



# UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

ESCUELA DE POSGRADO

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN



TESIS

**EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA BÁSICA DE ESTUDIANTES  
UNIVERSITARIOS A TRAVÉS DEL SOFTWARE GEOGEBRA**

**PRESENTADA POR:**

**EULALIA RAMOS CHURA**

**PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:**

**MAGISTER SCIENTIAE EN EDUCACIÓN**

**CON MENCIÓN EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA**

**PUNO, PERÚ**

**2023**

NOMBRE DEL TRABAJO

**EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA BÁSICA DE ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS A TRAVÉS DEL SOFTWARE GEOGEBRA**

AUTOR

**EULALIA RAMOS CHURA**

RECuento DE PALABRAS

**15789 Words**

RECuento DE CARACTERES

**86517 Characters**

RECuento DE PÁGINAS

**104 Pages**

TAMAÑO DEL ARCHIVO

**2.8MB**

FECHA DE ENTREGA

**Jan 11, 2024 11:26 AM GMT-5**

FECHA DEL INFORME

**Jan 11, 2024 11:28 AM GMT-5**

● **19% de similitud general**

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para cada base de datos

- 17% Base de datos de Internet
- 1% Base de datos de publicaciones
- Base de datos de Crossref
- Base de datos de contenido publicado de Crossref
- 11% Base de datos de trabajos entregados

● **Excluir del Reporte de Similitud**

- Material bibliográfico
- Material citado
- Material citado
- Coincidencia baja (menos de 12 palabras)

  
Dr. Felipe Gutiérrez Osco  
DOCENTE FCEDUC - UNA - PUNO





# UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

## ESCUELA DE POSGRADO MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

### TESIS

#### EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA BÁSICA DE ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS A TRAVÉS DEL SOFTWARE GEOGEBRA



PRESENTADA POR:

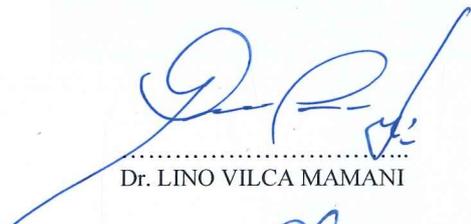
EULALIA RAMOS CHURA

PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:

MAGÍSTER SCIENTIAE EN EDUCACIÓN  
CON MENCIÓN EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

APROBADA POR EL JURADO SIGUIENTE:

PRESIDENTE

  
.....  
Dr. LINO VILCA MAMANI

PRIMER MIEMBRO

  
.....  
Dr. SALVADOR MAMANI MAMANI

SEGUNDO MIEMBRO

.....  
M.Sc. ELIO RONALD RUELAS ACERO

ASESOR DE TESIS

  
.....  
Dr. FELIPE GUTIERREZ OSCO

Puno, 23 de julio de 2023

**ÁREA:** Logros de aprendizaje de la matemática.

**TEMA:** Aprendizaje de Matemática Básica de estudiantes universitarios a través del software Geogebra.

**LÍNEA:** Resultados de aprendizaje de la matemática.



## DEDICATORIA

Dedico este trabajo de investigación a Dios, por darme la vida y permitirme llegar hasta este momento tan importante de mi formación académica y profesional.

A mis queridos padres Dionisio y Pascuala por ser pilares fundamentales en mi vida, por el valioso apoyo incondicional que me brindan siempre, con mucho amor les dedico este trabajo que me permitirá seguir preparándome para lograr mejorar mi labor profesional.

Finalmente, a mi querida y hermosa familia por demostrarme siempre su cariño, apoyo moral y las constantes palabras de aliento.



## AGRADECIMIENTOS

- Expreso un profundo reconocimiento y agradecimiento al Dr. Felipe Gutiérrez Osco, por brindarme su tiempo y orientación en la realización de este trabajo de investigación, sin cuyo apoyo, este trabajo no hubiera tenido la presentación adecuada.
- De manera similar, agradezco a todos los docentes de la Maestría en Didáctica de la Matemática de la Unidad de Posgrado de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional del Altiplano, por compartir y brindarme sus sabias enseñanzas en mi formación profesional y, de manera especial a los distinguidos miembros de jurado por sus acertadas sugerencias alcanzadas.



## ÍNDICE GENERAL

	<b>Pág.</b>
DEDICATORIA	i
AGRADECIMIENTOS	ii
ÍNDICE GENERAL	iii
ÍNDICE DE TABLAS	v
INDICE DE FIGURAS	vi
ÍNDICE DE ANEXOS	vii
RESUMEN	viii
ABSTRACT	ix
INTRODUCCIÓN	1

### **CAPÍTULO I REVISIÓN DE LITERATURA**

1.1. Marco teórico	3
1.1.1 Uso de las Tecnologías de Información y Comunicación	3
1.1.2 Software matemático	4
1.1.3 Geogebra	4
1.1.4 Evaluación de competencias a nivel universitario	6
1.1.5 Aprendizaje	7
1.1.6 Aprendizaje significativo	7
1.1.7 Material Didáctico	9
1.1.8 Fundamentos de Matemática Básica	9
1.1.9 Fundamentos Reales	10
1.2 Antecedentes	33
1.2.1 A nivel internacional	33
1.2.2 A nivel nacional	35
1.2.3 A nivel local	37

### **CAPÍTULO II PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

2.1 Identificación de problema	39
2.2 Enunciados del problema	40
2.2.1 Problema general	40
2.2.2 Problemas específicos	40



2.3 Justificación	40
2.4 Objetivos	41
2.4.1. Objetivo general	41
2.4.2. Objetivos específicos	41
2.5. Hipótesis	41
2.5.1. Hipótesis general	41
2.5.2. Hipótesis específicas	42
<b>CAPÍTULO III</b>	
<b>MATERIALES Y MÉTODOS</b>	
3.1 Lugar de estudio	43
3.2 Población	43
3.3 Muestra	43
3.4 Método de investigación	44
3.4.1 Tipo de Investigación	44
3.4.2 Diseño de Investigación	44
3.5 Descripción detallada de métodos por objetivos específicos	44
3.5.1 Técnicas e instrumentos de investigación	44
3.5.2 Tratamiento Estadístico	45
<b>CAPÍTULO IV</b>	
<b>RESULTADOS Y DISCUSIÓN</b>	
4.1 Resultados	46
4.1.1 Análisis de resultados del pretest y postest en el grupo control	46
4.1.2 Análisis de resultados del pretest y postest en el grupo experimental	48
4.2. Prueba de Normalidad	50
4.3. Prueba de Hipótesis	51
4.4. Discusión	54
CONCLUSIONES	55
RECOMENDACIONES	56
BIBLIOGRAFÍA	57
ANEXOS	62



## ÍNDICE DE TABLAS

	<b>Pág.</b>
1. Muestras utilizadas para la investigación	44
2. Escala de calificación vigesimal	44
3. Resultado del pretest del grupo control	46
4. Resultado del postest del grupo control	47
5. Resultado del pretest del grupo experimental	48
6. Resultado del postest del grupo experimental	49
7. Prueba de normalidad	50
8. Validación de hipótesis	51
9. Prueba de contraste	51
10. Validación de hipótesis específica 1	52
11. Prueba de contraste	52
12. Validación de hipótesis específica 2	53
13. Prueba de contraste	53



## ÍNDICE DE FIGURAS

	<b>Pág.</b>
1. Interfaz del software Geogebra	5
2. Identificación de una función real	11
3. Función constante	12
4. Función identidad	12
5. Función lineal	13
6. Función raíz cuadrada	13
7. Función cuadrática	14
8. Función cúbica	14
9. Función valor absoluto	15
10. Función inverso multiplicativo	15
11. Composición de funciones	17
12. Función inversa	18
13. Resultado del pretest del grupo de control	46
14. Resultado del postest del grupo de control	47
15. Resultado del pretest del grupo experimental	48
16. Resultado del postest del grupo experimental	49



## ÍNDICE DE ANEXOS

	<b>Pág.</b>
1. Matriz de consistencia	62
2. Instrumento de recolección de información	63
3. Base de datos	67
4. Sílabo	68
5. Sesiones y guías de aprendizaje	71



## RESUMEN

El estudio referido al aprendizaje de Matemática básica en estudiantes universitarios a través del software Geogebra se llevó a cabo en la Universidad Nacional del Altiplano y la Universidad Nacional de Juliaca de la Región de Puno en el primer semestre académico del 2022, cuyo objetivo fue determinar la incidencia de la aplicación del software Geogebra en el aprendizaje de matemática básica en los estudiantes universitarios, con el propósito de contribuir significativamente en el proceso de enseñanza – aprendizaje del tema de las funciones reales para optimizar un mejor rendimiento académico en la etapa universitaria. Para poder alcanzar el objetivo planteado, la investigación se desarrolló dentro del marco metodológico de enfoque cuantitativo, de tipo experimental y de diseño cuasi experimental. Los resultados de la investigación nos muestran que el uso del software Geogebra en el aprendizaje de la matemática es muy relevante, puesto que contribuye en la mejora significativa del rendimiento académico de los estudiantes de educación superior universitaria. Por lo tanto, se concluye que, la aplicación del software Geogebra incide positivamente en el aprendizaje de las funciones reales en estudiantes universitarios.

**Palabras clave:** Aprendizaje, enseñanza, funciones, matemática y software geogebra.



## ABSTRACT

The research is referring to the learning of basic Mathematics in university students through the Geogebra software was carried out at the National University of the Altiplano and the National University of Juliaca of Puno Region in the first academic semester in year 2022, as objective was to determine the incidence of the application of the Geogebra software in the learning of basic mathematics in university students, with the purpose of contributing significantly to the teachinglearning process of the topic of real functions to optimize better academic performance at the university stage. In order to achieve the main objective, the research was developed in the methodological framework of quantitative approach, experimental type and quasi-experimental design. The results show that the use of Geogebra software in learning mathematics is very relevant, since it contributes to the significant improvement of the academic performance of university higher education students. Therefore, it is concluded that the application of Geogebra software has a positive impact on the learning of real functions in university students.

**Keywords:** Learning, teaching, functions, mathematics, geogebra software.

## INTRODUCCIÓN

En la era del conocimiento, el desarrollo de la ciencia y tecnología en todos los ámbitos de la vida ha contribuido de manera trascendental, de modo que el uso de las TIC en el contexto educativo representa en la actualidad una herramienta esencial y necesaria en la enseñanza y aprendizaje de las distintas áreas del conocimiento, principalmente en el área de matemática, donde los estudiantes tienen que aprender conceptos matemáticos, procedimientos de carácter operativo y la aplicación de estos en la solución de problemas del contexto real y del contexto matemático, sobre la base de los conocimientos previos adquiridos en la educación básica; Sin embargo, en la educación universitaria, la matemática se sigue desarrollando con las estrategias didácticas convencionales, basadas principalmente en la clase magistral, con escasa inclusión de medios y recursos tecnológicos.

