b) Distribución de porcentaje del Grupo Control.....	58
<b>Figura 7</b> Gráfico cuantil-cuantil (Q-Q) del postest del grupo Control.....	59
<b>Figura 8</b> Gráfico cuantil-cuantil (Q-Q) del postest del grupo Experimental.....	60



## ÍNDICE DE ANEXOS

	<b>Pág.</b>
<b>ANEXO 1</b> Sílabo .....	75
<b>ANEXO 2</b> Material didáctico de grupo experimental .....	81
<b>ANEXO 3</b> Sesión de Aprendizaje N° 01 y sesión de Aprendizaje N° 01 .....	83
<b>ANEXO 4</b> Sesión de Aprendizaje N° 02 y Guía de práctica N° 02 .....	85
<b>ANEXO 5</b> Sesión de Aprendizaje N° 03 y Guía de práctica N° 03 .....	88
<b>ANEXO 6</b> Sesión de Aprendizaje N° 04 y Guía de práctica N° 04 .....	92
<b>ANEXO 7</b> Sesión de Aprendizaje N° 05 y Guía de práctica N° 05 .....	95
<b>ANEXO 8</b> Sesión de Aprendizaje N° 06 y Guía de práctica N° 06 .....	98
<b>ANEXO 9</b> Sesión de Aprendizaje N° 07 y Guía de práctica N° 07 .....	102
<b>ANEXO 10</b> Sesión de Aprendizaje N° 08 y Guía de práctica N° 08 .....	106
<b>ANEXO 11</b> Sesión de Aprendizaje N° 09 y Guía de práctica N° 09 .....	111
<b>ANEXO 12</b> Sesión de Aprendizaje N° 10 y Guía de práctica N° 10 .....	117
<b>ANEXO 13</b> Sesión de Aprendizaje N° 11 y Guía de práctica N° 11 .....	121
<b>ANEXO 14</b> Sesión de Aprendizaje N° 12 y Guía de práctica N° 12 .....	126
<b>ANEXO 15</b> Calificaciones de los estudiantes del grupo Experimental y Control .....	133
<b>ANEXO 16</b> Examen de pre test y pos-test .....	134
<b>ANEXO 17</b> Declaración Jurada de Autenticidad .....	140
<b>ANEXO 18</b> Autorización para el Depósito de Tesis en el Repositorio Institucional.	141



## RESUMEN

En la actualidad la matemática universitaria en el Perú con las Tecnologías de Información y Comunicación manifiesta cambios importantes en el aprendizaje de interpretación teórica y gráfica, así esta investigación tiene el objetivo de determinar la influencia del software Geogebra en el aprendizaje de funciones reales de variable real, en los estudiantes del I semestre de la Escuela Profesional de Ingeniería en Energías Renovables, de la Universidad Nacional de Juliaca. El diseño de investigación es cuasi-experimental con pre prueba (*pre-test*) y pos prueba (*pos-test*) en el aprendizaje de funciones reales de variable real, en el grupo experimental de 20 estudiantes respecto al grupo de control de 20 estudiantes. Entre los resultados, la influencia con el software en el grupo experimental con respecto al grupo control es de 3.6 puntos de superación en la calificación promedio, asimismo aprobaron el 100%, con un nivel mayormente de 45% con nivel calificación Bueno; sin embargo, en el grupo Control (sin el software Geogebra) el 90 % aprobo y 10% desaprobaron el tema, entre los cuales 60% alcanzaron el nivel de calificación Regular. En la prueba de t-student muestra que esta diferencia de calificación promedio entre los grupos es significativa con un valor de  $0.001 (< 0.005)$ , concluyendo el software mejora el rendimiento de los estudiantes como apoyo en el aprendizaje de funciones reales de variable real.

**Palabras Clave:** Software, Geogebra, Aprendizaje, Funciones, Variable Real.



## ABSTRACT

Currently the application of educational software shows changes in the learning of theoretical interpretation and graphics in mathematics, the objective of this research is to determine the influence with the use of Geogebra software in the learning of real functions of real variable, in the students of the I semester of the Professional School of Engineering in Renewable Energies, of the National University of Juliaca. The research design is quasi-experimental with pre-test (pre-test) and post-test (post-test) with a single evaluation in the learning of real functions of real variable, by means of the experimental group of 20 students with respect to the control group , made up of 20 students. The results that influence the difference of the experimental group score with respect to the control group is 3.6, they also approved 100%, being mostly 45% the qualification level Good; however, in the Control group (without Geogebra software) 90% approved and 10% disapproved of the issue, among which 60% reached the Regular qualification level. In the t-student test it shows that this difference in grade between groups is significant with a value of 0.001 ( $<0.005$ ), concluding the software improves student performance as support in learning real functions of real variable.

**Keywords:** Geogebra software, learning, real functions of real variable.



# CAPÍTULO I

## INTRODUCCIÓN

A nivel global, es evidente la falta de interés y motivación en los estudiantes hacia las matemáticas. Esta situación ha causado que muchos alumnos adopten actitudes negativas hacia esta materia, lo que les dificulta su dominio. Como resultado, se ha registrado un bajo índice de aprendizaje, tanto en la educación básica regular y superior en diferentes instituciones educativas del Perú. Si no se implementan estrategias adecuadas, este problema continuará afectando el proceso de aprendizaje.

Hoy en día, el problema más común está relacionado con las dificultades en matemáticas, seguido por la lectura y luego la expresión escrita. Por lo tanto, una de las áreas que debe ser abordada para contrarrestar esta deficiencia en el aprendizaje de las matemáticas es la implementación de estrategias de resolución de problemas prácticos que garanticen que los estudiantes alcancen las expectativas de aprendizaje en los temas estudiados.

La presente investigación analiza el aprendizaje de los estudiantes del I semestre de la Escuela Profesional de Ingeniería en Energías Renovables, de la Universidad Nacional de Juliaca del periodo 2017-II, debido que no logran interpretar y comprender la teoría y la gráfica del tema de funciones reales de variable real. Por ende, este trabajo permite usar el software Geogebra, para motivar a los estudiantes y mejorar el aprendizaje de la matemática básica, asimismo nos preguntamos en qué medida la influencia con el uso del software Geogebra determina el aprendizaje de funciones reales de variable real en estudiantes de ingeniería.

El desarrollo de la investigación se estructura por cuatro capítulos:



En el capítulo I, Se describe y se formula el problema, se plantea el objetivo general, objetivos específicos y la justificación de la investigación.

En el capítulo II, se refiere antecedentes, marco teorico, marco conceptual, hipótesis y operalización de variables de la investigación.

En el capítulo III, se desarrolla metodología de la investigación.

En el capítulo IV, se presenta resultados y permite exponer discusión a su vez la hipótesis para contrastar, finalmente la conclusion, recomendación y bibliografía seguido de los respectivos anexos.

### **1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

En la actualidad el bajo rendimiento en el aprendizaje en matemáticas se relaciona por diversos motivos, según Gallardo (2009) son social, económico, orden curricular, didáctica, formación del docente, infraestructura, etc; también uno de los aspectos que inciden en el aprendizaje de las matemáticas, es la motivación al estudiante. Durante los primeros ciclos en las carreras de ingenierías es primordial el conocimientos de temas básicos, como la matemática, por ello el aprendizaje de temas importantes es sustancial para el desarrollo del estudiante en su formación profesional y el rendimiento académico. Según UNESCO (2013) sobre la educación de calidad, está centrada en la necesidad de ofrecerle a los jóvenes, el desarrollo de competencias y el manejo de las tecnologías de información y la comunicación facilitándoles el acceso a los medios, la subsistencia y la participación activa en espacios sociales, políticos y económicos, esto debido a las oportunidades que representa la educación para el desarrollo de los países con bajos ingresos, y a la crisis financiera por la que están pasando los países de altos ingreso.



El mundo globalizado nos permite el uso de tecnologías, por lo que es necesario incorporar el uso de recursos didácticos basados en Tecnologías de Información y Comunicación (TICs), el cual da beneficio en la enseñanza-aprendizaje en diferentes temas de la ciencia e ingeniería, se han desarrollado softwares matemáticos educativos para la enseñanza lo cual contribuye en el aprendizaje de los estudiantes y es importante resaltar que las matemáticas son una herramienta indispensable en nuestra vida diaria y en varias profesiones. Por lo tanto, es crucial que los estudiantes comprendan su importancia y se sientan motivados para aprender y dominar esta disciplina. Para lograr esto, es necesario que las instituciones educativas implementen estrategias de enseñanza efectivas y atractivas que puedan capturar el interés de los estudiantes y ayudarles a superar sus dificultades. Esto puede incluir el uso de ejemplos prácticos y relevantes, la incorporación de tecnología en la enseñanza y la creación de un ambiente de aprendizaje positivo y de apoyo.

En el ámbito nacional, es evidente que el sistema educativo del Perú ha experimentado cambios significativos durante los primeros diez años del siglo XXI. En la actualidad, el sistema educativo se enfoca en los métodos, técnicas y estrategias de aprendizaje, resaltando la importancia de las competencias en el plan de estudios de la educación básica nacional.

El uso de software libre genera debate en instituciones, tanto públicas como privadas en el Perú. Los softwares de pago, que requieren licencia, ofrecen actualizaciones, soporte técnico y mejoras continuas. A diferencia de estos, el software libre cuenta con el respaldo de comunidades de desarrolladores y usuarios para su mejora continua, contribuyendo al desarrollo social. La existencia de software con licencia y software libre, tal como el software Geogebra, cuenta con herramientas para el desarrollo de las matemáticas, en particular para el tema de funciones reales de variable real por la



versatilidad y facilidad de uso, desarrollándose tanto para los equipos portátiles como son los celulares, tablet, etc, esta herramienta accesible y útil, especialmente en instituciones que no requieren una licencia de uso. Su accesibilidad y utilidad han demostrado el valor del software libre en la educación y otros sectores. La elección entre software libre y software de pago depende de las necesidades específicas de cada institución. Por otra parte, la utilización de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en el Perú, ha posibilitado la creación de entornos virtuales de aprendizaje. Estos entornos ofrecen una nueva dimensión a la educación, permitiendo a los estudiantes aprender a su propio ritmo y de acuerdo a sus necesidades individuales, estas TIC han demostrado ser herramientas valiosas para facilitar el acceso a la educación, especialmente en zonas rurales o remotas donde las oportunidades educativas pueden ser limitadas.

En el departamento de Puno, la enseñanza de la matemática a nivel básica regular impartida en los centros educativos, la mayoría de los estudiantes tienen dificultades en el aprendizaje en el curso de matemática, por lo que se refleja en los estudiantes de primer semestre de la escuela profesional de Ingeniería en Energías Renovables de la Universidad Nacional de Juliaca, para comprender, analizar y desarrollar el tema de funciones reales de variable real, puesto que es el pilar para comprender las nociones fundamentales de cálculo infinitesimal además le permitirá analizar y desarrollar, problemas básico y complejo que se presentan en áreas de la ciencia e ingeniería. Además, se está fomentando el desarrollo de diversas habilidades mediante un enfoque basado en la resolución de problemas matemáticos con TICs. Este enfoque no solo estimula el pensamiento crítico y analítico, sino que también prepara a los estudiantes para enfrentar desafíos reales y aplicar de manera práctica sus conocimientos.



## 1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

La presente investigación responde a las siguientes interrogantes:

### 1.2.1 Problema General

¿De qué manera influye el uso del software Geogebra en el aprendizaje de funciones reales de variable real, en los estudiantes del I semestre de la Escuela Profesional de Ingeniería en Energías Renovables, de la Universidad Nacional de Juliaca del periodo 2017-II?

### 1.2.2 Problemas Específico

- ¿Qué diferencias existen en el análisis del aprendizaje de funciones reales de variable real, utilizando el software Geogebra en el grupo experimental con respecto al grupo control de los estudiantes del I semestre de la Escuela Profesional de Ingeniería en Energías Renovables, de la Universidad Nacional de Juliaca del periodo 2017-II?
- ¿De qué manera el uso del software Geogebra repercutirá diferencias entre el aprendizaje de funciones reales de variable real con el Geogebra y el aprendizaje clásico en los estudiantes de I semestre de la Escuela Profesional de Ingeniería en Energías Renovables, de la Universidad Nacional de Juliaca del periodo 2017-II?
- ¿De qué manera influirá estadísticamente el uso del software Geogebra en el aprendizaje de funciones reales de variable real en el grupo experimental con respecto al grupo de control de aprendizaje clásico en los estudiantes de I semestre de la Escuela Profesional de Ingeniería en Energías Renovables, de la Universidad Nacional de Juliaca del periodo 2017-II?



### **1.3. HIPÓTESIS DE LA INVESTIGACIÓN**

#### **1.3.1 Hipótesis General**

El uso del software Geogebra influye significativamente en el aprendizaje de funciones reales de variable real, en los estudiantes del I semestre de la Escuela Profesional de Ingeniería en Energías Renovables, de la Universidad Nacional de Juliaca del periodo 2017-II.

#### **1.3.2 Hipotesis específico**

- El aprendizaje de funciones reales de variable real existe diferencias significativas entre el grupo experimental utilizando el software Geogebra, con respecto al grupo de control con aprendizaje clásico en los estudiantes de I semestre de la Escuela Profesional de Ingeniería en Energías Renovables, de la Universidad Nacional de Juliaca del periodo 2017-II.
- El uso del software Geogebra repercute de forma significativa en el aprendizaje de funciones reales de variable real en el grupo experimental con respecto al grupo de control en los estudiantes de I semestre de la Escuela Profesional de Ingeniería en Energías Renovables, de la Universidad Nacional de Juliaca del periodo 2017-II.
- El software Geogebra en el aprendizaje de funciones reales de variable real influye estadísticamente con respecto al grupo de control en los estudiantes de I semestre de la Escuela Profesional de Ingeniería en Energías Renovables, de la Universidad Nacional de Juliaca del periodo 2017-II.



#### 1.4. JUSTIFICACIÓN DEL ESTUDIO

En la actualidad la educación ha sufrido cambios sustanciales en varios ámbitos desde el nivel primario hasta el nivel superior, y los ajustes han sido básicamente en la enseñanza- aprendizaje de los docentes, abordando la utilización de simulación geométrica, en temáticas gráficas de las funciones reales de variable real. Así, las contribuciones del programa Geogebra en el estudio de funciones matemáticas de acuerdo Lourenço de Sá y Machado (2017) posibilita un aprendizaje más interesante y divertida, una visión amplia de resoluciones y facilidades en el desenvolvimiento del estudiante, funciones reales de variable real como la exponencial desarrollado en Cavalcante (2010) potencializa el aprendizaje con el uso software Geogebra. También, aporta a educadores el desarrollo de temáticas de manera más eficaz (García, 2011; Izquierdo et al., s.f.).

En el desarrollo de nuestra labor como docentes en el área de matemática, percibimos con grupos de estudiantes que presentan dificultades en el rendimiento académico en áreas mencionadas. El número de desaprobados se incrementa cuando el estudiante no comprende el tema, esta situación se debe a diversas causas entre ellas podemos mencionar: el empleo de estrategias instruccionales inadecuadas, contexto socio cultural, insuficiencia de conceptos básico, tipos de aprendizajes, entre otros factores inherentes entre el docente y estudiante.

Por otro lado la realidad que se carece de nuevas estrategias de enseñanza - aprendizaje de la matemática por parte del docente que aún no ha conseguido integrarse de manera eficiente en dicho proceso, dichas estrategias como son los métodos y técnicas en el nuevo enfoque educativo, requieren que en las diversas actividades de aprendizaje significativo se utilice el recurso educativo adecuado como una forma de contribuir a que el aprendizaje sea significativo para el estudiante. Teniendo en cuenta que la sociedad



actual, en estos tiempos esta, siendo invadida por la tecnología en particular por las computadoras, producto de las más sofisticadas tecnologías, la educación, no puede estar al margen de esta innovación, por el contrario los docentes y estudiantes deben de estar a la vanguardia en el dominio y la utilización de esta herramienta tecnológica.

Hoy en día la tecnología ha contribuido de manera significativa haciendo uso de softwares educativos, para la enseñanza de aprendizaje de la matemática. La complejidad de este problema tiene la necesidad de plantear alternativas que contribuyan a mejorar los procesos de la enseñanza - aprendizaje mediante el uso de software Geogebra.

En la Universidad Nacional de Juliaca existe un mayor porcentaje de desaprobados y bajo rendimiento en el curso de matemática básica, encontrándose con dificultades los estudiantes de la Escuela Profesional de Ingeniería en Energías Renovables del primer semestre 2017-II, durante el proceso de enseñanza – aprendizaje de funciones reales de variable real, y los factores atribuibles a este bajo rendimiento son variados y entre los más relevantes podemos citar como; baja autoestima, poco conocimiento de conceptos básicos de matemática, bajo nivel económico, bajos puntajes en los exámenes de admisión, inadecuado hábito de estudio y falta de apoyo de los padres, esta problemática conlleva a la necesidad de plantear nuevas didácticas de enseñanza con tecnologías de información y comunicación (TICs).

El trabajo de investigación se plantea los siguientes objetivos, por ende que los estudiantes alcancen un aprendizaje eficaz utilizando el software GEOGEBRA, que permita mejorar el resultado del rendimiento académico utilizando software.



## **1.5. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN**

### **1.5.1. Objetivo General**

Determinar de qué manera el uso del software Geogebra influye en el aprendizaje de funciones reales de variable real, en los estudiantes del I semestre de la Escuela Profesional de Ingeniería en Energías Renovables, de la Universidad Nacional de Juliaca del periodo 2017-II.

### **1.5.2. Objetivos específicos**

- Analizar las diferencias significativas en el aprendizaje de funciones reales de variable real, utilizando el software Geogebra en el grupo experimental con respecto al grupo control de los estudiantes del I semestre de la Escuela Profesional de Ingeniería en Energías Renovables, de la Universidad Nacional de Juliaca del periodo 2017-II.
- Establecer la diferencia entre el aprendizaje clásico y aprendizaje con el uso de Geogebra en funciones reales de variable real en los estudiantes de I semestre de la Escuela Profesional de Ingeniería en Energías Renovables, de la Universidad Nacional de Juliaca del periodo 2017-II.
- Analizar la influencia estadísticamente del software Geogebra en el aprendizaje de funciones reales de variable real, en el grupo experimental con respecto al grupo de control en los estudiantes de I semestre de la Escuela Profesional de Ingeniería en Energías Renovables, de la Universidad Nacional de Juliaca del periodo 2017-II.



## CAPÍTULO II

### REVISIÓN DE LITERATURA

#### 2.1 ANTECEDENTES

##### 2.1.1 Antecedentes internacionales

El desarrollo de la aplicación del software Geogebra en las matemáticas en el continente americano son desarrollados en diferentes temas; el cual, realizan un énfasis en las representaciones algebraicas, gráficas y verbales.

Calderón (2017) en su investigación titulada logros de aprendizaje en funciones lineales y cuadráticas mediante secuencia didáctica con el apoyo del Geogebra, el objetivo de gestionar logros de aprendizaje significativo de funciones lineales y cuadráticas, mediante la aplicación del software Geogebra en secuencia didáctica, logrando como resultado mejoramiento en los logros de aprendizajes de funciones lineales y cuadráticas, gracias a un grupo de actividades previamente elaboradas, que optimizó los tiempos, y creando un ambiente agradable de aprendizaje, mejorando la comunicación entre el docente y los estudiantes y fortaleciendo el razonamiento matemático y crítico.

Valdez (2014), desarrollo una propuesta en el objeto matemático de la parábola promoviendo el aprendizaje en los estudiantes con el software Geogebra, aprendizaje en las representaciones algebraicas, gráficas y verbales. Vahos, Mejía y Ochoa (sf) realizaron análisis y reflexión acerca de cómo las herramientas dinámicas como es el software Geogebra ayudan desarrollar los temas de análisis de geometría.



Esquer et al. (2017) usaron el software Geogebra en las funciones cuadráticas, logrando que los estudiantes observen los cambios en la gráfica y resolver problemas con el uso de funciones cuadráticas en temas relacionado a la matemática de la educación superior.

Indira (2013) utilizando el concepto de límite de funciones reales mediante el software Geogebra, logró mejorar el rendimiento académico de los estudiantes, conllevando a ser más creativos, autónomos, participativos y activos en la adquisición de conocimientos en Colombia

Silva et al. (2012) abordaron los tópicos de matemática mediante el software Geogebra permitiendo construir figuras geométricas desde los más complejos hasta los más simples, logrando en los estudiantes una manera de transmisión o adquisición de conocimiento matemático en la educación media de Brasil.

Torres y Racedo (2014) desarrollaron mediante el software Geogebra el impacto en la enseñanza-aprendizaje del tema de geometría en Colombia, mediante el diseño cuasi-experimental en el pre y post test en estudiantes de nivel de educación básica secundaria, resultando mediante el apoyo del software logró que varios estudiantes de baja notas logaran notas regulares, llevándolas a motivar, competir y discutir en los temas de geometría.

En la enseñanza de la matemática en la actualidad tiende a la utilización de Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), siendo un gran apoyo en los temas de matemáticas; investigación como Araya (2007), contribuyo la ayuda en el proceso de enseñanza y aprendizaje del curso, permitiendo a los estudiantes identificar soluciones de problemas, búsqueda y generalización de los



resultados. De acuerdo Gómez et al (2016) el uso de la TIC con el programa Geogebra conlleva al aprendizaje del tema de geometría métrica, favoreciendo la interactividad, liberación de los trabajos rutinarios del alumno. Las TIC en el aula de matemática resulta según Arias et al.(2012), Amaral y Frango, (2014) una herramienta muy útil para desarrollar nuevas prácticas en docentes y conocimientos en los estudiantes.

En Cataneo (2011) se ayudó con el software Geogebra en la didáctica de objetos matemáticos de la educación fundamental, logrando ofrecer al docente elaboración de secuencias, así potencializando el aprendizaje significativamente y científicamente en los estudiantes, concluyendo que el software representa una metodología importante en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, de igual manera es analizado la investigación Debárbora (2012) en el tema de las relaciones funcionales de proporcionalidad, concluyendo que mediante el uso del Geogebra permite alcanzar mejoras progresivas la intervención del profesor, y los alumnos realizan actividades de exploración profunda y razonamiento del contenido temático con el software.

En la asimilación del curso de matemática mediante el software Geogebra de acuerdo con AVECILLA (2015) mejoró los niveles de aprendizaje en los estudiantes, asimismo al desarrollo constructivista de la carrera de ingeniería, en su investigación realizaron la descripción y explicación con y sin la utilización del software en el rendimiento académico.

Gómez-Chacón (2010) investigó las relaciones existentes entre habilidades y actitudes frente a la matemática mediante el uso de softwares,



principalmente el Geogebra, que los estudiantes muestran una actitud positiva e interactiva en el aprendizaje del curso.

La didáctica de las funciones lineales mediante el software Geogebra de acuerdo Salgado (2012), fue de noción del constructivismo y tiene una relación con la enseñanza mediante herramientas tecnológicas, donde el aprendizaje de la matemática es reflexiva y constituye estructuras construidas por el estudiante, resultando que es una didáctica efectiva en el curso de matemática.

Campoverde (2015) utilizó el software Geogebra con el objetivo de apoyar la didáctica en la enseñanza del tema de sistema de ecuaciones y funciones matemáticas en el rendimiento académico en la Unidad Educativa Tuntatacto en Ecuador, los resultados que obtuvieron es el chi cuadrado es altamente significativo concluyendo que el uso del software apoya en el rendimiento académico de los estudiantes en comparación a los estudiantes que no utilizan.

Calderón (2017) investigó con el software Geogebra en el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas, resultando logros de aprendizaje, y mejora la comunicación entre el docente y estudiante, fortaleciendo el razonamiento matemático y crítico.

### **2.1.2. Antecedentes nacionales**

Aguilar-hito (2015) utilizó el software Geogebra en el desarrollo de las funciones lineales matemáticas en la I.E Víctor Francisco Rosales Ortega, la secuencia didáctica con la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) de Brousseau, ayudar a resolver los problemas en funciones lineales matemáticas.



Pumacallahui (2015) realizó la investigación haciendo uso del software educativos de Geogebra y Cabri Geometre II en las Instituciones Educativas, "Señor de los Milagros" y "Nuestra Señora de las Mercedes" en la Región de Madre de Dios, con el objetivo de mejorar la enseñanza y el aprendizaje en el curso de geometría, utilizando la prueba de test Student en los grupos de control y experimental, concluyó que existe influencia mediante la utilización de softwares en la enseñanza y el aprendizaje de dicho tema.

Bello (2013) utilizó el software Geogebra para la programación lineal en el nivel educación secundaria, en donde los estudiantes mostraron habilidad y destreza matemáticamente para resolver problemas de programación lineal, en la región de Lima.

Cano y Giraldo (2017) mediante el diseño explicativo cuantitativo en una muestra no probabilística de 123 estudiantes, desarrollaron sobre la influencia del software Geogebra en la comprensión sobre el triángulo Sierpinski en un instituto técnico, utilizando el estadístico de Wilcoxon resultaron significativa, concluyendo la utilización del software influye significativamente en la comprensión en los estudiantes.

Huayta (2015) aplicó el software Geogebra en el aprendizaje de las funciones lineales en estudiantes del educación básica regular, desarrollado en Cusco, mediante un grupo de estudiante se analizó las prueba de pre y post test, logrando como resultado, el beneficio que aporta en el aprendizaje y el rendimiento académico de los estudiantes.

Inuma (2015) mediante los grupos de control y experimentales conformadas estudiantes de educación básica regular, favoreció la resolución de



problemas sobre problemas de programación lineal utilizando el software Geogebra.

Cutipa y Cuadros (2013) mediante grupos de control y experimental en estudiantes de básica regular en Puerto Maldonado, influyó el rendimiento académico de los estudiantes con el software Geogebra en la construcción de figuras geométricas, conllevando una conveniencia en el proceso de enseñanza.

Condori (2016) mediante la utilización del pre test y post test por competencias, en forma independiente en matrices y geometría analítica del curso de matemáticas con el software Geogebra y Matlab, optimizó el rendimiento académico de los estudiantes, y la implementación de estas TICS en la capacitación de los docentes de matemáticas.

## **2.2. MARCO TEÓRICO**

### **2.2.1. Aprendizaje de la matemática**

El desarrollo del aprendizaje en matemática según Larios (2011), implementar un programa basado en competencias permite reconsiderar al orientador del curso en el proceso de aprendizaje.

La importancia de las matemáticas en la educación y la didáctica es un conocimiento principal, por ello dado Freudenthal (1991), las didácticas en cualquier materia son necesario la organización en los procesos de enseñanza y el aprendizaje.

Los enfoques que cuenta la matemática es la resolución de problemas, con la competencias de desarrollar las capacidades de comunicación, matizaciones de



situaciones, representaciones de ideas, razonamiento, elaboración de estrategias y argumentación.

**Competencia:** En contexto al Ministerio de Educación (2015), una persona es competente cuando resuelve problemas en cualquier contexto que se rodea, haciendo uso del conocimiento, habilidades, socioemocionales y principios éticos. Por ello se debe actuar y pensar matemáticamente; cabe decir, el uso de la matemática consta de las siguientes competencias.

- Actuar y pensar en situaciones de cantidad.
- Actuar y pensar en situaciones de movimiento, forma y localización.
- Actuar y pensar en situaciones de equivalencia y cambio.
- Actuar y pensar en situaciones de incertidumbre y gestión de datos.

**Capacidad:** Las capacidades de comunicación y representación de las ideas matemáticas son las siguientes (Ministerio de Educación, 2015).

- Elaboración de estrategias.
- Matematización de situaciones.
- Comunicación y representación de ideas matemáticas.
- Razonamiento y argumentación de ideas matemáticas

Desde la aparición del internet, ordenadores, pizarras digitales, etc. en distintas enseñanzas de cursos o temas facilitando un mejor aprendizaje, una de las posibilidades según Pumacallahui (2015) citado de (Zabalza, 2007), sobre las funciones contribuye son los siguientes: función motivadora (la estimulación del estudiante), función innovadora (diseño de nuevas actividades), función estructurada de la realidad, función de relación alumno(a)-conocimiento, función formativa global, función solicitadora u operativa del aprendizaje.



## Aprendizaje Cooperativo

Es una serie o conjuntos de estrategias de instrucción, en donde la interacción cooperativa es considerada en el alumno, para el desarrollo de aprendizaje del tema dado por Kagan (1994)

Recurriendo a métodos de aprendizaje cooperativo, el estudiante adquiere las siguientes habilidades (Apodaca, 2006):

- Forma creativa de resoluciones de problemas.
- Adaptación y aplicación de conocimientos a situaciones reales.
- Sintetizar y resumir.
- Organización, selección, búsqueda y valoración de la información.
- Comprender conceptos abstractos esenciales de la materia o tema.
- Planificación y organización en la gestión de las tareas.
- Desarrollo de habilidades interpersonales.

### 2.2.2. Historia de la función

La necesidad de ser humano en hacer asociaciones entre los objetos hizo surgir una tendencia de funcionalidades. Un ejemplo la idea de utilizar la función puede ser vista entre los babilonios, que utilizaban tabletas de piedra, donde cada valor en la primera columna existía un número correspondiente en la segunda. También se observa que Galileu Galilei e Isaac Newton utilizaron en su trabajo algunas nociones de la ley independencia, que es fuertemente ligado en el concepto de funciones. Más que fue en el siglo XVIII, que el matemático suizo Jean Bernoulli, hizo verdaderamente el uso del tema de función.

Fue el alemán Peter G. Lejeune Dirichlet quien creo el termino función utilizado actualmente. Es caracterizado el concepto siendo como: Una variable y

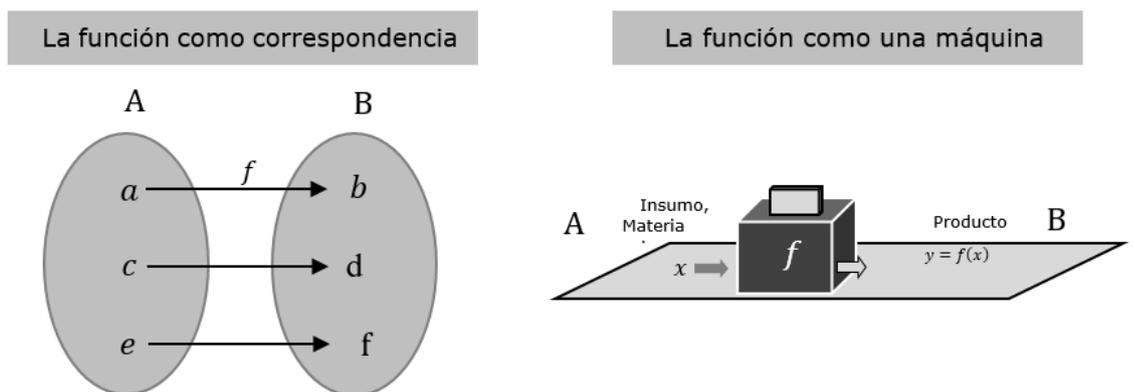
se dice función de una variable  $x$ , si, para todo el valor atribuido a  $x$ , corresponde, por alguna ley de la regla, un único valor de  $y$ . En este caso,  $x$  se denominada variable independiente y variable dependiente.

### 2.2.3. Funciones reales de variable real

**Definición 1:** Una función es una regla que asigna a cada elemento de un conjunto  $A$  exactamente un elemento de un conjunto  $B$  (Aguilar, 2014; Arya, 2009).

#### Figura 1

*Interpretaciones acerca de la función  $f(x)$ .*



Nota: adaptado de Aguilar (2014).

**Definición 3: (Dominio de una función,  $D_f$ )** El dominio de  $f$  es el conjunto de entradas (la materia prima, el insumo) para la máquina. El dominio de una función se puede expresar de forma explícita (Aguilar, 2014; Figueroa, 2006; Venero, 1990) .

$$f: A \rightarrow B ; D_f = \{x \in A | \text{existe } y \text{ tal que } (x, y) \in f\} \subseteq A$$

**Definición 3: (Rango de una función,  $R_f$ )** El recorrido o rango de  $f$  es el conjunto de las salidas (el producto), es decir, los valores posibles de  $f(x)$  cuando  $x$  varía a través del dominio. Formalizando la definición tenemos: (Aguilar, 2014; Arya, 2009; Venero, 1990).



$$f: A \rightarrow B ; D_f = \{y = f(x) \in B \mid \text{existe } x \text{ tal que } (x, y) \in f\} \subseteq B$$

**Definición 4: (Función real de una variable real)** Sean  $M$  y  $N$  conjuntos de números reales, entonces una función real  $f$  de una variable real  $x$  de  $M$  a  $N$  es una correspondencia que asigna a cada número real  $x$  de  $M$  exactamente un número real  $y$  de  $N$ , donde  $M$  y  $N$  son subconjuntos del conjunto de los números reales (Aguilar, 2014; Arya, 2009; Figueroa, 2006).

$$f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = f(x) \wedge x \in D_f\} \text{ además } M \subseteq \mathbb{R} \wedge N \subseteq \mathbb{R}$$

### Funciones especiales

**Definición 5: (Función constante)** Sean dos conjuntos  $M$  y  $N$  no vacíos, y  $c$  un elemento de  $N$ , denominamos función constante,  $f: M \rightarrow N$  si para todo  $a \in M$ , existe un  $c \in N / f(a) = c$  (Aguilar, 2014; Venero, 1990).

**Definición 6: (Función identidad)** Se denota por  $I$ , es una función cuyo dominio y rango es el conjunto de los números reales y tiene como regla de correspondencia, la expresión;  $I(x) = x ; x \in \mathbb{R}$ , cuya interpretación es; cada número real se corresponde a sí mismo y todo punto esta tan lejos del eje  $x$  como del eje  $y$ , siendo las coordenadas del mismo signo (Aguilar, 2014; Venero, 1990).

**Definición 7: (Función lineal)** Es la función que tiene como dominio y rango el conjunto de los números reales, y tiene como regla de correspondencia la expresión,  $f(x) = ax + b ; a \neq 0 \wedge a, b \in \mathbb{R}$  (Figueroa, 2006; Venero, 1990).

**Definición 8: (Función Cuadrática)** Una función cuyo dominio es el conjunto de los números reales y regla de correspondencia expresada en su forma

general está dado por la ecuación:  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ;  $a, b$  y  $c \in \mathbb{R} / a \neq 0$  (Aguilar, 2014).

**Definición 9: (Función valor absoluto)** Es una función denotada por dos barras paralelas  $| \quad |$ , con dominio el conjunto de los números reales, rango  $[0, \infty)$ , y con regla de correspondencia siguiente (Figuroa, 2006; Venero, 1990).

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

**Definición 10: (Función raíz cuadrada)** Es la función denotada por,  $\sqrt{\quad}$ , cuyo dominio es el conjunto de los números reales no negativos (se refiere a los números positivos y el cero), y con regla de correspondencia (Aguilar, 2014; Arya, 2009).

**Definición 11: (Función escalón unitario)** Es la función que tiene como dominio el conjunto de los números reales y por rango el conjunto,  $\{0, 1\}$ . Se denota por  $u_a$  donde  $a \in \mathbb{R}$  y la regla de correspondencia está dado por (Aguilar, 2014; Venero, 1990).

$$u_a(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < a \\ 1 & \text{si } x \geq a \end{cases}$$

**Definición 12: (Función signo)** Es una función denotada por  $sgn$ , cuyo dominio es el conjunto de los números reales y rango el conjunto formado por  $\{-1, 0, 1\}$  y con regla de correspondencia (Aguilar, 2014).

$$sgn(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

**Definición 13: (La Función Máximo Entero)** Está denotado por  $\llbracket \cdot \rrbracket$ , es la función cuyo dominio es el conjunto de los números reales y rango el conjunto de los números enteros, presenta como regla de correspondencia (Arya, 2009).

$$y = \llbracket x \rrbracket = n$$

$$(n \in \mathbb{Z} \wedge n \leq x < n + 1) ; x \in [n, n + 1)$$

**Definición 14: (Función definida por partes)** Denominada también función por secciones, se define mediante fórmulas distintas con sus respectivos dominios, es decir, son como partes separadas de la gráfica de la función  $f$ . Presenta como regla de correspondencia (Aguilar, 2014; Figueroa, 2006).

$$f(x) = \begin{cases} f_1 & \text{si } D_1(x) < 0 \\ f_2 & \text{si } D_2(x) = 0 \\ f_3 & \text{si } D_3(x) > 0 \end{cases}$$

Rango                      Dominio

**Definición 15: (Función potencia)** los diversos tipos de funciones potencia que presentan como regla de correspondencia la expresión:(Aguilar, 2014).

$$f(x) = ax^n \quad a, n \neq 0$$

**Definición 16: (Funciones crecientes y decrecientes)** Los diversos tipos de funciones potencia que presentan como regla de correspondencia la expresión:(Escuela Superior Politecnica de Litoral, 2006; Venero, 1990)

$$f(x) = ax^n \quad a, n \neq 0$$

## Funciones Par e Impar:

**Definición 17: (Función Impar)** Muestra la definición y características de las funciones impar, considerando la función  $f$ , se cumple:(Espinoza, 2008).

$$f(-x) = -f(x) ; x \in D_f$$

**Definición 18: (Función Par)** Muestra la definición y características de las funciones impar, considerando la función  $f$ , se cumple:(Espinoza, 2008).

$$f(-x) = f(x) ; x \in D_f$$

**Definición 19: (Funciones Polinomiales)** Según (Aguilar, 2014) un polinomio es una expresión algebraica racional entera, respecto a una variable  $x$  y de coeficientes reales  $a_i$ ; que viene dado por la suma de términos algebraicos de dicha variable representado por  $P(x)$ .

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$$

**Definición 20: (Funciones Racionales)** Se denomina función racional a la expresión formada por el cociente de funciones polinomiales. Una función racional  $r$ , tiene la forma:

$$r(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$$

El dominio de  $r$ , es el conjunto de valores de  $x$  tales que el denominador no se anule  $Q(x) \neq 0$ , además los gráficos de la función racional no se parecen a las gráficas de las funciones polinomiales (Souza, 2014).



**Definición 21: (Funciones Exponenciales)** Según (Souza, 2014) La función exponencial con base  $b$  se define para todos los números reales  $x$  por la siguiente expresión:

$$f(x) = b^x$$

Si la base es la unidad, no sería una función exponencial, sino una función constante, así tenemos;  $f(x) = 1^x = 1$ .

$$f(x) = e^x$$

**Definición 22: (Funciones Logarítmicas)** Son expresiones matemáticas que se caracterizan por tener a la variable o incógnita formando parte del logaritmo. Si  $x$  es un número positivo, entonces el logaritmo de base  $b$ , donde  $b > 0$  y  $b \neq 1$ , denotada por  $\log_b x$ , de  $x$  es el número  $y$ , tal que  $b^y = x$ , es decir: (Aguilar, 2014).