Las deficiencias descritas líneas arriba, no les permite a los estudiantes universitarios aprender la matemática básica de manera ágil y práctica, es decir, de manera significativa, que les permita comprender las teorías matemáticas y sus aplicaciones. En este escenario, la aplicación del software Geogebra en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en general y de la matemática básica de manera particular, ayuda a que los estudiantes tengan una mejor comprensión e integración de las teorías matemáticas y sus aplicaciones, debido a que este software matemático es de libre y de fácil acceso y manipulación.

La investigación motivo de este informe, surgió a partir de la necesidad de los estudiantes de contar y hacer uso de recursos tecnológicos que permitan lograr los aprendizajes basados en la comprensión y la aplicación de la teoría matemática pertinente, siendo la participación del docente, la de ser mediador y coordinador de los aprendizajes, a fin de optimizar el efecto del aprendizaje de funciones reales en el curso de matemática básica en los estudiantes universitarios.

La investigación estuvo orientado a la aplicación del software Geogebra, orientado desde la perspectiva del enfoque cuantitativo, de carácter experimental y de diseño cuasi experimental, considerando una muestra de 75 estudiantes distribuidos en dos grupos. uno de control y otro experimental. En lo referente a la contrastación de hipótesis, se utilizó la prueba estadística de Wilcoxon.

Este informe está organizado en cuatro capítulos, los cuales se detallan a continuación:



Capítulo I, nos presenta la revisión de literatura, en el cual se especifican las principales definiciones que fundamentan y explican el problema; asimismo están incluidos los antecedentes que dan soporte empírico.

Capítulo II, se consideran la identificación del problema a investigar, la justificación, objetivos y las hipótesis que se asumió como respuestas tentativas en la investigación.

Capítulo III, consta de los materiales y métodos tomados en cuenta para la investigación, en el cual se tiene: Lugar de estudio, población, tamaño de muestra, método de investigación y una descripción detallada de métodos por objetivos específicos.

Capítulo IV, se detalla los resultados obtenidos en la investigación y la discusión respectiva.

## CAPÍTULO I

### REVISIÓN DE LITERATURA

#### 1.1. Marco teórico

##### 1.1.1 Uso de las Tecnologías de Información y Comunicación

La integración de las Tecnologías de información y comunicación más conocidas como TIC en la educación, no es un hecho nuevo con marcadas diferencias entre países desarrollados en vías de desarrollo como el nuestro, se han incorporado diversos dispositivos y recursos tecnológicos para su uso pedagógico, orientados para la enseñanza y aprendizaje, tanto en la educación básica como en la educación superior Sin embargo, existe un fuerte consenso acerca de la necesidad de universalizar el acceso y uso de las TIC; así mismo se registra un intenso debate acerca de la envergadura e impacto que su utilización provoca en los procesos masivos de socialización de las nuevas generaciones (Vaillant, 2013).

La escuela deba entender que se requieren nuevos modelos de educación para que el docente pueda incorporar las TIC en su labor de enseñanza y aprendizaje, no solo para realizar con mayor eficacia tareas habituales sino para poder llevar a cabo nuevos e innovadores procesos permitan examinar otras formas de pensar y hacer educación. El conocimiento tecnológico es de gran importancia para avanzar en la integración de las TIC en la labor docente, pero no resulta suficiente para innovar. Los docentes en la actualidad requieren conocimientos pedagógicos sobre el uso de las TIC. La posibilidad de que los docentes puedan acceder a conocimientos y contactos personales con otros colegas; asimismo, la oportunidad de integrarse a “comunidades virtuales”, ha abierto adecuadamente los horizontes de la formación inicial y continua. Sin embargo, el simple avance de las tecnologías no garantiza su

incorporación en los procesos de enseñanza y la efectividad en los resultados alcanzados (Vaillant, 2013).

### **1.1.2 Software matemático**

En la actualidad han aparecido diversos softwares matemáticos gratuitos que permiten un acceso para descargar del internet, gracias a éstos y a los trabajos de investigaciones realizadas sobre la inserción de tecnologías de información y comunicación en el proceso de enseñanza aprendizaje, se nos presenta la oportunidad de poder analizarlos, manejarlos y posteriormente aplicarlos en el desarrollo de contenidos específicos en el área de matemática (Montenegro, 2005). El uso de softwares educativos libres facilita a los docentes planificar y desarrollar sus sesiones de clase ya que cuentan con la seguridad de que sus estudiantes podrán instalarlo y tendrán acceso no solo en las aulas (Medina *et al.*, 2019). Ciertos autores como Orozco (2017) atribuyen la mejora del desempeño escolar de los estudiantes que presentan inconvenientes para poner atención, falta de motivación o conducta al incorporar la utilización del software educativo.

### **1.1.3 Geogebra**

El software matemático Geogebra es dinámico y de acceso libre en cualquier sistema operativo, lo que ayuda a vincular diferentes representaciones gráficas y algebraicas de un ente u objeto matemático. Este software fue creado por Markus Hohenwarter en la Universidad de Salzburgo en el año 2001, Markus y un equipo de desarrolladores dedicados a manipular y explorar este programa, lo han convertido en pionero en los programas informáticos pedagógicos en el ámbito de la educación matemática en todo el mundo. (Hall y Lingefjärd, 2017). Cabe destacar que este software es utilizado en muchos países y está traducido aproximadamente en 60 idiomas; es necesario mencionar que en los últimos tiempos este software matemático se ha convertido muy poderosa en las investigaciones que tratan de la didáctica de la matemática en la educación básica y superior, puesto que es muy dinámico, interactivo y práctico. Al respecto Pari (2019) afirma que Geogebra es un software de gran ayuda para la enseñanza de la Matemática, al que se puede acceder libremente ya sea de manera online u offline, lo que brinda múltiples beneficios puesto que puede ser utilizado en cualquier lugar y en diferentes dispositivos como computadoras, smartphone y Tablet (Carrillo, 2019); además, tiene el servicio de

Geogebra en la nube, donde se puede descargar o intercambiar materiales académicos que faciliten más aún el aprendizaje de los estudiantes, así como la labor de los docentes Salas (2019), Ruiz (2012) lo considera como un software de geometría dinámica, que además incluye otras particularidades algebraicas y de cálculo que permiten relacionar varias áreas matemáticas, el cual es de fácil uso para los estudiantes por la interacción didáctica que mantiene este recurso didáctico (Nivela *et al.*, 2018). Geogebra permite al estudiante, interactuar con los objetos y sus relaciones geométricas para adquirir conocimientos y aplicarlos a la resolución de problemas de la geometría (Pumacallahui *et al.*, 2021)

El software Geogebra utiliza el interfaz Java Script, el cual permite a los usuarios modificar en la edición HTML esto con el objetivo de desarrollar una hoja dinámica con la finalidad de aumentar la interactividad. El diagrama adjunto muestra la interfaz del Geogebra.

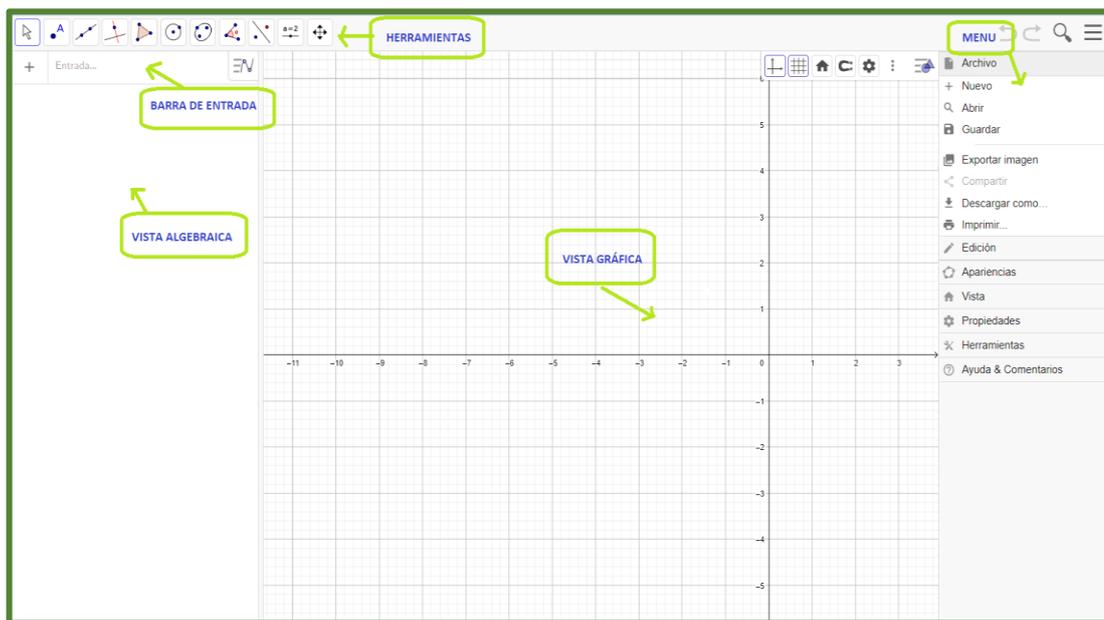


Figura 1. Interfaz del software Geogebra

En la Figura 1 se puede visualizar el interfaz del software Geogebra donde se encuentran la barra de entrada, vista algebraica, herramienta, vista gráfica y menú. Esta presentación del software nos permite visualizar de mejor manera los temas de geometría, algebra, estadística, calculo y demás contenidos matemáticos, puesto que nos facilita su manipulación gráfica.

La aplicación de este software Geogebra como recurso didáctico en la enseñanza aprendizaje de la matemática, permite una mejor comprensión de los conceptos matemáticos, hecho que es de vital importancia, en el proceso didáctico, puesto que ayuda a reducir las brechas en los niveles de logros de aprendizaje, que obtienen los estudiantes ya sea en la educación básica o la educación universitaria.

Cotic (2014) indica que el software Geogebra por ser una herramienta de libre acceso y fácil uso en el aula, contribuye a mejorar la actividad central de la matemática, lo cual es el aprendizaje basado en la comprensión, resultando un elemento muy motivador para los estudiantes. Mediante este software se puede realizar conexiones permanentes entre las expresiones algebraicas y geométricas que permitan abordar diversos aspectos de las matemáticas por medio de experimentos, desde la observación directa. y gestión adecuada de elementos, es útil implementar construcciones que ayuden a obtener resultados y propiedades.