### **Funciones Trigonométricas**

**Definición 23: (Función Seno)** denotado por " $\text{sen}x$ ", es la función real de variable real, cuya regla de correspondencia está dada de la siguiente forma: (Espinoza, 2008; Figueroa, 2006).

$$\begin{aligned} \text{sen}x: \mathbb{R} &\rightarrow [-1,1] \\ x &\mapsto \text{sen}(x) = y \end{aligned}$$

**Definición 24: (Función Coseno)** denotado por " $\text{cos}x$ ", es la función real de variable real, cuya regla de correspondencia está dada de la siguiente forma: (Espinoza, 2008; Figueroa, 2006).



$$\begin{aligned}\cos x: \mathbb{R} &\rightarrow [-1,1] \\ x &\mapsto \cos(x) = y\end{aligned}$$

**Definición 25: (Función Tangente)** Denotado por " $\text{tg } x$ ", es la función real de variable real, cuya regla de correspondencia está dada de la siguiente forma: (Espinoza, 2008; Figueroa, 2006).

$$\begin{aligned}\text{tg } x: \mathbb{R} - \left\{ (2k+1)\frac{\pi}{2} \right\} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto \text{tg}(x) = y \quad ; \quad \forall k \in \mathbb{Z}\end{aligned}$$

**Definición 26: (Función cotangente)** Denotado por " $\text{ctg } x$ ", es la función real de variable real, cuya regla de correspondencia está dada de la siguiente forma: (Espinoza, 2008; Figueroa, 2006).

$$\begin{aligned}\text{ctg } x: \mathbb{R} - \{k\pi\} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto \text{ctg}(x) = y \quad ; \quad \forall k \in \mathbb{Z}\end{aligned}$$

**Definición 27: (Función Secante)** Denotado por " $\text{sec } x$ ", es la función real de variable real, cuya regla de correspondencia está dada de la siguiente forma: (Espinoza, 2008; Figueroa, 2006).

$$\begin{aligned}\text{sec } x: \mathbb{R} - \left\{ (2k+1)\frac{\pi}{2} \right\} &\rightarrow \mathbb{R} - \langle -1,1 \rangle \\ x &\mapsto \text{sec}(x) = y \quad ; \quad \forall k \in \mathbb{Z}\end{aligned}$$

**Definición 28: (Función Cosecante)** denotado por " $\text{csc } x$ ", es la función real de variable real, cuya regla de correspondencia está dada de la siguiente forma: (Espinoza, 2008; Figueroa, 2006).



$$\begin{aligned} \csc x: \mathbb{R} - \{k\pi\} &\rightarrow \mathbb{R} - \langle -1, 1 \rangle \\ x &\mapsto \csc(x) = y \quad ; \quad \forall k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

### Funciones Trigonómicas Inversas:

**Definición 29: (Función Arco Seno)** *La función arco seno, denotado por "arcsenx", es la función real de variable real, cuya regla de correspondencia está dada de la siguiente forma:*(Espinoza, 2008; Figueroa, 2006).

$$\begin{aligned} \text{arcsen } x: [-1, 1] &\rightarrow \left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \\ x &\mapsto \text{arcsen}(x) = y \end{aligned}$$

**Definición 30: (Función Arco Coseno)** *Denotado por "arccos x", es la función real de variable real, cuya regla de correspondencia está dada de la siguiente forma:*(Figueroa, 2006).

$$\begin{aligned} \text{arccos}: [-1, 1] &\rightarrow [0, \pi] \\ x &\mapsto \text{arccos}(x) = y \end{aligned}$$

**Definición 31: (Función Arco Tangente)** *Denotado por "arct gx", es la función real de variable real, cuya regla de correspondencia está dada de la siguiente forma:*(Figueroa, 2006).

$$\begin{aligned} \text{arct } gx: \mathbb{R} &\rightarrow \left\langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right\rangle \\ x &\mapsto \text{arct } g(x) = y \end{aligned}$$

**Definición 32: (Función Arco Cotangente)** *Denotado por "arcct gx", es la función real de variable real, cuya regla de correspondencia está dada de la siguiente forma:*(Figueroa, 2006).

$$\begin{aligned} \arccot x: \mathbb{R} &\rightarrow \langle 0, \pi \rangle \\ x &\mapsto \arccot g(x) = y \end{aligned}$$

**Definición 33: (Función Arco secante)** Denotado por " $\operatorname{arcsec} x$ ", es la función real de variable real, cuya regla de correspondencia está dada de la siguiente forma: (Espinoza, 2008; Figueroa, 2006)

$$\begin{aligned} \operatorname{arcsec} x: \mathbb{R} - \langle -1, 1 \rangle &\rightarrow \left[ 0, \frac{\pi}{2} \right) \cup \left( \frac{\pi}{2}, \pi \right] \\ x &\mapsto \operatorname{arcsec}(x) = y \end{aligned}$$

**Definición 34: (Función Arco Cosecante)** denotado por " $\operatorname{arccsc} x$ ", es la función real de variable real, cuya regla de correspondencia está dada de la siguiente forma: (Espinoza, 2008)

$$\begin{aligned} \operatorname{arccsc} x: \mathbb{R} - \langle -1, 1 \rangle &\rightarrow \left[ -\frac{\pi}{2}, 0 \right) \cup \left( 0, \frac{\pi}{2} \right] \\ x &\mapsto \operatorname{arccsc}(x) = y \end{aligned}$$

#### 2.2.4. Utilización del Geogebra en la matemática

Los softwares matemáticos según Marcilla de Frutos (2013) se clasifican en 2 categorías como: sistemas de geometría dinámica (DGS) y sistemas de álgebra computacional (CAS).

El Geogebra es un software de geometría dinámica desarrollado por Markus y Judith Hohenwarter, diseñado para estudiantes y profesores en estudio de nivel básico o superior. El Geogebra posee recursos para desarrollar como: álgebra, estadística, cálculos simbólicos, derivadas, probabilidad, integral y graficas de funciones, conllevando ventajoso didácticamente con la posibilidad interactuar con el objeto (Souza, 2014).



### **Ventajas del Geogebra**

- Representaciones de tablas, gráficos y ecuaciones algebraicas, que interactúan simultáneamente.
- Código Libre, sin costo alguno.
- La disponibilidad de varios idiomas
- Interfaz fácil y opciones potentes.
- Herramienta útil en creación de materiales de enseñanza.

### **Desventaja del geogebra**

- Falta de adaptabilidad.
- Requiere apoyo del orientador.
- No cuenta con una herramienta de animación automática de objetos, lo que limita su potencial al momento de visualizar los objetos con movimiento.

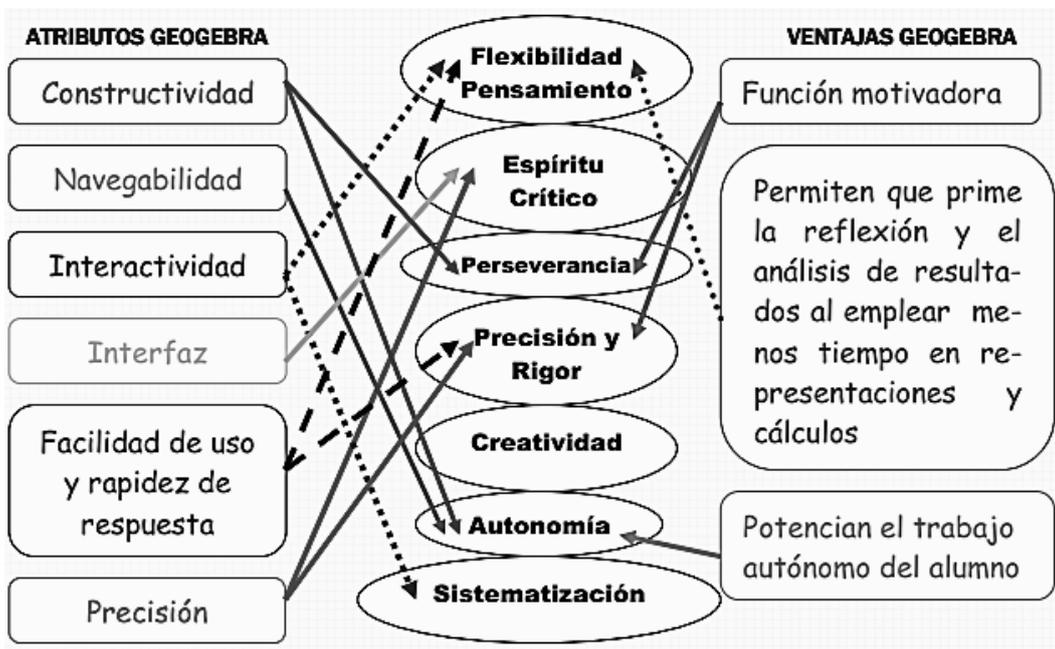
### **Aplicaciones del Geogebra en las matemáticas**

- Representación de objetos geométricos.
- Representación de gráficas 2D.
- Importación de imágenes, opciones de estilo, obtención de medidas, ángulos, etc.

El beneficio que realiza el Geogebra principalmente es la componente cognitiva de los estudiantes, permaneciéndoles activos, mayor autonomía y confianza en su aprendizaje mostrada en la figura 2.

**Figura 2**

*Características de Geogebra*



Nota : adaptado de García (2011)

### 2.2.5. Geogebra en la enseñanza y aprendizaje

- Conocimiento de las capacidades dinámicas de geogebra y su potencial de representación en diferentes formatos.
- Uso de geogebra como herramienta de representación y de demostración.
- Selección de materiales publicados en Internet.

### 2.2.6. Importancia de usar geogebra en la enseñanza de funciones reales de variable real

El software Geogebra es importante porque brinda diversas posibilidades a los estudiante para mejorar su aprendizaje en el tema de función real de variable real, puesto que el software facilita la posibilidad de visualizar objetos



matemáticos y sus conexiones tanto en una ventana gráfica y la ventana algebraica, ya que, de esta manera, se disminuye la memorización de conceptos.

Asimismo el Geogebra, es portátil y libre, los estudiantes tendrán la posibilidad de reforzar en casa sus tareas según su propio ritmo de aprendizaje, además los docentes tendrán más tiempo en dar una definición adecuada a los estudiantes.

### **2.2.7. Software Geogebra asociada en el estudio de funciones reales de variable real.**

Al utilizar el software Geogebra se observa que es posible visualizar todas las áreas para el estudio geométrico y algebraico, además de percibir los diversos conjuntos de comandos que contiene (menú barra de herramientas, visualización algebraica, visualización gráfica, entrada de comando, planilla y botón de ayuda).todo ello es un facilitador para el principiante con la interacción del software en el aprendizaje.

Se sabe que el uso de la informática en la educación contribuye mucho para la enseñanza y también para el aprendizaje. Y en particular el Geogebra, despierta la curiosidad y motiva a los alumnos de aprender, a un más cuando se habla en funciones de primer y segundo grado. Ningún contexto donde muchos tienen dificultades en asociar el cálculo en la representación gráfica, el software proporciona todo eso en forma simultánea.



### 2.3. DEFINICION DE TÉRMINOS BÁSICOS

**Rendimiento académico:** Es la asimilación de contenidos o temas de estudio, el cual el aprendizaje es mayormente cuantificado cuantitativamente, a través de evaluaciones, test, etc. (Cutipa y Cuadros, 2013).

**Creatividad:** Es la generación de ideas o conceptos conocidos o nuevos, todo ello con conocimiento ya existentes, mayormente con el fin de solucionar problemas, considerada una cualidad humana tanto en la aptitud y actitud (García, 2011).

**Software Libre:** Son aquellos programas, el cual al ser adquiridos el poseedor tiene el derecho de modificar, copiar, analizar, estudiar, redistribuir su uso libremente (Cutipa y Cuadros, 2013).

**Aprendizaje:** Es el proceso del cual el ser humano adquiere conocimiento e información de su semejante, y siempre permanece en actividad (Cutipa y Cuadros, 2013).

**Competencia:** Es la habilidad donde el alumno aplica y desarrolla el conocimiento aprendido en la vida cotidiana, resolviendo problemas de su entorno o medio social (Ciriquián, 2014).

**Tecnología de Información y Comunicación (TIC):** Es el uso de dispositivos de tecnología como computadoras, recursos audiovisuales, calculadoras, entre otros que apoya y abordando las perspectivas del aprendizaje-enseñanza de temas (Oliveira, 2010).

## CAPÍTULO III

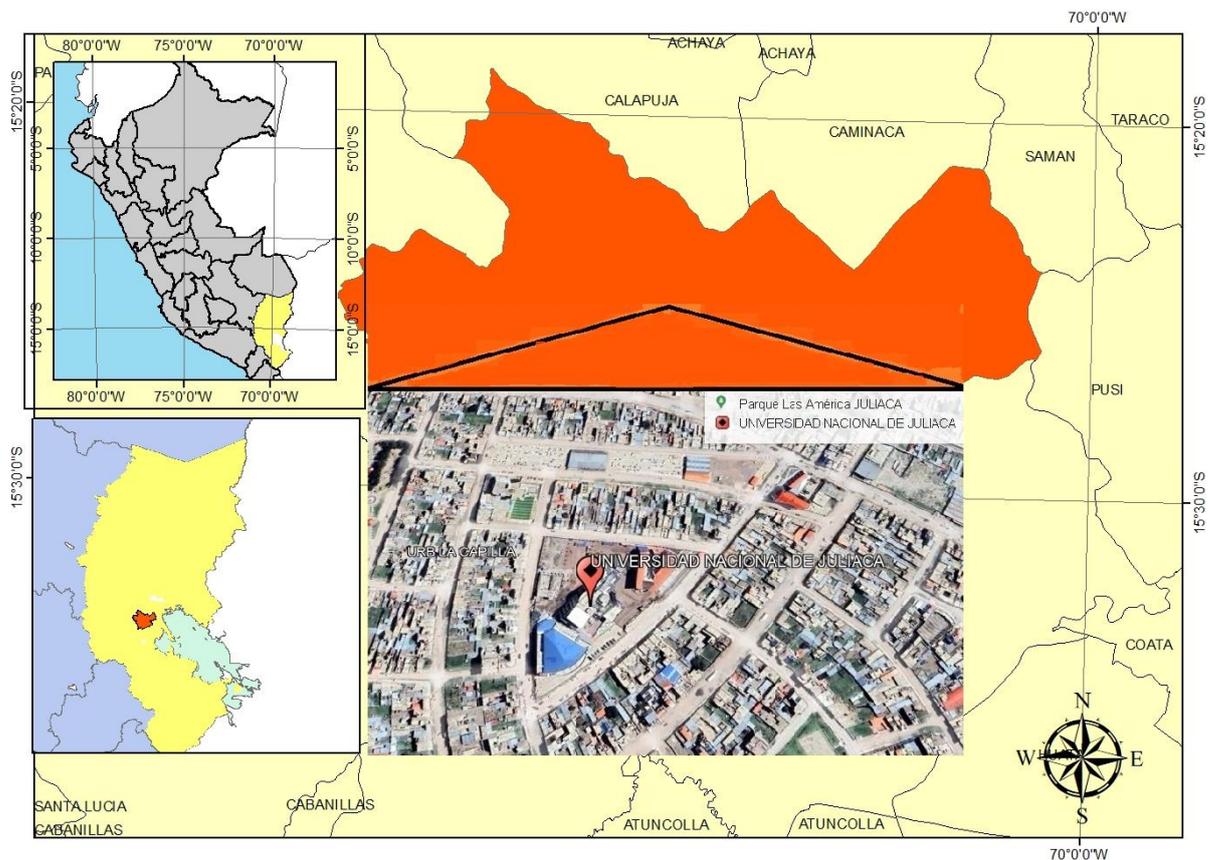
### MATERIALES Y MÉTODOS

#### 3.1. UBICACIÓN GEOGRÁFICA

El estudio se desarrollo en la zona altiplánica peruana, con altitud de 3,825 m.s.n.m. en el departamento de Puno, provincia de San Román, distrito de Juliaca, en la ciudad de Juliaca con dirección Av. Nueva Zelandia N° 631 Barrio la Capilla mostrado en la figura 3.

**Figura 3**

*Localización del estudio*



**Descripción de la población:** La Universidad Nacional de Juliaca es una institución universitaria del estado peruano, desarrollando investigación científica e innovación tecnológica, conformada por escuelas profesionales de Ingeniería Ambiental



y Forestal, Energías Renovables, Textil y Confecciones, Industrias Alimentarias y Gestión Pública -Desarrollo Social.

### 3.2. PERIODO Y DURACIÓN

El periodo desarrollado de la presente investigación fue durante los meses de noviembre y diciembre del segundo semestre académico 2017, con una duración de cuatro semanas, mostrada en la tabla 1.

**Tabla 1**

*Periodo de la investigación*

SEMANA	LUNES	MIÉRCOLES	JUEVES
Primera semana	7:00 am-9:00am Sesión N°1	7:00 am-9:00am Sesión N°2	7:00 am-9:00am Sesión N°3
Segunda semana	7:00 am-9:00am Sesión N° 4	7:00 am-9:00am Sesión N° 5	7:00 am-9:00am Sesión N° 6
Tercera semana	7:00 am-9:00am Sesión N° 7	7:00 am-9:00am Sesión N° 8	7:00 am-9:00am Sesión N°9
Cuarta semana	7:00 am-9:00am Sesión N°10	7:00 am-9:00am Sesión N°11	7:00 am-9:00am Sesión N°12

### 3.3. PROCEDENCIA DEL MATERIAL UTILIZADO

#### **Técnicas de recolección**

La técnica de recolección de datos consistió en evaluaciones de pre-test y post-test. El primer test se realiza al inicio en los grupo experimental y control, con la finalidad de verificar el nivel de conocimiento del tema de funciones reales de variable real. El grupo experimental se realizó en el laboratorio de centro de cómputo, equipado e instalado el software Geogebra, es evaluado al final el post test; de igual manera, evaluado al grupo de control, ambos grupos emplean la clase magistral y el trabajo en grupo. En la didáctica del curso se elaboró las guías de enseñanza con el software Geogebra y el otro



sin el software, en donde el alumno realice un aprendizaje significativo y que desempeñe un rol activo.

### **Instrumentos de recolección de datos**

Para la recolección de los datos en los grupos se utilizó los siguientes instrumentos:

- Centro de Cómputo de la Universidad Nacional de Juliaca.
- Guías de Trabajo.
- Test

La elaboración de las guías y sílabos con referente al tema de funciones de variable real, están basados de la siguiente manera:

- **Logro del tema:** Interpreta, formula, analiza y resuelve problemas de contexto real, utilizando definiciones, técnicas y aplicaciones, desarrollando comunicación, investigación, razonamiento y manifestando confianza, flexibilidad y perseverancia.
- **Capacidades:** Refuerza, empleando Geogebra en el tema de grafica en funciones; utiliza el software para visualizar y estudiar a través de un pequeño programa el problema; observa, analiza e interpreta el comportamiento de las funciones y sus derivadas a través de gráficas elaboradas en Geogebra; Resuelve problemas de aplicación de funciones al estudio de problemas naturales, económicos, sociales y tecnológicos; desarrolla la capacidad de análisis crítico de las informaciones recibidas, ver silabo Anexo 1.
- **Actitudes:** valora la importancia de la precisión en la utilización del software; demuestra seguridad, orden y claridad en su trabajo y finalmente manifiesta la



importancia de funciones para explicar y analizar el comportamiento de un fenómeno.

- **Metodología de las sesiones de clase:** La metodología consiste en explicar el fundamento teórico empleando diversos recursos como diapositivas, pizarra, plumón, proyector, y paralelamente trabajar en el laboratorio, mostrado en el Anexo 3.

### 3.4. POBLACIÓN Y MUESTRA

La población está constituida por 269 estudiantes matriculados en el primer semestre, el cual existe el curso de matemática básica en las escuelas profesionales de Ingeniería Ambiental y Forestal, Energías Renovables, Textil y Confecciones, Industrias Alimentarias y Gestión Pública -Desarrollo Social de la Universidad Nacional de Juliaca.

**Tabla 2**

*Reporte de estudiantes matriculados en el primer ciclo 2017-II*

<b>Escuelas académicas profesionales</b>	<b>Matriculados 2017-II</b>	<b>Matriculados I semestre</b>
Gestión Pública y Desarrollo Social	321	51
Ingeniería Ambiental y Forestal	312	55
Ingeniería en Energías Renovables	273	59
Ingeniería en Industrias Alimentarias	307	51
Ingeniería Textil y Confecciones	300	53
<b>Total</b>	<b>1513</b>	<b>269</b>

Nota: reporte publicado por [www.unaj.edu.pe](http://www.unaj.edu.pe) historial de alumnos matriculados.

La selección de la muestra fue realizado de un muestreo estratificado, donde la selección de la muestra implica dividir la población en subgrupos denominado estratos, que tengan ciertas características relevantes o similares aspectos. La muestra es

constituida por 40 estudiantes del primer semestre del periodo 2017-II seleccionados de la escuela profesional de Ingenierías en Energías Renovables.

### 3.5. DISEÑO ESTADÍSTICO

El tipo de investigación es el aplicativo y explicativo, según Hernández et al. (2016), este enfoque de investigación se distingue por su metodología única para examinar la realidad social, centrandose en la aplicación práctica de sus hallazgos para mejorar estrategias y acciones específicas. Este proceso no solo implica la mejora y el desarrollo de estas estrategias, sino que también fomenta la creatividad y la innovación.

El diseño de investigación es cuasiexperimental, el cual se basa en la investigación a medio camino entre la investigación experimental y investigación observacional en grupos. En el grupo control conforman 20 estudiantes y el grupo experimental 20 estudiantes, utilizando las pruebas de pre-test y post-test de acuerdo Cambell y Stanley (1966), se realiza la comparación entre grupos, que está basado en la pre prueba – pos prueba en ambos grupos, mostrado en la tabla 3.

**Tabla 3**

*Tratamiento de los datos*

Grupos	Prueba de entrada (pre-test)	Tratamiento	Prueba de salida (post-test)
-Grupo Experimental (GE)	O <sub>1</sub>	X	O <sub>2</sub>
-Grupo Control (GC)	O <sub>1</sub>	-	O <sub>2</sub>

Nota: Donde O<sub>1</sub> es la evaluación de pre-test, X el tratamiento con software GeoGebra y O<sub>2</sub> la evaluación del post-test (Campbell y Stanley, 1995).

La tabla 3, el tratamiento de los datos está dado por la evaluación del pre-test, que permite verificar el nivel de conocimientos previos de funciones de variable real, y la prueba post-test la medición de conocimientos después de utilizar las sesiones de



aprendizaje, explicando el fundamento teórico empleando diapositivas, pizarra, plumón, laboratorio de cómputo y proyector display.

### 3.6. PROCEDIMIENTO

Proceso del experimento es de la siguiente manera:

El grupo control conformado por 20 alumnos correspondiente de la Escuela Profesional de Ingeniería en Energías Renovables y el grupo experimental conformado por 20 estudiantes, son evaluados con el mismo test de diagnóstico.

Las guías del tema de funciones reales de variable real son utilizados durante la sesión en ambos grupos y las sesiones de clase ver Anexo 3.

Al finalizar el desarrollo del tema de funciones de variable real es evaluado el post-test a los estudiantes, del cual responde la hipótesis planteadas en dicha investigación.

Para la realización del plan y análisis de datos, se codifica las ponderaciones de las notas mostrado en la tabla 4; en donde, para determinar la influencia con el uso del software Geogebra en el aprendizaje de funciones reales de variable real, en los estudiantes del I semestre de la Escuela Profesional de Ingeniería en Energías Renovables, de la Universidad Nacional de Juliaca del periodo 2017-II. es considerado con niveles de clasificación según las notas.

**Tabla 4**

*Valores de niveles de los test*

Deficiente	Regular	Bueno	Excelente
0-10	11-13	14-17	18-20
El estudiante no logró los aprendizajes elementales	El estudiante alcanzó parcialmente los aprendizajes	El estudiante alcanzó satisfactoriamente los aprendizajes	El estudiante comprendió satisfactoriamente los aprendizajes

### 3.7. VARIABLES

**Tabla 5**

*Operacionalización de variables*

Variables	Dimensión	Indicador	Instrumentos	Escala
<b>Variable Independiente X:</b>  Uso del Software Geogebra	- Construcción gráfica.	- Crea y modifica funciones reales de variable de real en el software.		
	- Interpretación gráfica.	- Interpreta las gráficas de funciones reales de variable de real en el software. - Identifica los cambios y características de funciones reales de variable de real en el software.		
	- Comprensión teórica-gráfica	- Comprende la teoría en la visualización gráfica de funciones reales de variable de real en el software. - Procesa los ejercicios teóricos-gráficos de funciones reales de variable de real en el software.	Prueba escrita en nota vigesimal (Pre-test y Pos-test)	- Excelente (18-20) - Bueno (14-17) - Regular (11-13) - Deficiente (00-10)
<b>Variable dependiente Y:</b> Aprendizaje de funciones reales de variable real.	- Aprendizaje de teoría. (cuantitativo)	- Comprende las definiciones de funciones reales de variable de real - Compara las definiciones de funciones reales de variable de real		
	- Aprendizaje de reconocimiento de funciones (cuantitativo)	- Identifica las funciones reales de variable de real.		
	- Aprendizaje de grafica de funciones (cuantitativo)	- Define las gráficas de funciones reales de variable de real - Grafica las funciones de funciones reales de variable de real		



### 3.8. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

La investigación cuasi-experimental presenta la explicación y descripción del experimento, siendo que los dos grupos recibirán tratamientos idénticos, con el fin de describir de qué modo, por qué causa se produce una situación o acontecimiento particular en el aprendizaje de la matemática básica. Por otro lado, se recurre a la estadística descriptiva y para el análisis y procesamiento de los datos capturados en este estudio, se emplearon herramientas de software especializadas como el software de estadística SPSS 18, el cual es ampliamente reconocido por su capacidad de manejar grandes conjuntos de datos y realizar diversos análisis estadísticos. Asimismo, se utilizó Microsoft Excel, una herramienta de hoja de cálculo que permite llevar a cabo cálculos numéricos y manipular datos de manera eficiente.

Medidas de tendencia central según Hernandez et al. (2010) son:

- **Media aritmética:** Es una medida de tendencia central, también conocida como promedio. Se obtiene sumando todas las observaciones en un conjunto de datos y dividiendo esta suma por el número total de observaciones. La media puede ser calculada tanto para una muestra como para una población completa.
- **Mediana:** Es el valor que divide un conjunto de datos en dos partes iguales. El número de valores que son mayores o iguales a la mediana es el mismo que el número de valores que son menores o iguales a la mediana.
- **Rango:** Es una medida de variabilidad que se calcula como la diferencia entre la puntuación más alta y la más baja en un conjunto de datos.



- **Varianza:** Es otra medida de variabilidad. Aunque puede ser menos intuitiva que el rango, la varianza es generalmente más útil ya que toma en cuenta todas las puntuaciones en un conjunto de datos.

- **Moda:** Es la puntuación o puntuaciones que ocurren con mayor frecuencia en un conjunto de datos. Si todas las puntuaciones ocurren con la misma frecuencia, entonces el conjunto de datos no tiene moda.

### **Prueba de normalidad**

**La gráfica Q-Q Normal:** proporciona una forma intuitiva y visual de evaluar la normalidad de los datos. Si los datos siguen una distribución normal, los puntos en la gráfica Q-Q Normal se alinearán estrechamente con la línea diagonal. Sin embargo, si los datos se desvían de una distribución normal, los puntos en la gráfica se desviarán de la línea diagonal.

**La gráfica Q-Q Normal sin tendencia:** es una variante de la gráfica Q-Q Normal que ajusta los cuantiles observados por la media y la desviación estándar de los datos. Este ajuste se realiza para eliminar cualquier tendencia lineal en los datos antes de compararlos con los cuantiles teóricos de una distribución normal. Esta técnica es especialmente útil para identificar desviaciones de la normalidad en los datos que no están influenciadas por la tendencia lineal.

### **Prueba Homocedasticidad**

La prueba de homocedasticidad de Levene es una herramienta estadística que se emplea para determinar si las varianzas de diferentes grupos son equivalentes en un análisis de varianza (ANOVA) o en un análisis de regresión. Esta prueba adquiere relevancia en el contexto del análisis t de Student, donde puede ser útil para evaluar si las

varianzas entre dos grupos son iguales, una suposición fundamental para la aplicación correcta del análisis t de Student.

La prueba de homocedasticidad de Levene puede ser utilizada en combinación con el análisis t de Student para comprobar si esta suposición se cumple. Si la prueba de Levene no rechaza la hipótesis nula de igualdad de varianzas entre los grupos, entonces se puede asumir que la suposición de homocedasticidad es válida y, por lo tanto, los resultados del análisis t de Student son confiables.

### 3.9. DISEÑO ESTADÍSTICO PARA PROBAR LA HIPÓTESIS

Los diseños estadísticos para la prueba de hipótesis está dada por la prueba t-Student, el cual está basada en la diferencia de medias suponiendo igualdad de varianzas está dada por la siguiente manera (Cordova, 2003):

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

Dónde:  $H_0$  es la hipótesis Nula y la  $H_1$  la hipótesis alternante, suponiendo igualdad de varianzas poblacionales, se construye el estadístico de contraste experimental “t” dado en Cordova (2003). La hipótesis nula sigue una distribución t-Student dada por la siguiente ecuación.

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{EE(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{S^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

con grados de libertad  $gl = (n_1 - 1) + (n_2 - 1) = (n_1 + n_2 - 2)$



## CAPÍTULO IV

### RESULTADOS Y DISCUSIÓN

#### 4.1. RESULTADOS DEL PRE-TEST DEL GRUPO EXPERIMENTAL Y CONTROL

El pre test realizado del inicio de la sesión tema de funciones reales de variable real es mostrado en la tabla 6.

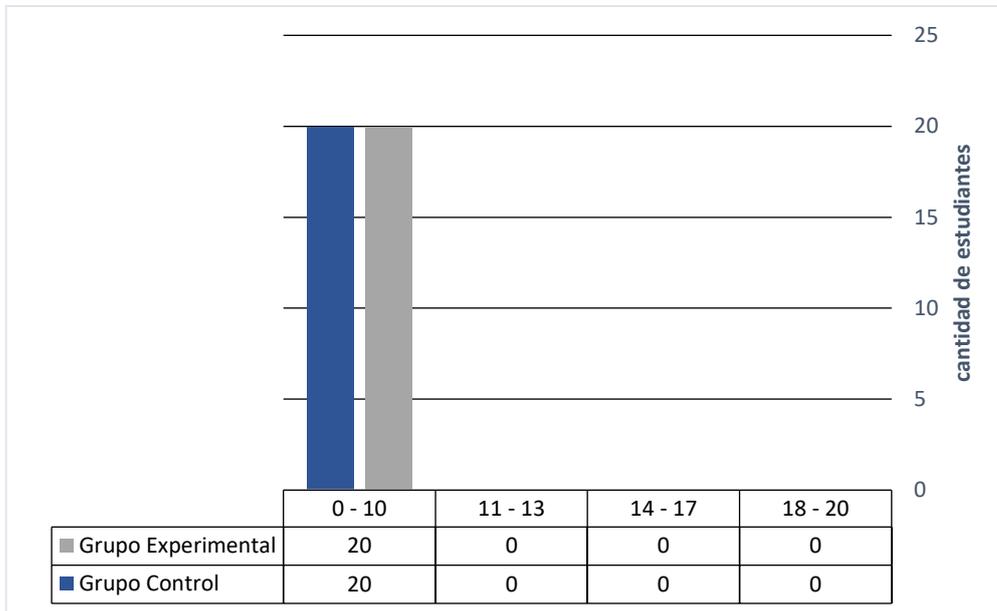
**Tabla 6**

*Evaluación del pre-test del grupo experimental y control*

Estudiante°	Grupo Experimental	Grupo Control
1	05	02
2	04	03
3	03	04
4	02	00
5	03	01
6	02	01
7	03	05
8	02	00
9	01	01
10	01	02
11	04	01
12	03	03
13	02	05
14	03	01
15	03	03
16	00	04
17	02	02
18	01	03
19	00	01
20	01	01

**Figura 4**

*Número de estudiantes del Grupo Experimental y Control del pre-test.*



En la figura 4, se observa el grupo experimental que obtuvo una nota máxima de 05, mientras que el grupo de control de igual manera, lo que afirma que ambos grupos no cuentan con el conocimiento del tema funciones reales de variable real y comparando con valores de niveles de los test, es una calificación muy deficiente (0-10), por lo cual son aptos para el estudio pos-test.

#### **4.2. RESULTADOS DEL POST-TEST DEL GRUPO EXPERIMENTAL Y CONTROL**

Los resultados obtenidos de la prueba de post-test de ambos grupos se detallan en la tabla 7.

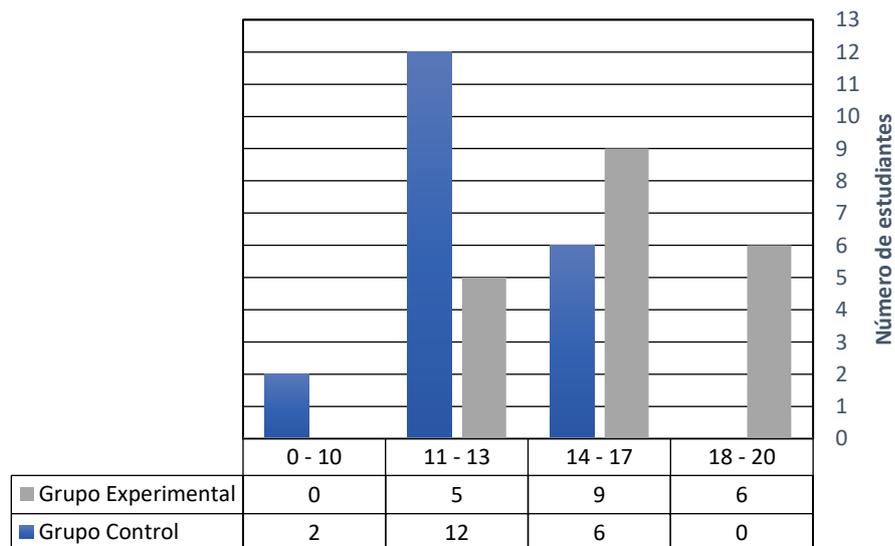
**Tabla 7**

*Resultado de evaluación del post-test del grupo experimental y control*

N°	Grupo Experimental	Grupo Control
1	19	13
2	18	13
3	18	14
4	17	10
5	15	11
6	13	11
7	18	16
8	16	09
9	15	11
10	13	11
11	18	11
12	17	13
13	13	16
14	17	11
15	18	14
16	12	15
17	15	12
18	14	14
19	13	12
20	14	11

**Figura 5**

*Número de estudiantes en el post-test del Grupo Experimental y Control.*



En la Figura 5, se observa el número de estudiantes en diferentes niveles de clasificación de las calificaciones, 2 de estudiantes están en nivel de calificación

deficiente (0-10); 12 estudiantes se ubican en el nivel de calificación regular (11-13), 6 estudiantes se ubican en calificación Bueno (14-17) del post test del grupo Control. En el grupo experimental ningún estudiante existe en calificación deficiente, 5 estudiantes se encuentran calificación Regular, 9 estudiantes con calificación Bueno, y 6 estudiantes están nivel de calificación Excelente.

**Tabla 8**

*Frecuencia del Grupo Experimental del post-test*

Nivel de calificación	Frecuencia	Frecuencia relativa	Porcentaje acumulado
Deficiente (0-10)	0	0%	0%
Regular (11-13)	5	25%	25%
Bueno (14-17)	9	45%	70%
Excelente (18-20)	6	30%	100%
Total	20		

En la tabla 8, se visualiza 5 estudiantes del grupo Experimental que obtuvieron calificación Regular, que representa el 25% del total de 20 estudiantes; 9 estudiantes obtuvieron calificación Bueno que representa 45% de los estudiantes y 6 estudiantes obtuvieron calificación Excelente que representa el 30%, en el aprendizaje de funciones reales de variable real con el software Geogebra siendo, representativo porcentualmente.

**Tabla 9**

*Frecuencia del Grupo Control del post-test*

Nivel de calificación	Frecuencia	Frecuencia relativa	Porcentaje acumulado
Deficiente (0-10)	2	10%	10%
Regular (11-13)	12	60%	70%
Bueno (14-17)	6	30%	100%
Excelente (18-20)	0		
Total	20		

En la tabla 9, se visualiza 2 estudiantes (10% de 20 estudiantes) del grupo Control obtuvieron calificación Deficiente ó desaprueban en el tema, 12 estudiantes obtuvieron calificación Regular que representa 60% de los estudiantes, y 6 estudiantes obtuvieron calificación Buena que representa el 30%, se puede inferir el aprendizaje de funciones reales de variable real sin software Geogebra no es representativo porcentualmente.

#### 4.3. ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE APRENDIZAJE ENTRE MÉTODO CLÁSICO Y UTILIZANDO EL SOFTWARE.

**Tabla 10**

*Evaluación estadística descriptiva del post -test en Grupo Experimental y Control*

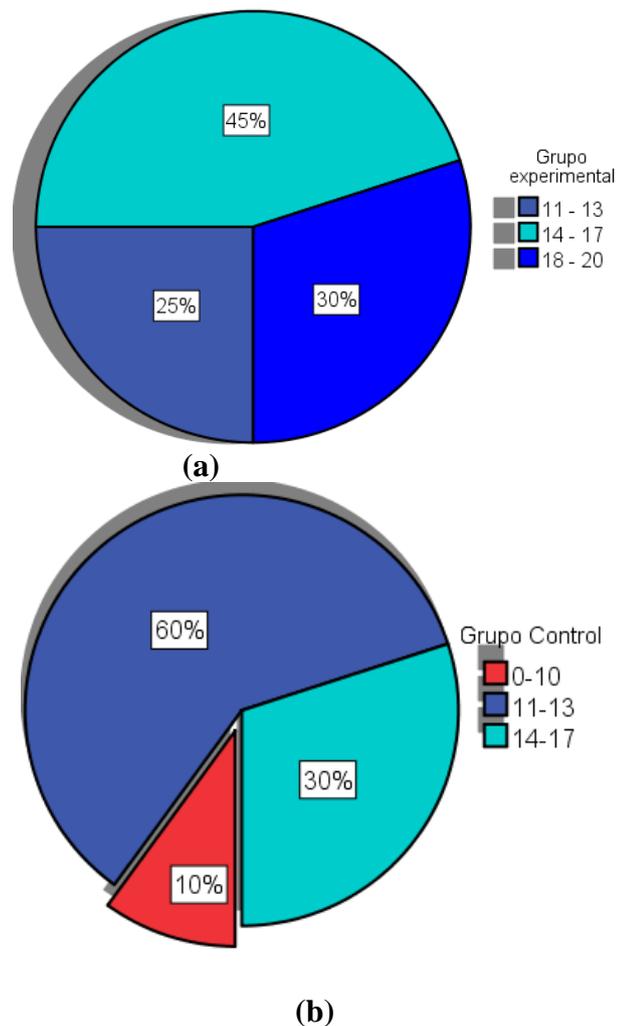
	<b>Grupo experimental</b>	<b>Grupo control</b>
<b>Media</b>	15,65	12,40
<b>Mediana</b>	15,50	12,00
<b>Moda</b>	18	11
<b>Desviación típ.</b>	2,207	1,957
<b>Mínimo</b>	12	9
<b>Máximo</b>	19	16
<b>Suma</b>	313	248

En la Tabla 10, se muestra el promedio de la evaluación de 20 estudiantes del Grupo Experimental con software Geogebra lo cual tuvo un valor de  $15.65 \approx 16$  con un nivel de calificación Bueno; sin embargo, del grupo Control el promedio de  $12.4 \approx 12$  considerada nivel de calificación Regular, siendo una enseñanza estándar utilizada en la UNAJ. El valor de la mediana nos indica que la mitad de estudiantes del grupo Experimental tienen calificación Bueno y en el grupo Control nivel de calificación Regular. La Moda representa la nota 18 con mayor frecuencia o repetitiva en el Grupo Experimental y 11 es la nota más repetitiva en grupo Control; y por último la nota del test del Grupo Experimental alcanza como máximo 19 y mínimo 12, en cambio las notas del

grupo Control como máximo es 16 y mínimo 9, se puede escribir la desviación de la siguiente manera  $15,65 \pm 2,2$  en el Grupo experimental y  $12,40 \pm 1,96$  del grupo Control en las notas de los estudiantes.