Respecto a las potencialidades del software, Cotic (2014) resalta la posibilidad de generar conflicto cognitivo, facilidad de manejo del programa, precisión en la elaboración de gráficas y la eficiencia en su realización, además de motivar la interacción entre los estudiantes.

#### **1.1.4 Evaluación de competencias a nivel universitario**

El currículo de la educación universitaria está orientada hacia el enfoque por competencias y la evaluación formativa, para que el proceso de enseñanza aprendizaje sea activo, dinámico e interactivo, para ello es necesario orientar el proceso didáctico en el que los estudiantes desarrollen aprendizaje significativos y pertinentes, basado en un currículo situado y contextualizado, lo cual precisa de un modelo en el que las tecnologías de información y comunicación (TIC) aplicadas en la enseñanza aprendizaje y la evaluación consideren o estén basados en entornos virtuales y que permitan realizar una retroalimentación inmediata.

Las competencias en el contexto aludido se constituyen en un referente en la formación universitaria, respecto al desarrollo y la evaluación de competencias generales y específicas en entornos virtuales, que permitan la realización de estudios, donde se usen técnicas como el portafolio para el seguimiento del proceso y evaluación del mismo; otro método, es el uso de recursos electrónicos como apoyo a una evaluación continua, auténtica y de reflexión, donde muchos trabajos ponen en

evidencia los beneficios de las TIC en la evaluación, siendo una de las ventajas la autonomía que adquiere el estudiante al usar estos recursos en la evaluación (Ruiz *et al.*, 2014).

### **1.1.5 Aprendizaje**

El aprendizaje es el proceso mediante el cual las personas y la sociedad se preparan para enfrentar nuevas situaciones. Aunque se pueden evocar situaciones simuladas e imaginadas, esto se puede hacer de forma consciente después de experimentar una situación de la vida real. Cuando el ser humano aprende en la escuela, esta tiene que ser construido por el propio estudiante a través de la participación activa (Capella, 1999). Mota *et al.* (2017) afirma que el aprendizaje de la matemática es una actividad considerada por un gran número de estudiantes como una de las materias más difíciles, exigentes y problemáticas. Según Barahona *et al.* (2015) el proceso de aprendizaje es más efectivo cuando se integran recursos tecnológicos que permiten la evaluación matemática a través de los procedimientos visuales, demostrando relaciones de aprendizaje logradas a través del aporte de soluciones matemáticas a problemas sociales, contrario a lo que se suele hacer en la educación matemática.

Los aprendizajes no se deben entender solo como actividades intrapersonales, sino esencialmente como un proceso interpersonal, por lo que los estudiantes deben realizar tareas y actividades de aprendizaje que estén organizados de manera colectiva.

### **1.1.6 Aprendizaje significativo**

La teoría del aprendizaje significativo se basa en construir estructuradamente la parte cognitiva del estudiante, considerando sus conocimientos previos, esto se da a partir de interacción cognitiva entre lo que se aprende y lo que sabe para poder lograr significados (Gutiérrez, 2019), para ello se debe tener una postura crítica a fin de que, para los estudiantes sean parte de su cultura, esto se logra a través de ciertos principios como el de conocimientos previos, la no centralidad del libro y del docente, principio de abandono de la pizarra, principio del aprendizaje como representador, principio de aprendizaje por error, principio desaprendizaje. Así mismo, se necesita una herramienta para explicar el capital conceptual que los estudiantes necesitan ver en sus constructos previas. Sobre la base de los

conocimientos previos se construyen o reconstruyen los nuevos conocimientos, los que más tarde se incorporan en la estructura cognitiva del estudiante, como un nuevo aprendizaje, como producto de la interacción con el contenido, con el docente y con sus compañeros y el contexto social. La teoría del aprendizaje significativo abarca:

➤ ***Conocimientos teórico conceptuales***

Corresponden al área del saber, es decir, los hechos, fenómenos y conceptos que los estudiantes pueden aprender. Dichos contenidos pueden transformarse en aprendizaje si se parte de los conocimientos previos que el estudiante posee, que a su vez se interrelacionan con los otros tipos de contenidos. Durante muchos años constituyeron el fundamento casi exclusivo en el ámbito concreto de la intervención docente. Están conformados por conceptos, principios, leyes, enunciados, teoremas y modelos. Sin embargo, no basta con obtener información y tener conocimientos acerca de las cosas, hechos y conceptos de una determinada área científica, es preciso además comprenderlos y establecer relaciones significativas con otros conceptos, a través de un proceso de interpretación, tomando en cuenta los conocimientos previos que poseen los sujetos del aprendizaje, es decir, los estudiantes.

➤ ***Comunicación matemática***

La comunicación matemática es la capacidad que permite expresar, compartir y aclarar las ideas, conceptos y categorías, los cuales llegan a ser objeto de reflexión, perfeccionamiento, discusión, análisis, valoración, acuerdos y conclusiones. Así mismo permite expresar con claridad la comunicación para difundirlas, tanto de forma oral como por escrito. También permite expresar las ideas matemáticas mediante símbolos, la comunicación oral y escrita, ya que, es una parte importante de la educación matemática, lo cual tiene que seguir mejorándose según se va avanzando en los grados de escolaridad, aumentando en sus niveles de complejidad.

➤ ***La resolución de problemas***

Los problemas deben implicar reflexión, investigación y exploración, considerando los diferentes métodos de resolución de problemas, asumiendo una

elección crítica y reflexiva de la técnica o método a fin de llegar a una respuesta que no ha de ser de manera inmediata. La resolución de problemas se centra en situaciones problemáticas que implican una serie de procesos cognitivos, puesto que aparecen diversas tendencias que demandan el desarrollo de habilidades y destrezas; así mismo están ligadas a procesos que incentivan mecanismos de repetición, razonamiento y análisis. Algunos problemas, requieren el uso de ecuaciones dejando de lado el conflicto cognitivo. El verdadero problema debe ser motivador, retador y debe implicar el uso de estrategias y razonamientos inductivos, deductivos y analíticos.

### **1.1.7 Material Didáctico**

Los materiales didácticos son medios que posibilitan el desarrollo de experiencias en el proceso de enseñanza aprendizaje, por medio de la manipulación de objetos físicos o matemáticos relacionados con la capacidad a lograrse, para lo cual se requiere pericia, experiencia y análisis por parte del docente, para que pueda seleccionar, adaptar o elaborar, afín de que mediante su uso desarrolle las capacidades y competencias matemáticas en los estudiantes. Además, el uso de materiales educativos, tiene la función de estimular los sentidos de los estudiantes para que el acceso a la información, la implementación de habilidades y destrezas brindadas por el docente sea más eficaz (Santos *et al.*, 2019).

Asimismo, es necesario señalar que los materiales educativos deben aumentar la eficacia del proceso de aprendizaje con el menor esfuerzo posible, de tal manera garantizar el aprendizaje. No está demás añadir que, los materiales pueden ser recursos o instrumentos que deben favorecer la interacción de manera dinámica entre los estudiantes, con el fin de promover el aprendizaje de los estudiantes y así lograr adecuados conocimientos, habilidades y destrezas. Es de menester destacar que el uso de materiales didácticos contribuye en el logro de aprendizajes en estudiantes de todos los niveles educativos, ya que motivan, suplen y refuerzan los conocimientos transferidos por el docente (Santibañez, 2012).

### **1.1.8 Fundamentos de Matemática Básica**

La matemática es una de las áreas de conocimiento, fundamental en la formación de los futuros profesionales, puesto que propicia en ellos los conocimientos necesarios

para comprender y modelar algunas leyes de la naturaleza, las cuales se representan por medio de funciones, derivadas e integrales; además, los conocimientos matemáticos posibilitan el entendimiento y comprensión de algunas áreas de la ingeniería y los desarrollos de la ciencia y la tecnología de manera general (Morales *et al.*, 2016).

El concepto de función, tal como se entiende hoy en día, fue establecido por el matemático Gustav Dirichlet en el año 1837; diversos autores atribuyen a Galileo como artífice de la inducción formal de conceptos de funciones en el área de matemáticas en tiempos antiguos (Babilonia y Egipto). Las matemáticas desde un punto de vista funcional se limitaron a la elaboración de tablas de medidas de fenómenos observados, luego vinieron las matemáticas griegas, especialmente las obras que trataban de funciones reales. Aunque el concepto de función en si no era conocido en la antigua Grecia, los primeros intentos de determinar las proporciones y el cálculo infinitesimal se dieron en la edad media, cuando muchas áreas del pensamiento humano se encontraban en un estado de ignorancia, así mismo los primeros intentos de representar el movimiento y el cambio usando gráficos simples para observar fenómenos naturales. Con el desarrollo de los números reales y el análisis matemático, el mayor crecimiento del concepto de funciones se produjo en los siglos XVI, XVII y XVIII (Ugalde, 2013).

El concepto de función se consolida en el siglo XIX y en las primeras décadas del siglo XX, constituyéndose en un concepto que juega un papel central en la mayoría de las áreas del que hacer matemático (Barahona *et al.*, 1992).

### 1.1.9 Fundamentos Reales

Dados dos conjuntos no vacíos  $A$  y  $B$ , y una relación  $f \subset A \times B$ , entonces  $f$  es una función de  $A$  en  $B$  si, y solo si, para todos y cada uno de los elementos  $x$  de  $A$ , existe a los más un elemento  $y$  de  $B$  que le corresponde a  $x$ , lo que simbólicamente se expresa como: (Vera, 2003).

$$f \text{ función} \Leftrightarrow (x, y) \in f \wedge (x, z) \in f \Rightarrow y = z.$$

**Propiedad Geométrica.** - Una relación  $f \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  se dice función real, si y solamente si, toda recta vertical o paralela al eje y corta a la gráfica  $f$  a lo más en un punto (Vera, 2003).