### Figura 6

(a) Distribución de porcentaje del Grupo Experimental (b) Distribución de porcentaje del Grupo Control



En la figura 5, se muestra el 100% del grupo Experimental, obtuvieron suficiente conocimiento para aprobar el post-test, donde la distribución más representativa es el nivel de calificación Bueno con 45% de los 20 estudiantes; en cambio, el grupo Control el 90% aprueba y el 10% no cuenta con suficiente conocimiento del

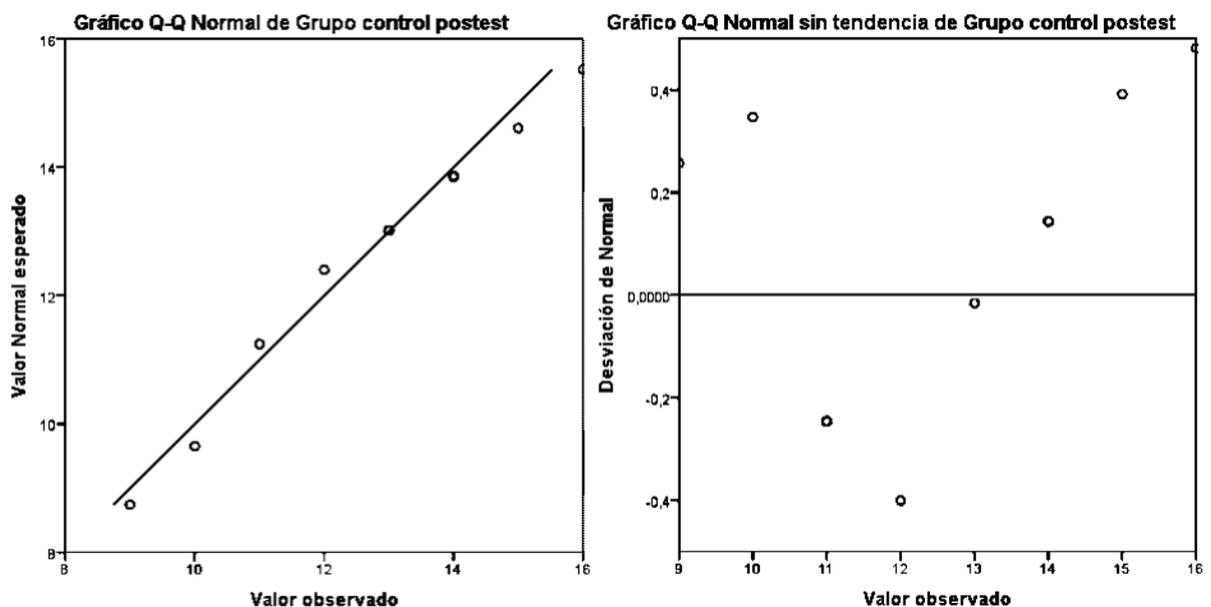
tema de funciones reales de variable real, además el 60% de los 20 estudiantes del grupo Control obtuvieron nivel de calificación Regular en los post-test.

#### 4.4. ANÁLISIS DE PRUEBA ESTADÍSTICA MEDIANTE T-STUDENT

Para el análisis estadístico mediante el método t-student, se precede en verificar la normalidad de las calificaciones entre los grupos, y determinar la igualdad o desigualdad de las varianzas muestrales. En la verificación de la normalidad de los datos obtenidos en el post-test, se analiza mediante las gráficas cuantil-cuantil (Q-Q plot) en ambos grupos.

**Figura 7**

*Gráfico cuantil-cuantil (Q-Q) del postest del grupo Control*

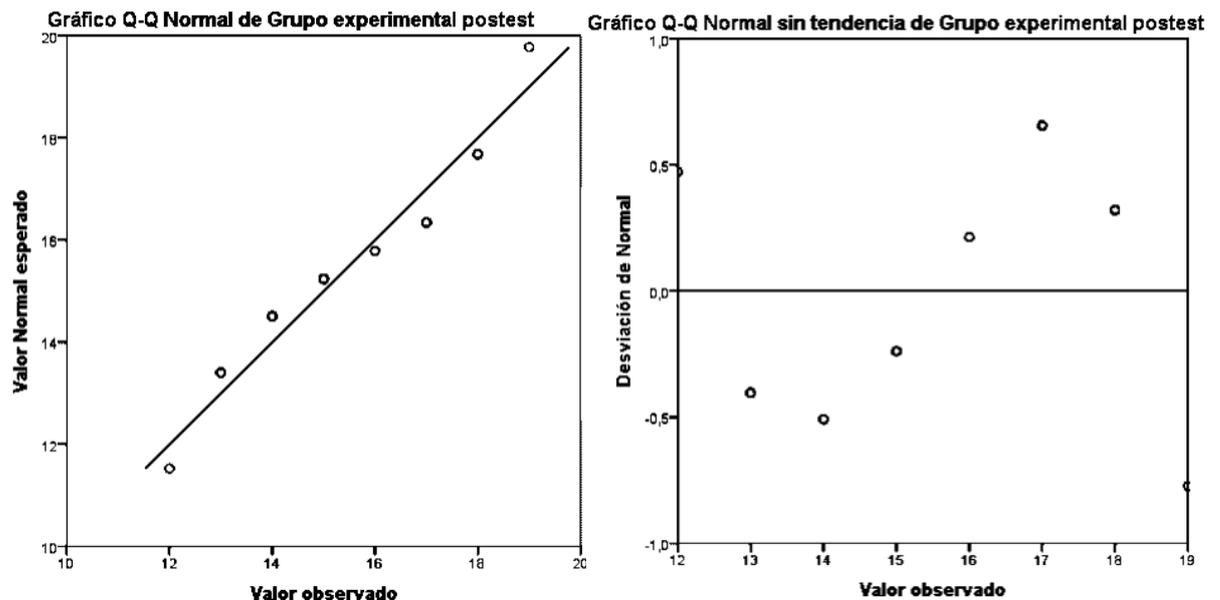


En la figura 7, las calificaciones de los estudiantes de grupo Control se ajustan adecuadamente a la línea diagonal del gráfico realizada en el postest, generando una distribución normal en las calificaciones y el análisis paramétrico correspondiente. Los residuos de las calificaciones caen a lo largo de una línea recta de una manera aproximadamente normal. Y en la gráfica Q-Q Normal sin tendencia, los diferentes

valores observados y los valores esperados teniendo como hipótesis de normalidad en las calificaciones, estas si estan distribuidas aleatoriamente alrededor del eje de abscisas.

### Figura 8

*Gráfico cuantil-cuantil (Q-Q) del postest del grupo Experimental*



En la figura 8, los estudiantes del grupo Experimental tienen calificaciones que se ajustan adecuadamente a una línea diagonal en el post-test, lo cual resulta en una distribución normal de las calificaciones y un análisis paramétrico correspondiente. Las desviaciones de las calificaciones se distribuyen a lo largo de una línea recta de forma aproximadamente normal. Además, en el gráfico Q-Q Normal sin tendencia, los valores observados y esperados de las calificaciones se distribuyen aleatoriamente alrededor de la recta, demostrando identificar que no hay una desviación de la normalidad en los datos.

### Análisis de Homocedasticidad

La prueba de homocedasticidad mediante Levene es una prueba estadística utilizada para evaluar si las varianzas de los grupos son iguales o no, en el contexto del

análisis de t Student se verifica esta si las varianzas de los grupos, de tal manera que sea adecuada y confiable este análisis.

**Tabla 11**

*Evaluacion estadística descriptiva del post -test en Grupo Experimental y Control*

	<b>Grupo experimental</b>	<b>Grupo control</b>
<b>Estadístico de Levene</b>	1,496	0,870
<b>Valor p</b>	0,264	0,509

En la tabla 11, el estadístico de Levene, el valor p que indica la probabilidad de observar los datos que has observado si la hipótesis nula es cierta. el valor p es mayor que el nivel de significancia, concluyendo que no hay suficiente evidencia para afirmar que las varianzas de los grupos son diferentes entre los grupos Grupo experimental y Grupo control.

### **Prueba de t-student**

Cumpliendo las suposiciones para la prueba t de Student como la igualdad de varianzas y los datos con distribución aproximadamente de manera normal o normalidad. A continuación los resultados de la prueba t de Student se proporcionan con una estimación con un nivel de confianza 95%, verificandose las siguientes hipótesis establecidas del objetivo general de:

**H<sub>0</sub>:** Las notas del Grupo experimental y Grupo Control son iguales empleando el software Geogebra en el aprendizaje de funciones reales de variable real en los estudiantes de la Escuela Profesional de Ingeniería en Energías Renovables, de la Universidad Nacional de Juliaca.

**H<sub>a</sub>:** Las notas del Grupo experimental y Grupo Control son diferentes empleando el software Geogebra en el aprendizaje de funciones reales de variable real en

los estudiantes de la Escuela Profesional de Ingeniería en Energías Renovables, de la Universidad Nacional de Juliaca.

**Tabla 12**

*Prueba de t-student entre las calificaiones del grupo Experimental y Control*

	Diferencias relacionadas					Sig. (bilateral)
	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	t	gl	
Grupo experimental – grupo Control	0,85	0,9333	0,20869	4,073	19	0,001

En la tabla 12, muestra el resultado con la prueba de t-student que determina a un valor de significancia de 0.001 menor a 0.05 (valor de 95% de confianza), siendo así, que la hipótesis Nula se rechaza. Entonces en la Tabla 10 el valor promedio de 15.65≈16 considerada como nivel de calificación Bueno en los 20 estudiantes del Grupo Experimental, y el Grupo Control el valor promedio de 12.4≈12 considerada nivel de calificación Regular, resultag yu bv que son significativamente diferentes, donde influye el software Geogebra con el valor de 3.6 puntos en la enseñanza de funciones reales de variable real en los estudiantes del I semestre de la Escuela Profesional de Ingeniería en Energías Renovables.



#### 4.5. DISCUSIÓN

La hipótesis principal plasmada en esta investigación, es respondido por la prueba de hipótesis mediante t-student visualizada en la tabla 12, donde el software Geogebra influye con el valor de 3.6 puntos de diferencia entre las pruebas de post-test del grupo Control y Experimental; considerando en el pre-test ambos grupos permanecen iguales calificaciones, donde no cuentan con suficiente conocimiento del tema funciones reales de variable real. La influencia que aportó el software Geogebra es que aprobaran el 100%, con un calificación de 18-20 (nivel Excelente) 6 estudiantes, 14-17 (nivel Bueno) 9 estudiantes, 11-13 (nivel Regular) 5 estudiantes; en el aprendizaje de funciones reales de variable real con Geogebra; sin embargo, en el grupo Control (sin el software Geogebra) el 90 % aprobo y 10% no alcanzaron el aprendizaje suficiente de funciones reales de variable real, además el 60% alcanzaron el nivel de calificación 11-13 (nivel Regular). De acuerdo Bermeo (2017), la influencia que obtuvo con el software Geogebra en el aprendizaje de graficas de funciones, el 38% se encuentra en proceso y 62% en logro del tema en el pre-test, con la aplicación del software se incrementa las notas, resultando que 9.4% se encuentra en nivel de proceso y 90.6% en logro en los estudiantes de la Universidad Nacional de Ingeniería. Por otro lado, la prueba de hipótesis que utilizó es Wilcoxon, resulta que el software influye significativamente en el aprendizaje de graficar funciones.

El incremento en la calificación de 3.6 en el post-test entre los grupos investigados, como Aguilar-Hito (2015), donde obtuvo en la prueba inicial y prueba final de 41 estudiantes, las notas de 11-14 puntos representando el 46%, 15-18 el 27% y 5-10 el 27%, con un promedio de 12. Y Huayta (2015), con nota en el pre-test de 11.19 a 12.69 en el post-test, conlleva un apoyo en los estudiantes tanto emocional, intelectual, imaginativa,



competitiva entre otros, y mejorar el nivel de calificación que cuentan o el rendimiento académico con el software Geogebra.

Las diferencias que existen en el aprendizaje de funciones reales de variable real con el software Geogebra del grupo experimental con respecto al grupo de control se analiza la frecuencia en los niveles de calificación del post-test en la tabla 8 y 9, donde el nivel de calificación preponderante del grupo Experimental es Excelente, considerada entre las notas de 18-20, siendo conformada por 6 estudiantes (30%), además no existe nivel deficiente, con respecto al grupo de Control el nivel de calificación preponderante es Regular, considerada entre 14-17 conformada por 6 estudiantes (30%) y además existe nivel deficiente considerada entre las notas 0-10, con 2 estudiantes (10%). En los resultados de Agustí (2016), el uso del Geogebra en la asignatura de matemáticas en el tema de funciones lineales y cuadráticas, en donde la calificación notable fue 36% y calificación sobresaliente fue 50 % de 14 estudiantes con el grupo del experimento, añadiendo ser un método fácil en la comprensión del tema. Entre las principales diferencias encontradas es el número de estudiantes que cuentan sobre el conocimiento del tema; siendo, desde el inicio del test ambos grupos no cuentan con suficiente conocimiento, obteniendo notas entre 10-0. En el post-test el grupo Experimental los 20 estudiantes cuentan con suficiente conocimiento del tema, con notas mayores a 11; en cambio, en el grupo Control 2 estudiantes no cuentan con suficiente conocimiento del tema, y 18 estudiantes sí cuentan con suficiente conocimiento del tema. Entonces, la aplicación del software Geogebra en el tema de funciones matemáticas de variable real, resulta que el estudiante se supera y sobresalga.

Los efectos que generó el software Geogebra en el aprendizaje de funciones reales de variable real con respecto al grupo control, se visualiza en la figura 5 y tabla 7, entre las cuales se deducen:



- **Primero:** La mayor cantidad de estudiantes con buenas calificaciones en el aprendizaje del tema funciones reales de variable real utilizando el software Geogebra.
- **Segundo:** El nivel de calificación deficiente aparece mayor cantidad sin el uso del software Geogebra, por el contrario cuando se recurre con el software logra que el estudiante desaprobados sea menor o nula, dependiendo de desarrollo de la temática.
- **Tercero:** La aplicación del software Geogebra alcanza notas optimas individuales y tendencia alta en la nota promedio grupal en el tema de funciones reale de variable real.

La aplicación del software Geogebra en Campoverde (2015) en la enseñanza de la matemática, resulta de 30 estudiantes con el software y 30 estudiantes sin el software, mejoró el rendimiento académico, utilizando el test chi cuadrada, incide significativamente en el desempeño académico. La integración del software Geogebra en matemáticas de acuerdo Avecilla et al. (2015), resulta mejorar el rendimiento académico, mediante la prueba de t-student de los 34 estudiantes con/sin Geogebra incide en el aumento del rendimiento. También de acuerdo en Salazar (2015), es capaz de potencializar el aprendizaje de funciones trigonométricas, mejorando las notas y manifestaciones favorables en los estudiantes con el uso software.



## V. CONCLUSIONES

- PRIMERO:** El valor que influyó el software Geogebra en el aprendizaje de funciones reales de variable real en los estudiantes I semestre de la Escuela Profesional de Ingeniería en Energías Renovables, de la Universidad Nacional de Juliaca del periodo 2017-II., es 3.6 puntos (18%) en el promedio de las evaluaciones de post-test (grupo Experimental con respecto al grupo Control), es decir que genera una influencia positiva en el aprendizaje del tema, e incremento del nivel de calificación.
- SEGUNDO:** Se comprobó las diferencias entre el grupo Experimental con respecto al grupo Control, con el uso de software Geogebra cuyo nivel de calificación preponderante del grupo Experimental es Excelente (18-20) y conformada por 6 estudiantes, es diferente al aprendizaje logrado con respecto al grupo de Control el nivel de calificación preponderante es Regular (14-17) y conformada por 6 estudiantes, además 2 estudiantes (10%) se encuentran en nivel deficiente (0-10) en el conocimiento del tema de funciones reales de variable real.
- TERCERO:** Los efectos del uso del software Geogebra en el aprendizaje de funciones reales de variable real principalmente logró alcanzar notas optimas individuales en las evaluaciones y una tendencia alta en la nota promedio grupal; también, el nivel de preponderancia de notas es más representativa, y el número de estudiantes desaprobados es nulo. Finalmente, existe mayor cantidad de estudiantes con conocimiento suficiente del tema funciones reales de variable real mediante la utilización del software Geogebra.



**CUARTO:** El software Geogebra en el aprendizaje de funciones de una variable real, resulto una diferencia significativa de 0.001, este valor p obtenida mediante t-student muestra que la diferencia de calificaciones medias (promedios) con el valor de 3.6 es significativa e influyente al grupo experimental, cuando se obtuvo el valor promedio de 15.65 y grupo control de 12.40 en el proceso de aprendizaje.



## VI. RECOMENDACIONES

- PRIMERO:** El laboratorio de computo debe estar mejores condiciones como es el software y hardware, así como el medio para desenvolver las temáticas y la interacción visual en cada sesión de clase.
- SEGUNDO:** El software Geogebra cuenta con opciones de simulación y animación, que puede ser aplicado en algunos temas del curso para mejorar aún más la didáctica en la enseñanza.
- TERCERO:** Al realizar las guías, separatas, manuales entre otros con el software Geogebra, se pueden adaptar a cada campo de la ingeniería ó temáticas educativas, para la interacción ó aprendizaje de los estudiantes.
- CUARTO:** En la actualidad los docentes de básica regular y educación superior existe la tendencia en utilizar herramientas de TICs y softwares libres, por el mejoramiento en el aprendizaje de temas matemáticos.



## VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aguilar-hito, A. (2015). *Metodología con el software capacidad de comunica y representa ideas matemáticas con funciones lineales*. Tesis de Maestría en Ciencias de la Educación. Universidad de Piura. Facultad de Ciencias de la Educación. Piura - Perú.
- Aguilar, G. (2014). *Matemática I-Pre Calculo*.
- Agustí, A. (2016). *Mejora de la unidad didáctica funciones lineales y cuadráticas en un grupo de 3º de la ESO*. Tesis maestria. Universidad Jaume.
- Amaral, M., & Frango, I. (2014). Um levantamento sobre pesquisas com o uso do software geogebra no ensino de funções matemáticas. *Revista REVEMAT, Vol. 9*, 90–107. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2014v9n1p90> Um
- Apodaca, P. (2006). Estudio y Trabajo en Grupo. *Metodologías de Enseñanza y Aprendizaje Para El Desarrollo de Competencias*, pp.169-190.
- Araya, R. (2007). *Uso de la Tecnología en la Enseñanza de las Matemáticas*. Número 3, pp.11-44.
- Arias, M., Chagra, S., Pay, J., & Pinto, V. (2012). Una reflexión de las prácticas educativas frente a la incorporación de las Netbook en el aula de matemática: experiencia con Geogebra y Derive. *Congreso Internacional de Enseñanza de Las Ciencias Agropecuarias*, 3–11.
- Arya, J. (2009). *Matemáticas Aplicadas a la administración y economía*. México (Pearson (ed.); 5ta. Edicion).
- Avecilla, F., Cárdenasa, O., Barahona, B., & Ponce, B. (2015). GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil. *Revista Tecnológica ESPOL – RTE, Vol. 28.N.*, 121–132.
- Bello, J. (2013). *Mediación del software Geogebra en el aprendizaje de programación lineal en alumnos del quinto grado de educación secundaria*. Tesis maestria. Pontificia Universidad Católica del Perú. Perú.



- Bermeo, O. (2017). *Influencia del Software Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería – 2016*. Tesis doctoral. Universidad Cesar Vallejo. Perú.
- Calderón, R. (2017). *Logros de aprendizaje en funciones lineales y cuadráticas mediante secuencia didáctica con el apoyo del Geogebra*.
- Campbell, D., & Stanley, J. (1995). *Diseños experimentales y cuasiexperimentales en la investigación social*.
- Campoverde, M. (2015). *La utilización del software Geogebra como apoyo didáctico en la enseñanza de los temas de sistemas de ecuaciones y funciones y su relación con el rendimiento académico de los estudiantes de décimo año de la unidad educativa Tuntatacto, Cantón Guano*. Escuela Superior Politécnica de Chimborazo. Riobamba-Ecuador.
- Cano, L., & Giraldo, D. (2017). *Uso de la herramienta Geogebra y su influencia en la comprensión de la construcción del triángulo de Sierpinski en estudiantes de 8° del Instituto Técnico Industrial Pascual Bravo, Medellín 2016*. Tesis maestría. Universidad Privada Norbert Wiener. Perú.
- Cataneo, V. (2011). *O uso do software Geogebra como ferramenta que pode facilitar o processo ensino aprendizagem da matemática no ensino fundamental séries finais*. Tesis de especialización. Centro Universitário Barriga Verde. Orleans.
- Cavalcante, N. (2010). *O ensino de matemática e o software Geogebra: discutindo potencialidades dessa relação como recurso para o ensino de funções*. pp.1-9.
- Ciriquián, J. (2014). *Uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de funciones gráficas en 1° de Bachillerato de Ciencias y Tecnología*. Universidad Internacional de La Rioja. Facultad de Educación.
- Condori, L. (2016). *Aplicación del Geogebra y Matlab para optimizar el rendimiento académico en matrices y geometría analítica en los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E José Carlos Mariátegui, Distrito de Paucarpata -2014*. Tesis pregrado. Universidad Nacional de San Agustín. Perú.
- Cordova, Z. M. (2003). *Estadística descriptiva e inferencial (Quinta)*.



- Cutipa, A., & Cuadros, Y. (2013). *Uso del software educativo Geogebra en la construcción de figuras geométricas y su influencia en el rendimiento académico de los estudiantes del 2° grado del nivel secundario de la Institución Educativa “Carlos Fermín Fitzcarrald” Puerto Maldonado año – 2*. Tesis Pregrado. Universidad Nacional Amazónica de Madre de Dios. Perú.
- Debárbora, N. (2012). *El uso del GeoGebra como recurso educativo digital en la transposición didáctica de las funciones de proporcionalidad*. General José de San Martín –Chaco.
- Escuela Superior Politecnica de Litoral. (2006). *Fundamentos de la matemática* (2da ed.). Instituto de Ciencias Matemáticas – ICM. Ecuador.
- Espinoza, E. (2008). *Matemática básica* (2 da.). Editorial Lima. Perú.
- Esquer, M. del P., Robles, A., Cosmes, S., & Ansaldo, J. (2017). Propuesta didáctica con funciones cuadráticas de problemas en contexto a nivel superior. *Tecnologías y Recursos Para La Enseñanza y Aprendizaje de Las Matemáticas, December 2014*, 1–7. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.13602.94407>
- Figuroa, R. (2006). *Matemática Básica* (Novena edi). Editorial RFG.
- Freudenthal, H. (1991). Revisiting Mathematics Education. *Kluwer Academic Publishers*, pp.45.
- Gallardo, P. (2009). La matemática en el contexto de las ciencias. *Innovación Educativa, Vol. 9*, pp.15-25.
- García, L. M. M. (2011). *Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir geogebra en el aula*. Tesis Doctoral. Departamento de didáctica de las matemáticas y de las ciencias experimentales. Universidad de Almería.
- Gómez-Chacón, I. (2010). Actitudes de los estudiantes en el aprendizaje de la matemática con tecnología. *Revista Enseñanza de Las Ciencias, 28(2)*, 227–244.
- Gómez, H., Peñalver, B., Azevedo, S., & Medina, V. (2016). Geogebra y TIC en Matemáticas de enseñanza secundaria. *Anuario de Jóvenes Investigadores, Vol. 9*.



- Hernández, R., Fernandez, C., & Baptista, P. (2016). *Metodología de la investigación* (sexta edic). Mc Graw Hill.
- Huayta, E. (2015). *Aplicación del software Geogebra y su influencia en el aprendizaje de las funciones lineales en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria de la I.E. "Clorinda Matto de Turner", distrito Suykutambo, provincia Espinar, Cusco-2015*. Tesis de especialización. Universidad Nacional de San Agustín. Perú.
- Indira, G. (2013). *Propuesta didáctica: la enseñanza del concepto de límite en el grado undécimo, haciendo uso del Geogebra*. Tesis maestría. Universidad Nacional de Colombia. Colombia.
- Inuma, E. (2015). *Aplicación del software libre Geogebra en la resolución de problemas matemáticos sobre programación lineal, en estudiantes de quinto grado de secundaria, I.E.P. Maynas- 2015*. Tesis Pregrado. Universidad Nacional de la Amazonía Peruana. Perú.
- Izquierdo, J., García, A., Sotelo, A., & Campos, R. (n.d.). *Software en el Aprendizaje de las Matemáticas*.
- Kagan, S. (1994). *Cooperative Learning*.
- Larios, V. (2011). Cómo afectan los ambientes de geometría Dinámica a la construcción de la Demostración. *Asociación Mexicana de Investigadores Del Uso de La Tecnología En Educación Matemática*, pp.135-145.
- Lourenço de Sá, A., & Machado, M. (n.d.). O uso do software Geogebra no estudo de funções. *Revista EVIDOSOL y CILTEC*.
- Ministerio de Educación. (2015). *Rutas de Aprendizaje. Vol. VI*.
- Oliveira, D. (2010). *Ensino de Funções, Limites e Continuidade em Ambientes Educacionais Informatizados: Uma proposta para cursos de Introdução ao Cálculo*. Universidad Federal de Ouro Preto. Brasil.



- Pumacallahui, E. (2015). *El uso de los softwares educativos como estrategia de enseñanza y el aprendizaje de la geometría en los estudiantes de cuarto grado del nivel secundario en las Instituciones Educativas de la provincia de Tambopata-región de Madre de Dios -2012*. Tesis doctoral. Universidad Nacional de Educación. Perú.
- Salazar, D. (2015). *GeoGebra e o estudo das funções trigonométricas no Ensino Médio*. Tesis maestría. Universidad Nacional de Juiz de Fora. Brasil.
- Salgado, Z. (2012). Didáctica de las funciones lineales y cuadráticas asistida con computadora. *Didáctica y Educación, Vol. III.N*, pp.39-48.
- Silva, J., Oliveira, K., & Amaral da Silva, K. (2012). O uso do GeoGebra no estudo de alguns resultados da Geometria Plana e de Funções. *Conferência Latino Americana de GeoGebra*.
- Souza, M. de F. (2014). *Softwares Livres de Matemática, um Novo Paradigma Computacional e Educacional*. Tesis maestría. Universidad Federal de Goiás. Brasil.
- Torres, C., & Racedo, D. (2014). *Estrategia didáctica mediada por el software Geogebra para fortalecer la enseñanza-aprendizaje de la geometría en estudiantes de 9° de básica secundaria*. Tesis Posgrado. Universidad de la Costa "CUC". Colombia.
- UNESCO. (2013). *Libertad de expresión, caja de herramientas: guía para estudiantes*.
- Vahos, H., Mejía, P., & Ochoa, J. (n.d.). *Uso de Geogebra como herramienta didáctica dentro del aula de matemáticas*.
- Valdez, J. (2014). Construcción de conversiones para la parábola con soporte en las secuencias didácticas y el software Geogebra. *Uso de Tecnología En Matemática Educativa*, 149–157.
- Venero, A. (1990). *Matemática Básica*. Editorial Gemar. Perú.



## ANEXOS



## ANEXO 1: Sílabo

<b>Nombre del curso</b>	: Matemática Básica
<b>Código del curso</b>	: 030311
<b>Número de créditos</b>	: 05
<b>Departamento académico</b>	: Ingeniería en Energías Renovables
<b>Prerrequisito</b>	: Ninguno
<b>Año y Semestre académico:</b>	2017 – II; I Semestre
<b>Sección</b>	: Única—Aula-102
<b>Nombre del docente</b>	: LUZ ELIZABETH HUANCHI MAMANI
<b>e-mail</b>	: luzhuanchi@gmail.com

### I. INTRODUCCIÓN

El estudio del curso de Matemática Básica contribuirá en la formación del estudiante proveyendo de herramientas del cálculo que le permitan al representar en lenguaje matemático y pueda plantear modelos matemáticos de situaciones reales relacionadas a ingeniería en energías renovables que dependan de una variable, a través del desarrollo de su capacidad de análisis e ingenio, para ello se desarrollaran las siguientes unidades:

**UNIDAD I : SISTEMA DE NÚMEROS REALES**

**UNIDAD II : RELACIONES Y FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL.**

**UNIDAD III : MATRICES Y DETERMINANTES**

### II. LOGRO FINAL DE APRENDIZAJE DEL CURSO

Al término de la asignatura el estudiante transformará en lenguaje matemático, simular con ayuda de un software matemático e interpretar una situación problemática relacionada con ingeniería en energías renovables que dependan de la variación de una magnitud.

### III. UNIDADES DE APRENDIZAJE

<b>UNIDAD DE APRENDIZAJE 1: SISTEMA DE NÚMEROS REALES</b>
Logro de Aprendizaje de la I unidad:
Al término de la primera unidad el estudiante transformará a lenguaje matemático situaciones problemáticas relacionadas con ingeniería en energías renovables que



depende de una variable y resolverlas utilizando adecuadamente las propiedades del sistema de números reales.

\*Software Geo-gebra

**Contenidos:**

Sistema de Números reales

Interpretación geométrica de los números reales.

Ecuaciones de  $1^\circ$ ,  $2^\circ$ , y  $n^\circ$  grado

Intervalos y sus operaciones.

Inecuaciones  $1^\circ$ ,  $2^\circ$ , racionales e irracionales.

Ecuaciones e inecuaciones con radicales.

Valor absoluto - Mayor entero (Ecuaciones e inecuaciones)

- Semanas:

1-2-3-4-5

**UNIDAD DE APRENDIZAJE 2: RELACIONES Y FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL**

- Logro de aprendizaje de la II unidad:

Al término de la unidad el estudiante representará gráficamente el comportamiento de fenómenos relacionados con energías renovables y afines que dependen de una variable, utilizando adecuadamente el plano cartesiano.

\*Software Geo-gebra

- Contenidos:

Relaciones, Dominio y rango.

Grafica de relaciones usuales (Rectas, Parábolas, Circunferencias, Elipses e Hipérbolas).

Funciones, (Dominio, rango y gráfica).

Funciones especiales (Identidad, constante, lineal, cuadráticas, valor absoluto, raíz cuadrada, signo, escalón unitario, mayor entero)

Funciones trascendentes (trigonómicas, logarítmicas y exponenciales).



<p>Funciones inyectivas, suryectiva y biyectivas.</p> <p>- Semanas:</p> <p>6-7-8-9-10-11-12</p>
<p>- UNIDAD DE APRENDIZAJE 3: TEORÍA DE MATRICES</p>
<p>- Logro de aprendizaje de la III unidad:</p> <p>Al término de la unidad el estudiante resolverá e interpretará problemas de optimización en programación lineal relacionado con energías renovables y afines, utilizando propiedades de la teoría de matrices.</p> <p>*Software Geo-gebra</p> <p>- Contenidos:</p> <p>Matrices, tipos de matrices Operaciones con matrices (Adición, multiplicación por un escalar, multiplicación) Determinante de matrices – Propiedades , Menores y cofactores. Inversa de una matriz. Sistema de ecuaciones lineales, Sistemas homogéneos. Problemas de programación lineal.</p> <p><b>Exposición de investigación aplicada a escuela profesional.</b></p> <p><b>*ACTUALIZACION Y PARTICIPACIÓN AL EVENTO MATEMÁTICA (SEMINARIO, CONGRESO, TALLERES, CURSOS).</b></p> <p>- Semanas:</p> <p>13-14-15-16-17</p>

#### IV. ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS

- Aprendizaje basado en problemas.
- Resolución de ejercicios y problemas.
- Trabajo de investigación.



- Didáctica de Brousseau
- Estrategia de Pólya - Schoenfeld.
- Estrategia centrada en el docente
  - Enseñanza expositiva.
  - Preguntas alternadas (Saberes previos)
  - Enseñanza centrada en el proceso.
  - Trabajo individual y grupal
  - Debates, discusiones
  - Resolución de ejercicios y problemas
  - Módulos matemáticos.
  - Laboratorio de matemática utilizando software matemático.

## V. EVALUACIÓN GENERAL

<b>Tipo de Evaluación</b>	<b>Unidad de aprendizaje evaluada</b>	<b>Ponderación</b>	<b>Entrega al sistema</b>
<u>Trabajos encargados (3%)</u> <u>Practica calificadas (5%)</u> <u>Examen parcial (12%)</u>	I	20%	27/09/17
<u>Trabajos encargados (5%)</u> <u>Practica calificadas (8%)</u> <u>Examen parcial (17%)</u>	II	30%	08/11/17
<u>Trabajos encargados (14%)</u> <u>Practica calificadas (10%)</u> <u>Examen parcial (26%)</u>	III	50%	22/12/17
Total		100%	

## VI. REFERENCIAS Y WEBGRAFIA

### - REFERENCIAS OBLIGATORIAS

- FIGUEROA, Ricardo. 2011 Matemática Básica 1 (8va Edición) Perú.  
R.F.G.Cosmos.



- LÁZARO, Moisés. 2014 Relaciones y funciones de R en R Perú. MOSHERA.
- VENERO, Armando. 2012 Matemática Básica, (2da Edición) Perú. Gemar.

### REFERENCIAS COMPLEMENTARIAS

- APÓSTOL, Tom. 2014 Cálculus (Reimpresión). España. Reverté.
- ESPINOZA, Eduardo. 2011 Matemática Básica (2da Edición) Perú. EDUK.

Ejercicios de números Reales (2017). Recuperado el 23, de agosto del 2017, de <http://branchingnature.org/MatematicaBasica.pdf>

Ejercicios de relaciones y funciones (2017). Recuperado el 23, de agosto del 2017, de <https://listado.mercadolibre.com.pe/libros-de-matematica-basica>

Ejercicios de matrices (2017). Recuperado el 23, de agosto del 2017, de <https://es.slideshare.net/sergioarriaranherquinio/matematica-bsica-eduardo-espinoza-ramos>

## VII. CRONOGRAMA

Semana	Fecha	Unidad	Actividades de aprendizaje	Observaciones
- 1	- 13- 09	I	<u>Trabajos encargados (3%)</u> Resuelve problemas de ingeniería En Energías Renovables haciendo uso de <b>SISTEMA DE NÚMEROS REALES</b>	-
- 2	15-09	I	<u>Practica calificadas (5%)</u> Resuelve problemas de ingeniería En Energías Renovables haciendo uso de <b>SISTEMA DE NÚMEROS REALES</b>	-
- 3	20-09	I	<u>Examen parcial (12%)</u> Resuelve problemas de ingeniería En Energías Renovables haciendo uso de <b>SISTEMA DE NÚMEROS REALES</b>	-
- 4	20-10	II	<u>Trabajos encargados (5%)</u> Resuelve problemas de ingeniería En Energías Renovables utilizando <b>RELACIONES Y FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL.</b>	-



- 5	23-10	II	<u>Practica calificadas (8%)</u> Resuelve problemas de ingeniería En Energías Renovables utilizando <b>RELACIONES Y FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL.</b>	-
- 6	08-11	II	<u>Examen parcial (17%)</u> Resuelve problemas de ingeniería En Energías Renovables utilizando <b>RELACIONES Y FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL.</b>	-
- 7	- 01- 11	III	<u>Trabajos encargados (14%)</u> Resuelve problemas de ingeniería En Energías Renovables haciendo uso de <b>TEORÍA DE MATRICES.</b>	-
- 8	4-12	III	<u>Practica calificadas (10%)</u> Resuelve problemas de ingeniería En Energías Renovables haciendo uso de <b>TEORÍA DE MATRICES.</b>	-
- 9	11-12	III	<u>Examen parcial (26%)</u> Resuelve problemas de ingeniería En Energías Renovables haciendo uso de <b>TEORÍA DE MATRICES.</b>	-

Juliaca, 21 de agosto del 2017

\_\_\_\_\_  
Luz Elizabeth Huanchi Mamani  
Docente-UNAJ

\_\_\_\_\_  
M.Sc. Mateo Alejandro Salinas  
Coordinador de E.P.I.E.R



## ANEXO 2: Material didáctico de grupo experimental

### I. DATOS INFORMATIVOS

<b>Nombre del curso</b>	: Matemática Básica
<b>Código del curso</b>	: 030311
<b>Número de créditos</b>	: 05
<b>Departamento académico</b>	: Ingeniería en Energías Renovables
<b>Prerrequisito</b>	: Ninguno
<b>Año y Semestre académico</b>	: 2017 – II; I Semestre
<b>Sección</b>	: Única
<b>Aula</b>	: N° 102
<b>Nombre del docente</b>	: LUZ ELIZABETH HUANCHI MAMANI
<b>e-mail</b>	: luzhuanchi@gmail.com

### II. USO DE MATERIAL

#### 1. Título De La Investigación:

- EL GEOGEBRA EN EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL EN LOS ESTUDIANTES DE INGENIERÍA EN ENERGÍAS RENOVABLES DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE JULIACA, 2017.

#### 2. Objetivos:

Determinar la influencia con el uso del software Geogebra en el aprendizaje de funciones reales de variable real, en los estudiantes del I semestre de la Escuela Profesional de Ingeniería en Energías Renovables, de la Universidad Nacional de Juliaca del periodo 2017-II.

#### 3. Recursos:

##### 3.1. Recursos Humanos:



- Coordinador y estudiantes de la escuela profesional de Ingeniería en Energías Renovables de la Universidad Nacional de Juliaca.

### 3.2. Materiales

- Computadora, e, USB, lápiz, lapicero, libros o apuntes de apoyo, guías de prácticas, papelotes.