**Respecto a las gráficas:**

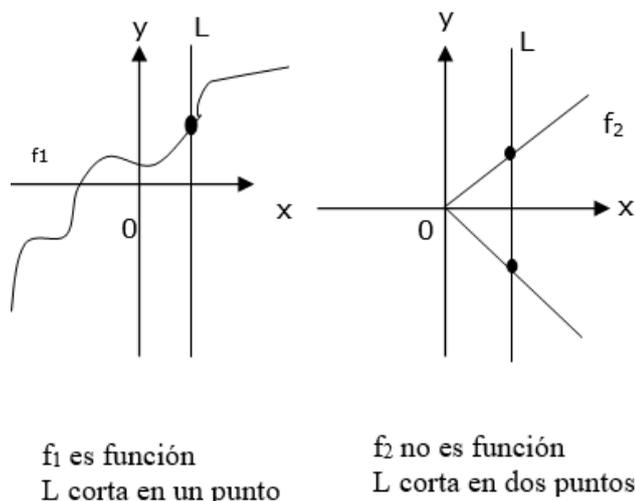


Figura 2. Identificación de una función real

**Dominio y rango de una función:**

➤ *Dominio de la función  $f$  ( $D_f$ ):*

Se denomina también preimagen y es el conjunto de los primeros elementos de la correspondencia que pertenecen al conjunto de partida  $A$ .

$$D_f = \{x \in A / \exists y \in B \wedge (x, y) \in f\} \subseteq A$$

➤ *Rango de la función  $f$  ( $R_f$ ):*

Se denomina también imagen y es el conjunto de los segundos elementos de la correspondencia que pertenecen al conjunto de llegada  $B$ .

$$R_f = \{y \in B / \exists x \in A \wedge (x, y) \in f\} \subseteq B$$

**Tipos de funciones**

### 1. Función constante

Sea  $f$  una función constante, cuya regla de correspondencia es:

$f(x) = c$ , donde  $c$  es una constante.

También a la función constante, se puede definir por:  $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / y = c\}$ ,

donde su dominio es  $D_f = \mathbb{R}$ , su rango es  $R_f = \{c\}$  y su gráfica es:

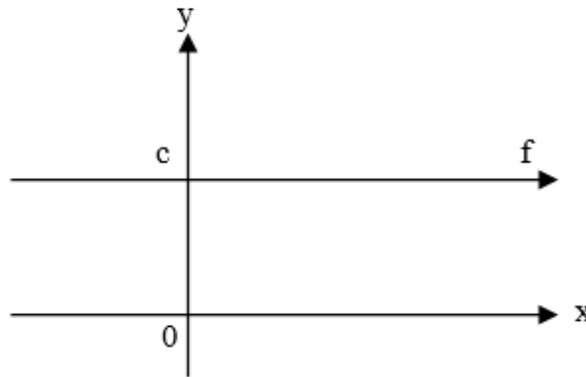


Figura 3. Función constante

## 2. Función identidad

Sea  $f$  una función identidad, definida por:  $f(x) = x$ , también la función identidad, se define:  $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / y = x\}$ , donde su dominio es  $D_f = \mathbb{R}$ , su rango es  $R_f = \mathbb{R}$  y su gráfica es:

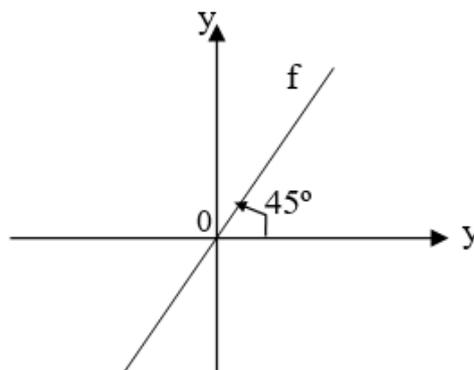


Figura 4. Función identidad

## 3. Función Lineal

Sea  $f$  una función lineal, definida por:  $f(x) = ax + b$ , donde  $a$  y  $b$  son constantes y  $a \neq 0$ . También a la función lineal, se puede expresar mediante:

$f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / y = ax + b\}$ , donde su dominio es  $D_f = \mathbb{R}$ , su rango es  $R_f = \mathbb{R}$  y su gráfica es:

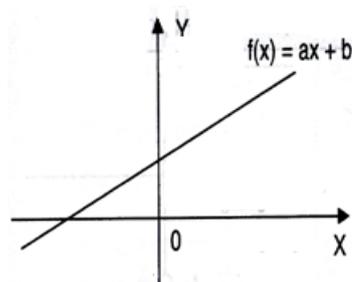


Figura 5. Función lineal

#### 4. Función raíz cuadrada

Sea  $f$  una función raíz cuadrada, cuya regla de correspondencia es:

$$f(x) = \sqrt{x}.$$

También se puede expresar de la forma:  $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / y = \sqrt{x}\}$ , donde su dominio es  $D_f = \mathbb{R}^+$ , su rango es  $R_f = [0; \infty)$  y su gráfica es:

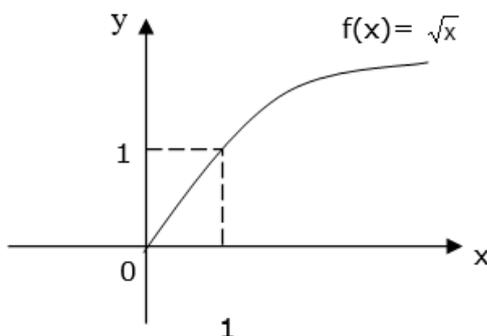


Figura 6. Función raíz cuadrada

#### 5. Función cuadrática

Sea  $f$  una función cuadrática, cuya regla de correspondencia es:

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0.$$
 También se puede expresar mediante:

$f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / f(x) = ax^2 + bx + c\}$ , donde su dominio es  $D_f = \mathbb{R}^+$ , su rango es  $R_f = [-k; \infty)$  y su gráfica es:

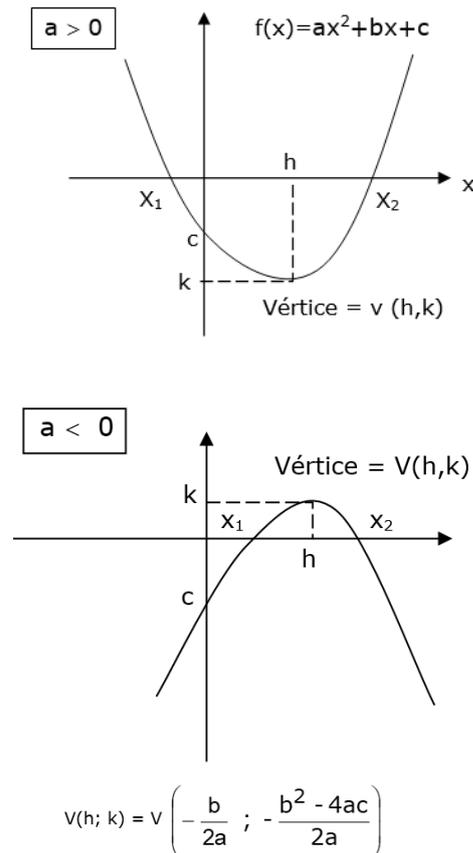


Figura 7. Función cuadrática

## 6. Función cúbica

Sea  $f$  una función cúbica, cuya regla de correspondencia es:

$f(x) = x^3$ . También se puede expresar mediante:  $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / f(x) = x^3\}$ ,

donde su dominio es  $D_f = \mathbb{R}$ , su rango es  $R_f = \mathbb{R}$  y su gráfica es:

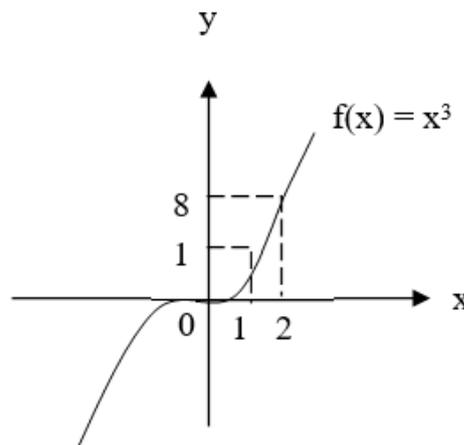


Figura 8. Función cúbica

## 7. Función Valor absoluto

Sea  $f$  una función valor absoluto, cuya regla de correspondencia es:

$$f(x) = |x|.$$

También se puede expresar mediante:  $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / f(x) = |x|\}$ , donde su dominio es  $D_f = \mathbb{R}$ , su rango es  $R_f = [0; \infty)$  y su gráfica es:

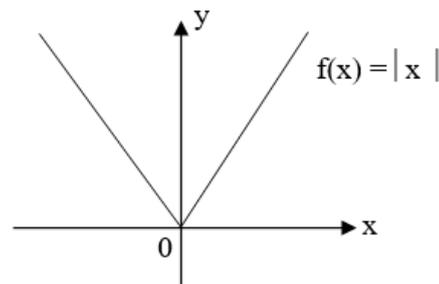


Figura 9. Función valor absoluto

## 8. Función inverso multiplicativo

Sea  $f$  una función cuadrática, cuya regla de correspondencia es:

$$f(x) = \frac{1}{x}.$$

También se puede expresar en la forma:  $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / f(x) = \frac{1}{x}\}$ ,

donde su dominio es  $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$ , su rango es  $R_f = \mathbb{R} - \{0\}$  y su gráfica es:

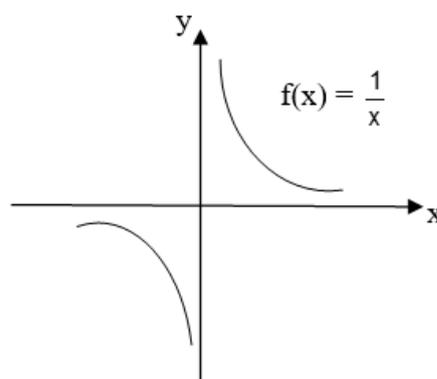


Figura 10. Función inverso multiplicativo

### ***Algebra de funciones :***

- **Igualdad de funciones:** Sean  $f$  y  $g$  dos funciones iguales, si se cumple:

$$\begin{array}{l} i) \text{Dom}(f) = \text{Dom}(g) \\ ii) f(x) = g(x) \forall x \in \text{Dom}(f) \end{array}$$

En tal caso se denota  $f = g$ .