### 4. Cronograma de grupo experimental:

Del 7 de noviembre al 7 de diciembre del 2017			
semana	LUNES	MIÉRCOLES	JUEVES
Primera semana	7:00 am-9:00am Sesión N°1	7:00 am-9:00am Sesión N°2	7:00 am-9:00am Sesión N°3
Segunda semana	7:00 am-9:00am Sesión N° 4	007:00 am-9:00am Sesión N° 5	7:00 am-9:00am Sesión N° 6
Tercera semana	7:00 am-9:00am Sesión N° 7	007:00 am-9:00am Sesión N° 8	7:00 am-9:00am Sesión N°9
Cuarta semana	7:00 am-9:00am Sesión N°10	007:00 am-9:00am Sesión N°11	7:00 am-9:00am Sesión N°12



### ANEXO 3: Sesión de Aprendizaje N° 01 y sesión de Aprendizaje N° 01

#### DATOS INFORMATIVOS

I. DATOS INFORMATIVOS	II. ORGANIZACIÓN DE LA CLASE
<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>DOCENTE:</b> M.Sc. Luz Elizabeth Huanchi Mamani</li> <li>● <b>PERIODO ACADEMICO:</b> 2017 - II</li> <li>● <b>SEMESTRE:</b> I</li> <li>● <b>SECCION:</b> A</li> <li>● <b>N° DE ESTUDIANTES:</b> 20</li> <li>● <b>HORA:</b> 7:00-9:00 am.</li> <li>● <b>DURACION:</b> 120 min</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>AREA:</b> Ingenierías</li> <li>● <b>ESCUELA PROFESIONAL:</b> ING. EN ENERGÍAS RENOVABLES</li> <li>● <b>ASIGNATURA:</b> Matemática Básica</li> <li>● <b>N° DE UNIDAD:</b> II unidad</li> <li>● <b>TITULO DE LA UNIDAD:</b> Funciones reales de variable real</li> <li>● <b>TEMA:</b> Introducción a software Geogebra</li> <li>● <b>METODOLOGIA:</b> Método. Exposición de conocimientos, Técnica. Preguntas de conocimiento, Instrumento. Separata.</li> </ul>

#### III. PROCESOS DIDACTICOS

**OBJETIVO:** Conocer las barras de herramientas de Software libre de Geogebra.

MOMENTOS		TIEMPO	CONTENIDO	ACTIVIDADES Y ESTRATEGIAS METODOLOGICAS	RECURSOS	INDICADORES	INSTRUMENTOS
E N T R A D A	MOTIVACION	20 mi n	INTRODUCCIÓN: Se pretende que los estudiantes asocien el <b>Software</b> Geogebra con ejemplos que se presentan en la vida cotidiana.				
P R O C E S O	PROCESOS	9 0 m i n	<p><b>1. CONCEPTUAL</b> Explica las características de la ventana principal, herramientas, comandos que son utilizados en el software Geogebra utilizando el proyector multimedia</p> <p><b>2. PROCEDIMENTAL</b> Exponer todos los procesos básicos que el estudiante realizara en este software GEOGEBRA.</p> <p><b>3. ACTITUDINAL</b> Interés por el tema desarrollado Demostrar interés para realizar una experimentación</p>	Se realizara a través de la técnica mensaje oral y escrito en pizarra Utiliza definiciones preguntas de aprendizaje	Separatas Textos de Matemática Básica Plataforma virtual	Ejecuta procesos básicos en el software Geogebra interactuando con el blog del curso	Plumones de colores Proyector multimedia Mota Practica dirigida Pizarra lista de observación
S A L I D A	EVIDENCIA DE LO APRENDIDO	1 0 m i n	Preguntas de retroalimentación				

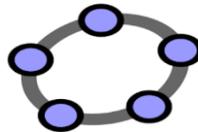
## Guía de práctica N° 01

### GEOGEBRA

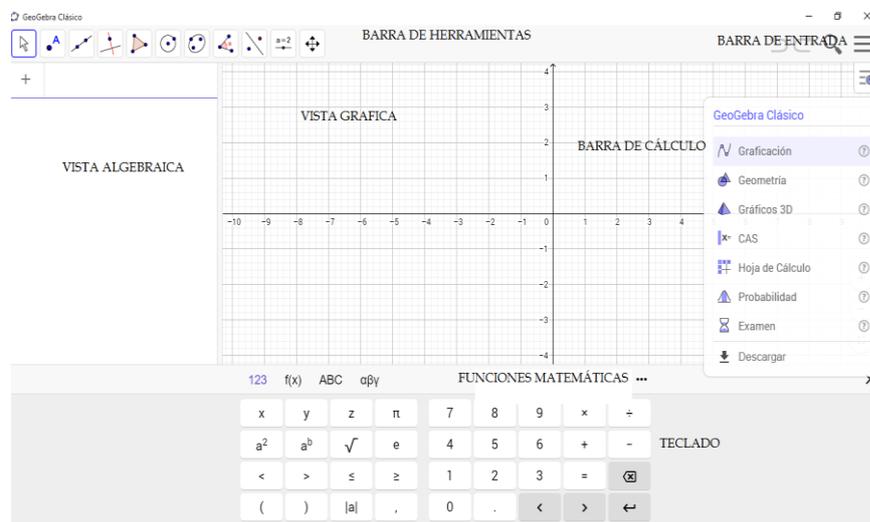
1. Descargue del siguiente link:

[https://www.google.com.pe/search?q=geogebra+descargar+gratis&rlz=1C1KMZB\\_enPE559PE559&oq=GEOGEBRA+DES&aqs=chrome.2.69i57j0i5.6258j0j8&sourceid=chrome&es\\_sm=93&ie=UTF-8](https://www.google.com.pe/search?q=geogebra+descargar+gratis&rlz=1C1KMZB_enPE559PE559&oq=GEOGEBRA+DES&aqs=chrome.2.69i57j0i5.6258j0j8&sourceid=chrome&es_sm=93&ie=UTF-8)

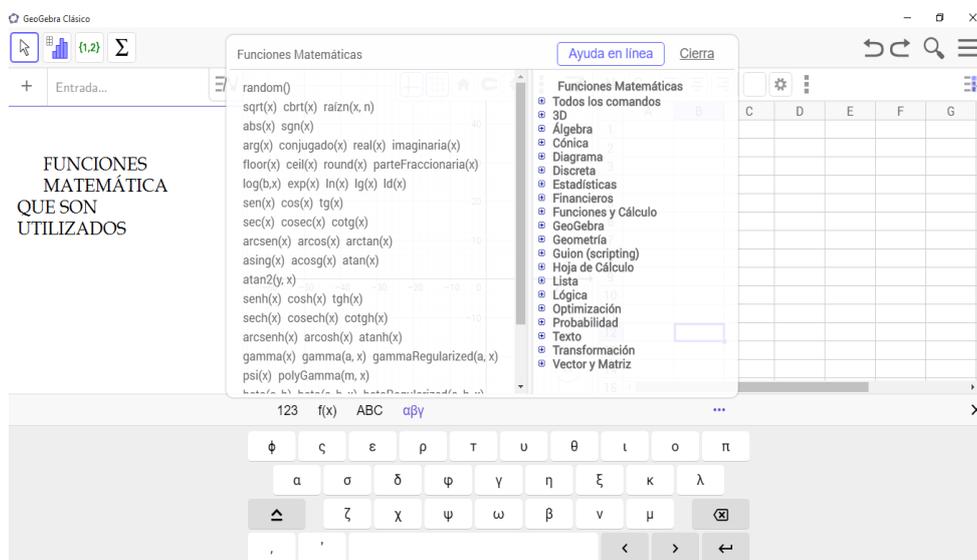
2. INGRESAR AL BLOG GEOGEBRA Y HACER CLICK.



3. BARRA DE HERRAMIENTAS DE GEOGEBRA



4. BARRA DE HERMIENTAS DE MATEMÁTICA





## ANEXO 4: Sesión de Aprendizaje N° 02 y Guía de práctica N° 02

### Sesión de Aprendizaje N° 02

#### DATOS INFORMATIVOS

I. DATOS INFORMATIVOS	II. ORGANIZACIÓN DE LA CLASE
<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>DOCENTE:</b> M.Sc. Luz Elizabeth Huanchi Mamani</li> <li>● <b>PERIODO ACADEMICO:</b> 2017 - II</li> <li>● <b>SEMESTRE:</b> I</li> <li>● <b>SECCION:</b> A</li> <li>● <b>N° DE ESTUDIANTES:</b> 20</li> <li>● <b>HORA:</b> 7:00-9:00 am.</li> <li>● <b>DURACION:</b> 120 min</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>AREA:</b> Ingenierías</li> <li>● <b>ESCUELA PROFESIONAL:</b> ING. EN ENERGÍAS RENOVABLES</li> <li>● <b>ASIGNATURA:</b> Matemática Básica</li> <li>● <b>N° DE UNIDAD:</b> II unidad</li> <li>● <b>TITULO DE LA UNIDAD:</b> Funciones reales de variable real</li> <li>● <b>TEMA:</b> Concepto de funciones reales especiales, constante, identidad y lineal, ejemplos de aplicación.</li> <li>● <b>METODOLOGIA:</b> Método. Exposición de conocimientos, Técnica. Preguntas de conocimiento, Instrumento. Separata.</li> </ul>

#### III. PROCESOS DIDACTICOS

**OBJETIVO:** Conocer concepto de funciones reales especiales, constante, identidad y lineal, ejemplos de aplicación.

MOMENTOS			CONTENIDO	ACTIVIDADES Y ESTRATEGIAS METODOLOGICAS	RECURSOS	INDICADORES	INSTRUMENTOS
E N T R A D A	MOTIVACION	20min	INTRODUCCIÓN: Se pretende que los estudiantes asocien el concepto, de funciones reales de variable real. Representar las funciones reales especiales Elementales a través del software Geogebra y mediante las reglas prácticas				
	PROCESOS	60min	<p><b>CONCEPTUAL</b> Conceptualización de una función y clasificación según su grado y tipo. Explicación de estrategias..</p> <p><b>PROCEDIMENTAL</b> Interpretar y reconocer gráficamente una función a través del software Geogebra y mediante las reglas prácticas.</p> <p><b>ACTITUDINAL</b> Interés por el tema desarrollado Demostrar interés para realizar una experimentación</p>	Se realizara a través de la técnica mensaje oral y escrito en pizarra Utiliza definiciones preguntas de aprendizaje	Separatas textos de Matemática Básica Videos Plataforma virtual	Ejecuta procesos básicos en el software Geogebra interactuando con el blog del curso	Plumones de colores Projector multimedia Mota Practica dirigida Pizarra lista de observación
	EVIDENCIA DE LO APRENDIDO	10min	Preguntas de retroalimentación  ¿Para qué sirven las funciones reales especiales?				

Guía de práctica N° 02

Objetivo:

- Reconocer cuando es una es función.
- Determinar el dominio y rango de una función.
- Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones y sus respectivos comportamientos.

**Definición:**

Una función es una regla que asigna a cada elemento de un conjunto A exactamente un elemento de un conjunto B.

**Interpretaciones acerca de la función  $f(x)$**

La función como correspondencia

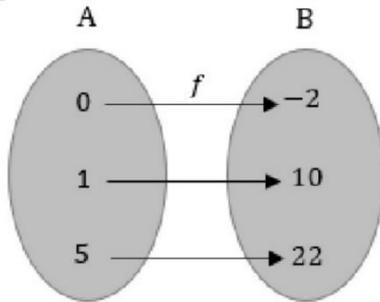
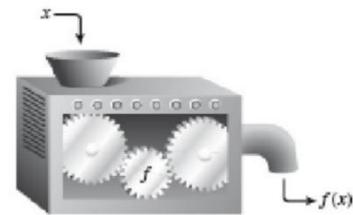


Figura de una máquina para comprender función.

La máquina  $f$  acepta una entrada  $x$ , para producir una salida  $y =$



**Dominio de una función,  $D_f$ :** El dominio de  $f$  es el conjunto de partida.

$$f: A \rightarrow B ; D_f = \{x \in A | \text{existe } y \text{ tal que } (x, y) \in f\} \subseteq A$$

**Rango de una función,  $R_f$ :** El recorrido o rango de  $f$  es el conjunto de llegada.

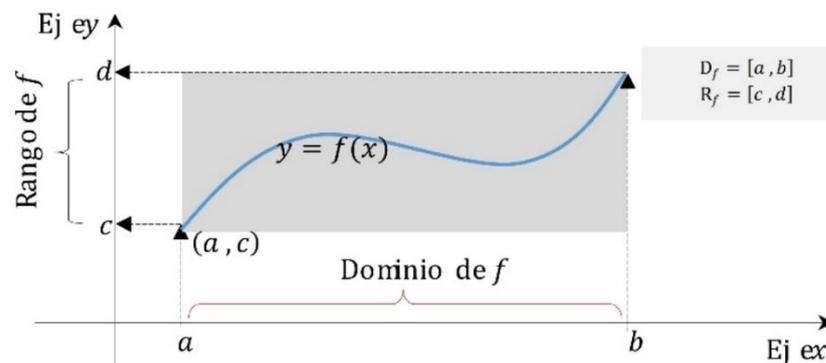
$$f: A \rightarrow B ; D_f = \{y = f(x) \in B | \text{existe } x \text{ tal que } (x, y) \in f\} \subseteq B$$

**Determinación de dominios de funciones**

Para determinar el dominio se despeja y 0  $f(x)$  en función de  $x$ . En el siguiente cuadro se muestra la forma de resolver el dominio.

Ejemplo ilustrativo	Resolución	Notación conjuntista	Notación de intervalo
$f(x) = \frac{3}{x^2 + x - 12}$	$f(x) = \frac{3}{(x-3)(x+4)}$	$D_f = \{x   x \neq -4 ; x \neq 3\}$	$(-\infty, -4) \cup (-4, 3) \cup (3, \infty)$
$h(x) = \sqrt{9 - x^2}$	$9 - x^2 \geq 0$ $\rightarrow -3 \leq x \leq 3$	$D_h = \{x   -3 \leq x \leq 3\}$	$[-3, 3]$
$g(x) = \frac{x}{\sqrt{x+6}}$	$x+6 > 0$ $\rightarrow x > -6$	$D_g = \{x   x > -6\}$	$(-6, \infty)$

Figura 3.1. Resolución del dominio



Como conjunto	Forma de diagrama	Forma gráfica	Identificando una función
$A = \{(1,1), (-1,1), (2,3), (5,3)\}$			<b>Si es una función</b>
$B = \{(2,7), (-1,4), (2,3), (0,3)\}$			<b>No es una función</b>

Figura 3.2. Identificación de una función

**Función real de una variable real:** Sean  $A$  y  $B$  conjuntos de números reales, entonces una función real  $f$  de una variable real  $x$  de  $A$  a  $B$  es una correspondencia que asigna a cada número real  $x$  de  $A$  exactamente un número real  $y$  de  $B$ , donde  $A$  y  $B$  son subconjuntos del conjunto de los números reales:

$$f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = f(x) \wedge x \in D_f\} \text{ además } A \subseteq \mathbb{R} \wedge B \subseteq \mathbb{R}$$

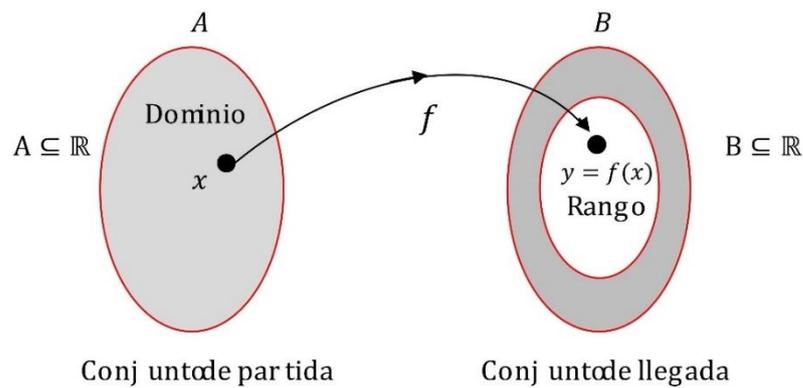


Figura 3.3. Función real de una variable real

## ANEXO 5: Sesión de Aprendizaje N° 03 y Guía de práctica N° 03

### Guía de práctica N° 03

Objetivo:

- Interpretar y reconocer gráficamente una función real
- Reconocer el dominio y rango de una función reales, constante, identidad y lineal.
- Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones y sus respectivos comportamientos

**Función constante:** Sean dos conjuntos  $A$  y  $B$  no vacíos, y  $c$  un elemento de  $B$ , denominamos función constante.  $f = \{(x, c) \mid x \in \mathbb{R}\}$ .

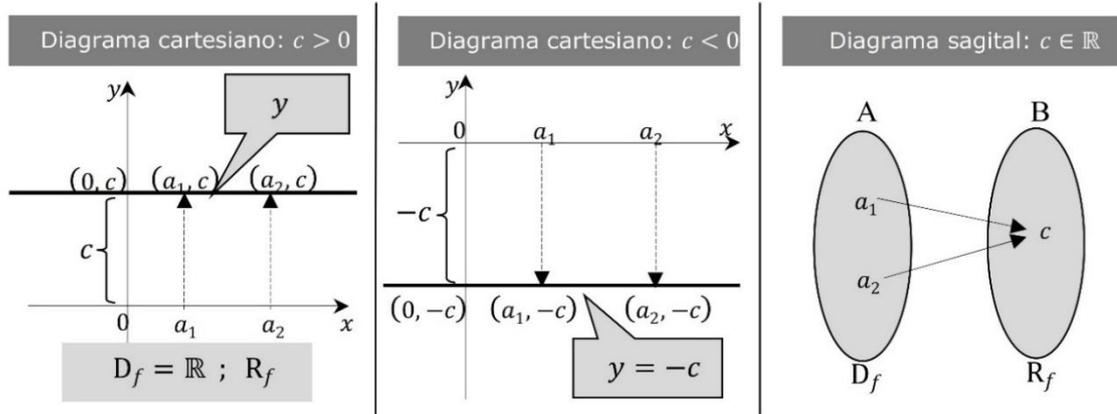


Figura 3.4. Gráficos de una función constante

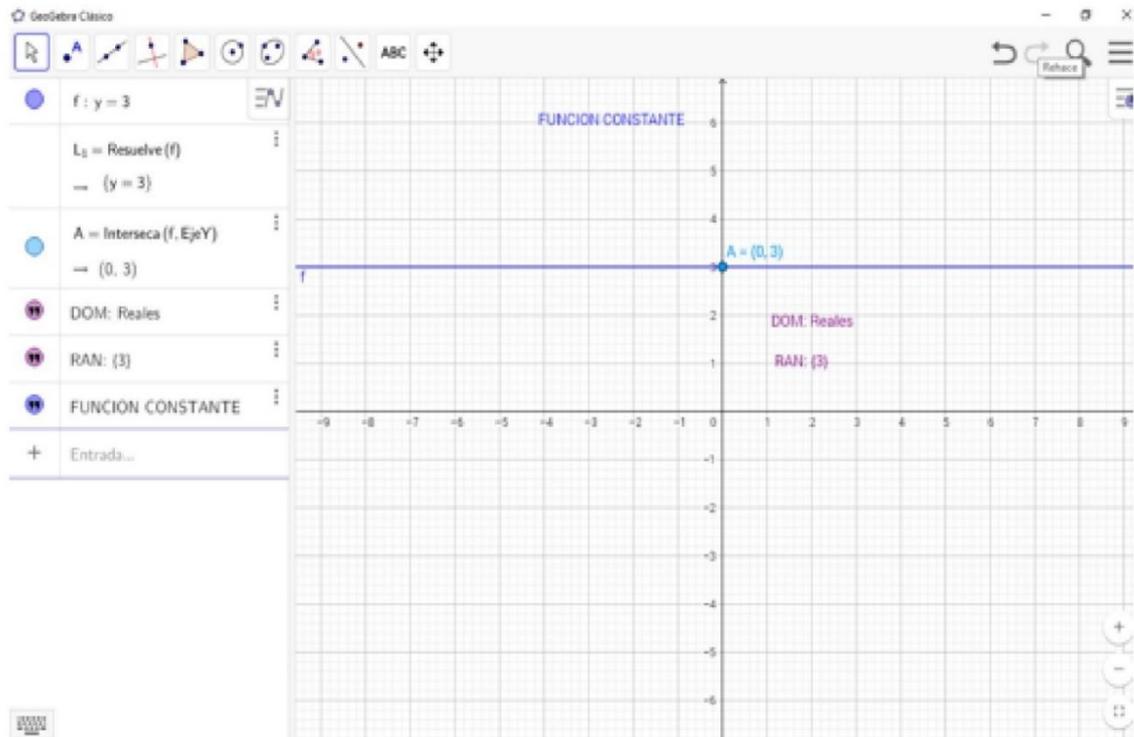


Figura 3.5. Función constante

**Función identidad:** Se denota por  $I$ , es una función cuyo dominio y rango es el conjunto de los números reales y tiene como regla de correspondencia, la expresión;  $I(x) = x ; x \in \mathbb{R}$ .

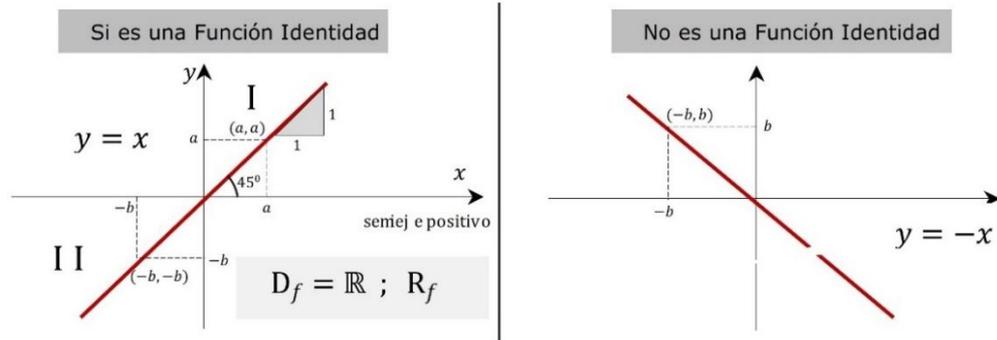


Figura 3.3. Reconocimiento de una función identidad

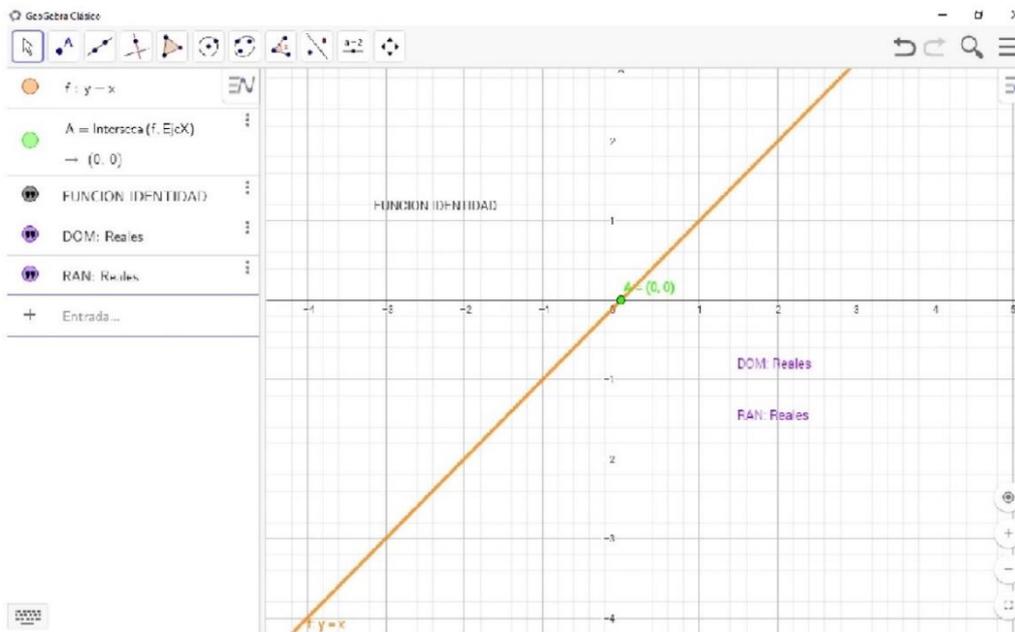


Figura 3.4. Función Identidad

**Función lineal:** Es la función que tiene como dominio y rango el conjunto de los números reales, y tiene como regla de correspondencia la expresión,  $f(x) = ax + b$ ;  $a \neq 0 \wedge a, b \in \mathbb{R}$ .

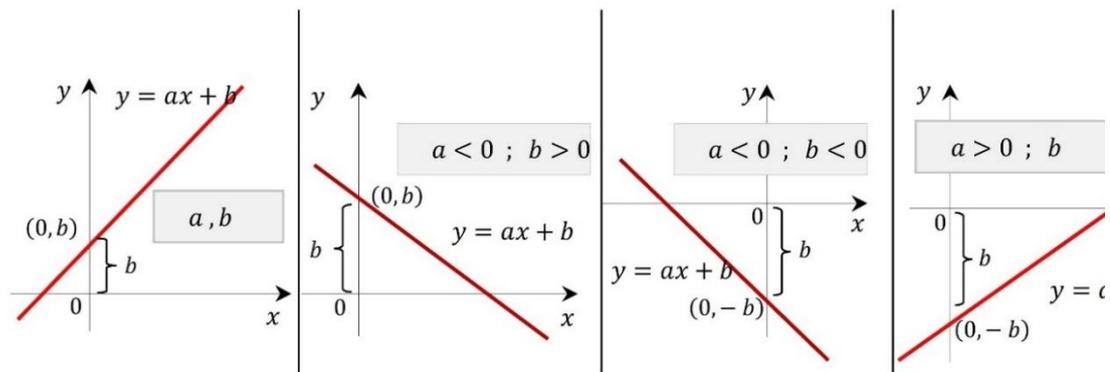


Figura 3.6. Análisis de una función lineal

**Pendiente de una recta:** Es la inclinación de una recta respecto al eje de las abscisas.

$$m = \frac{\text{desplazamiento vertical}}{\text{desplazamiento horizontal}} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

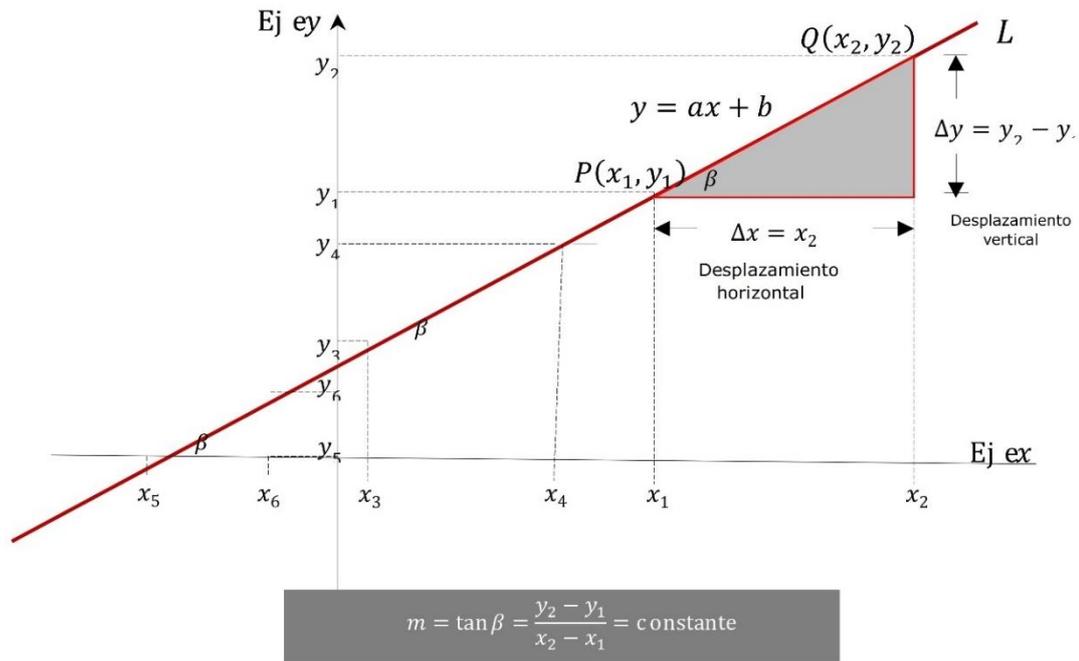


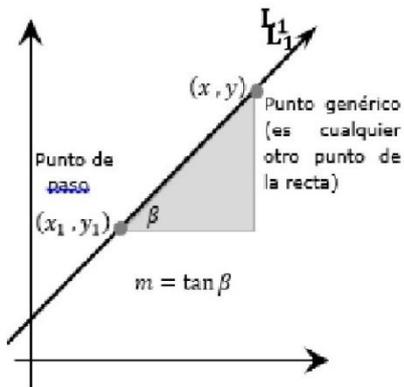
Figura 3.7. Pendiente de una recta

### Tipos de ecuaciones de rectas

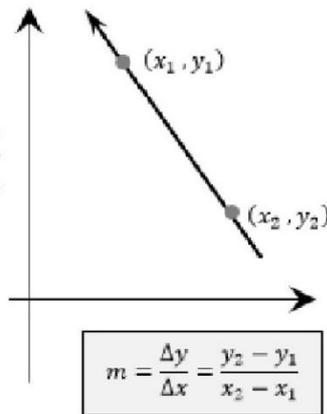
#### Ecuación punto - pendiente

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Con un punto de paso  $(x_1, y_1)$  y pendiente  $m$ :



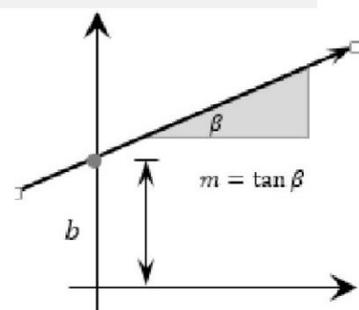
Con dos puntos de paso:



#### Ecuación pendiente - ordenada al origen de coordenadas

$$y = mx + b$$

Con la pendiente y la distancia vertical al origen:



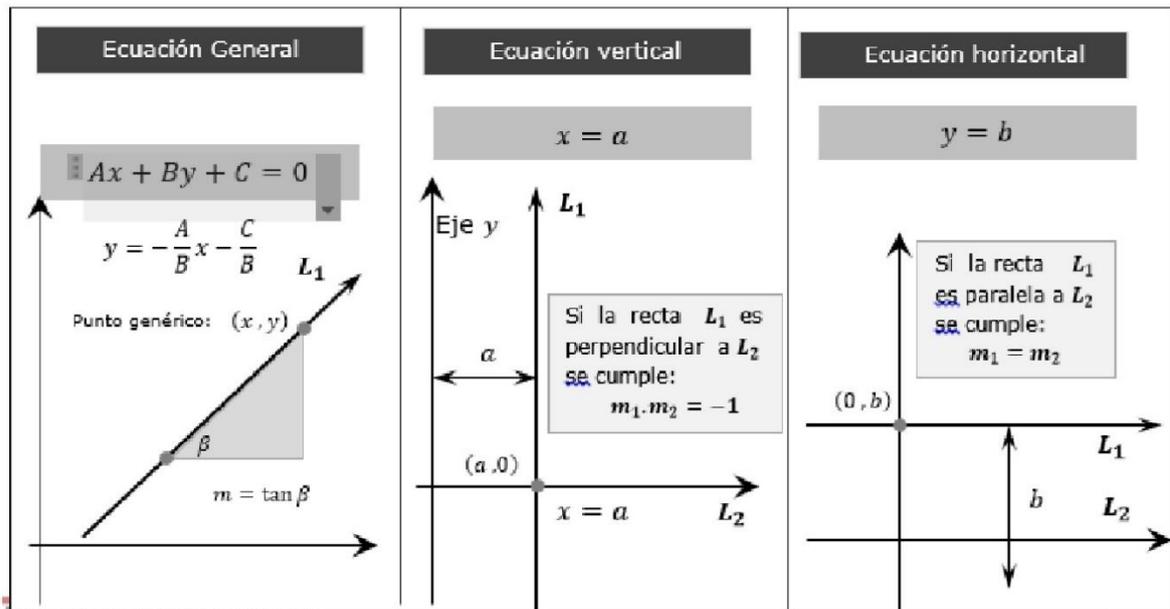


Figura 3.8. Obtención de la pendiente de una recta

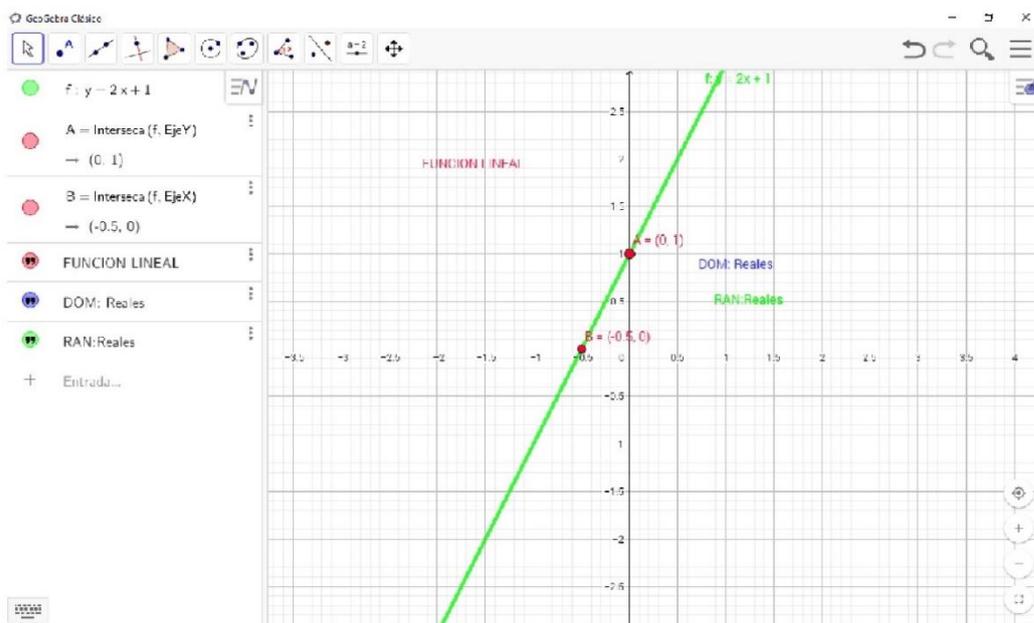


Figura 3.9. Función lineal.

## ANEXO 6: Sesión de Aprendizaje N° 04 y Guía de práctica N° 04

### Sesión de Aprendizaje N° 04

#### DATOS INFORMATIVOS

I. DATOS INFORMATIVOS	II. ORGANIZACIÓN DE LA CLASE
<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>DOCENTE:</b> M.Sc. Luz Elizabeth Huanchi Mamani</li> <li>● <b>PERIODO ACADEMICO:</b> 2017 - II</li> <li>● <b>SEMESTRE:</b> I</li> <li>● <b>SECCION:</b> A</li> <li>● <b>N° DE ESTUDIANTES:</b> 20</li> <li>● <b>HORA:</b> 7:00-9:00 am.</li> <li>● <b>DURACION:</b> 120 min</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>AREA:</b> Ingenierías</li> <li>● <b>ESCUELA PROFESIONAL:</b> ING. EN ENERGÍAS RENOVABLES</li> <li>● <b>ASIGNATURA:</b> Matemática Básica</li> <li>● <b>N° DE UNIDAD:</b> II unidad</li> <li>● <b>TITULO DE LA UNIDAD:</b> Funciones reales de variable real</li> <li>● <b>TEMA:</b> Concepto de funciones reales especiales, cuadrática, , ejemplos de aplicación.</li> <li>● <b>METODOLOGIA:</b> Método. Exposición de conocimientos, Técnica. Preguntas de conocimiento, Instrumento. Separata.</li> </ul>

#### III. PROCESOS DIDACTICOS

##### OBJETIVO:

Interpretar y reconocer gráficamente una función real

Reconocer el dominio y rango de una función reales, cuadrática.

Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones y sus respectivos comportamientos.

MOMENTOS		T I E M P O	CONTENIDO	ACTIVIDADE S Y ESTRATEGIA S METODOLOG ICAS	RECU RSOS	INDICA DORES	INSTRUME NTOS
E N T R A D A	MOTIVACION	20 min	<p><b>INTRODUCCIÓN:</b> Se pretende que los estudiantes asocien el concepto, de funciones reales de variable real, cuadrática.</p> <p>Representar las funciones reales especiales elementales a través del software Geogebra y mediante las reglas prácticas</p>				
	PROCESOS	90 min	<p><b>1. CONCEPTUAL</b> Conceptualización de una función y clasificación según su grado y tipo. Explicación de estrategias..</p> <p><b>2. PROCEDIMENTAL</b> Interpretar y reconocer gráficamente una función a través del software Geogebra y mediante las reglas prácticas.</p> <p><b>3. ACTITUDINAL</b> Interés por el tema desarrollado Demostrar interés para realizar una experimentación</p>	Se realizara a través de la técnica mensaje oral y escrito en pizarra Utiliza definiciones preguntas de aprendizaje	Separatas Ttextos de Matemática Básica Videos Plataforma virtual	Ejecuta procesos básicos en el software Geogebra interactuando con el blog del curso	Plumones de colores Proyector multimedia Mota Practica dirigida Pizarra lista de observación
	EVIDENCIA DE LO APRENDIDO	10 min	<p>Preguntas de retroalimentación</p> <p>¿Para qué sirven las funciones cuadráticas?</p>				

## Guía de práctica N° 04

Objetivo:

- Interpretar y reconocer gráficamente una función real
- Reconocer el dominio y rango de una función real, cuadrática.
- Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones y sus respectivos comportamientos.

**Función cuadrática:** Es una función cuyo dominio es el conjunto de los números reales y regla de correspondencia expresada en su forma general está dado por la ecuación:  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ;  $a, b$  y  $c \in \mathbb{R}$  /  $a \neq 0$ .

La función cuadrática más simple es cuando,  $a = 1$  y  $b = c = 0$ , obteniendo  $f(x) = x^2$ , cuya gráfica pasa por el origen, abre hacia arriba, y tiene como rango,  $R_f = [0, \infty)$ .

$$f(x) = ax^2 + bx + c \rightarrow f(x) = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c \rightarrow f(x) = a\left[x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b/a}{2}\right)^2 - \left(\frac{b/a}{2}\right)^2\right] + c$$

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - a\left(\frac{b/a}{2}\right)^2 + c \rightarrow f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{(b^2 - 4ac)}{4a}; \quad h = -\frac{b}{2a} \text{ y } k = -\frac{D}{4a}$$

Sabiendo que la discriminante es igual a,  $D = b^2 - 4ac$ , obtenemos la forma estándar de la función cuadrática, cuya gráfica es una parábola con vértice,  $V(h, k)$ :

$$f(x) = a(x - h)^2 + k$$

Gráfica de la función cuadrática

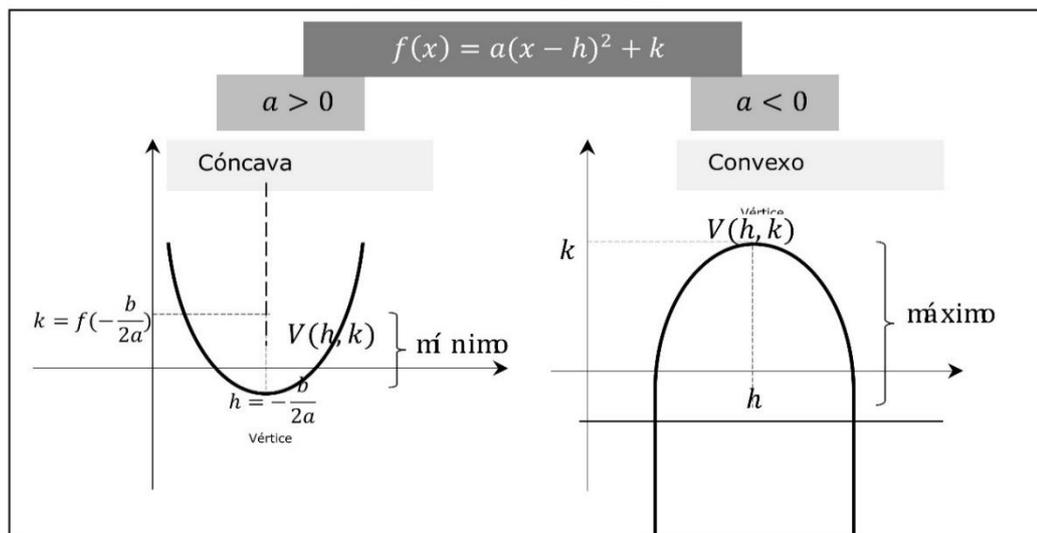


Figura 5.1. Gráfica de la función cuadrática

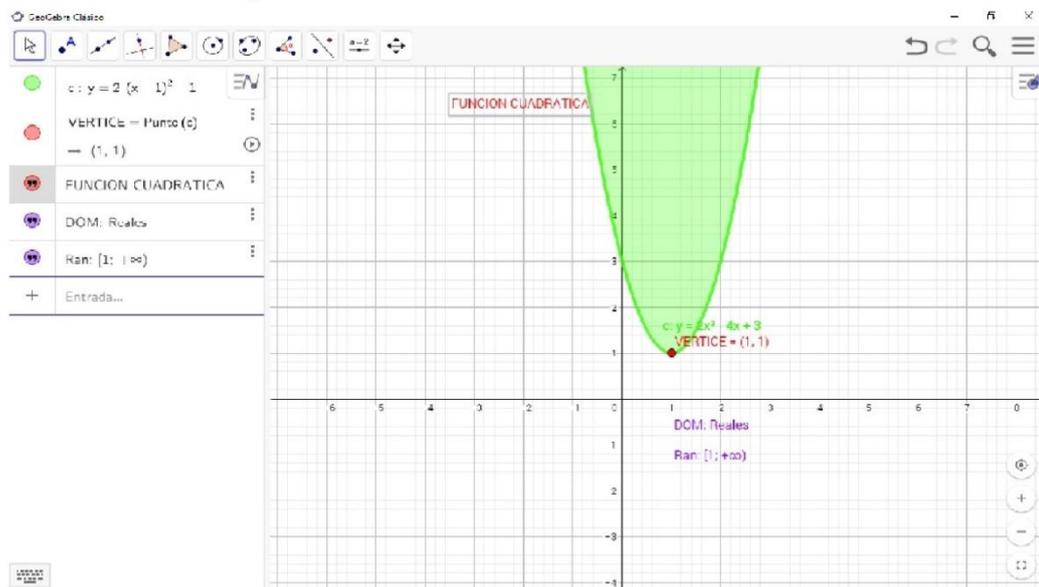
### Propiedades de la función cuadrática:

- El dominio de  $f$  es el conjunto de los números reales.
- Si  $a > 0$  la parábola se abre hacia arriba, y si  $a < 0$ , se abre hacia abajo.
- El vértice de la parábola es  $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$ ,
- El eje de simetría de la parábola es,  $x = -\frac{b}{2a}$ .
- Las intersecciones con el eje  $x$  (si existen) se encuentran resolviendo,  $f(x) = 0$ , y con eje  $y$ , hacemos,  $f(0) = c$ .