- **Adición de funciones:** Sean  $f$  y  $g$  dos funciones con  $\text{Dom}(f)$  y  $\text{Dom}(g)$  respectivamente, se define una nueva función denominada función suma, denotada  $f + g$  tal que: (Vera, 2003)

$$\begin{array}{l} i) \text{Dom}(f + g) = \text{Dom}(f) \cap \text{Dom}(g) \\ ii) (f + g)(x) = f(x) + g(x) \end{array}$$

- **Sustracción de funciones:** Sean  $f$  y  $g$  dos funciones con  $\text{Dom}(f)$  y  $\text{Dom}(g)$  respectivamente, se define una nueva función denominada función suma, denotada  $f - g$  tal que: (Vera, 2003)

$$\begin{array}{l} i) \text{Dom}(f - g) = \text{Dom}(f) \cap \text{Dom}(g) \\ ii) (f - g)(x) = f(x) - g(x) \end{array}$$

- **Multiplicación de funciones:** Sean  $f$  y  $g$  dos funciones con  $\text{Dom}(f)$  y  $\text{Dom}(g)$  respectivamente, se define una nueva función denominada función suma, denotada  $f \cdot g$  tal que:

$$\begin{array}{l} i) \text{Dom}(f \cdot g) = \text{Dom}(f) \cap \text{Dom}(g) \\ ii) (f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x), \forall x \in \text{Dom}(f \cdot g) \end{array}$$

- **División de funciones:** Sean  $f$  y  $g$  dos funciones con  $\text{Dom}(f)$  y  $\text{Dom}(g)$  respectivamente, se define una nueva función denominada función suma, denotada  $f / g$  tal que: (Vera, 2003).

$$\begin{aligned}
 i) \text{Dom}\left(\frac{f}{g}\right) &= \text{Dom}(f) \cap \{x \in \text{Dom}(g) / g(x) \neq 0\} \\
 &= [\text{Dom}(f) \cap \text{Dom}(g)] - \{x \in \text{Dom}(g) / g(x) = 0\} \\
 ii) \left(\frac{f}{g}\right)(x) &= \frac{f(x)}{g(x)}, \forall x \in \text{Dom}\left(\frac{f}{g}\right)
 \end{aligned}$$

### Composición de funciones

Dadas dos funciones  $f$  y  $g$ , se define la función composición  $f \circ g$  de la siguiente manera:  $f \circ g = \{(x, y) / y = f(g(x))\}$ ,  $\text{Dom}(f \circ g) = \{x \in \text{Dom}(g) \wedge g(x) \in \text{Dom}(f)\}$ .

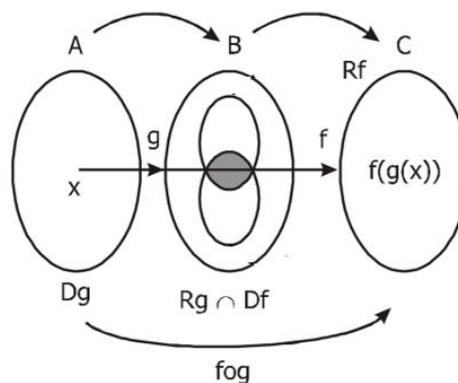


Figura 11. Composición de funciones

### Función inversa

**Definición:** Sea  $f : A \rightarrow \text{Ran}(f)$ , cuya regla de correspondencia es  $f = \{(x, y) / y = f(x), x \in \text{Dom}(f)\}$ . Si  $f$  posee la propiedad de ser inyectiva, inyectiva, entonces se define la función de  $f$ , denotada por:

$$f^{-1} = \{(y, x) / x = f^{-1}(y), x \in \text{Dom}(f)\}$$

$$f^{-1}(y) = x \Leftrightarrow y = f(x)$$

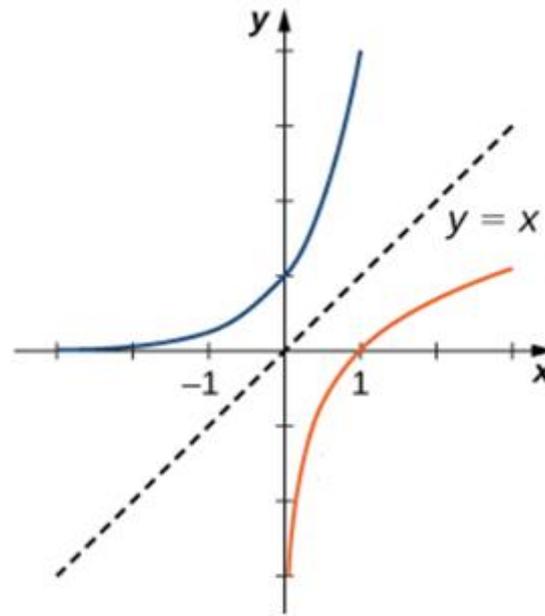


Figura 12. Función inversa

### EJERCICIOS RESUELTOS

1. Sea  $f(x) = ax^2 + b$ , los pares ordenados  $(0;3)$ ;  $(2;2)$  y  $(3; R)$  pertenecen a la función, Calcule el valor de  $4R$ .

#### RESOLUCIÓN

$$f(x) = ax^2 + b$$

$$y = ax^2 + b$$

Evaluando se tiene:

$$(0;3) \rightarrow 3 = a(0)^2 + b \rightarrow b = 3$$

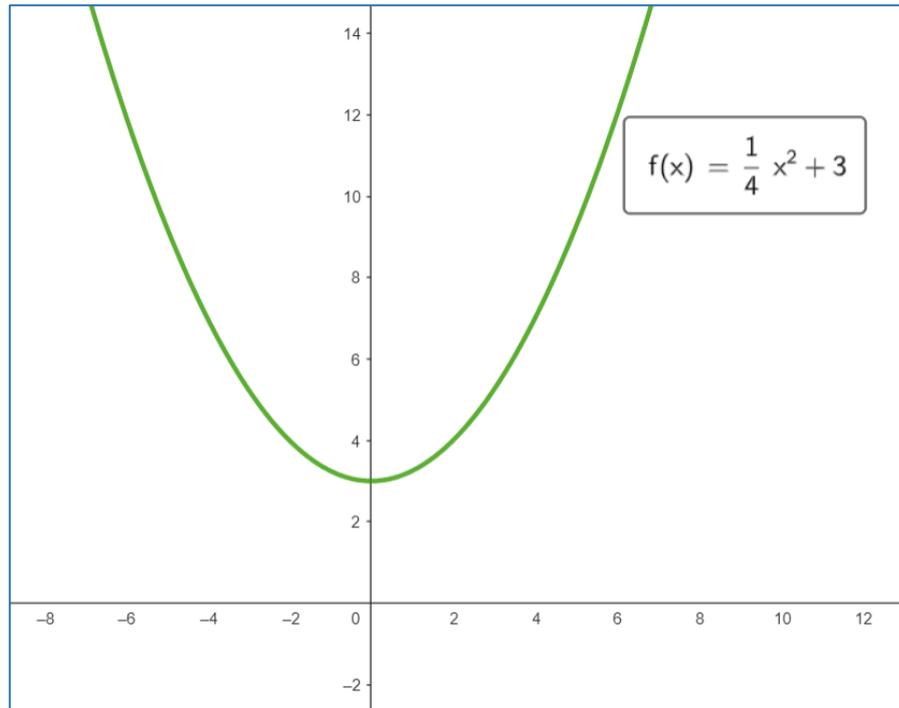
$$(2;2) \rightarrow 2 = a(2)^2 + b \rightarrow b = 2 = 4a + b \rightarrow a = -\frac{1}{4}$$

$$(3;R) \rightarrow R = a(3)^2 + b$$

$$R = -\frac{1}{4}(9) + 3$$

$$\therefore 4R = 3$$

Visualizaremos la función:  $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + 3$



2. Halle el dominio de  $f(x) = \sqrt{2^2 - x^2}$

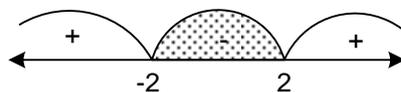
### RESOLUCIÓN

Como  $f(x) \geq 0$ , entonces  $4 - x^2 \geq 0$

Luego  $x^2 - 4 \leq 0$

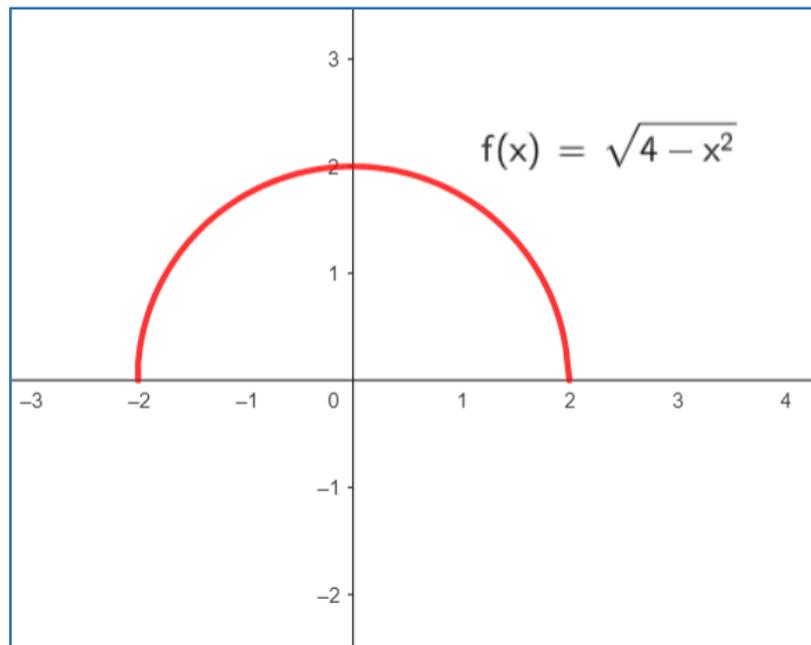
$$(x - 2)(x + 2) \leq 0$$

$$\rightarrow x = 2 \vee x = -2$$



$$\therefore \text{Dom}(f) = [-2; 2]$$

Visualizaremos la función:  $f(x) = \sqrt{2^2 - x^2}$



3. Grafique la función  $f(x) = \frac{4x + 1}{2x + 3} - \frac{3x + 2}{5x - 1}$  y determine el dominio de  $f$ .

### RESOLUCIÓN

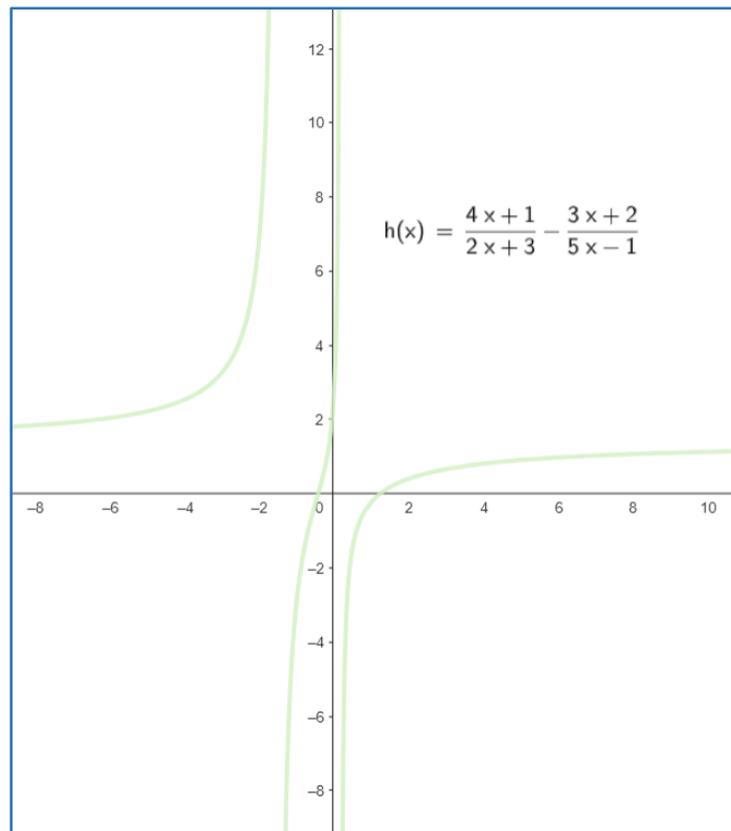
Como  $y = \frac{4x + 1}{2x + 3} - \frac{3x + 2}{5x - 1}$ , entonces  $\text{Dom}(f)$ :

Luego  $2x + 3 \neq 0 \wedge 5x - 1 \neq 0$

$$x \neq \frac{-3}{2} \wedge x \neq \frac{1}{5}$$

$$\therefore \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \left\{ \frac{-3}{2}; \frac{1}{5} \right\}$$

Visualizaremos la función:  $f(x) = \frac{4x + 1}{2x + 3} - \frac{3x + 2}{5x - 1}$



4. Halle el  $\text{Dom}f^*(x)$ , si  $f(x) = \frac{7x-3}{4x+2}$

### RESOLUCIÓN

Como  $y = \frac{7x-3}{4x+2}$ , despejamos  $x$ .

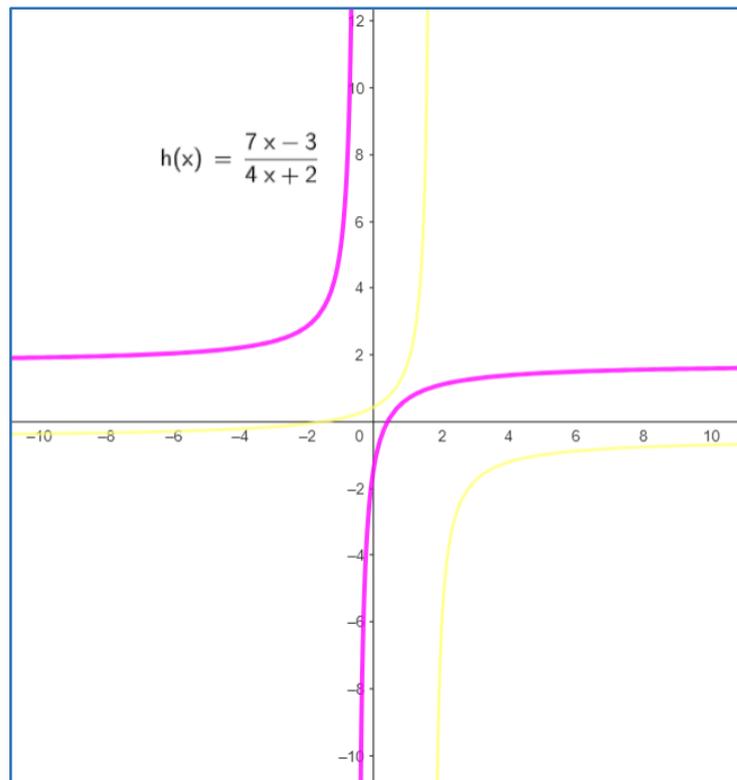
$$y(4x+2) = 7x-3$$

$$\rightarrow f^*(x) = \frac{-3-2x}{4x-7}$$

Luego  $x \neq \frac{7}{4}$

$$\therefore \text{Dom}(f^*) = \mathbb{R} - \left\{ \frac{7}{4} \right\}$$

Visualizaremos la función:  $f(x) = \frac{7x-3}{4x+2}$  y  $f^*(x) = \frac{-3-2x}{4x-7}$



5. Halle la inversa de la función  $g(x) = 4 - \sqrt{1-x^2}$ ,  $x \in [-1;0]$  si existe.

### RESOLUCIÓN

Verificamos si  $g$  es inyectiva:

Sean  $x_1; x_2 \in [-1;0]$  tal que  $g(x_1) = g(x_2)$

$$\rightarrow 4 - \sqrt{1-x_1^2} = 4 - \sqrt{1-x_2^2}$$

$$(x_1 + x_2)(x_1 - x_2) = 0 \rightarrow x_1 = -x_2 \vee x_1 = x_2$$

Como  $x_1; x_2 \in [-1;0]$

$$\rightarrow x_1 = -x_2 = 0$$

En general  $x_1 = x_2$ , entonces  $g$  es inyectiva y  $g^{-1}$  si existe.

Sea  $g(x) = 4 - \sqrt{1-x^2}$

Despejando  $x$  en función de  $y$ , se tiene:

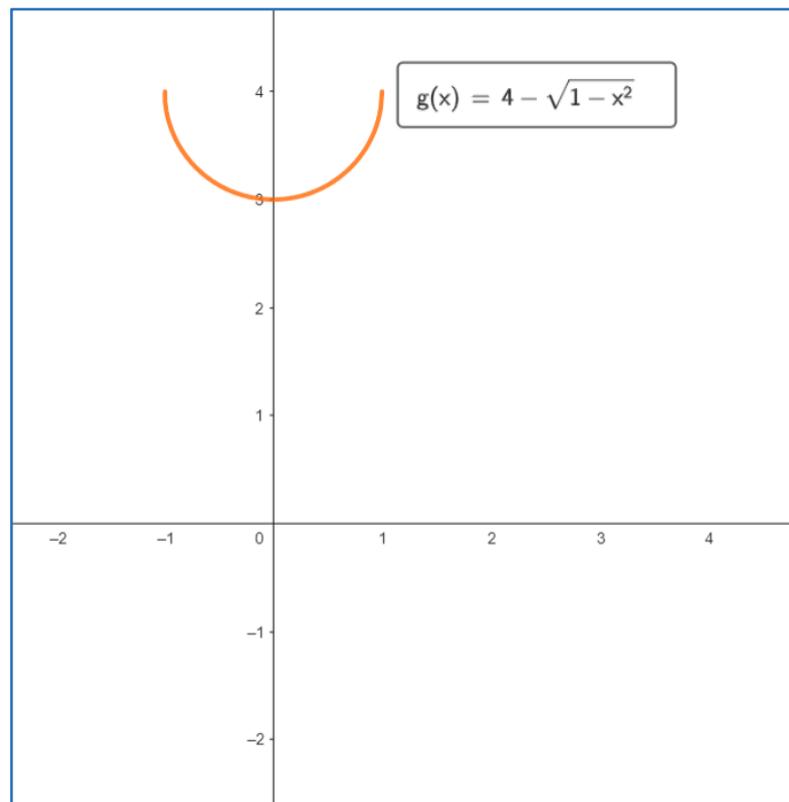
$$x^2 = 1 - (4 - y)^2 \rightarrow |x| = 1 - (4 - y)^2$$

Como  $x \in [-1; 0]$

$$-x = \sqrt{1 - (4 - y)^2}$$

$$\therefore g^{-1}(x) = \sqrt{1 - (4 - x)^2}$$

Visualizaremos la función:  $g(x) = 4 - \sqrt{1 - x^2}$



6. Sea la función  $f(x) = \frac{6}{x^2 - 2x + 3} - 2$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Halle el menor valor de  $k$ , tal que  $|f(x)| \leq k$ ,  $\forall x \in \text{Dom}(f)$

### RESOLUCIÓN

Como  $f(x) = \frac{6}{x^2 - 2x + 3} - 2$

$$\rightarrow f(x) = \frac{6}{(x-1)^2 + 2} - 2$$

$$x \in \mathbb{R}, \text{ entonces } (x-1)^2 \geq 0 \rightarrow (x-1)^2 + 2 \geq 2$$

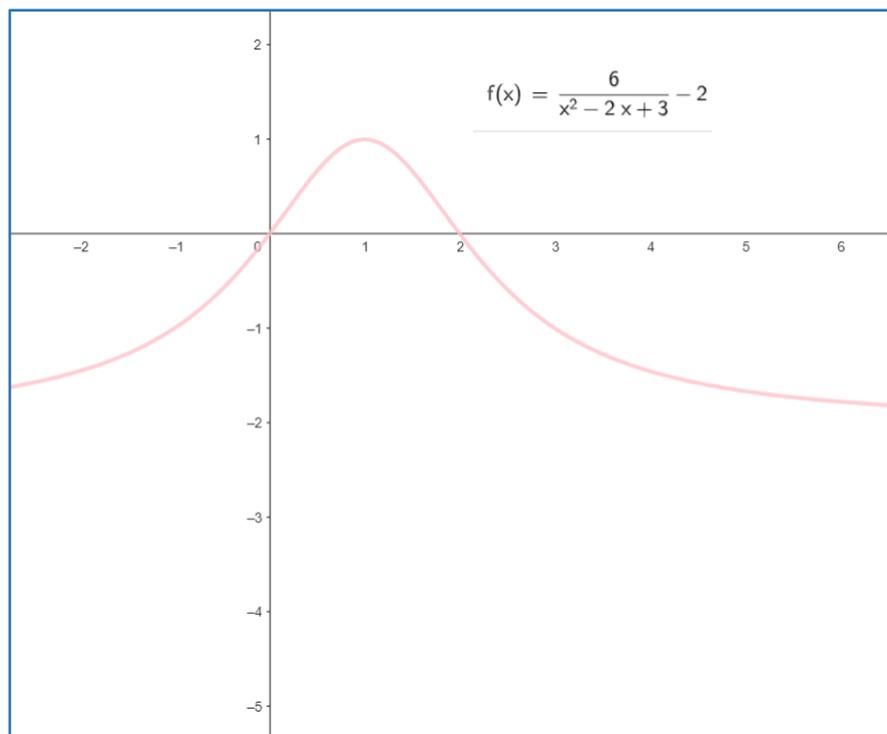
$$\rightarrow 0 < \frac{1}{(x-1)^2 + 2} \leq \frac{1}{2} \rightarrow 0 < \frac{6}{(x-1)^2 + 2} \leq 3$$

$$\rightarrow -2 < \frac{6}{(x-1)^2 + 2} - 2 \leq 1 \rightarrow -2 < f(x) \leq 1$$

$$\rightarrow 0 \leq |f(x)| < 2 \rightarrow k \geq 2$$

$$\therefore k_{\min} = 2$$

Visualizaremos la función:  $f(x) = \frac{6}{x^2 - 2x + 3} - 2$



7. Sean las funciones  $f(y) = y^2 + 2$ ;  $g(y) = y + n$ , determine el valor de “7n”, si se cumple  $(f \circ g)(3) = (g \circ f)(n-1)$ .