**Valor máximo o mínimo de una función cuadrática** muestra una función cuadrática en su forma estándar,  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ , donde el valor máximo o mínimo de  $f$  para  $x = h$ , se produce cuándo:

Coeficiente	Valor	Imagen	Abre
$a > 0$	mínimo = $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$	$x = h = -\frac{b}{2a} \rightarrow k = f(h) = f\left(-\frac{b}{2a}\right)$	
$a < 0$	máximo = $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$		

Figura 5.3. Máximo o mínimo de una función cuadrática



## ANEXO 7: Sesión de Aprendizaje N° 05 y Guía de práctica N° 05

### Sesión de Aprendizaje N° 05

#### DATOS INFORMATIVOS

I. DATOS INFORMATIVOS	II. ORGANIZACIÓN DE LA CLASE
<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>DOCENTE:</b> M.Sc. Luz Elizabeth Huanchi Mamani</li> <li>● <b>PERIODO ACADEMICO:</b> 2017 - II</li> <li>● <b>SEMESTRE:</b> I</li> <li>● <b>SECCION:</b> A</li> <li>● <b>N° DE ESTUDIANTES:</b> 20</li> <li>● <b>HORA:</b> 7:00-9:00 am.</li> <li>● <b>DURACION:</b> 120 min</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>AREA:</b> Ingenierías</li> <li>● <b>ESCUELA PROFESIONAL:</b> ING. EN ENERGÍAS RENOVABLES</li> <li>● <b>ASIGNATURA:</b> Matemática Básica</li> <li>● <b>N° DE UNIDAD:</b> II unidad</li> <li>● <b>TITULO DE LA UNIDAD:</b> Funciones reales de variable real</li> <li>● <b>TEMA:</b> Concepto de funciones reales especiales, valor absoluto y raíz cuadrada, ejemplos de aplicación.</li> <li>● <b>METODOLOGIA:</b> Método. Exposición de conocimientos, Técnica. Preguntas de conocimiento, Instrumento. Separata.</li> </ul>

#### III. PROCESOS DIDACTICOS

##### OBJETIVO:

Interpretar y reconocer gráficamente una función real

Reconocer el dominio y rango de una función valor absoluto y raíz cuadrada

Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones y sus respectivos comportamientos.

MOMENTOS	TIEMPO	CONTENIDO	ACTIVIDADES Y ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS	RECURSOS	INDICADORES	INSTRUMENTOS
ENTRADA	MOTIVACION 20min	INTRODUCCIÓN: Se pretende que los estudiantes asocien el concepto, de funciones reales de variable real, valor absoluto y raíz cuadrada.  Representar las funciones reales especiales elementales a través del software Geogebra y mediante las reglas prácticas				
PROCESOS	PROCESOS 90min	1. CONCEPTUAL Conceptualización de una función y Clasificación según su grado y tipo. Explicación de estrategias.. 2. PROCEDIMENTAL Interpretar y reconocer gráficamente una función a través del software Geogebra y mediante las reglas prácticas. 3. ACTITUDINAL Interés por el tema desarrollado Demostrar interés para realizar una experimentación	Se realizara a través de la técnica mensaje oral y escrito en pizarra Utiliza definiciones preguntas de aprendizaje	Separatas Ttextos de Matemática Básica Videos Plataforma virtual	Ejecuta procesos básicos en el software Geogebra interactuando con el blog del curso	Plumones de colores Proyector multimedia Mota Practica dirigida Pizarra lista de observación
SALIDA	EVIDENCIA DE LO APRENDIDO 10min	Preguntas de retroalimentación  ¿Para qué sirven las funciones Valor absoluto y raíz cuadrada?				

Guía de práctica N° 05

Objetivo:

- Interpretar y reconocer gráficamente una función real
- Reconocer el dominio y rango de una función valor absoluto y raíz cuadrada.
- Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones y sus respectivos comportamientos.

**Función valor absoluto:** Es una función denotada por  $|x|$ , con dominio el conjunto de los números reales, rango  $[0, \infty)$ , y con regla de correspondencia siguiente:

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Note, que  $|x| \geq 0$  para todo  $x \in \mathbb{R} \rightarrow y = f(x) = |x| \geq 0 \rightarrow y \geq 0 \therefore R_f = [0, \infty)$ .

**Gráfico de la función valor absoluto de  $f(x) = |x - m|$**

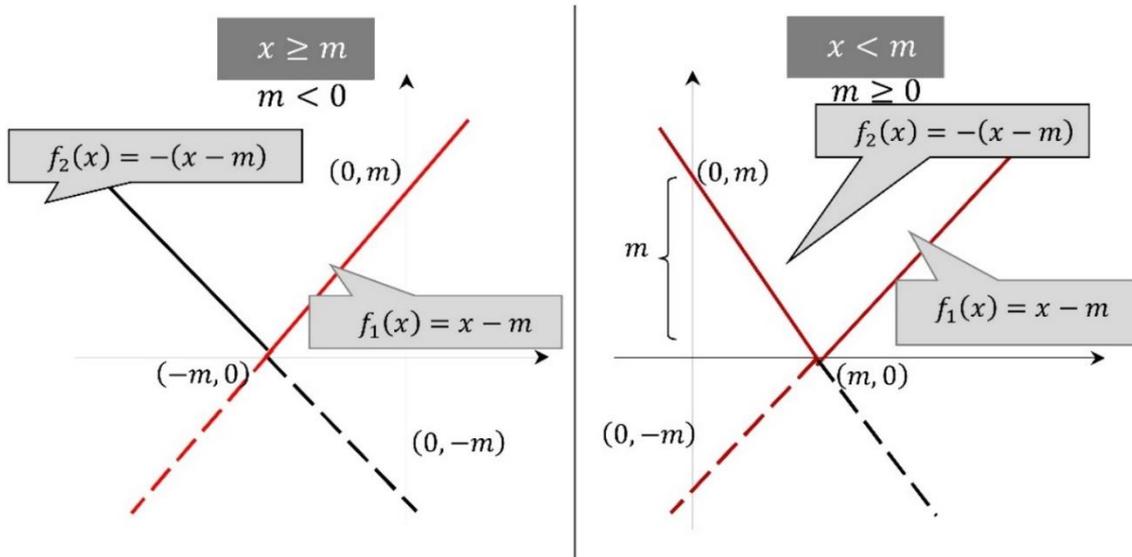


Figura 5.1. Gráfico de la función valor absoluto de  $f(x) = |x - m|$

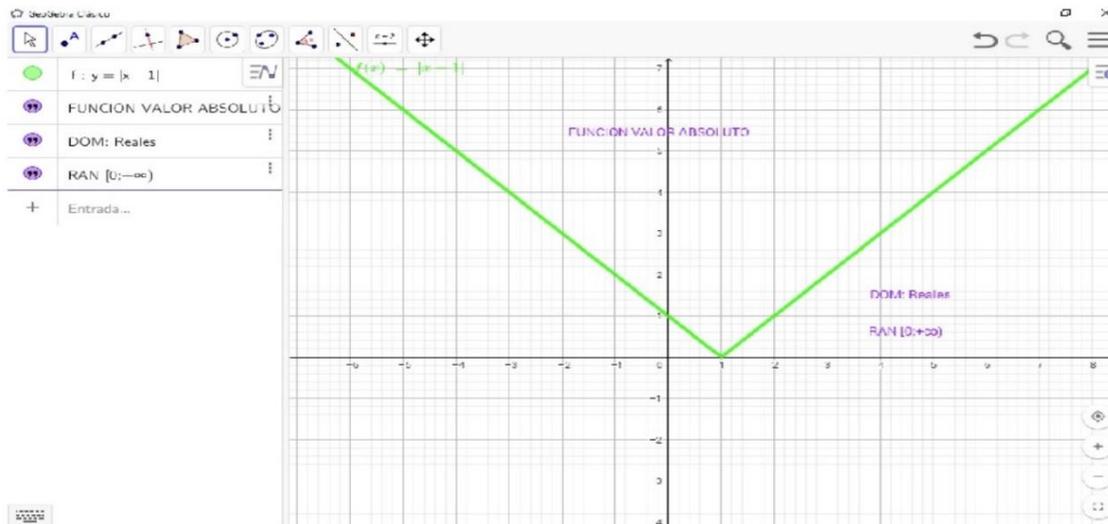


Figura 5.2. Función Valor Absoluto

**Función raíz cuadrada:** Es la función denotada por  $\sqrt{x}$ , cuyo dominio es el conjunto de los números reales no negativos (se refiere a los números positivos y el cero), y con regla de correspondencia:

$$f(x) = \sqrt{x}$$

Note, que  $x \geq 0 \rightarrow y = f(x) = \sqrt{x} \geq 0 \rightarrow y \geq 0 \therefore R_f = [0, \infty)$ .

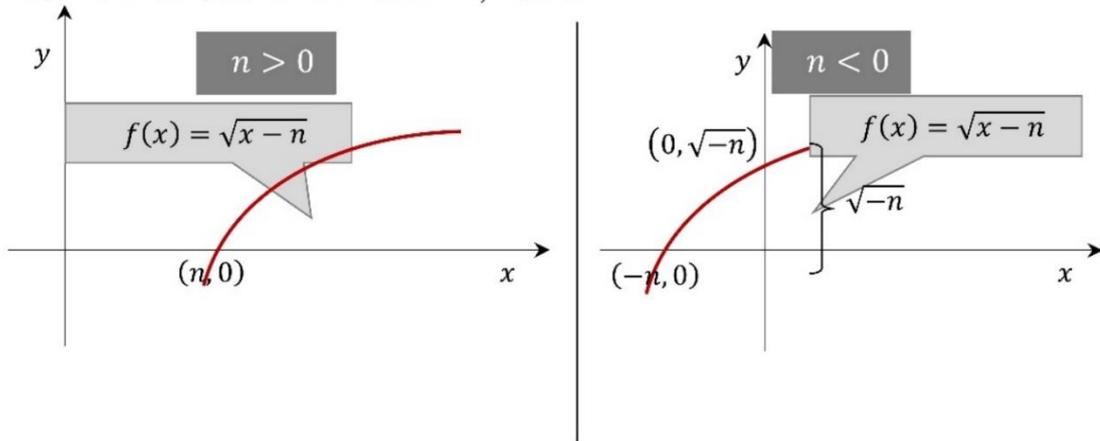


Figura 5.3. Gráfico de la función raíz cuadrada de  $f(x) = \sqrt{x-n}$

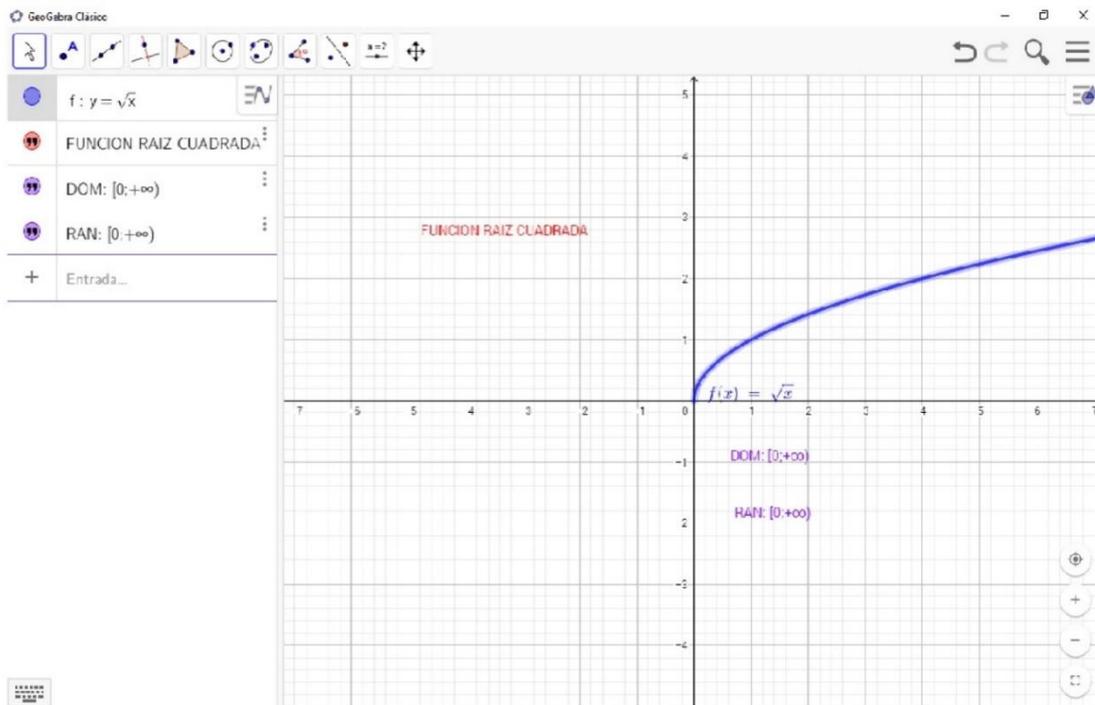


Figura 5.4. Función raíz cuadrada



## ANEXO 8: Sesión de Aprendizaje N° 06 y Guía de práctica N° 06

### Sesión de Aprendizaje N° 06

#### DATOS INFORMATIVOS

I. DATOS INFORMATIVOS	II. ORGANIZACIÓN DE LA CLASE
<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>DOCENTE:</b> M.Sc. Luz Elizabeth Huanchi Mamani</li> <li>● <b>PERIODO ACADEMICO:</b> 2017 - II</li> <li>● <b>SEMESTRE:</b> I</li> <li>● <b>SECCION:</b> A</li> <li>● <b>N° DE ESTUDIANTES:</b> 20</li> <li>● <b>HORA:</b> 7:00-9:00 am.</li> <li>● <b>DURACION:</b> 120 min</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>AREA:</b> Ingenierías</li> <li>● <b>ESCUELA PROFESIONAL:</b> ING. EN ENERGÍAS RENOVABLES</li> <li>● <b>ASIGNATURA:</b> Matemática Básica</li> <li>● <b>N° DE UNIDAD:</b> II unidad</li> <li>● <b>TITULO DE LA UNIDAD:</b> Funciones reales de variable real</li> <li>● <b>TEMA:</b> Concepto de funciones reales especiales, escalón unitario, signo y máximo entero, ejemplos de aplicación.</li> <li>● <b>METODOLOGIA:</b> Método. Exposición de conocimientos, Técnica. Preguntas de conocimiento, Instrumento. Separata.</li> </ul>

#### III. PROCESOS DIDACTICOS

##### OBJETIVO:

Interpretar y reconocer gráficamente una función real

Reconocer el dominio y rango de una función real, escalón unitario, signo y máximo entero.

Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones y sus respectivos comportamientos.

MOMENTOS	T I E M P O	CONTENIDO	ACTIVIDADES Y ESTRATEGIAS METODOLOGICAS	RECURSOS	INDICADORES	INSTRUMENTOS
ENTRADA	20 min	INTRODUCCIÓN: Se pretende que los estudiantes asocien el concepto, de funciones reales de variable real, escalón unitario, signo y máximo entero. Representar las funciones reales especiales elementales a través del software Geogebra y mediante las reglas prácticas				
PROCESO	90 min	<p><b>1. CONCEPTUAL</b> Conceptualización de una función y clasificación según su grado y tipo. Explicación de estrategias..</p> <p><b>2. PROCEDIMENTAL</b> Interpretar y reconocer gráficamente una función a través del software Geogebra y mediante las reglas prácticas.</p> <p><b>3. ACTITUDINAL</b> Interés por el tema desarrollado Demostrar interés para realizar una experimentación</p>	Se realizara a través de la técnica mensaje oral y escrito en pizarra Utiliza definiciones preguntas de aprendizaje	Separatas Ttextos de Matemática Básica Videos Plataforma virtual	Ejecuta procesos básicos en el software Geogebra interactuando con el blog del curso	Plumones de colores Proyector multimedia Mota Practica dirigida Pizarra lista de observación
SALIDA	10 min	Preguntas de retroalimentación ¿Para qué sirven las funciones Valor absoluto y raíz cuadrada?				

Objetivo:

- Interpretar y reconocer gráficamente una función real
- Reconocer el dominio y rango de una función real, escalón unitario, signo y máximo entero.
- Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones y sus respectivos comportamientos.

**Función escalón unitario:** Es la función que tiene como dominio el conjunto de los números reales y por rango el conjunto,  $\{0, 1\}$ . Se denota por  $u_a$  donde  $a \in \mathbb{R}$  y la regla de correspondencia está dado por:

$$u_a(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < a \\ 1 & \text{si } x \geq a \end{cases}$$

Gráficos de la función escalón unitario

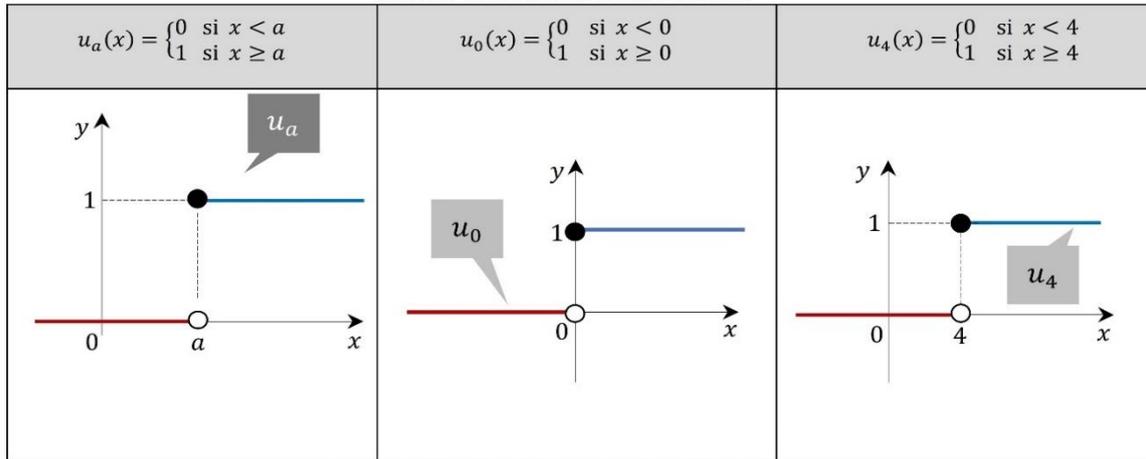


Figura 6.1. Gráfico de la función Escalón Unitario

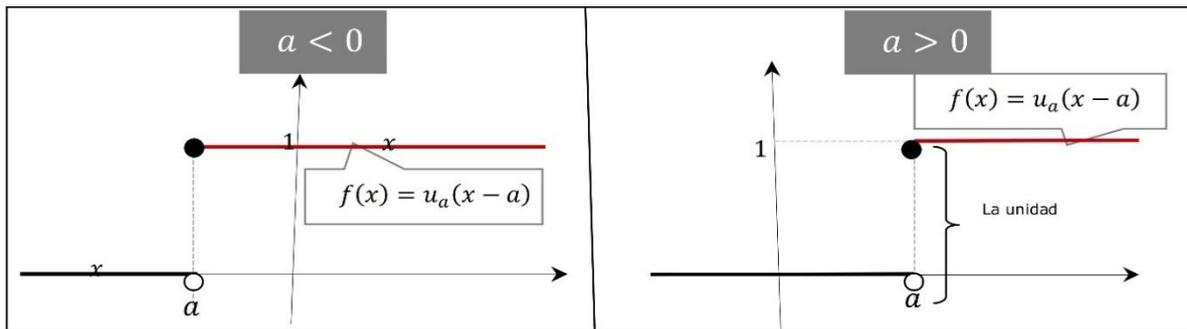


Figura 6.2. Gráfico de la función Escalón Unitario de  $f(x) = u_a(x - a)$

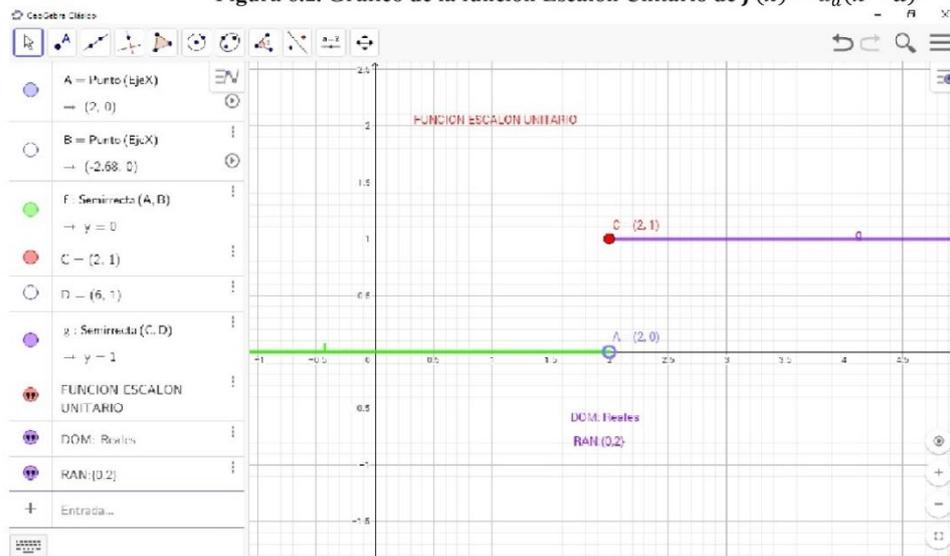


Figura 6.2. Función Escalón Unitario

**Función signo:** Es una función denotada por  $sgn$ , cuyo dominio es el conjunto de los números reales y rango el conjunto formado por  $\{-1, 0, 1\}$ , y con regla de correspondencia:

$$sgn(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ 1 & \text{si } x > 0 \end{cases} \text{ en forma equivalente } sgn(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x = 0 \\ \frac{|x|}{x} & \text{si } x \neq 0 \end{cases}$$

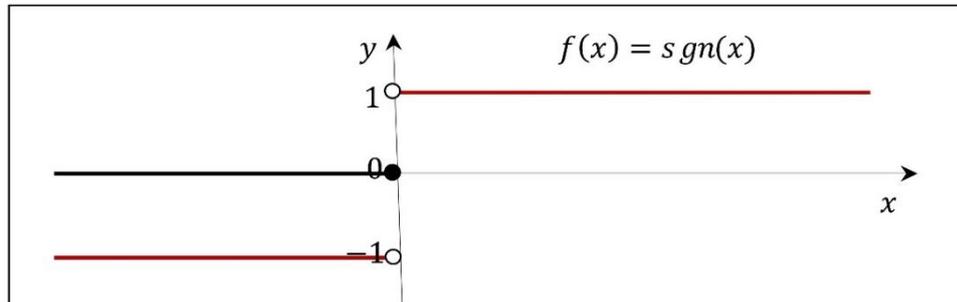


Figura 6.4. Gráficos de la función signo  $f(x) = sgn(x)$

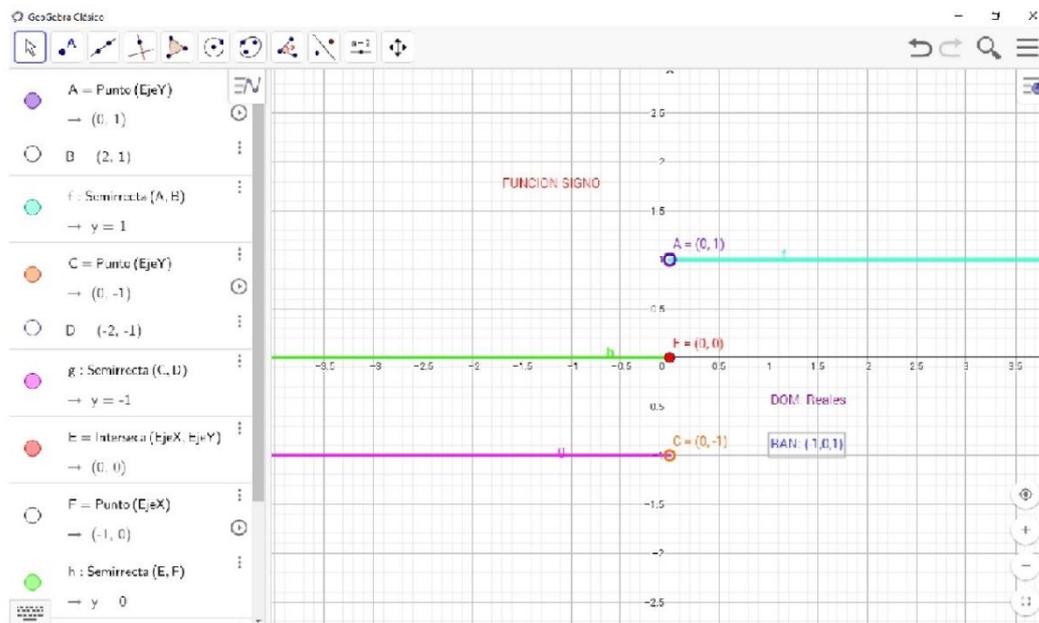


Figura 6.5. Función signo

**Función máximo entero:** La Función Máximo Entero está denotado por  $\llbracket \cdot \rrbracket$ , es la función cuyo dominio es el conjunto de los números reales y rango el conjunto de los números enteros, presenta como regla de correspondencia:

$$y = \llbracket x \rrbracket = n$$

$$(n \in \mathbb{Z} \wedge n \leq x < n + 1) ; x \in [n, n + 1)$$

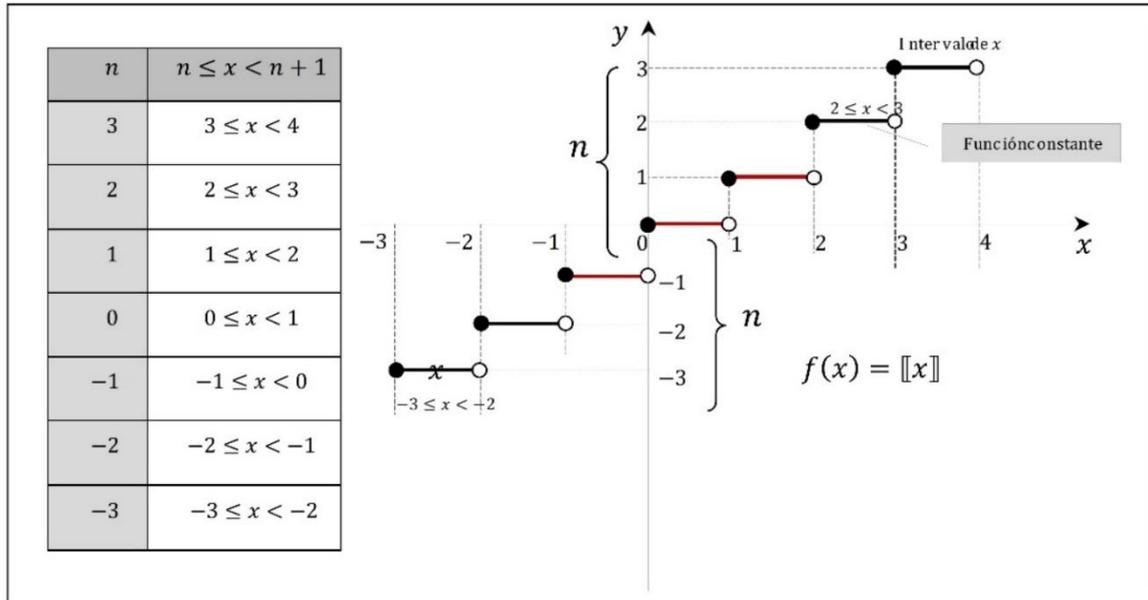


Figura 6.6. Gráfico de la función máximo entero  $f(x) = [x]$

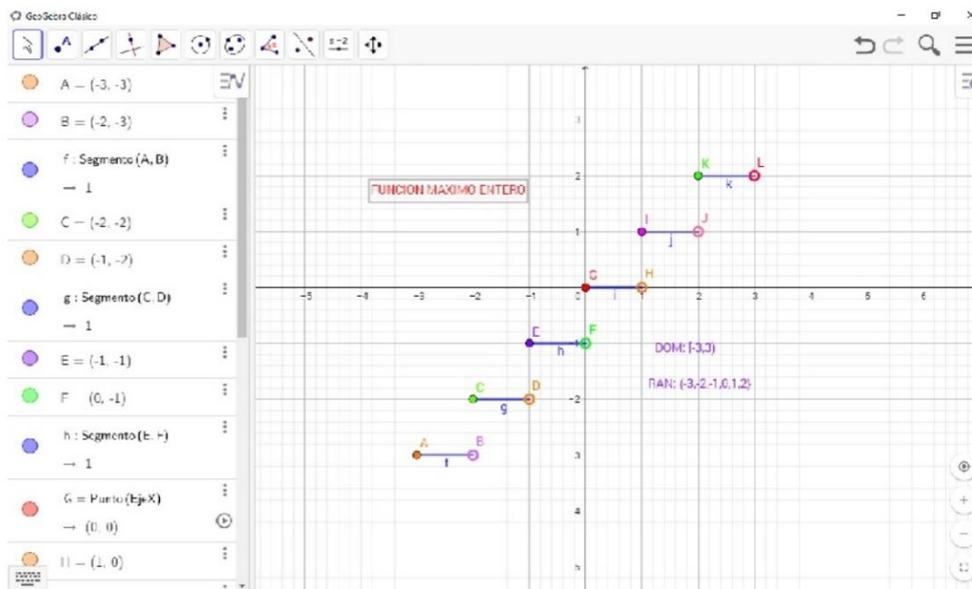


Figura 6.7. Función máximo entero  $f(x) = [x]$



## ANEXO 9: Sesión de Aprendizaje N° 07 y Guía de práctica N° 07

### Sesión de Aprendizaje N° 07

#### DATOS INFORMATIVOS

I. DATOS INFORMATIVOS	II. ORGANIZACIÓN DE LA CLASE
<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>DOCENTE:</b> M.Sc. Luz Elizabeth Huanchi Mamani</li> <li>● <b>PERIODO ACADEMICO:</b> 2017 - II</li> <li>● <b>SEMESTRE:</b> I</li> <li>● <b>SECCION:</b> A</li> <li>● <b>N° DE ESTUDIANTES:</b> 20</li> <li>● <b>HORA:</b> 7:00-9:00 am.</li> <li>● <b>DURACION:</b> 120 min</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>AREA:</b> Ingenierías</li> <li>● <b>ESCUELA PROFESIONAL:</b> ING. EN ENERGÍAS RENOVABLES</li> <li>● <b>ASIGNATURA:</b> Matemática Básica</li> <li>● <b>N° DE UNIDAD:</b> II unidad</li> <li>● <b>TITULO DE LA UNIDAD:</b> Funciones reales de variable real</li> <li>● <b>TEMA:</b> Concepto de funciones reales definida por partes y función potencia, ejemplos de aplicación.</li> <li>● <b>METODOLOGIA:</b> Método. Exposición de conocimientos, Técnica. Preguntas de conocimiento, Instrumento. Separata.</li> </ul>

#### III. PROCESOS DIDACTICOS

##### OBJETIVO:

Interpretar y reconocer gráficamente una función real

Reconocer el dominio y rango de una función por partes y función potencia.

Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones y sus respectivos comportamientos.

MOMENTOS	TIEMPO	CONTENIDO	ACTIVIDADES Y ESTRATEGIAS METODOLOGICAS	RECURSOS	INDICADORES	INSTRUMENTOS
ENTRADA	20 min	INTRODUCCIÓN: Se pretende que los estudiantes asocien el concepto, de funciones reales de variable real, definida por partes y función potencia. Representar las funciones reales especiales elementales a través del software Geogebra y mediante las reglas prácticas				
PROCESO	60 min	<p>1. <b>CONCEPTUAL</b> Conceptualización de una función y Clasificación según su grado y tipo. Explicación de estrategias..</p> <p>2. <b>PROCEDIMENTAL</b> Interpretar y reconocer gráficamente una función a través del software Geogebra y mediante las reglas prácticas.</p> <p>3. <b>ACTITUDINAL</b> Interés por el tema desarrollado Demostrar interés para realizar una experimentación</p>	Se realizara a través de la técnica mensaje oral y escrito en pizarra Utiliza definiciones preguntas de aprendizaje	Separatas Ttextos de Matemática Básica Videos Plataforma virtual	Ejecuta procesos básicos en el software Geogebra interactuando con el blog del curso	Plumones de colores Proyector multimedia Mota Practica dirigida Pizarra lista de observación
SALIDA	10 min	Preguntas de retroalimentación  ¿Para qué sirven las funciones Definida por partes y función potencia?				

Guía de práctica N° 07

Objetivo:

Interpretar y reconocer gráficamente una función real

Reconocer el dominio y rango de una función real definida por partes y función potencia.

Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones y sus respectivos comportamientos.

**Función definida por partes:** Denominada también función por secciones, se define mediante fórmulas distintas con sus respectivos dominios, es decir, son como partes separadas de la gráfica de la función  $f$ . Presenta como regla de correspondencia:

$$f(x) = \begin{cases} f_1 & \text{si } D_1(x) < 0 \\ f_2 & \text{si } D_2(x) = 0 \\ f_3 & \text{si } D_3(x) > 0 \end{cases}$$

Regla de correspondencia de cada parte.

Dominio de cada parte

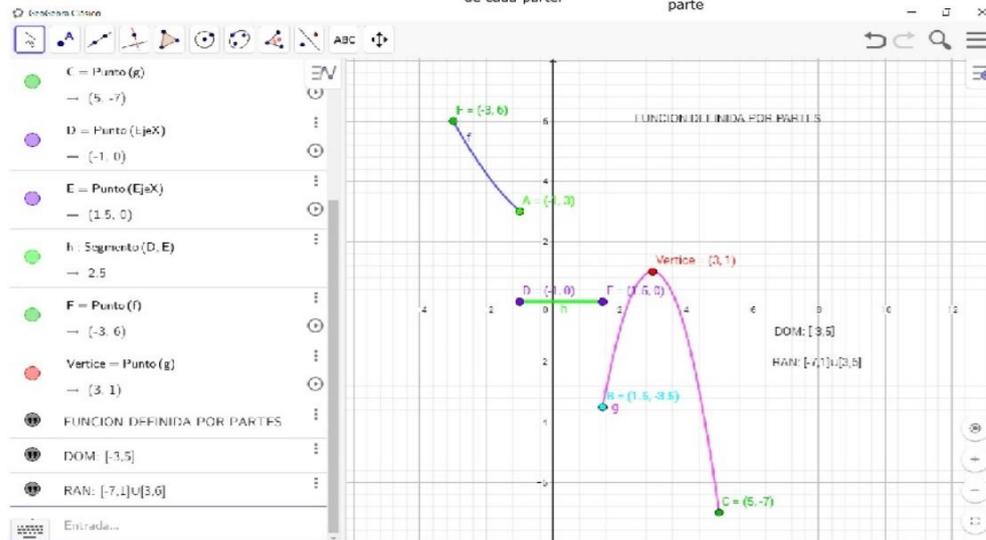


Figura 7.1. Función definida por parte

**Funciones potencia:** los diversos tipos de funciones potencia que presentan como regla de correspondencia la expresión:

$$f(x) = ax^n \quad a, n \neq 0$$

$n$	Función	Gráfico
-1	Recíproca	
1/2	Raíz cuadrada	

<p>1</p>	<p>Lineal</p>	<p><math>y = -x</math> <math>a &lt; 0</math></p> <p><math>y = x</math> <math>a &gt; 0</math></p>
<p>par</p>	<p>Cuadrática, potencia cuatro, potencia seis, etc.</p>	<p><math>y = x^2</math> <math>a &gt; 0</math></p> <p><math>y = x^4</math> <math>a &gt; 0</math></p> <p>Base más plana</p> <p><math>y = -x^2</math> <math>a &lt; 0</math></p> <p><math>y = -x^4</math> <math>a &lt; 0</math></p>
<p>impar</p>	<p>Cúbica, potencia cinco, potencia siete, etc.</p>	<p><math>y = x^3</math></p> <p><math>y = x^5</math></p> <p><math>y = -x^3</math></p> <p><math>y = -x^5</math></p>

Figura 7.2. Tipos de funciones potencia

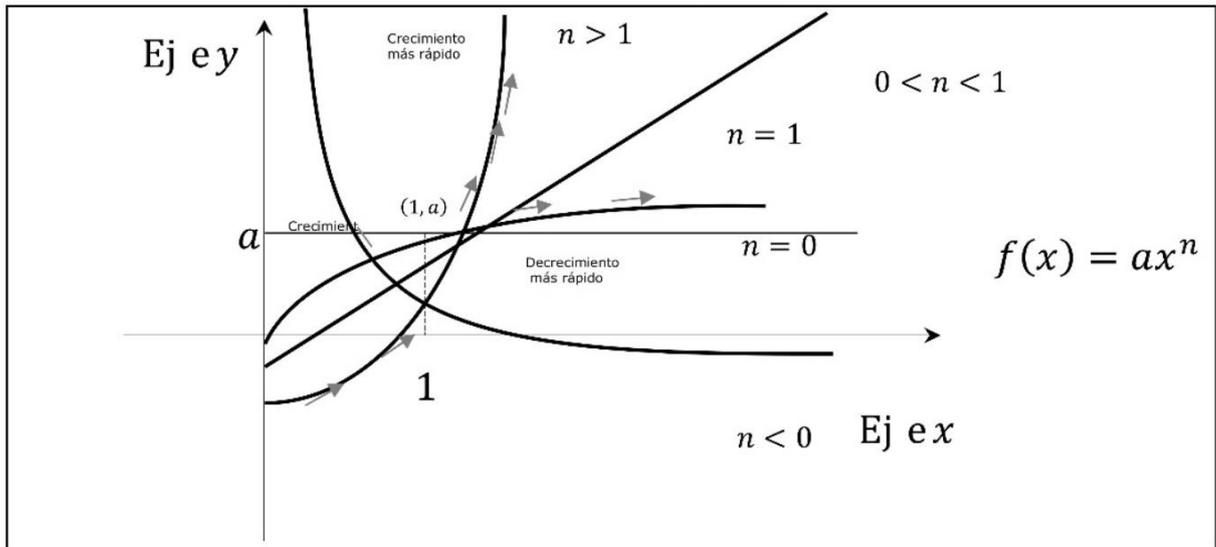


Figura 7.3. Abanico de la función potencia para diversos valores de  $n$

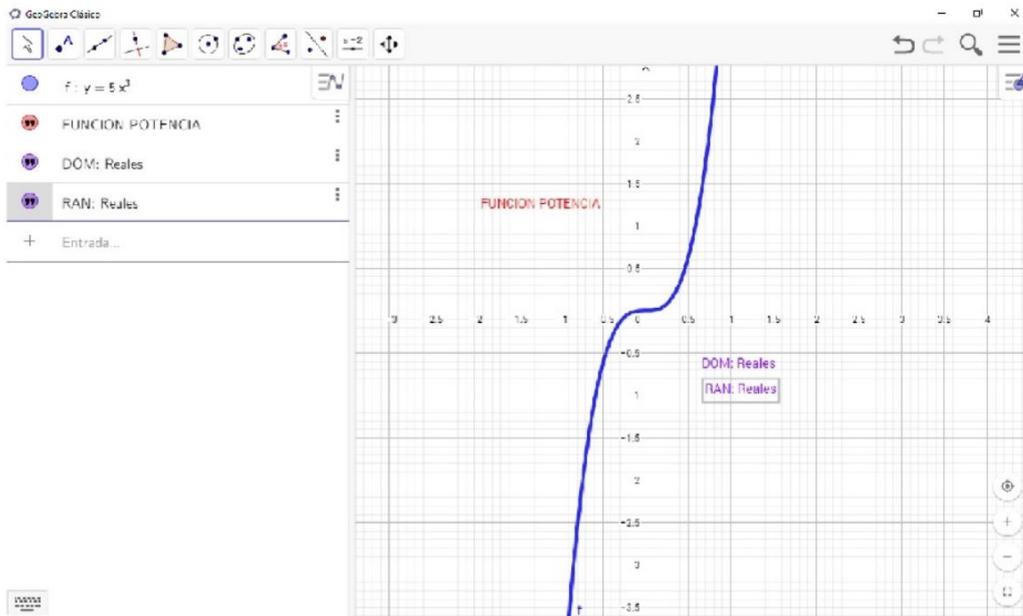


Figura 7.4. Función potencia



## ANEXO 10: Sesión de Aprendizaje N° 08 y Guía de práctica N° 08

### Sesión de Aprendizaje N° 08

#### DATOS INFORMATIVOS

I. DATOS INFORMATIVOS	II. ORGANIZACIÓN DE LA CLASE
<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>DOCENTE:</b> M.Sc. Luz Elizabeth Huanchi Mamani</li> <li>● <b>PERIODO ACADEMICO:</b> 2017 - II</li> <li>● <b>SEMESTRE:</b> I</li> <li>● <b>SECCION:</b> A</li> <li>● <b>N° DE ESTUDIANTES:</b> 20</li> <li>● <b>HORA:</b> 7:00-9:00 am.</li> <li>● <b>DURACION:</b> 120 min</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>AREA:</b> Ingenierías</li> <li>● <b>ESCUELA PROFESIONAL:</b> ING. EN ENERGÍAS RENOVABLES</li> <li>● <b>ASIGNATURA:</b> Matemática Básica</li> <li>● <b>N° DE UNIDAD:</b> II unidad</li> <li>● <b>TITULO DE LA UNIDAD:</b> Funciones reales de variable real</li> <li>● <b>TEMA:</b> Concepto de funciones reales creciente y decreciente, par e impar, ejemplos de aplicación.</li> <li>● <b>METODOLOGIA:</b> Método. Exposición de conocimientos, Técnica. Preguntas de conocimiento, Instrumento. Separata.</li> </ul>

#### III. PROCESOS DIDACTICOS

##### OBJETIVO:

Interpretar y reconocer gráficamente una función real.

Reconocer el dominio y rango de una función real, creciente y decreciente, par e impar.

Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones y sus respectivos comportamientos.

MOMENTOS	T E M P O	CONTENIDO	ACTIVIDADES Y ESTRATEGIAS METODOLOGICAS	RECURSOS	INDICADORES	INSTRUMENTOS
E N T R A D A	20 mi n	INTRODUCCIÓN: Se pretende que los estudiantes asocien el concepto, de funciones reales de variable real, creciente y decreciente, par e impar. Representar las funciones reales especiales elementales a través del software Geogebra y mediante las reglas prácticas				
P R O C E S O	6 0 m i n	<b>1. CONCEPTUAL</b> Conceptualización de una función y Clasificación según su grado y tipo. Explicación de estrategias. <b>2. PROCEDIMENTAL</b> Interpretar y reconocer gráficamente una función a través del software Geogebra y mediante las reglas prácticas. <b>3. ACTITUDINAL</b> Interés por el tema desarrollado Demostrar interés para realizar una experimentación	Realizaara a través de la técnica mensaje oral y escrito en pizarra Utiliza definiciones preguntas de aprendizaje	Separatas textos de Matemática Básica Videos Plataforma virtual	Ejecuta procesos básicos en el software Geogebra interactuando con el blog del curso	Plumones de colores Proyector multimedia Mota Practica dirigida Pizarra lista de observación
S A L I D A	1 0 m i n	Preguntas de retroalimentación  ¿Para qué sirven las funciones Creciente y decrecientes, par e impar?.				

Objetivo:

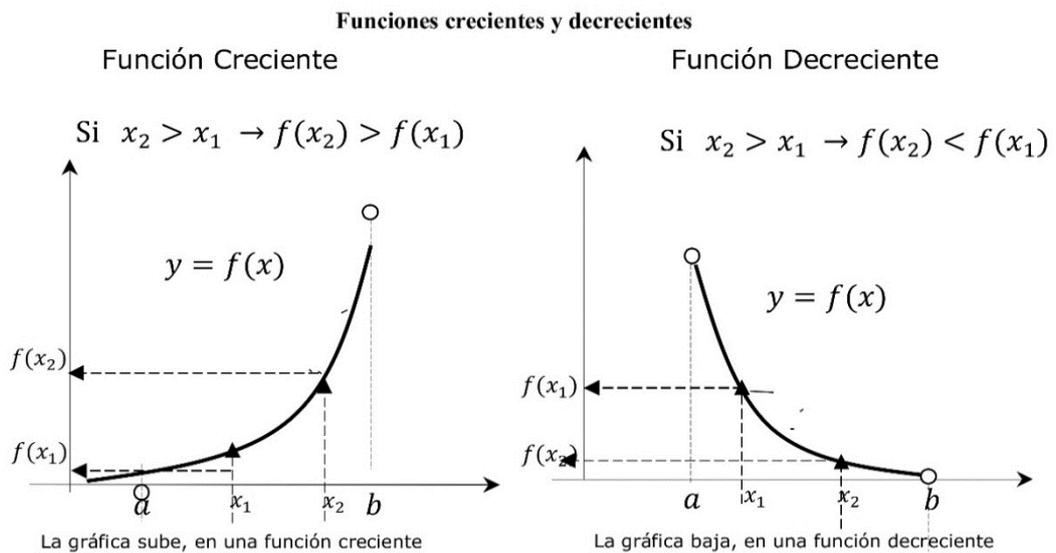
- Interpretar y reconocer gráficamente una función real
  - Reconocer el dominio y rango de una función real creciente y decreciente, par e impar.
- Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones sus respectivos comportamientos.

**Funciones crecientes y decrecientes:**

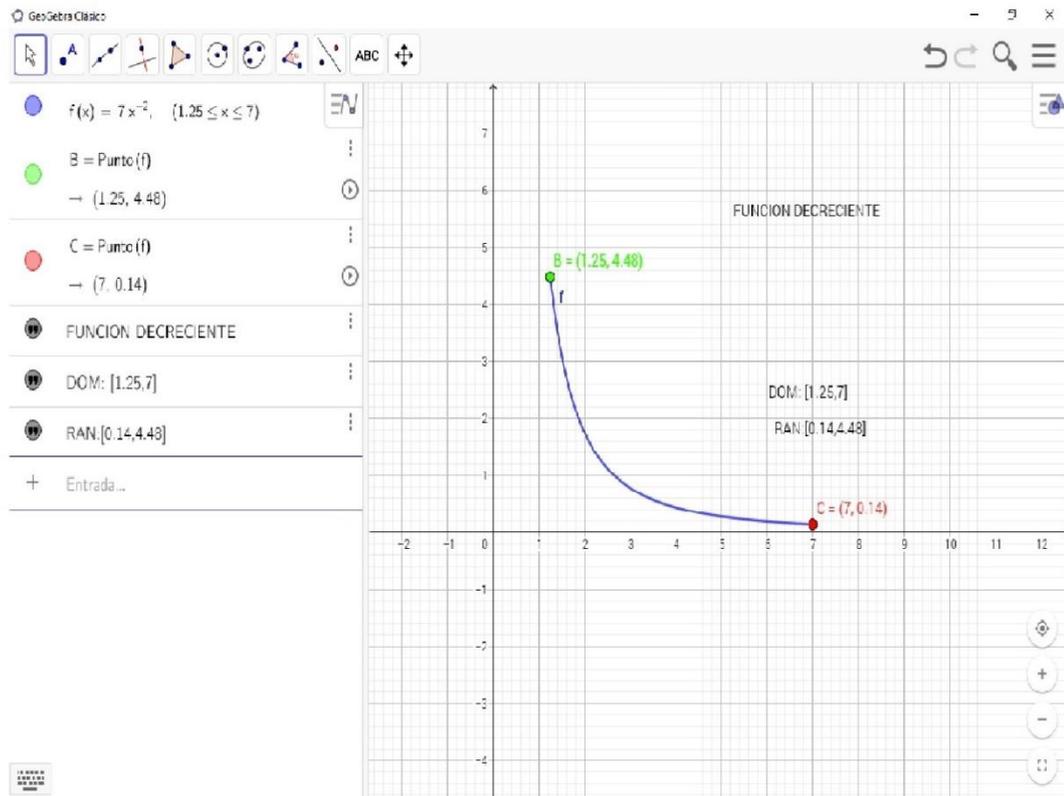
**Definición:** Muestra la función  $f(x)$  definida en el intervalo  $(a, b)$  y sean  $x_1$  y  $x_2$  dos números del intervalo. Entonces se cumple:

A)  $f(x)$  es creciente en el intervalo si  $f(x_2) > f(x_1)$  siempre que  $x_2 > x_1$ .

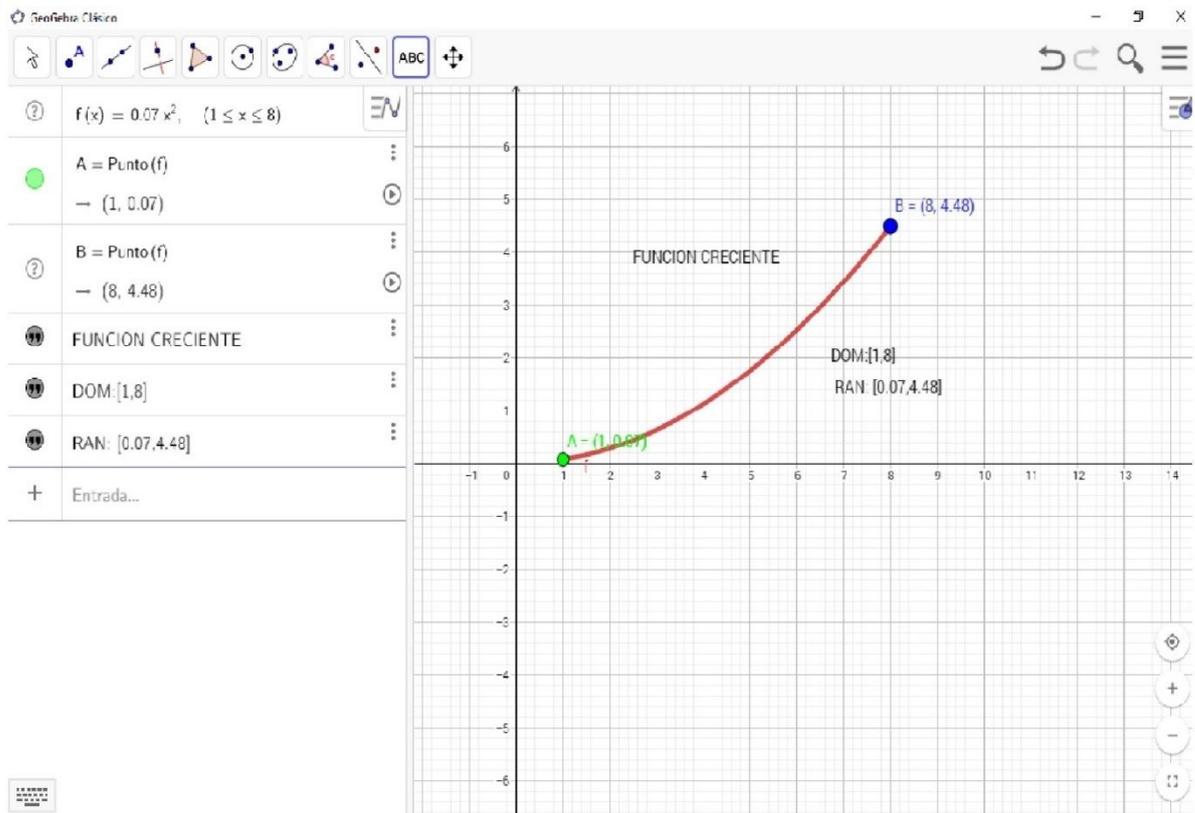
B)  $f(x)$  es decreciente en el intervalo si  $f(x_2) < f(x_1)$  siempre que  $x_2 > x_1$ .



**Figura 8.1. Funciones crecientes y decrecientes**



- Figura 8.2. Funciones Decrecientes



- Figura 8.3. Funciones crecientes

### Funciones par e impar:

**Definición:** Muestra la definición y características de las funciones par e impar, considerando la función  $f$ , se cumple:

#### Funciones par e impar

Función	Definición	Simetría
Par	$f(-x) = f(x); x \in D_f$	Eje y
Impar	$f(-x) = -f(x); x \in D_f$	Origen

Figura 8.4. Definición de funciones par e impar

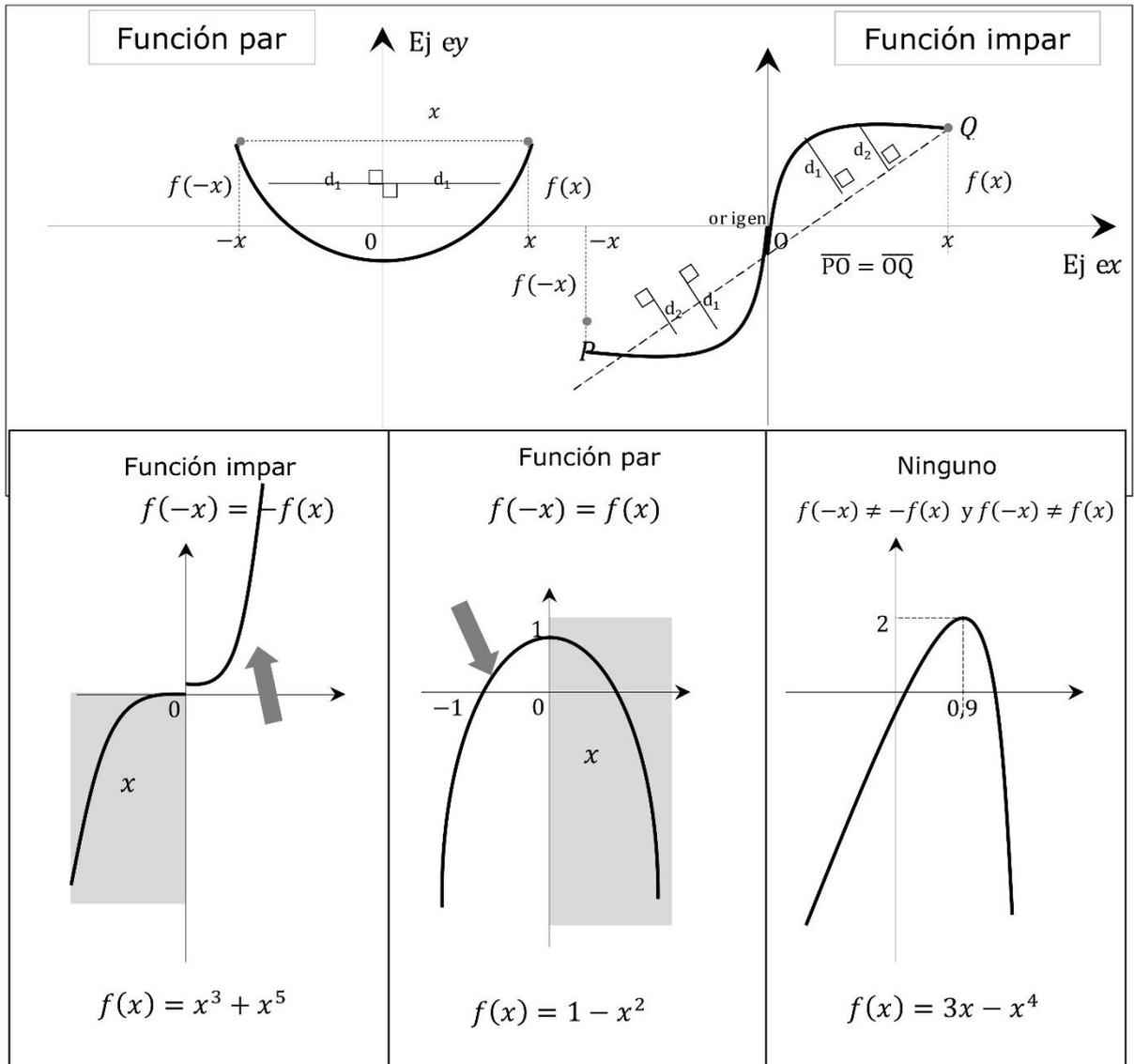


Figura 8.5. Grafico Función par e impar

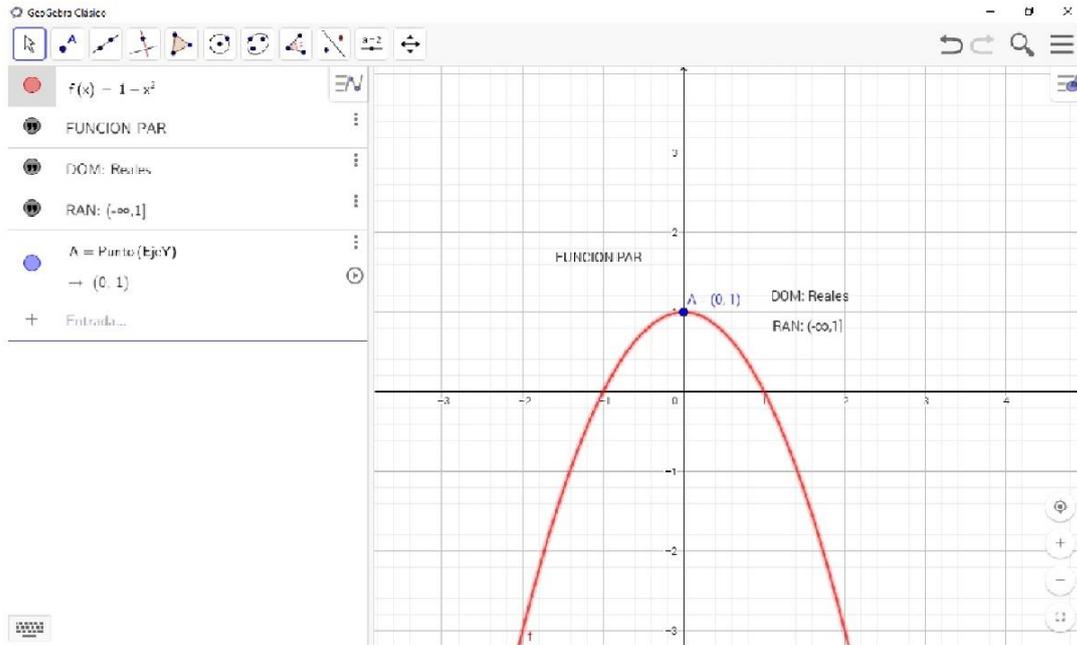


Figura 8.6. Función par

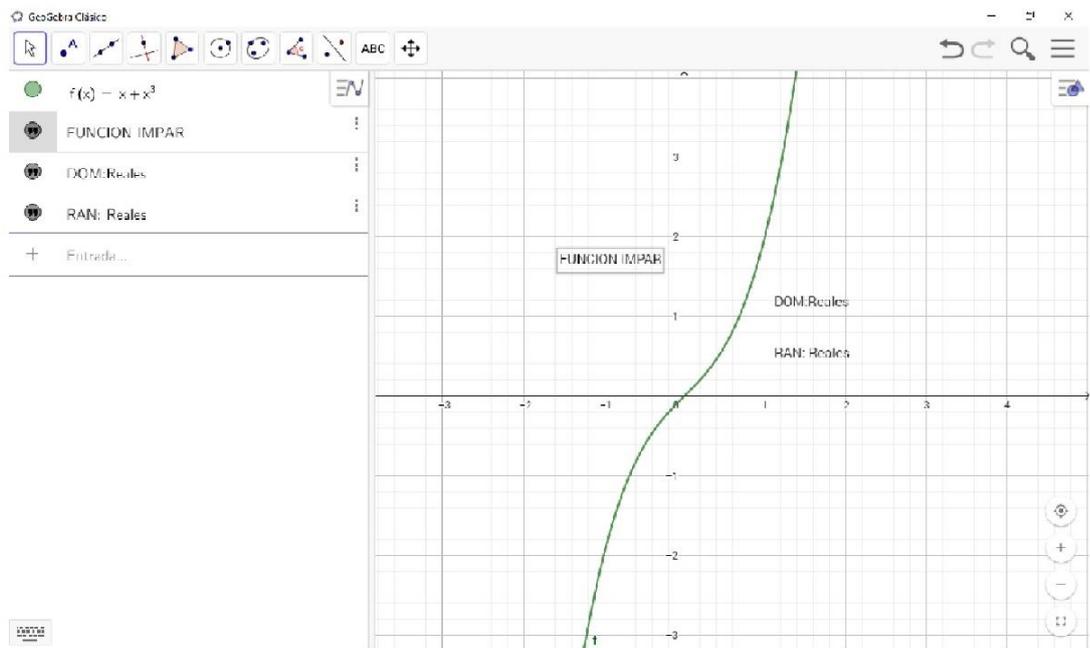


Figura 8.6. Función impar

## ANEXO 11: Sesión de Aprendizaje N° 09 y Guía de práctica N° 09

### Sesión de Aprendizaje N° 09

#### DATOS INFORMATIVOS

I. DATOS INFORMATIVOS	II. ORGANIZACIÓN DE LA CLASE
<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>DOCENTE:</b> M.Sc. Luz Elizabeth Huanchi Mamani</li> <li>● <b>PERIODO ACADEMICO:</b> 2017 - II</li> <li>● <b>SEMESTRE:</b> I</li> <li>● <b>SECCION:</b> A</li> <li>● <b>N° DE ESTUDIANTES:</b> 20</li> <li>● <b>HORA:</b> 7:00-9:00 am.</li> <li>● <b>DURACION:</b> 120 min</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>AREA:</b> Ingenierías</li> <li>● <b>ESCUELA PROFESIONAL:</b> ING. EN ENERGÍAS RENOVABLES</li> <li>● <b>ASIGNATURA:</b> Matemática Básica</li> <li>● <b>N° DE UNIDAD:</b> II unidad</li> <li>● <b>TITULO DE LA UNIDAD:</b> Funciones reales de variable real</li> <li>● <b>TEMA:</b> Concepto de funciones reales exponenciales y logarítmicas, ejemplos de aplicación.</li> <li>● <b>METODOLOGIA:</b> Método. Exposición de conocimientos, Técnica. Preguntas de conocimiento, Instrumento. Separata.</li> </ul>

#### III. PROCESOS DIDACTICOS

##### OBJETIVO:

Interpretar y reconocer gráficamente una función real.

Reconocer el dominio y rango de una función real, creciente y decreciente, par e impar.

Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones y sus respectivos comportamientos.

MOMENTOS		TIEMPO	CONTENIDO	ACTIVIDADES Y ESTRATEGIAS METODOLOGICAS	RECURSOS	INDICADORES	INSTRUMENTOS
ENTRADA	MOTIVACION	20 min	<p>INTRODUCCIÓN: Se pretende que los estudiantes asocien el concepto, de funciones reales de variable real, exponenciales y logarítmicas. Representar las funciones reales especiales elementales a través del software Geogebra y mediante las reglas prácticas</p>				
PROCESO	PROCESOS	60 min	<p><b>1. CONCEPTUAL</b> Conceptualización de una función y Clasificación según su grado y tipo. Explicación de estrategias..</p> <p><b>2. PROCEDIMENTAL</b> Interpretar y reconocer gráficamente una función a través del software Geogebra y mediante las reglas prácticas.</p> <p><b>3. ACTITUDINAL</b> Interés por el tema desarrollado Demostrar interés para realizar una experimentación</p>	<p>Se realizara a través de la técnica mensaje oral y escrito en pizarra Utiliza definiciones preguntas de aprendizaje</p>	<p>Separatas Ttextos de Matemática Básica Videos Plataforma virtual</p>	<p>Ejecuta procesos básicos en el software Geogebra interactuando con el blog del curso</p>	<p>Plumones de colores Proyector multimedia Mota Practica dirigida Pizarra lista de observación</p>
SALIDA	EVIDENCIA DE LO APRENDIDO	10 min	<p>Preguntas de retroalimentación</p> <p>¿Para qué sirven las funciones Exponenciales y logarítmicas?.</p>				

Objetivo:

- Interpretar y reconocer gráficamente una función real
- Reconocer el dominio y rango de una función real exponencial.

Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones y sus respectivos comportamientos.

**Funciones exponenciales:**

**Definición:** La función exponencial con base  $b$  se define para todos los números reales  $x$  por la siguiente expresión:

$$f(x) = b^x \quad b > 0 \text{ y } b \neq 1 ; x \in \mathbb{R}$$

Si la base es la unidad, no sería una función exponencial, sino una función constante, así tenemos;  $f(x) = 1^x = 1$ .

**Funciones exponenciales**

Base	$b > 1$	$f(x) = 4^x$	$f(x) = 6,7^x$	$f(x) = 10^x$	$f(x) = 100^x$
	$0 < b < 1$	$f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$	$h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	$j(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$	$g(x) = \left(\frac{1}{10}\right)^x$

**Funciones exponenciales**

$f(x) = b^x$	$b > 1$	$f(2) = 4^2 = 16$	$f(3) = 5,7^3 = 185,19$	$f(-2) = 10^{-2} = 0,01$	$f(-1,75) = 100^{-1,75} = 3,1$
	$0 < b < 1$	$f(-1) = \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = 4$	$f(-1,02) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1,02} = 2,03$	$f(\pi) = \left(\frac{1}{3}\right)^{3,14} = 0,03$	$f(\sqrt{2}) = \left(\frac{1}{10}\right)^{\sqrt{2}} = 0,039$

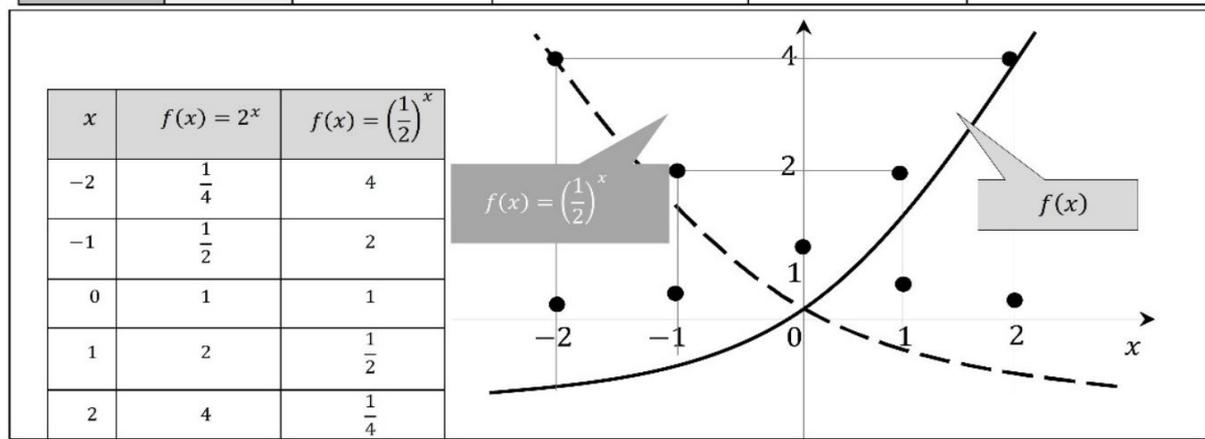


Figura 9.1. Gráficos de  $f(x) = 2^x$  y  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

**Familia de funciones exponenciales:** con regla de correspondencia.  $f(x) = b^x$ , con diversos valores de la base  $b$ , se puede apreciar que todas las curvas pasan por el punto  $(0, 1)$ , porque  $b^0 = 1$  si  $b \neq 0$ .

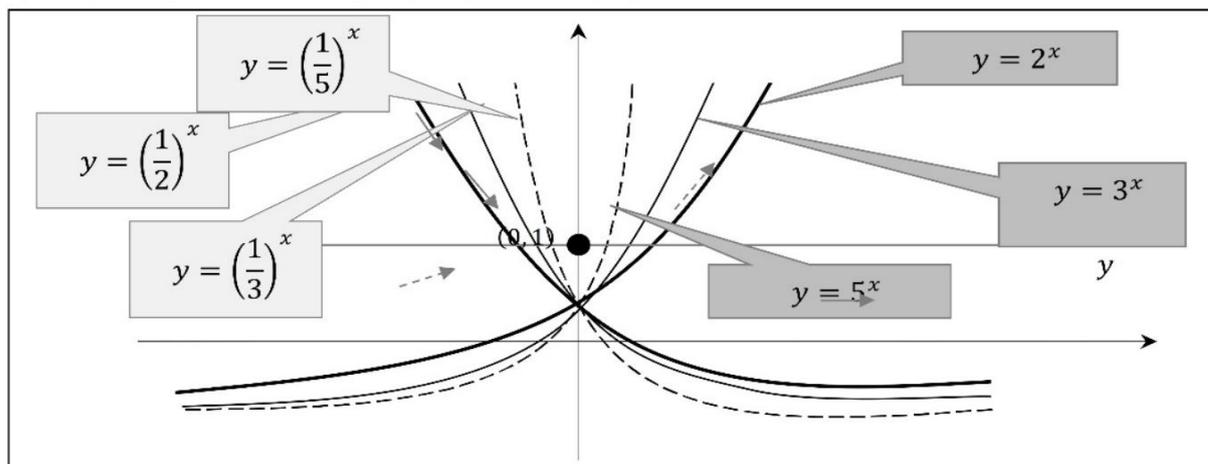


Figura 9.2. Familia de funciones exponenciales

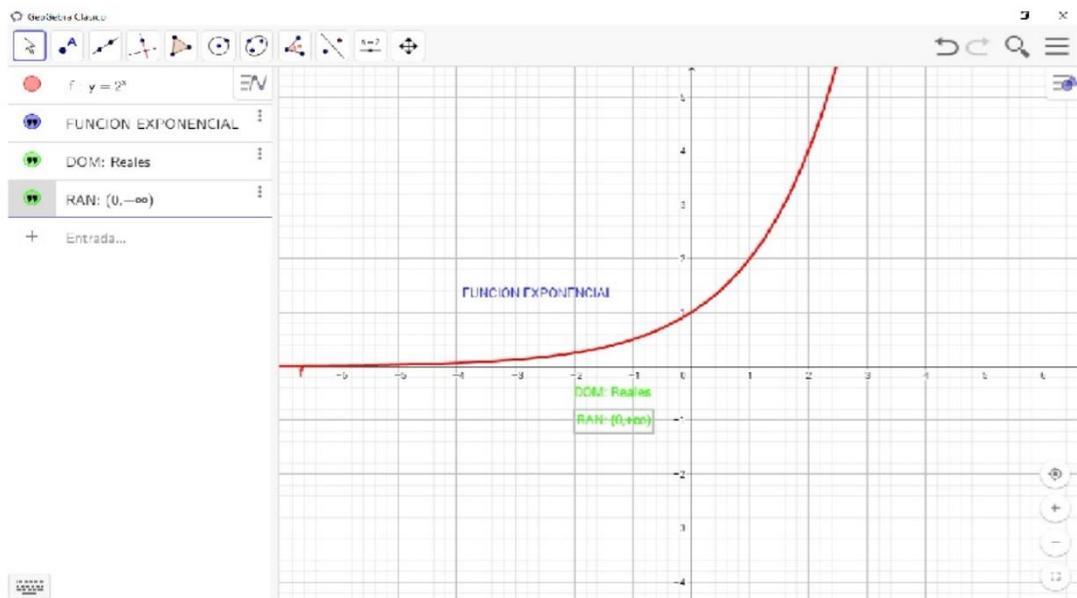
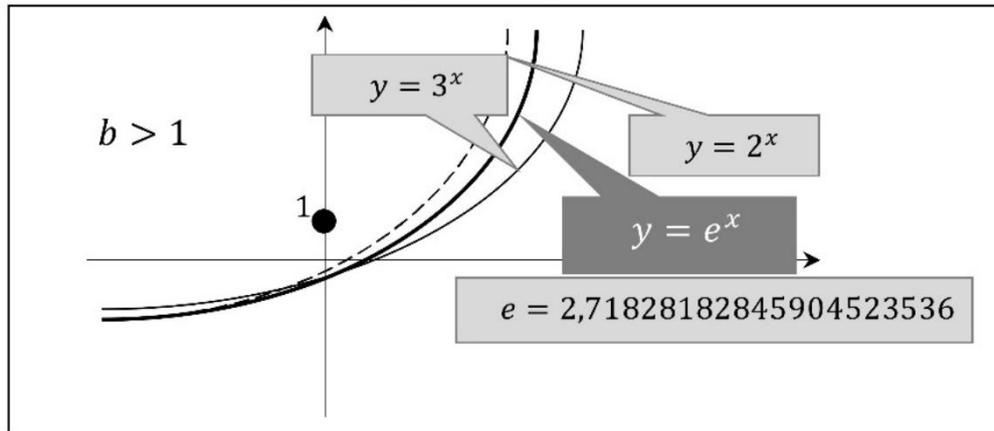
**Función exponencial natural:** Es un caso particular de la función exponencial  $f(x) = b^x$ .

$$f(x) = e^x$$

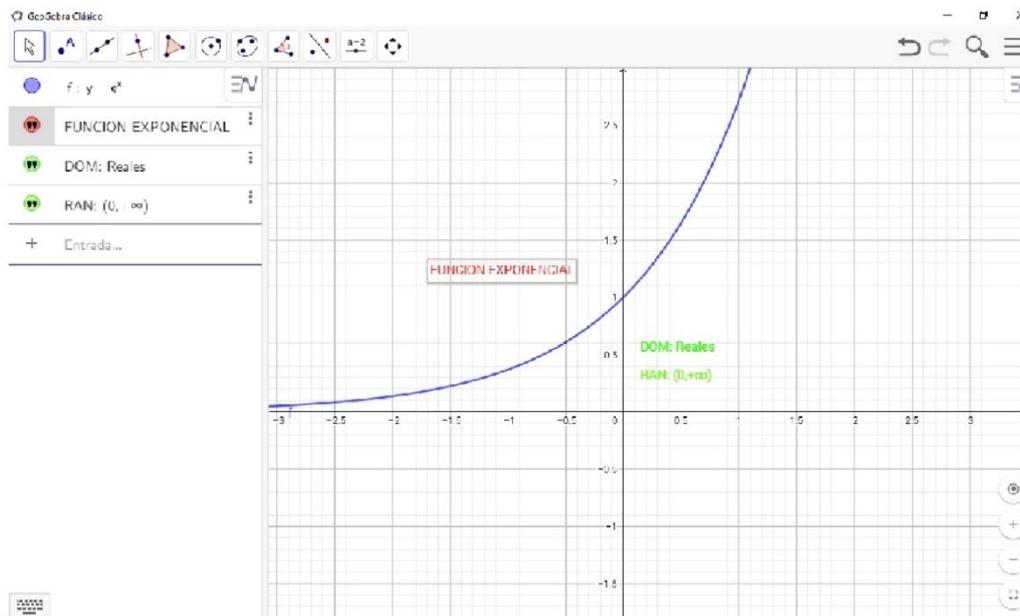
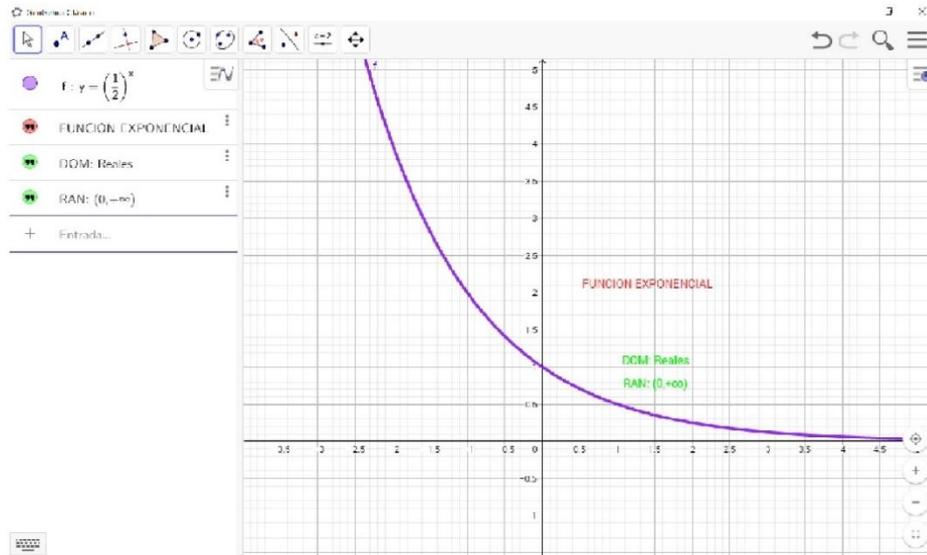
$e$ : Base exponencial natural

Como el valor de  $e$  se encuentra entre 2 y 3, entonces la gráfica de la función exponencial natural está entre las gráficas de  $y = 2^x$  y  $y = 3^x$ .

Gráfica de las funciones  $y = 2^x$  ;  $y = e^x$  y  $3^x$



Función exponencial natural



**Funciones logarítmicas:**

**Definición:** Si  $x$  es un número positivo, entonces el logaritmo de base  $b$ , donde  $b > 0$  y  $b \neq 1$ , denotada por  $\log_b x$ , de  $x$  es el número  $y$ , tal que  $b^y = x$ , es decir:

**Ejemplos de funciones logarítmicas**

Base	$b > 1$	$f(x) = \log_2 x$	$g(x) = \log_{1,4}(5 - x)$	$h(x) = \log_e x$	$j(x) = \log_{10}(x - 2)$
	$0 < b < 1$	$f(x) = \log_{1/2}(x + 1)$	$g(x) = \log_{1/3}\left(\frac{x-1}{x^2-4}\right)$	$h(x) = \log_{0,7} \frac{1}{ x }$	$j(x) = \log_{0,25} x$

**Conversión de formas:** La definición de logaritmos nos permite intercambiar la forma logarítmica  $\log_b x = y$  y la forma exponencial  $b^y = x$  y viceversa.

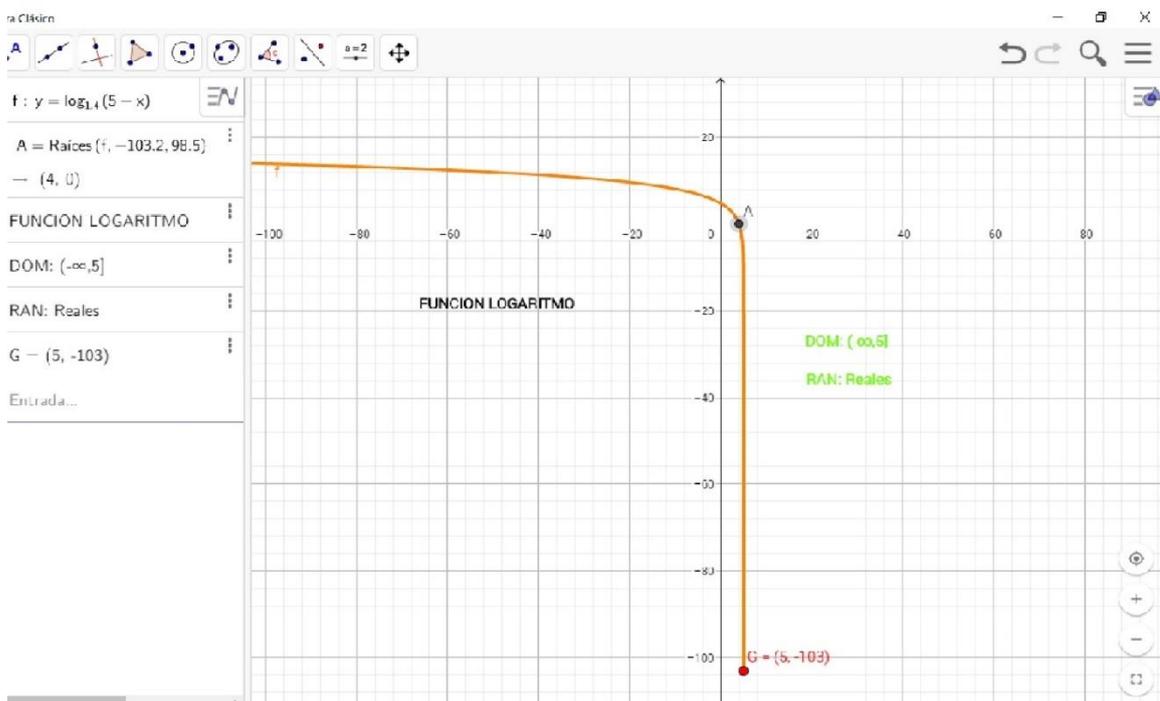
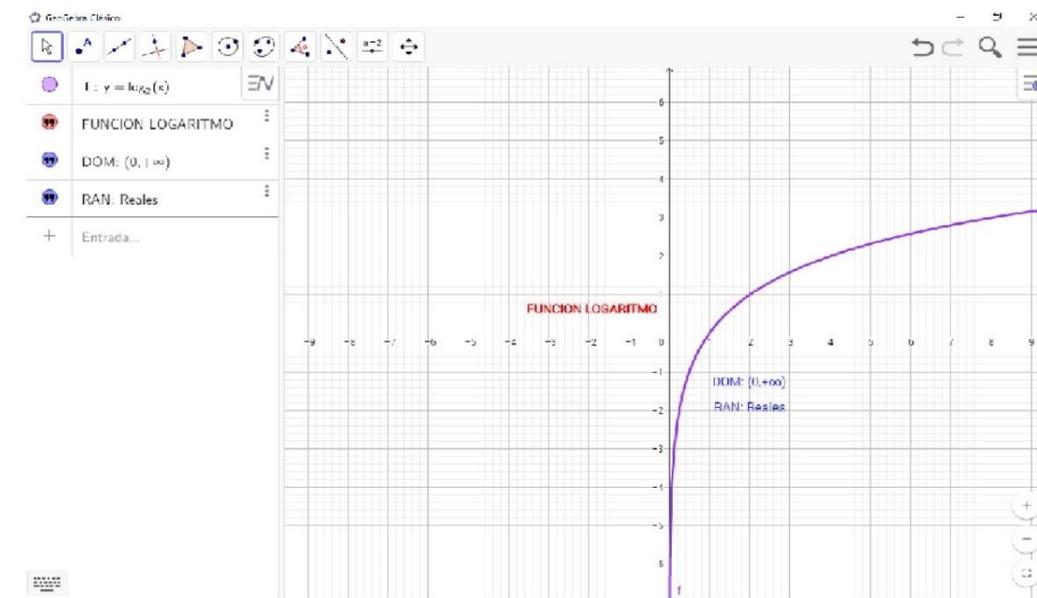
**Conversión de forma exponencial a forma logarítmica**

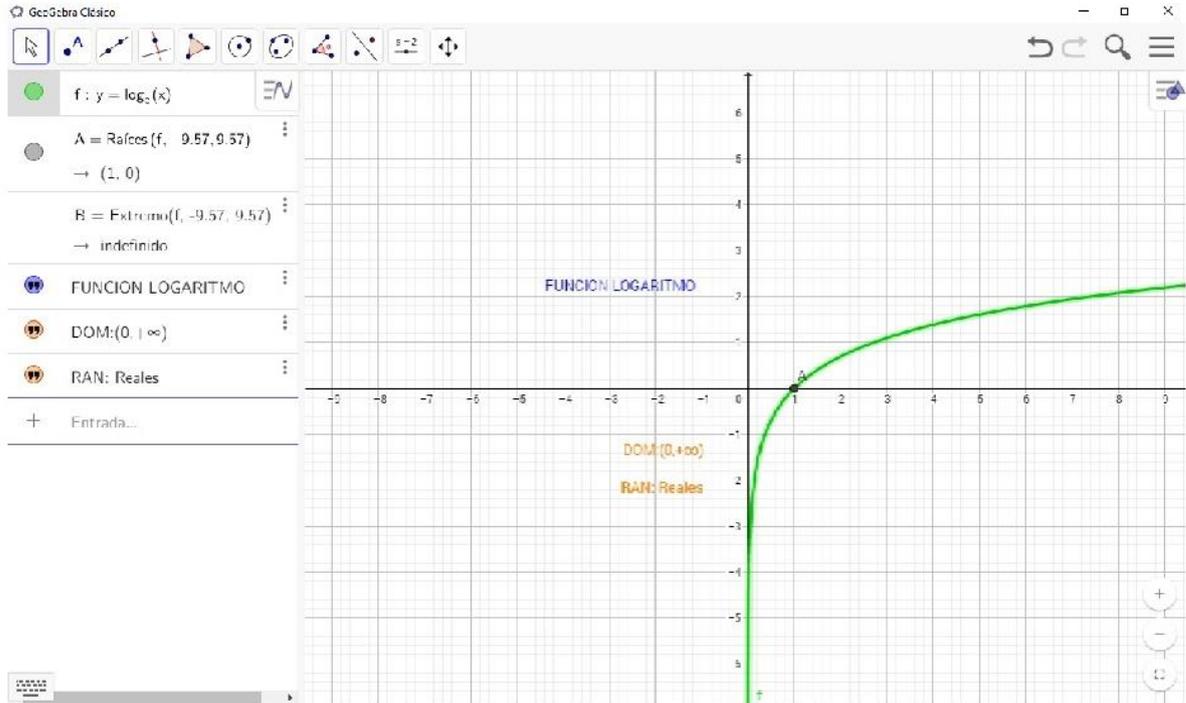
Forma exponencial	Base	Exponente	Forma logarítmica
$b^y = x$	$b$	$y$	$\log_b x = y$
$4^2 = 16$	4	2	$\log_4 16 = 2$
$10^0 = 1$	10	0	$\log_{10} 1 = 0$

$2^{-3} = \frac{1}{8}$	2	-3	$\log_2 \frac{1}{8} = -3$
------------------------	---	----	---------------------------

### Conversión de forma logarítmica a forma exponencial

Forma logarítmica	Base	Exponente	Forma exponencial
$\log_b x = y$	$b$	$y$	$b^y = x$
$\log_3 9 = 2$	3	2	$3^2 = 9$
$\log_{10} 0,001 = -3$	10	-3	$10^{-3} = 0,001$
$\log_{1/3} 9 = -2$	1/3	-2	$(1/3)^{-2} = 9$







## ANEXO 12: Sesión de Aprendizaje N° 10 y Guía de práctica N° 10

### Sesión de Aprendizaje N° 10

#### DATOS INFORMATIVOS

IV. DATOS INFORMATIVOS	V. ORGANIZACIÓN DE LA CLASE
<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>DOCENTE:</b> M.Sc. Luz Elizabeth Huanchi Mamani</li> <li>● <b>PERIODO ACADEMICO:</b> 2017 - II</li> <li>● <b>SEMESTRE:</b> I</li> <li>● <b>SECCION:</b> A</li> <li>● <b>N° DE ESTUDIANTES:</b> 20</li> <li>● <b>HORA:</b> 7:00-9:00 am.</li> <li>● <b>DURACION:</b> 120 min</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>AREA:</b> Ingenierías</li> <li>● <b>ESCUELA PROFESIONAL:</b> ING. EN ENERGÍAS RENOVABLES</li> <li>● <b>ASIGNATURA:</b> Matemática Básica</li> <li>● <b>N° DE UNIDAD:</b> II unidad</li> <li>● <b>TITULO DE LA UNIDAD:</b> Funciones reales de variable real</li> <li>● <b>TEMA:</b> Concepto de funciones reales trigonométricas.</li> <li>● <b>METODOLOGIA:</b> Método. Exposición de conocimientos, Técnica. Preguntas de conocimiento, Instrumento. Separata.</li> </ul>

#### VI. PROCESOS DIDACTICOS

##### OBJETIVO:

Interpretar y reconocer gráficamente unas funciones reales trigonométricas.

Reconocer el dominio y rango de una función real trigonométrica de función seno y función coseno.

Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones y sus respectivos comportamientos.

MOMENTOS	TIEMPO	CONTENIDO	ACTIVIDADES Y ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS	RECURSOS	INDICADORES	INSTRUMENTOS
ENTRADA	20 min	INTRODUCCIÓN: Se pretende que los estudiantes asocien el concepto, de función, trigonométricas. Representar las funciones seno y coseno a través del software Geogebra y mediante las reglas prácticas.				
PROCESOS	60 min	<p><b>1. CONCEPTUAL</b> Conceptualización de una función trigonométrica. Explicación de estrategias.</p> <p><b>2. PROCEDIMENTAL</b> Interpretar y reconocer gráficamente una función trigonométrica a través del software Geogebra y mediante las reglas prácticas.</p> <p><b>3. ACTITUDINAL</b> Interés por el tema desarrollado Demostrar interés para realizar una experimentación</p>	Se realizara a través de la técnica mensaje oral y escrito en pizarra Utiliza definiciones preguntas de aprendizaje	Separatas Textos de Matemática Básica Videos Plataforma virtual	Ejecuta procesos básicos en el software Geogebra interactuando con el blog del curso	Plumones de colores Proyector multimedia Mota Practica dirigida Pizarra lista de observación
SALIDA	10 min	Preguntas de retroalimentación  ¿Para qué sirven las funciones Trigonométricas de función seno y función coseno?.				

Guía de práctica N° 10

Objetivo:

Interpretar y reconocer gráficamente una función trigonométrica.

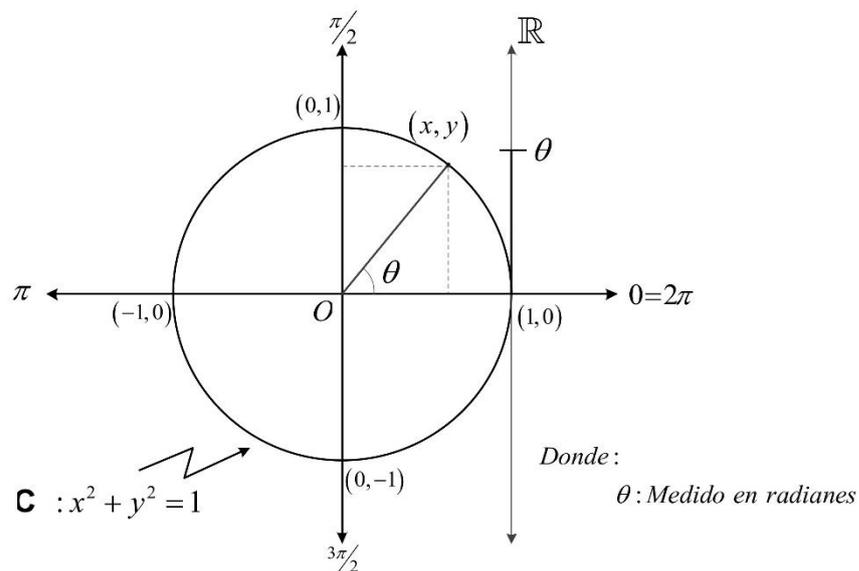
Reconocer el dominio y rango de funciones trigonométricas de función seno y función coseno.

Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones trigonométricas y sus respectivos comportamientos.

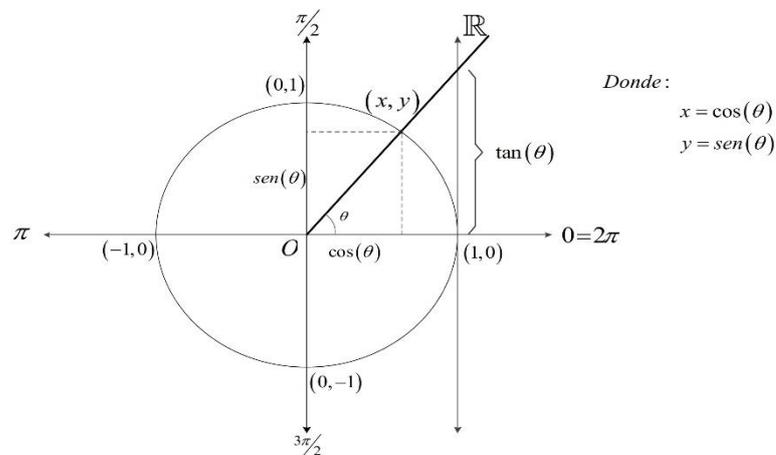
**Funciones Trigonómicas**

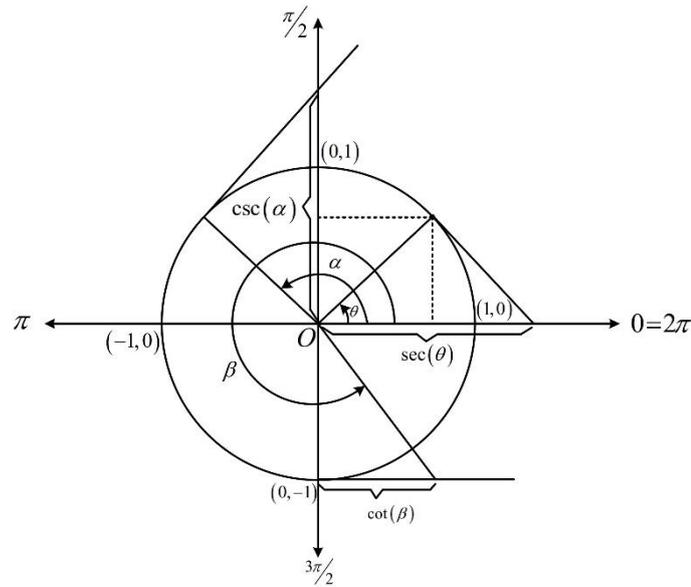
**Circunferencia Trigonómica**

La circunferencia trigonométrica (C.T.) tiene centro en el origen y radio la unidad, es la herramienta utilizada para por la trigonometría que permite con centro en el origen de coordenadas cartesianas y radio igual a la unidad de escala del sistema que lo contiene, la cual muestra la relación existente entre el arco " $\theta$ " formado medido en radianes con el sistema de números reales.



Ojito: La circunferencia trigonométrica permite hallar las relaciones trigonométricas y observar su comportamiento de la misma.





**Ojito:** La circunferencia trigonométrica se puede utilizar como una herramienta para recordar los valores correspondientes a los ángulos cuadrantales.

	$0 = 2\pi$	$\pi/2$	$\pi$	$3\pi/2$
$\text{sen}(\theta)$	0	1	0	-1
$\text{cos}(\theta)$	1	0	-1	0
$\text{tan}(\theta)$	0	$\infty$	0	$\infty$
$\text{cot}(\theta)$	$\infty$	0	$\infty$	0
$\text{sec}(\theta)$	1	$\infty$	-1	$\infty$
$\text{csc}(\theta)$	$\infty$	1	$\infty$	-1

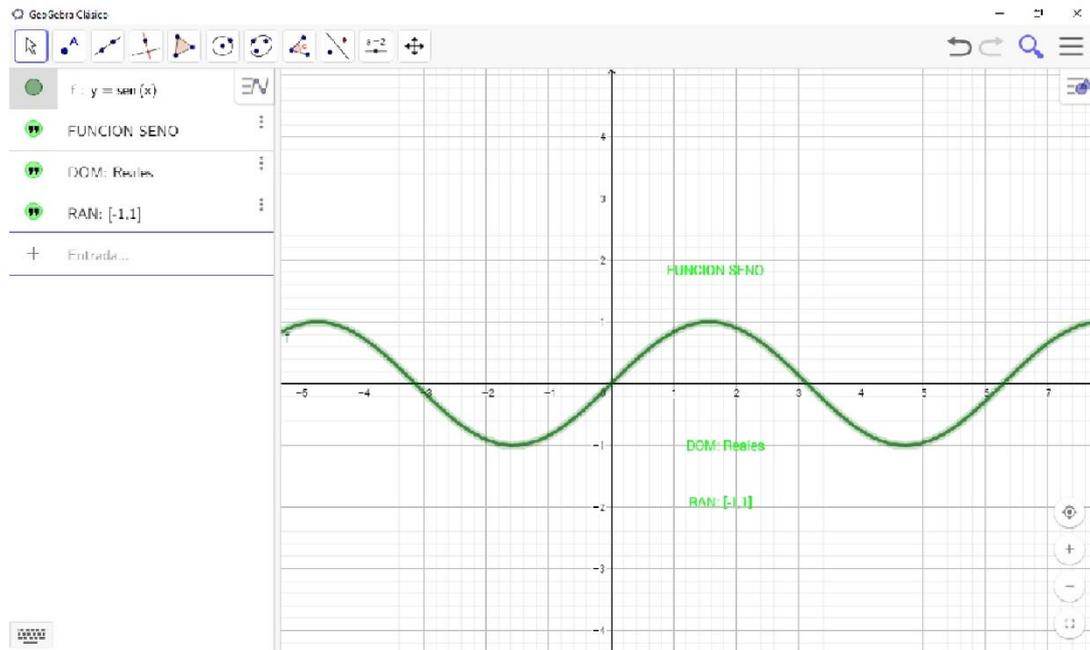
**Ojito:** La circunferencia trigonométrica es de mucha utilidad para graficar las funciones trigonométricas, así como también para analizar su comportamiento.

### Funciones Trigonómicas

**Función Seno:** denotado por " $\text{sen}x$ ", es la función real de variable real, cuya regla de correspondencia está dada de la siguiente forma:

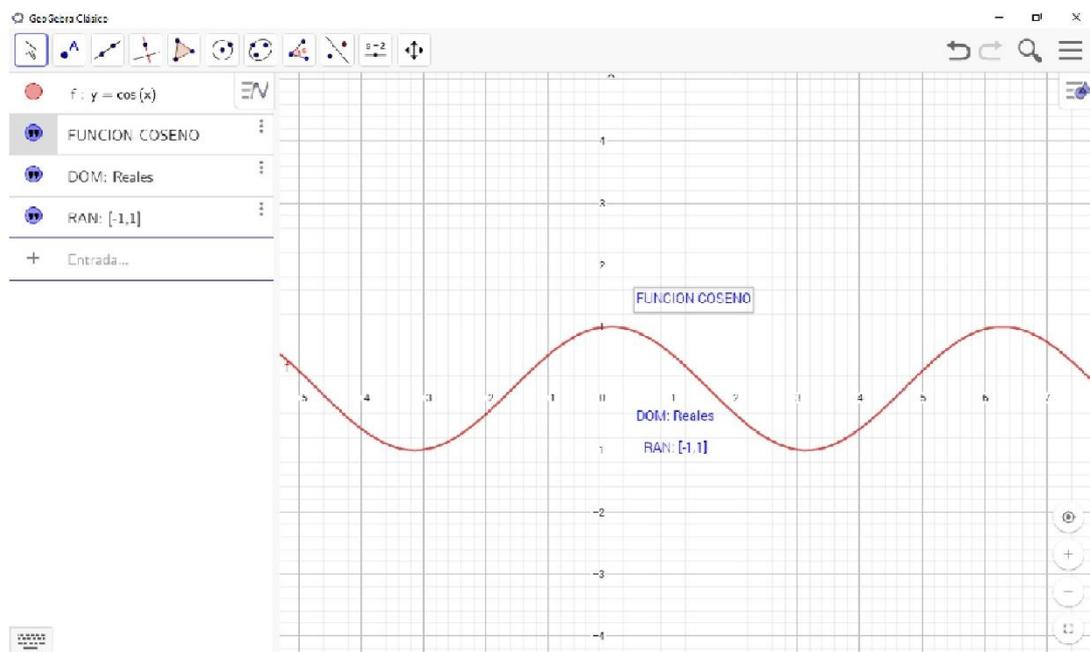
$$\text{sen}: \mathbb{R} \rightarrow [-1,1]$$

$$x \mapsto \text{sen}(x) = y$$



**Función Coseno:** denotado por " $\cos x$ ", es la función real de variable real, cuya regla de correspondencia está dada de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\cos x: \mathbb{R} &\rightarrow [-1,1] \\ x &\mapsto \cos(x) = y\end{aligned}$$





## ANEXO 13: Sesión de Aprendizaje N° 11 y Guía de práctica N° 11

### Sesión de Aprendizaje N° 11

#### DATOS INFORMATIVOS

VII. DATOS INFORMATIVOS	VIII. ORGANIZACIÓN DE LA CLASE
<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>DOCENTE:</b> M.Sc. Luz Elizabeth Huanchi Mamani</li> <li>● <b>PERIODO ACADEMICO:</b> 2017 - II</li> <li>● <b>SEMESTRE:</b> I</li> <li>● <b>SECCION:</b> A</li> <li>● <b>N° DE ESTUDIANTES:</b> 20</li> <li>● <b>HORA:</b> 7:00-9:00 am.</li> <li>● <b>DURACION:</b> 120 min</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>AREA:</b> Ingenierías</li> <li>● <b>ESCUELA PROFESIONAL:</b> ING. EN ENERGÍAS RENOVABLES</li> <li>● <b>ASIGNATURA:</b> Matemática Básica</li> <li>● <b>N° DE UNIDAD:</b> II unidad</li> <li>● <b>TITULO DE LA UNIDAD:</b> Funciones reales de variable real</li> <li>● <b>TEMA:</b> Concepto de funciones reales trigonométricas tangente, cotangente, cosecante..</li> <li>● <b>METODOLOGIA:</b> Método. Exposición de conocimientos, Técnica. Preguntas de conocimiento, Instrumento. Separata.</li> </ul>

#### IX. PROCESOS DIDACTICOS

##### OBJETIVO:

Interpretar y reconocer gráficamente una función real.

Reconocer el dominio y rango de una función real, trigonométrica de la función tangente, cotangente, secante y cosecante.

Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones y sus respectivos comportamientos.

MOMENTOS		T I E M P O	CONTENIDO	ACTIVIDADES Y ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS	RECURSOS	INDICADORES	INSTRUMENTOS
E N T R A D A	MOTIVACION	20 min	<p><b>INTRODUCCIÓN:</b> Se pretende que los estudiantes asocien el concepto, de funciones trigonométricas tangente, cotangente, secante y cosecante</p> <p>Representar las funciones reales especiales elementales a través del software Geogebra y mediante las reglas prácticas</p>				
	PROCESOS	60 min	<p><b>1. CONCEPTUAL</b> Conceptualización de una función trigonométrica tangente, cotangente, secante y cosecante. Explicación de estrategias.</p> <p><b>2. PROCEDIMENTAL</b> Interpretar y reconocer gráficamente una función trigonométrica tangente, cotangente, secante y cosecante través del software Geogebra y mediante las reglas prácticas.</p> <p><b>3. ACTITUDINAL</b> Interés por el tema desarrollado Demostrar interés para realizar una experimentación</p>				
S A L I D A	EVIDENCIA DE LO APRENDIDO	10 min	<p>Preguntas de retroalimentación</p> <p>¿Para qué sirven las funciones Trigonométricas de función tangente, cotangente, secante y cosecante?.</p>				

## Guía de práctica N° 11

Objetivo:

Interpretar y reconocer gráficamente una función real

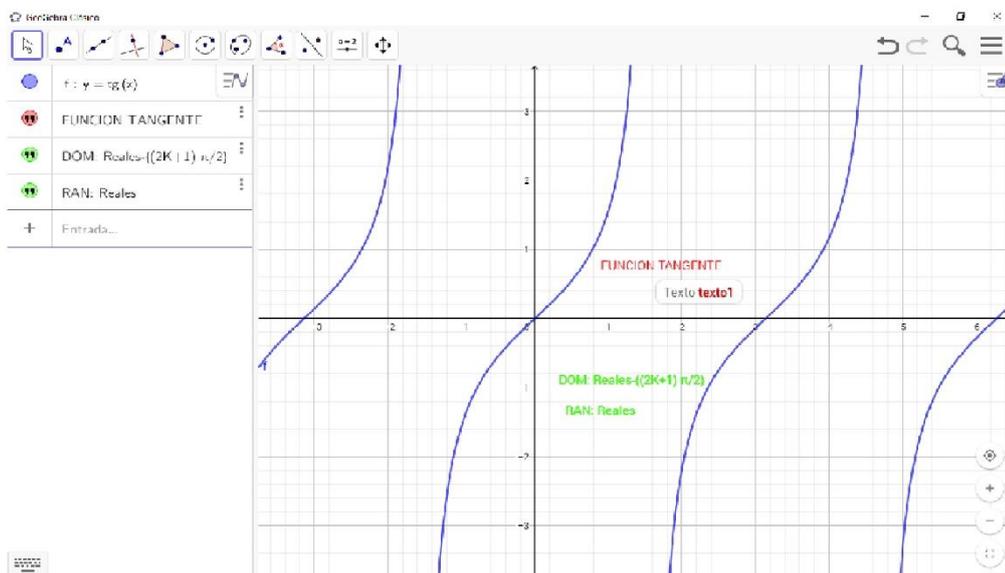
Reconocer el dominio y rango de una función trigonométrica tangente, cotangente, secante y cosecante.

Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones trigonométricas y sus respectivos comportamientos.

**Definición:** La **función tangente**, denotado por "**tan**", es la función real de variable real, cuya regla de correspondencia está dada de la siguiente forma:

$$\tan : \mathbb{R} - \left\{ (2k+1)\frac{\pi}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \quad \mapsto \quad \tan(x) = y \quad ; \quad \forall k \in \mathbb{Z}$$

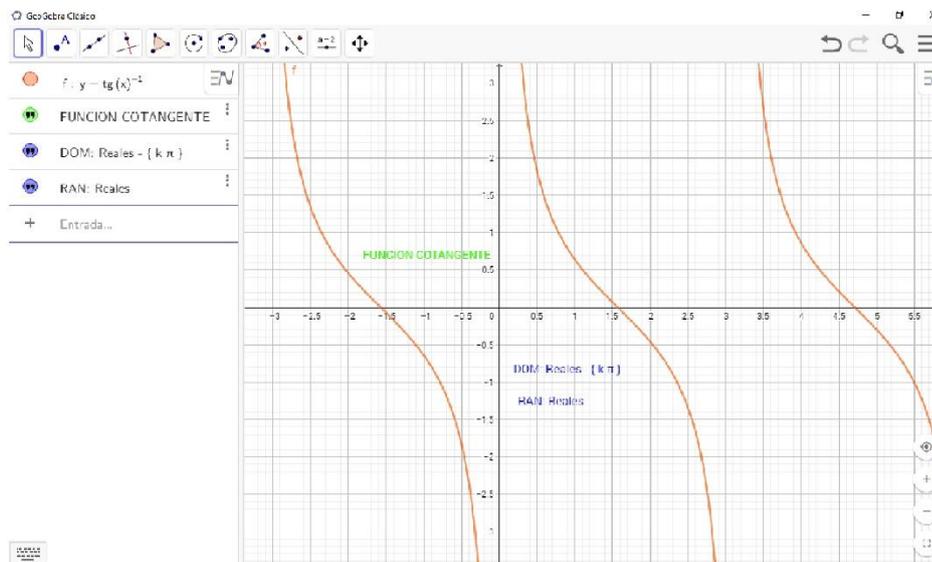
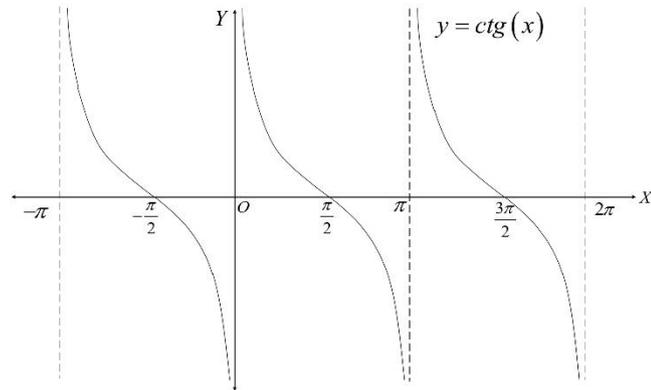
Gráficamente



**Definición:** La función cotangente, denotado por "cot", es la función real de variable real, cuya regla de correspondencia está dada de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \cot : \mathbb{R} - \{k\pi\} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto \cot(x) = y \quad ; \quad \forall k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

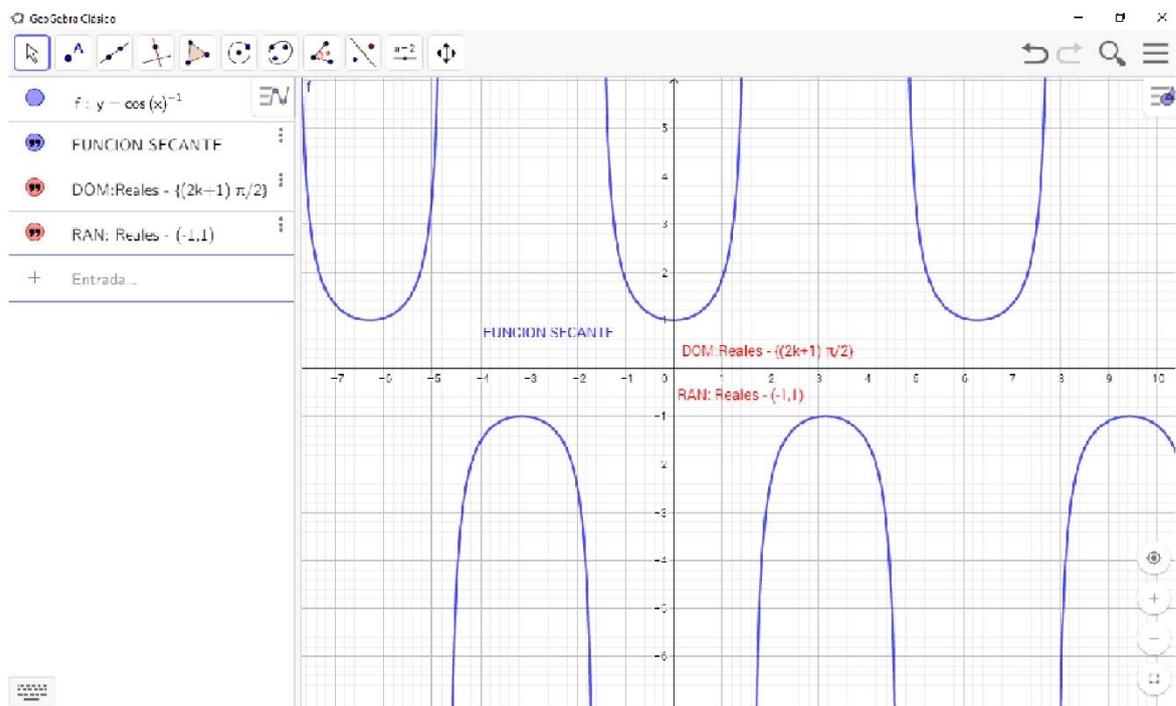
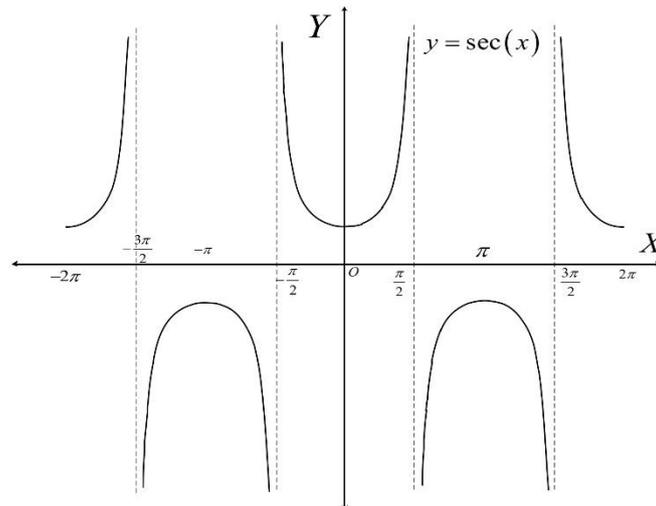
Gráficamente



**Definición:** La función secante, denotado por "sec", es la función real de variable real, cuya regla de correspondencia está dada de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \sec : \mathbb{R} - \left\{ (2k+1)\frac{\pi}{2} \right\} &\rightarrow \mathbb{R} - \langle -1, 1 \rangle \\ x &\mapsto \sec(x) = y \quad ; \quad \forall k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

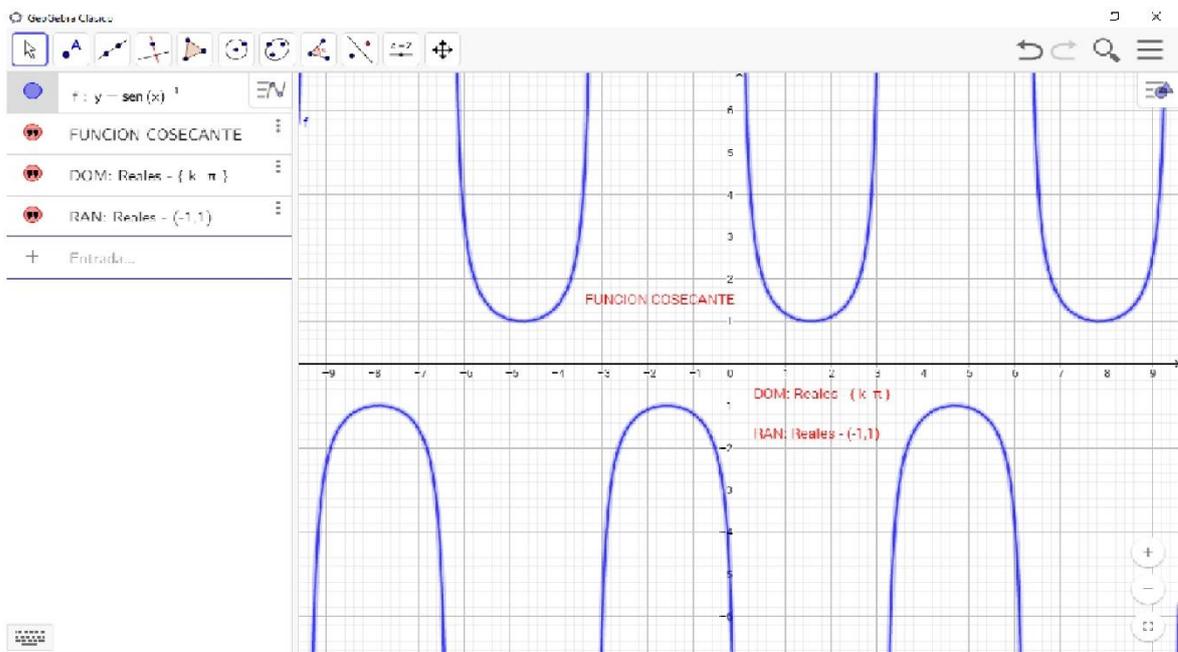
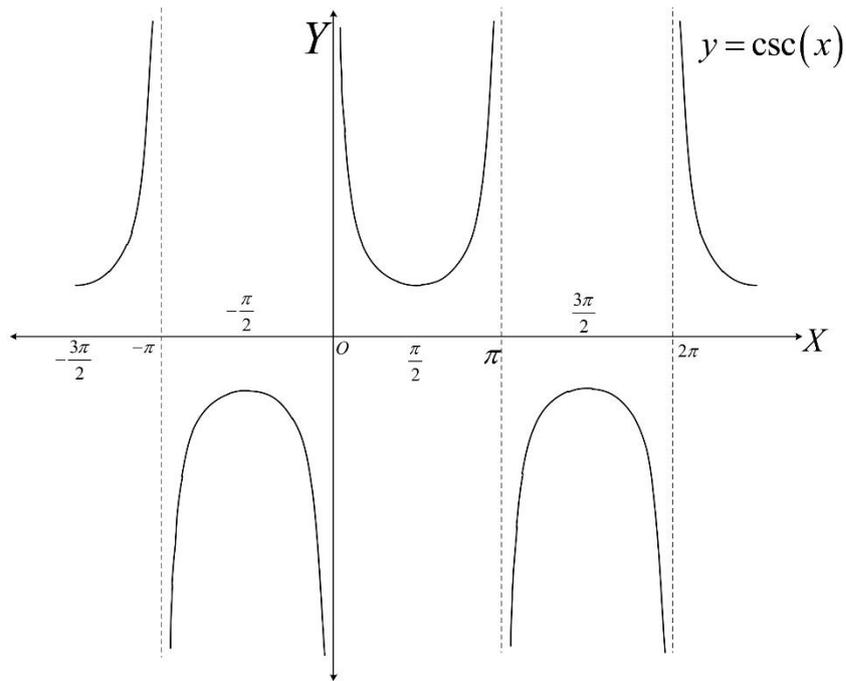
Gráficamente



**Definición:** La función cosecante, denotado por "**CSC**", es la función real de variable real, cuya regla de correspondencia está dada de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \text{csc} : \mathbb{R} - \{k\pi\} &\rightarrow \mathbb{R} - \langle -1, 1 \rangle \\ x &\mapsto \text{csc}(x) = y \quad ; \quad \forall k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Gráficamente





## ANEXO 14: Sesión de Aprendizaje N° 12 y Guía de práctica N° 12

### Sesión de Aprendizaje N° 12

#### DATOS INFORMATIVOS

X. DATOS INFORMATIVOS	XI. ORGANIZACIÓN DE LA CLASE
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>DOCENTE:</b> M.Sc. Luz Elizabeth Huanchi Mamani</li> <li>• <b>PERIODO ACADEMICO:</b> 2017 - II</li> <li>• <b>SEMESTRE:</b> I</li> <li>• <b>SECCION:</b> A</li> <li>• <b>N° DE ESTUDIANTES:</b> 20</li> <li>• <b>HORA:</b> 7:00-9:00 am.</li> <li>• <b>DURACION:</b> 120 min</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>AREA:</b> Ingenierías</li> <li>• <b>ESCUELA PROFESIONAL:</b> ING. EN ENERGÍAS RENOVABLES</li> <li>• <b>ASIGNATURA:</b> Matemática Básica</li> <li>• <b>N° DE UNIDAD:</b> II unidad</li> <li>• <b>TITULO DE LA UNIDAD:</b> Funciones reales de variable real</li> <li>• <b>TEMA:</b> Concepto de funciones trigonométricas inversas.</li> <li>• <b>METODOLOGIA:</b> Método. Exposición de conocimientos, Técnica. Preguntas de conocimiento, Instrumento. Separata.</li> </ul>

#### XII. PROCESOS DIDACTICOS

##### OBJETIVO:

Interpretar y reconocer gráficamente una función real.

Reconocer el dominio y rango de una función inversas trigonométricas.

Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones y sus respectivos comportamientos.

MOMENTOS	TEMPO	CONTENIDO	ACTIVIDADES Y ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS	RECURSOS	INDICADORES	INSTRUMENTOS
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>ENTRADA</b></li> <li>• <b>MOTIVACION</b></li> </ul>	20 min	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>INTRODUCCIÓN:</b> Se pretende que los estudiantes asocien el concepto, de función real de variable real, trigonométrica inversa. Representar através del software Geogebra y mediante las reglas prácticas</li> </ul>				
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>PROCESO</b></li> <li>• <b>PROCESOS</b></li> </ul>	60 min	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>CONCEPTUAL</b> Conceptualización de una función inversa y tipo. Explicación de estrategias.</li> <li>2. <b>PROCEDIMENTAL</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretar y reconocer gráficamente una función trigonométrica inversa a través del software Geogebra y mediante las reglas prácticas.</li> </ul> </li> <li>3. <b>ACTITUDINAL</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interés por el tema desarrollado</li> <li>• Demostrar interés para realizar una experimentación</li> </ul> </li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se realizara a través de la técnica mensaje oral y escrito en pizarra</li> <li>• Utiliza definiciones</li> <li>• preguntas de aprendizaje</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Separatas</li> <li>• Ttextos de Matemática Básica</li> <li>• Vídeos</li> <li>• Plataforma virtual</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ejecuta procesos básicos en el software Geogebra interactuando con el blog del curso</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plumones de colores</li> <li>• Proyecto multimedia</li> <li>• Mota</li> <li>• Practica dirigida</li> <li>• Pizarra lista de observación</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>SALIDA</b></li> <li>• <b>EVIDENCIA DE LO APRENDIDO</b></li> </ul>	10 min	<p>Preguntas de retroalimentación</p> <p>¿Para qué sirven las funciones Trigonométricas inversa?.</p>				

Guía de práctica N° 12

Objetivo:

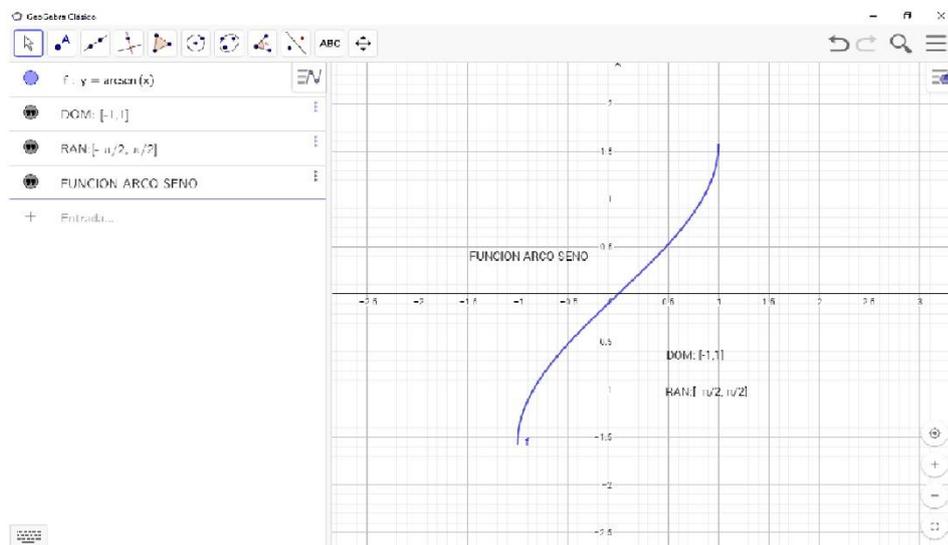
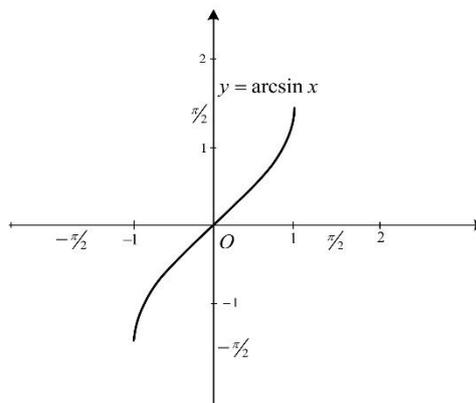
- Interpretar y reconocer gráficamente una función real
- Reconocer el dominio y rango de funciones trigonométricas inversa arcoseno, arcocoseno, arcotangente, arcocotangente, arcosecante y arcocosecante.

Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones trigonométricas inversas y sus respectivos comportamientos.

**Funciones Trigonómicas Inversas**

**Definición:** La función arco seno, denotado por "*arcsen*", es la función real de variable real, cuya regla de correspondencia está dada de la siguiente forma:

$$\text{arcsen}: [-1,1] \rightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$
$$x \mapsto \text{arcsen}(x) = y$$



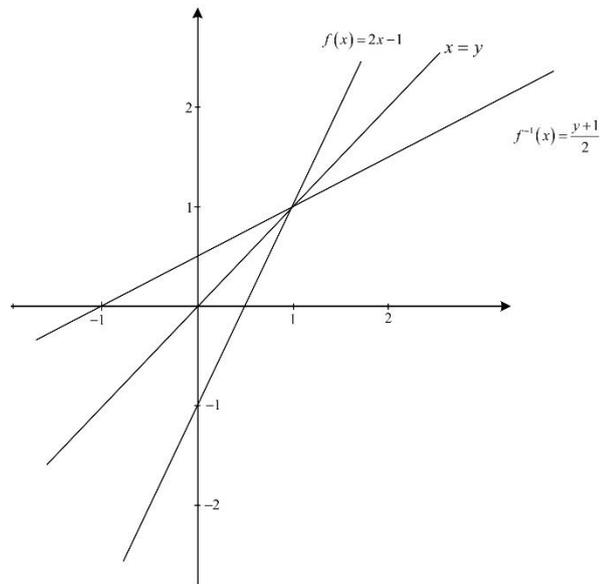
**OJITO:** La función seno definida en el intervalo  $[-1,1]$  es una función inyectiva (univalente), en consecuencia admite inversa, y está relacionada con la definición de la función arco seno; es decir:



$$\text{sen} : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow [-1, 1]$$
$$x \mapsto \text{sen}(x) = y$$

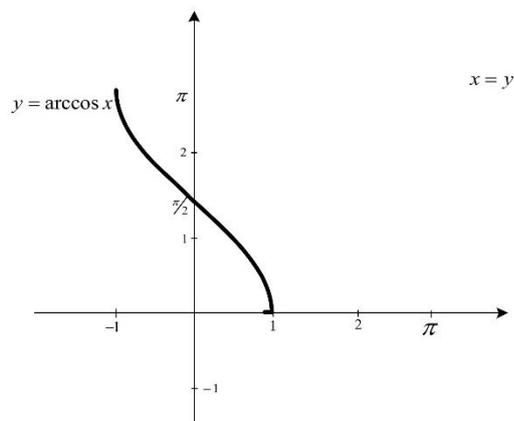
$$\text{sen}^{-1} : [-1, 1] \rightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$
$$y \mapsto \text{arc sen}(y) = x$$

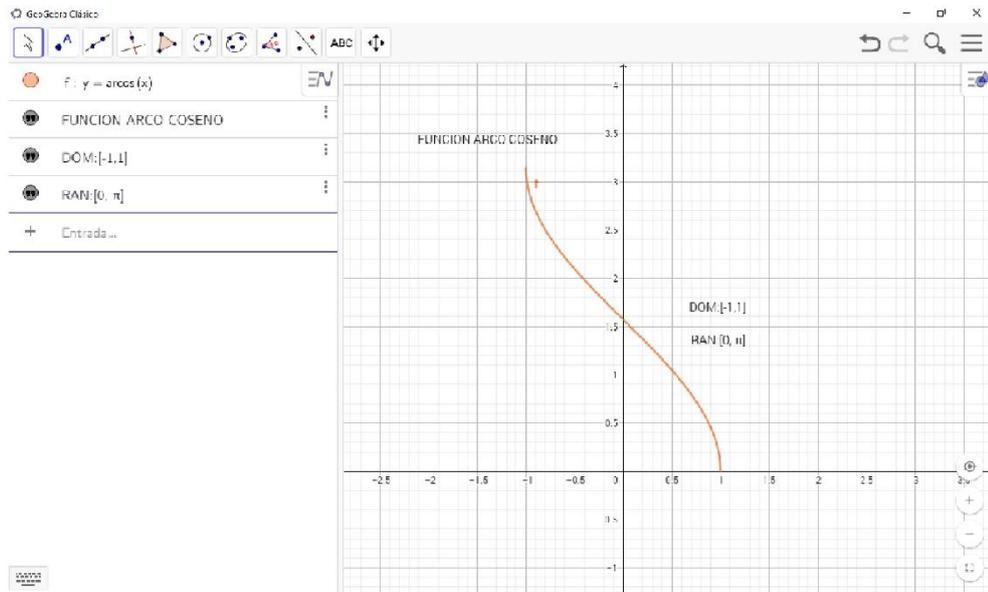
**OJITO:** Para representar en forma gráfica las funciones inversas de las funciones trigonométricas es necesario tomar en cuenta que la función identidad actúa como un espejo, veamos en forma gráfica:



**Definición:** La función arco coseno, denotado por "arccos", es la función real de variable real, cuya regla de correspondencia está dada de la siguiente forma:

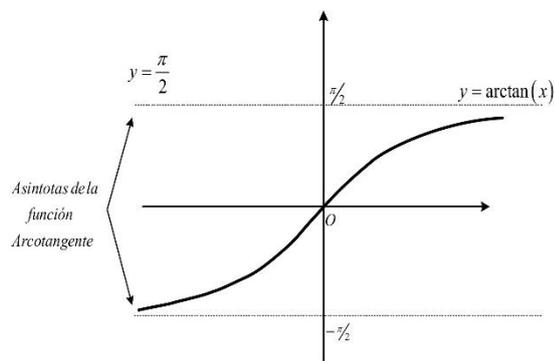
$$\text{arccos} : [-1, 1] \rightarrow [0, \pi]$$
$$x \mapsto \text{arccos}(x) = y$$

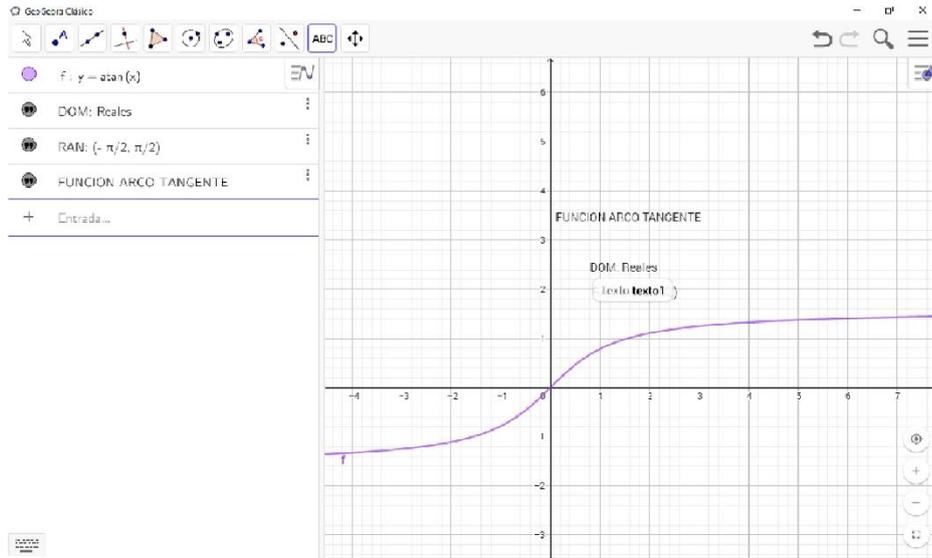




**Definición:** La *función arco tangente*, denotado por "**arctan**", es la función real de variable real, cuya regla de correspondencia está dada de la siguiente forma:

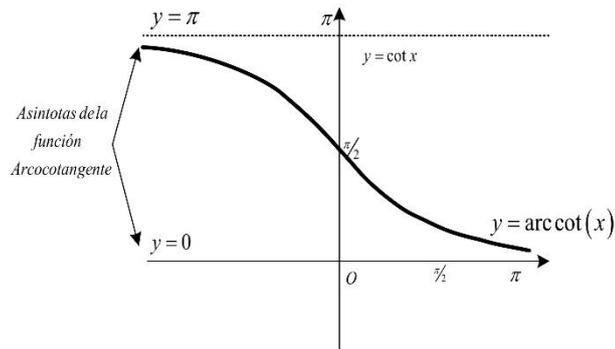
$$\arctan : \mathbb{R} \rightarrow \left\langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right\rangle$$
$$x \mapsto \arctan(x) = y$$

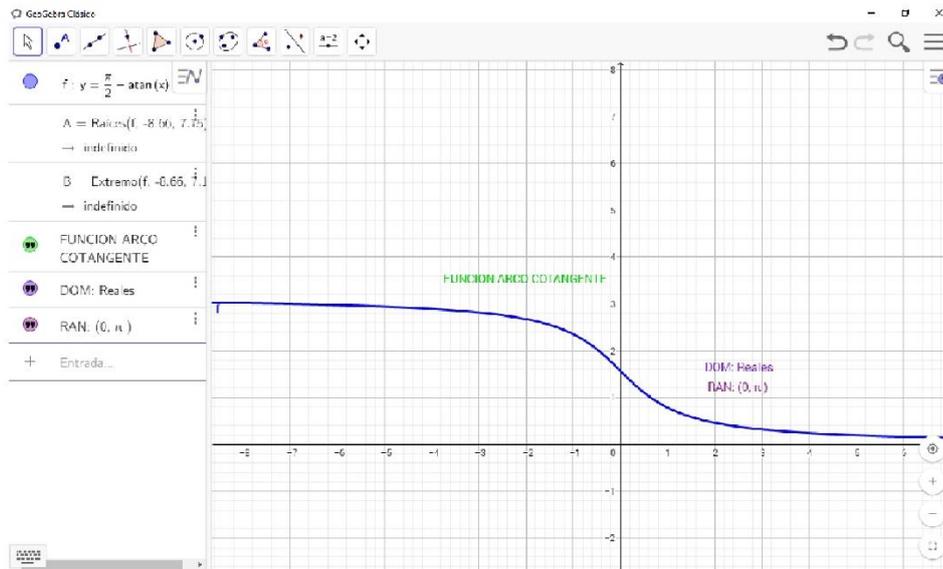




**Definición:** La función arco cotangente, denotado por "arccot", es la función real de variable real, cuya regla de correspondencia está dada de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \operatorname{arccot} : \mathbb{R} &\rightarrow \langle 0, \pi \rangle \\ x &\mapsto \operatorname{arccot}(x) = y \end{aligned}$$

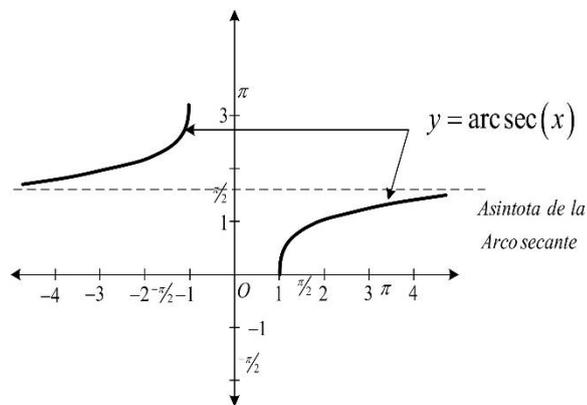


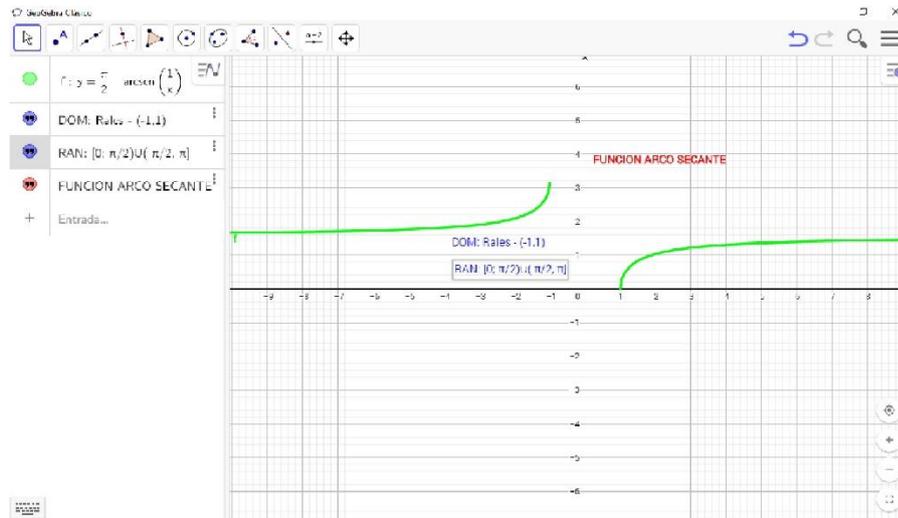


**Definición:** La función arco secante, denotado por "arcsec", es la función real de variable real, cuya regla de correspondencia está dada de la siguiente forma:

$$\text{arcsec} : \mathbb{R} - \langle -1, 1 \rangle \rightarrow \left[ 0, \frac{\pi}{2} \right) \cup \left( \frac{\pi}{2}, \pi \right]$$

$$x \quad \mapsto \text{arcsec}(x) = y$$

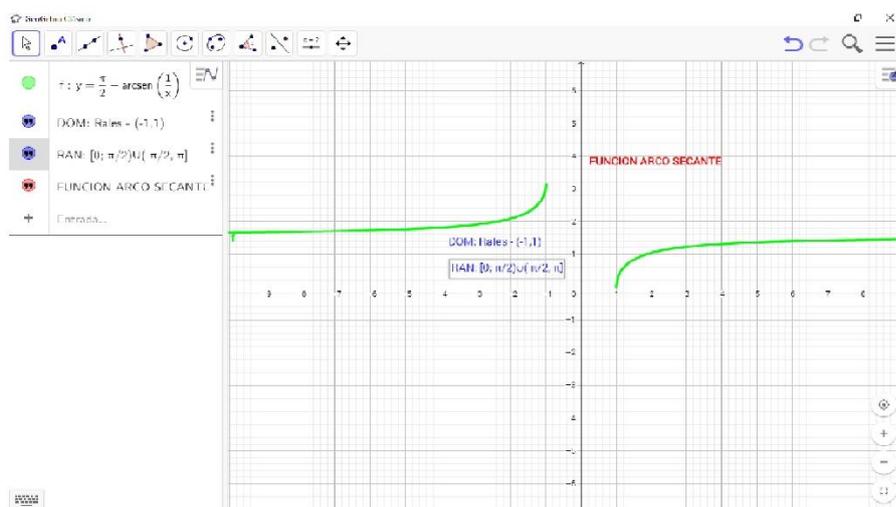
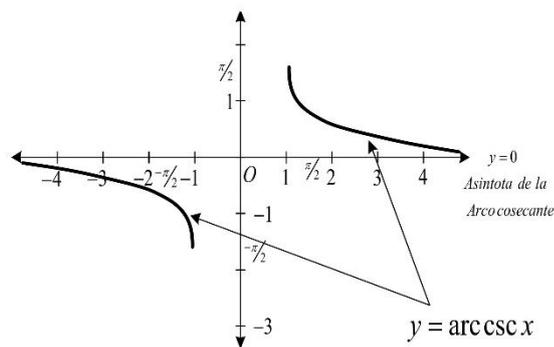




**Definición:** La función arco cosecante, denotado por "arccsc", es la función real de variable real, cuya regla de correspondencia está dada de la siguiente forma:

$$\text{arccsc} : \mathbb{R} - \langle -1, 1 \rangle \rightarrow \left[ -\frac{\pi}{2}, 0 \right) \cup \left( 0, \frac{\pi}{2} \right]$$

$$x \quad \mapsto \text{arccsc}(x) = y$$





### ANEXO 15: Calificaciones de los estudiantes del grupo Experimental y Control

GRUPO EXPERIMENTAL			
	Código de estudiante	Calificaciones Pre-test	Calificaciones Pos-test
1	7270141186	5	19
2	7270459575	4	18
3	7170823424	3	18
4	7271822248	2	17
5	7171008059	3	12
6	7277918655	2	13
7	6273752025	3	18
8	7274042313	2	16
9	7174966333	1	15
10	7146992425	1	13
11	7276739654	4	18
12	7270101116	3	17
13	7270668148	2	13
14	7271930021	3	17
15	7171604926	3	18
16	7270186215	0	12
17	7240742282	2	15
18	7271019572	1	14
19	7244578357	0	13
20	7172643122	1	14

GRUPO DE CONTROL			
	Código de estudiante	Calificaciones Pre-test	Calificaciones Pos-test
1	7276607132	2	13
2	7271506945	3	13
3	7270499476	4	14
4	7275661463	0	9
5	7273743850	1	10
6	7274699240	1	9
7	7170310932	5	15
8	7273303007	0	9
9	7276546548	1	11
10	7270665413	2	11
11	6275536783	1	10
12	7247586345	3	13
13	7274767719	5	16
14	6275787012	1	10
15	7271706834	3	14
16	7270496252	4	15
17	7170329357	2	12
18	7270233948	3	14
19	7272144297	1	15
20	7273649632	1	11





2) Enumerar 8 funciones especiales con su respectiva ecuación

- 
- 
- 
- 
- 
- 
- 
- 

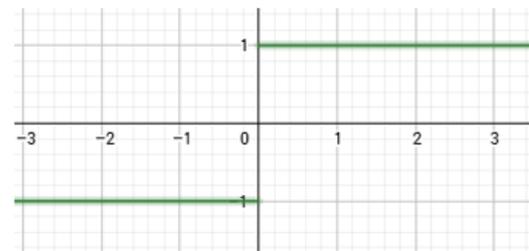
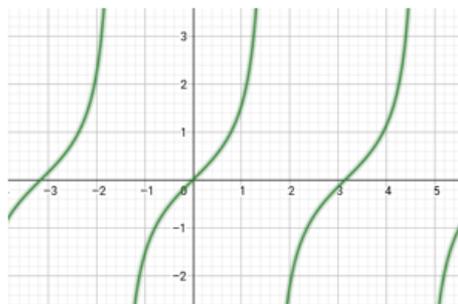
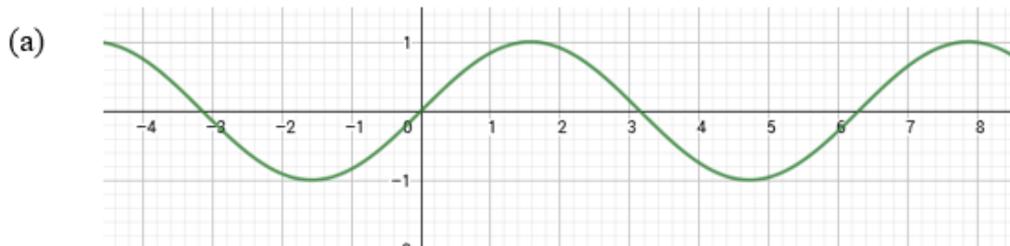
3) Definir el dominio y rango de las siguientes funciones

- Función logarítmica :
- Función secante :
- Función cuadrática :
- Función signo :
- Función exponencial :
- Función tangente :
- Función cubica :
- Función valor absoluto:

## ANÁLISIS GRÁFICO

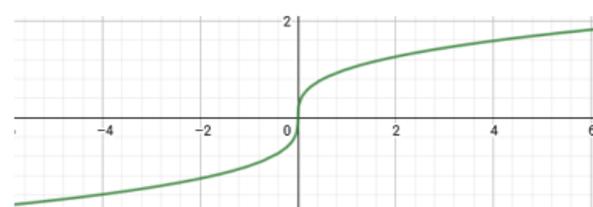
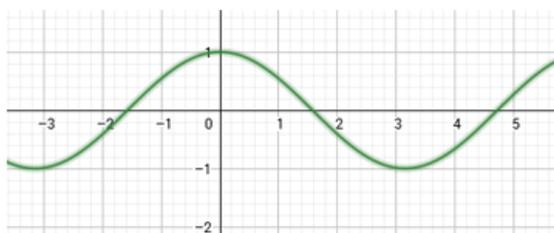
4) Relacionar las siguientes funciones con sus respectivas gráficas.

- ❖ Función signo ( )
- ❖ Función raíz cubica ( )
- ❖ Función tangente ( )
- ❖ Función Coseno ( )
- ❖ Función Seno ( )



(b)

(c)

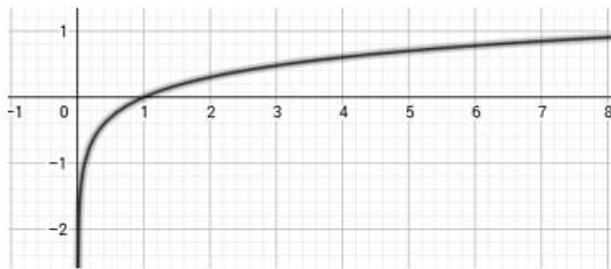


(d)

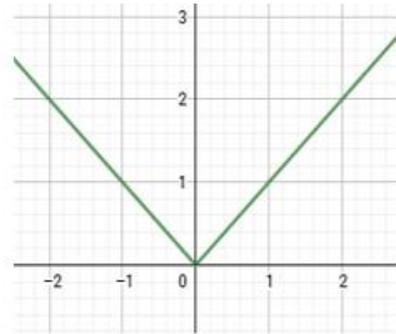
(e)

5) Relacionar las siguientes funciones con sus respectivas gráficas.

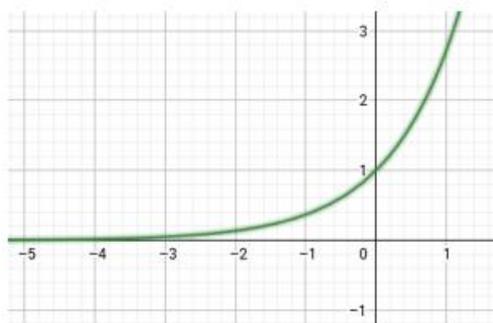
- ❖ Función exponencial ( )
- ❖ Función valor absoluto ( )
- ❖ Función logaritmo ( )
- ❖ Función cuadrática ( )
- ❖ Función cúbica ( )



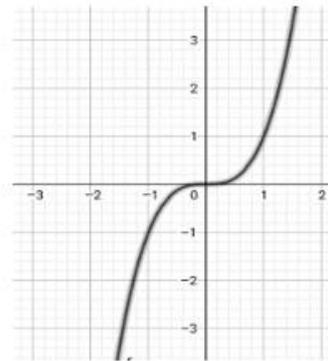
(a)



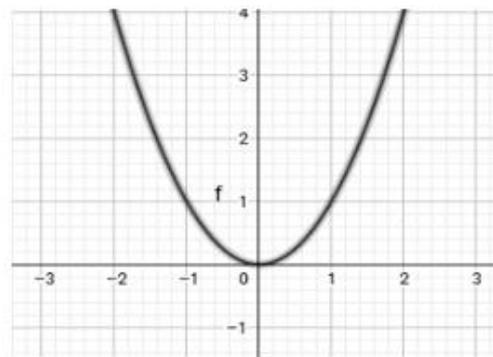
(b)



(c)

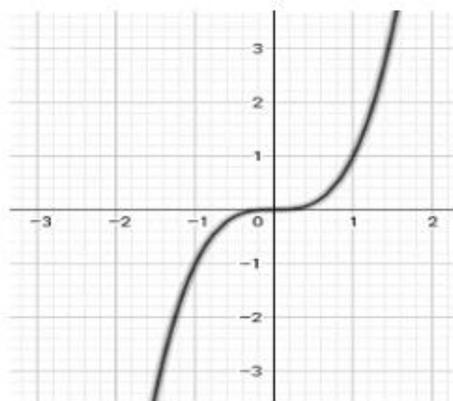
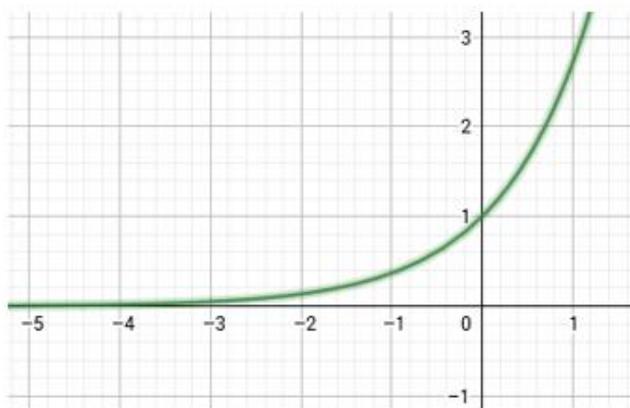


(d)

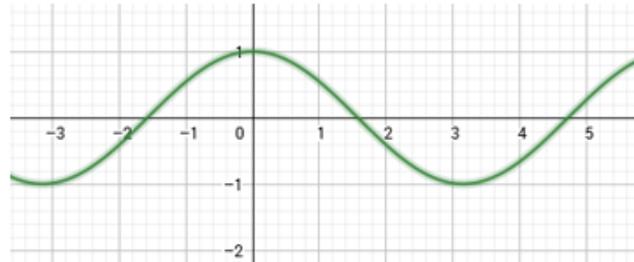
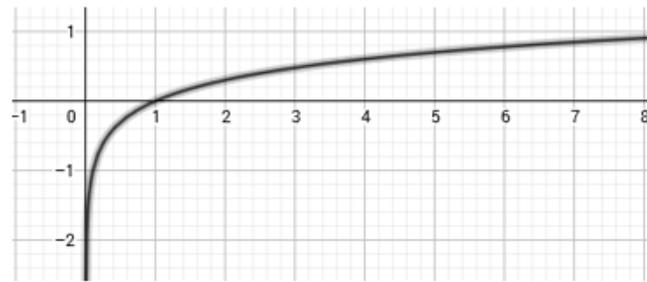


(e)

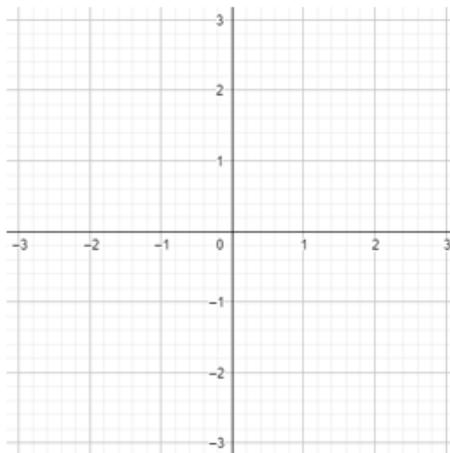
6) Escribir en cada función el dominio y rango correspondiente.



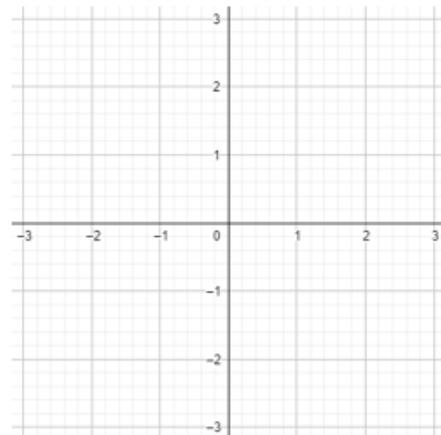
7) Escribir de cada función su dominio y rango correspondiente.



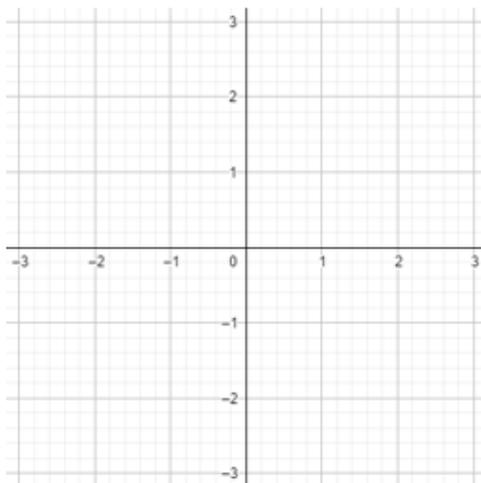
8) Graficar 4 funciones trigonométricas con su denominación.



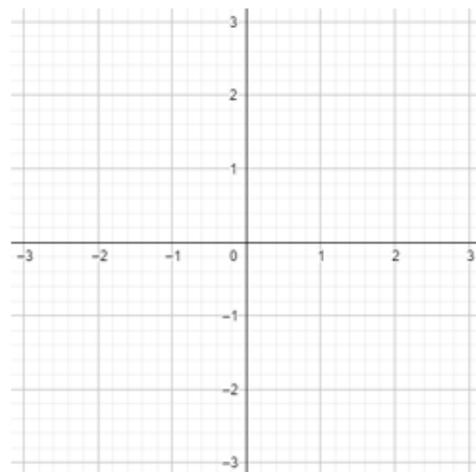
Función:



Función:



Función:



Función:

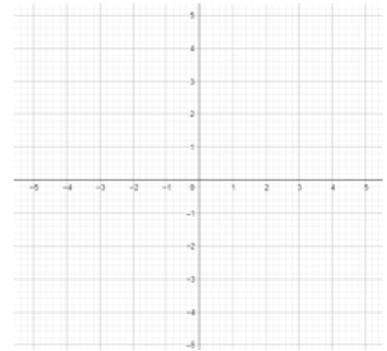
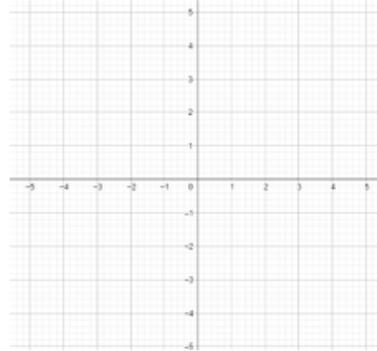
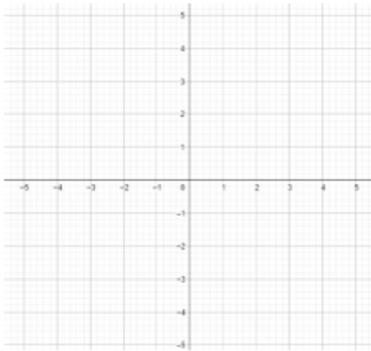


9) Graficar las siguientes expresiones algebraicas

$$f(x) = x^2 + 3$$

$$; \quad f(x) = -x^3 + 1$$

$$; \quad f(x) = \text{sen}(2x) + 2$$

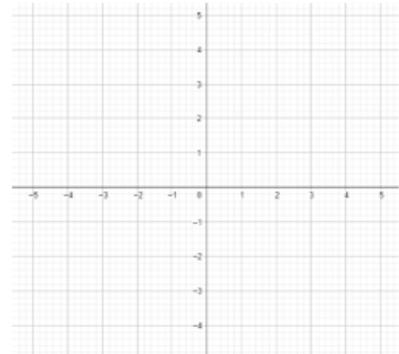
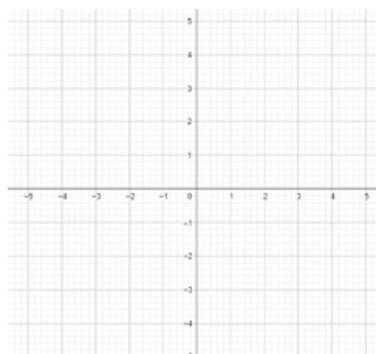
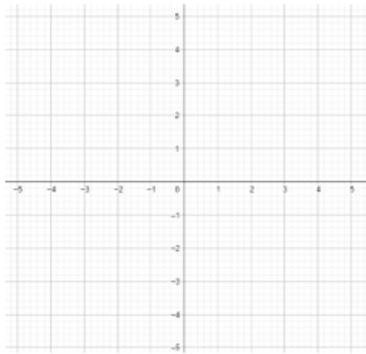


10) Graficar las siguientes expresiones algebraicas

$$f(x) = -\cos(x) - 2$$

$$; \quad f(x) = e^x + 1$$

$$; \quad f(x) = -x^2 + 3$$





## ANEXO 17: Declaración Jurada de Autenticidad



Universidad Nacional  
del Altiplano Puno



Vicerrectorado  
de Investigación



Repositorio  
Institucional

### DECLARACIÓN JURADA DE AUTENTICIDAD DE TESIS

Por el presente documento, Yo LUZ ELIZABETH HUANCHI MAMANI,  
identificado con DNI 43349084 en mi condición de egresado de:

Escuela Profesional,  Programa de Segunda Especialidad,  Programa de Maestría o Doctorado

DIDÁCTICA UNIVERSITARIA

informo que he elaborado el/la  Tesis o  Trabajo de Investigación denominada:

"EL GEOGEBRA EN EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES REALES  
DE VARIABLE REAL EN LOS ESTUDIANTES DE INGENIERÍA EN ENERGÍAS  
RENOVABLES DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE JULIACA, 2017"

Es un tema original.

Declaro que el presente trabajo de tesis es elaborado por mi persona y **no existe plagio/copia** de ninguna naturaleza, en especial de otro documento de investigación (tesis, revista, texto, congreso, o similar) presentado por persona natural o jurídica alguna ante instituciones académicas, profesionales, de investigación o similares, en el país o en el extranjero.

Dejo constancia que las citas de otros autores han sido debidamente identificadas en el trabajo de investigación, por lo que no asumiré como tuyas las opiniones vertidas por terceros, ya sea de fuentes encontradas en medios escritos, digitales o Internet.

Asimismo, ratifico que soy plenamente consciente de todo el contenido de la tesis y asumo la responsabilidad de cualquier error u omisión en el documento, así como de las connotaciones éticas y legales involucradas.

En caso de incumplimiento de esta declaración, me someto a las disposiciones legales vigentes y a las sanciones correspondientes de igual forma me someto a las sanciones establecidas en las Directivas y otras normas internas, así como las que me alcancen del Código Civil y Normas Legales conexas por el incumplimiento del presente compromiso

Puno 08 de Agosto del 2024

  
FIRMA (obligatoria)



Huella



## ANEXO 18: Autorización para el Depósito de Tesis en el Repositorio Institucional



Universidad Nacional  
del Altiplano Puno



Vicerrectorado  
de Investigación



Repositorio  
Institucional

### AUTORIZACIÓN PARA EL DEPÓSITO DE TESIS O TRABAJO DE INVESTIGACIÓN EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL

Por el presente documento, Yo LUZ ELIZABETH HUANCHI MANANI,  
identificado con DNI 43349084 en mi condición de egresado de:

Escuela Profesional,  Programa de Segunda Especialidad,  Programa de Maestría o Doctorado

DIDÁCTICA UNIVERSITARIA  
informo que he elaborado el/la  Tesis o  Trabajo de Investigación denominada:

"EL GEOGEBRA EN EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL EN LOS ESTUDIANTES DE INGENIERÍA EN ENERGÍAS RENOVABLES DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE JUZACA, 2017"

para la obtención de  Grado,  Título Profesional o  Segunda Especialidad.

Por medio del presente documento, afirmo y garantizo ser el legítimo, único y exclusivo titular de todos los derechos de propiedad intelectual sobre los documentos arriba mencionados, las obras, los contenidos, los productos y/o las creaciones en general (en adelante, los "Contenidos") que serán incluidos en el repositorio institucional de la Universidad Nacional del Altiplano de Puno.

También, doy seguridad de que los contenidos entregados se encuentran libres de toda contraseña, restricción o medida tecnológica de protección, con la finalidad de permitir que se puedan leer, descargar, reproducir, distribuir, imprimir, buscar y enlazar los textos completos, sin limitación alguna.

Autorizo a la Universidad Nacional del Altiplano de Puno a publicar los Contenidos en el Repositorio Institucional y, en consecuencia, en el Repositorio Nacional Digital de Ciencia, Tecnología e Innovación de Acceso Abierto, sobre la base de lo establecido en la Ley N° 30035, sus normas reglamentarias, modificatorias, sustitutorias y conexas, y de acuerdo con las políticas de acceso abierto que la Universidad aplique en relación con sus Repositorios Institucionales. Autorizo expresamente toda consulta y uso de los Contenidos, por parte de cualquier persona, por el tiempo de duración de los derechos patrimoniales de autor y derechos conexos, a título gratuito y a nivel mundial.

En consecuencia, la Universidad tendrá la posibilidad de divulgar y difundir los Contenidos, de manera total o parcial, sin limitación alguna y sin derecho a pago de contraprestación, remuneración ni regalía alguna a favor mío; en los medios, canales y plataformas que la Universidad y/o el Estado de la República del Perú determinen, a nivel mundial, sin restricción geográfica alguna y de manera indefinida, pudiendo crear y/o extraer los metadatos sobre los Contenidos, e incluir los Contenidos en los índices y buscadores que estimen necesarios para promover su difusión.

Autorizo que los Contenidos sean puestos a disposición del público a través de la siguiente licencia:

Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional. Para ver una copia de esta licencia, visita: <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

En señal de conformidad, suscribo el presente documento.

Puno 08 de Agosto del 2024

  
FIRMA (obligatoria)



Huella