### RESOLUCIÓN

$$\begin{aligned} \bullet (f \circ g)(3) &= f(g(3)) = f(3+n) \\ &= n^2 + 6n + 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet (g \circ f)(n-1) &= g(f(n-1)) \\ &= g[(n-1)^2 + 2] = n^2 - n + 3 \end{aligned}$$

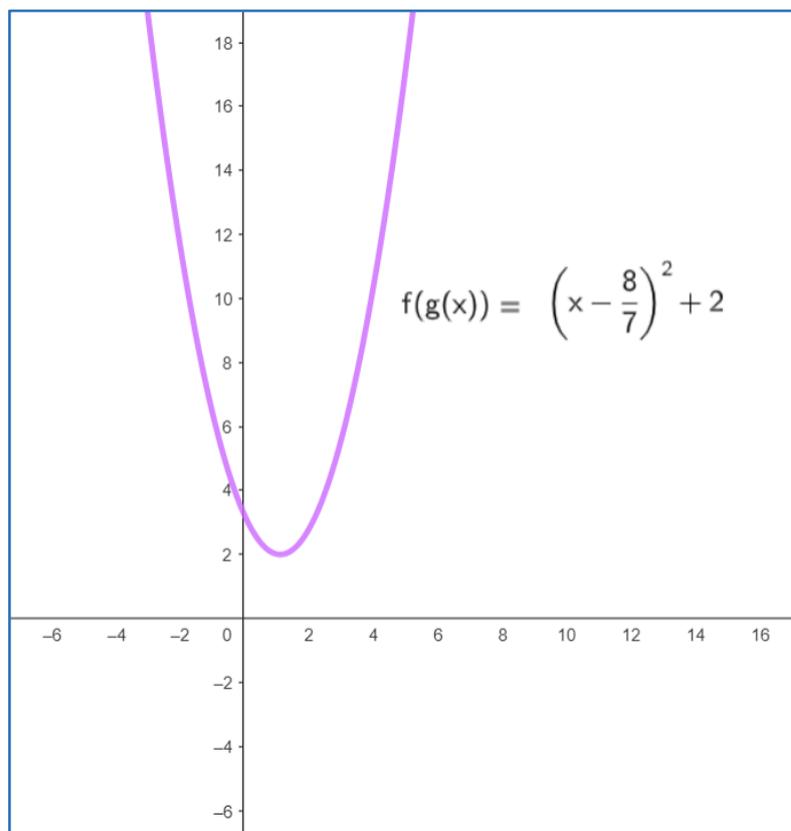
Reemplazando se tiene:

$$(f \circ g)(3) = (g \circ f)(n-1)$$

$$n^2 + 6n + 11 = n^2 - n + 3$$

$$\therefore 7n = -8$$

Visualizaremos la función:  $f(g(x)) = \left(x - \frac{8}{7}\right)^2 + 2$



8. Halle el rango de:  $h(x) = \sqrt{x^2 + 16} - 3$

### RESOLUCIÓN

Como  $h(x) \geq 0$ , entonces  $x^2 + 16 \geq 0$

Luego  $y = \sqrt{x^2 + 16} - 3$

$$(y + 3)^2 = \sqrt{x^2 + 16}^2$$

$$y^2 + 6y + 9 = x^2 + 16$$

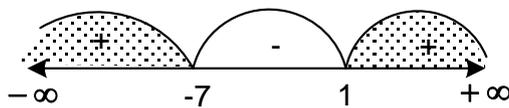
$$x^2 = y^2 + 6y - 7$$

$$x = \pm\sqrt{y^2 + 6y - 7}$$

Entonces  $y^2 + 6y - 7 \geq 0$

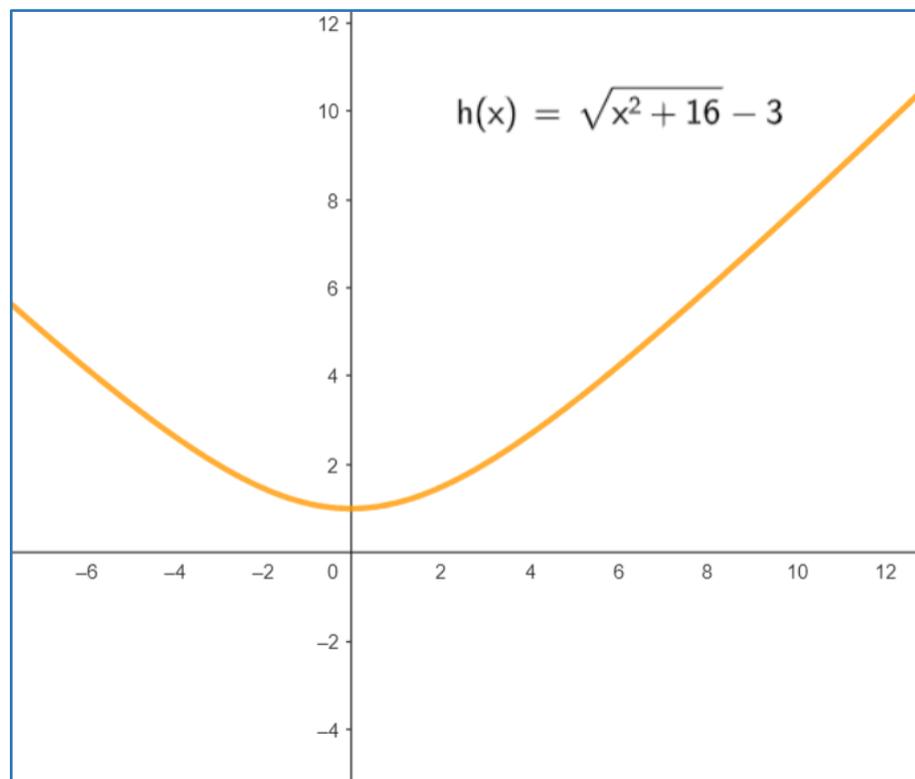
$$(y + 7)(y - 1) \geq 0$$

$$\rightarrow y = -7 \vee y = 1$$



$$\therefore y \in \langle -\infty; -7 \rangle \cup [1; +\infty \rangle$$

Visualizaremos la función:  $h(x) = \sqrt{x^2 + 16} - 3$



9. Si  $g(x) = 2x - 3m$ , además  $g(m + 1) = 3g^*(m^2)$ ;  $m \in \mathbb{Z}$ . Determine el menor valor de "m".

### RESOLUCIÓN

Calculando  $g^*(x)$ :

$$x = \frac{y + 3m}{2}$$

$$\rightarrow g^*(x) = \frac{x + 3m}{2}$$

$$\text{Como } g(m + 1) = 3g^*(m^2)$$

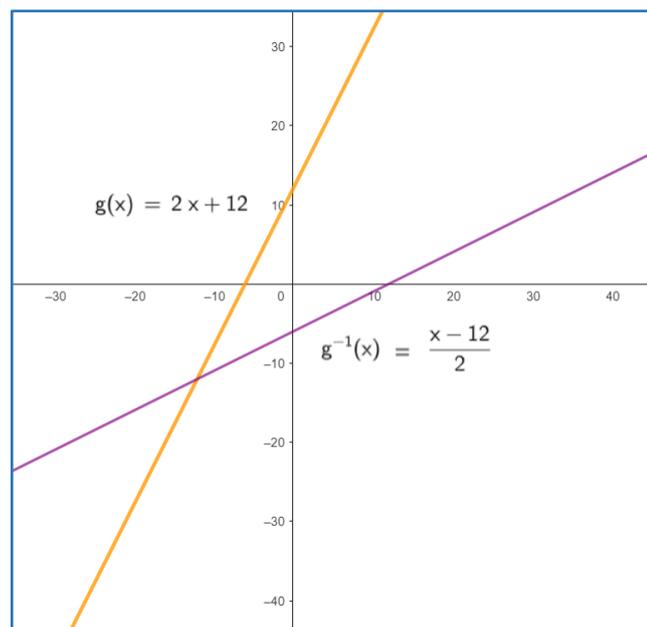
$$\rightarrow 2(m + 1) - 3m = 3\left(\frac{m^2 + 3m}{2}\right)$$

$$3m^2 + 11m - 4 = 0$$

$$(3m - 1)(m + 4) = 0$$

$$\therefore m = -4$$

Visualizaremos la función:  $g(x) = 2x + 12$  y  $g^*(x) = \frac{x - 12}{2}$



10. Sea  $h(x) = mx + n$ , además  $h(1) = -1$  y  $h(-3) = -13$ . Halle el valor de:  $E=3m-2n$

### RESOLUCIÓN

Como  $h(x) = mx + n$ , evaluando se tiene:

- $h(1) = -1 \rightarrow m(1) + n = -1$

$$\rightarrow m + n = -1$$

- $h(-3) = -13 \rightarrow m(-3) + n = -13$

$$\rightarrow -3m + n = -13$$

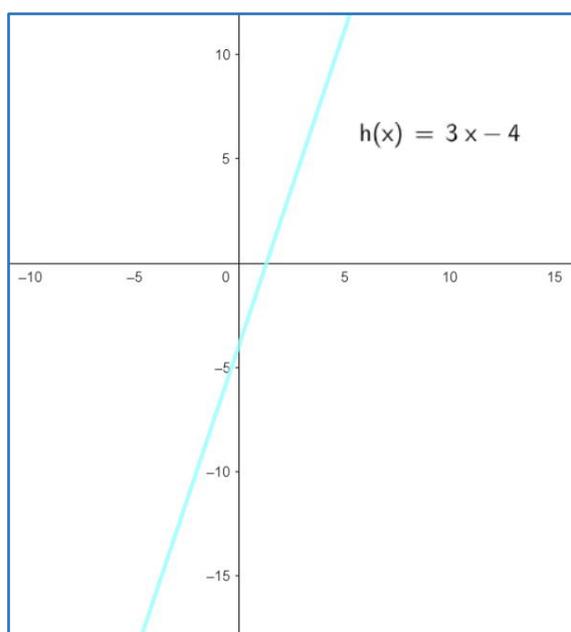
Resolviendo el sistema se tiene:

$$\begin{cases} m + n = -1 \\ -3m + n = -13 \end{cases} \downarrow$$

$$4m = 12 \rightarrow m = 3, n = -4$$

$$\therefore E = 3(3) - 2(-4) = 17$$

Visualizaremos la función:  $h(x) = 3x - 4$



11. Determine el máximo valor de la función  $g$ , definida por:

$$g(z) = -\left[(z-1)^2 + (z-2)^2 + (z-3)^2\right]$$

### RESOLUCIÓN

Operando se tiene:

$$\bullet g(z_1) = -z^2 + 2z - 1$$

$$\bullet g(z_2) = -z^2 + 4z - 4$$

$$\bullet g(z_3) = -z^2 + 6z - 9$$



---

$$g(z) = -3z^2 + 12z - 14$$

$$a = -3; b = 12; c = -14$$

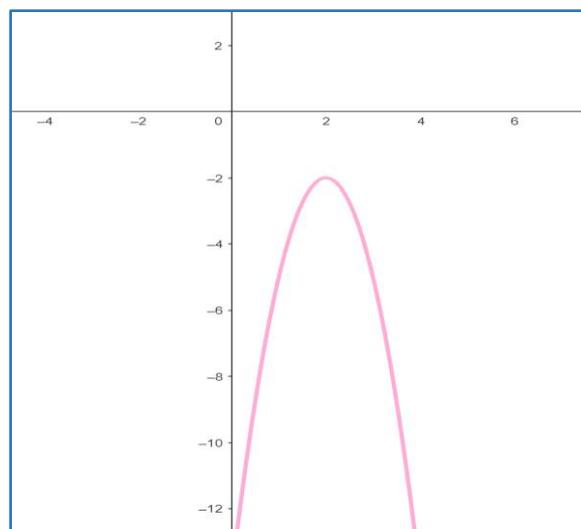
$$\text{como } g_{\text{máx}} = -\frac{\Delta}{4a}$$

$$\text{Se tiene : } \Delta = 144 - 4(-3)(-14)$$

$$\rightarrow \Delta = 144 - 168 = -24$$

$$\therefore g_{\text{máx}} = -\frac{(-24)}{4(-3)} = -2$$

Visualizaremos la función:  $g(z) = -3z^2 + 12z - 14$



12. Halle la imagen de la función  $h$ , definida por  $h(x) = \frac{x-3}{x+5}$

### RESOLUCIÓN

Como  $y = \frac{x-3}{x+5}$ , entonces despejamos  $y$  :

$$y(x+5) = x-3 \rightarrow xy + 5y = x-3$$

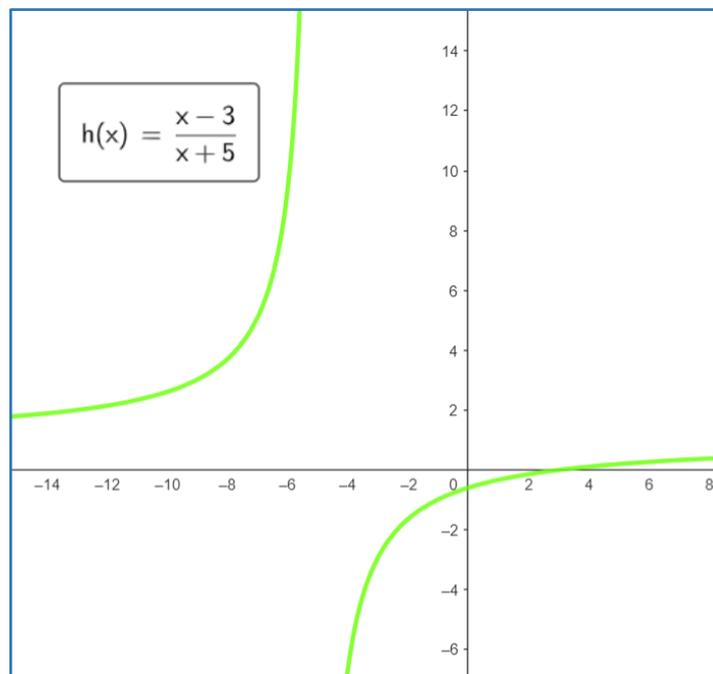
$$\rightarrow xy - x = -5y - 3$$

$$\rightarrow x(y-1) = -(5y+3)$$

$$x = -\frac{(5y+3)}{y-1} \rightarrow h^*(x) = -\frac{(5x+3)}{x-1}$$

$$\therefore \text{Rang } (g) = \mathbb{R} - \{1\}$$

Visualizaremos la función:  $h(x) = \frac{x-3}{x+5}$



13. Si  $f(x) = \sqrt{\frac{x-3}{2x-1}}$ , halle su dominio.

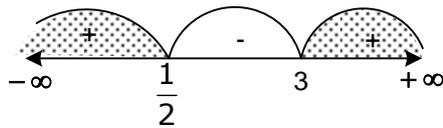
### RESOLUCIÓN

Como  $f(x) \geq 0$  entonces está definida si:

$$\frac{x-3}{2x-1} \geq 0 \wedge x \neq \frac{1}{2}$$

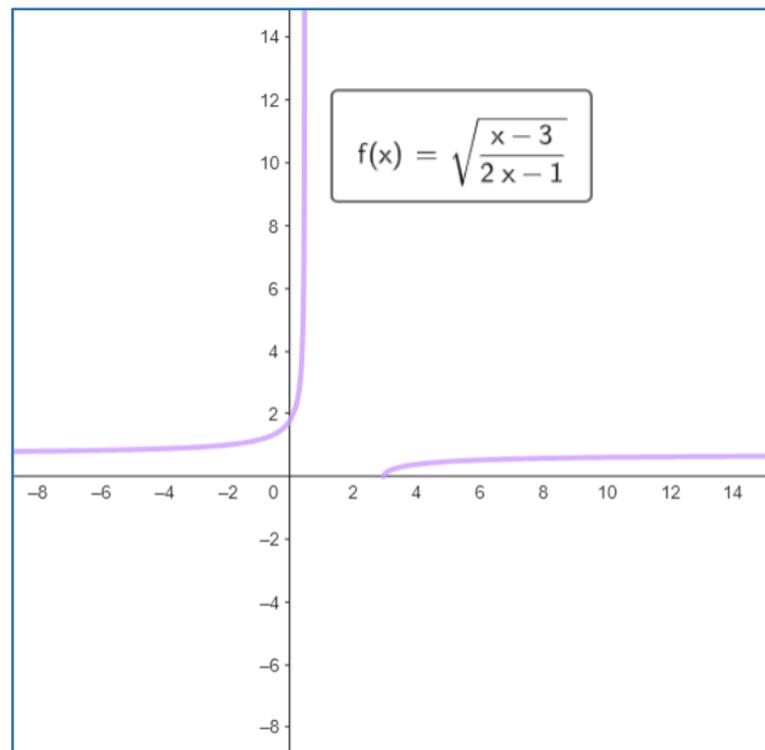
Luego

$$\left. \begin{array}{l} x-3=0 \rightarrow x=3 \\ 2x-1=0 \rightarrow x=\frac{1}{2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{puntos} \\ \text{críticos} \end{array}$$



$$\therefore \text{Dom}(f) = \left\langle -\infty; \frac{1}{2} \right\rangle \cup [3; +\infty)$$

Visualizaremos la función:  $f(x) = \sqrt{\frac{x-3}{2x-1}}$



14. Sea  $h = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y = mx^2 + nx + q\}$  y  $A = (1, 2)$ ;  $B = (-1, 12)$ ;  $C = (0, 4)$  son puntos de paso de  $h$ . Calcule el valor de  $h(-4)$

### RESOLUCIÓN

Reemplazando los puntos de paso de la gráfica:

- $x = 0 \rightarrow q = 4$
- $x = 1 \rightarrow m + n + 4 = 2$

$$m + n = -2 \quad \dots \quad (1)$$

- $x = -1 \rightarrow m - n + 4 = 12$

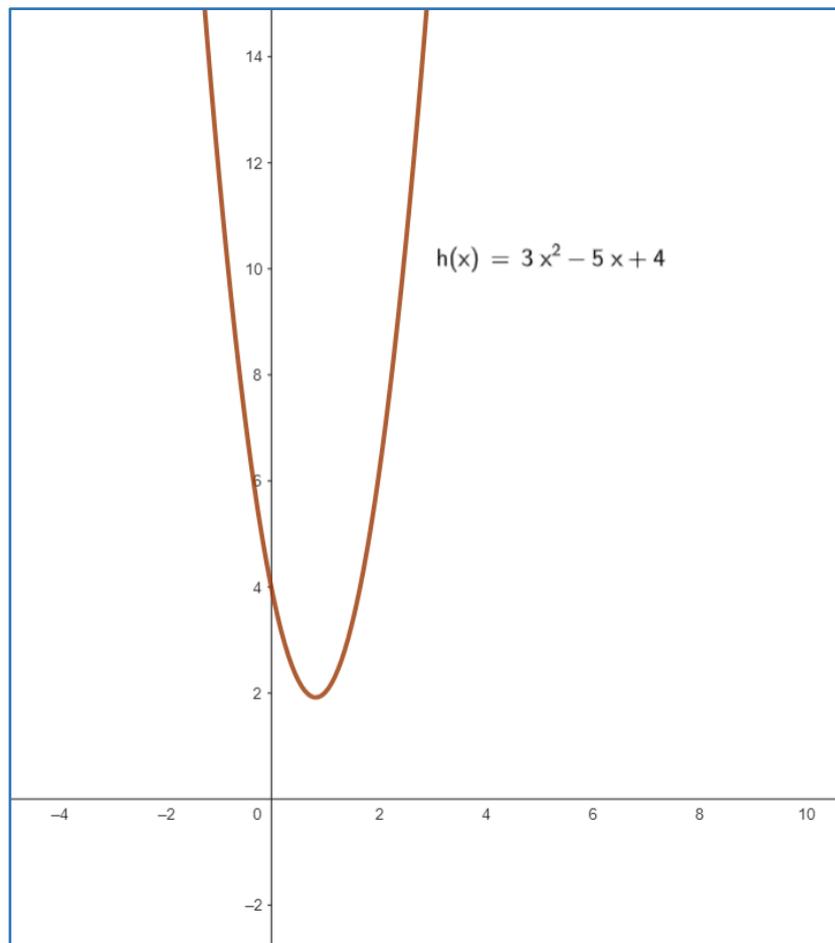
$$m - n = 8 \quad \dots \quad (2)$$

De (1) y (2) se tiene:  $m = 3$  y  $n = -5$

$$\rightarrow h(x) = 3x^2 - 5x + 4$$

$$\therefore h(-4) = 48 + 20 + 4 = 72$$

Visualizaremos la función:  $h(x) = 3x^2 - 5x + 4$



## 1.2 Antecedentes

### 1.2.1 A nivel internacional

Arnal *et al.* (2020) realizaron un estudio exploratorio, cuya investigación fue de tipo mixto, combinada por el enfoque cuantitativo y el análisis cualitativo. El tamaño de la muestra fue de 36 estudiantes de educación primaria, para tal efecto se formó 18 grupos pequeños por cada sesión. Los resultados obtenidos muestran que no existe correlación significativa entre las variables: Sistema de representación, seguimiento de instrucciones y nivel de corrección; sin embargo, resulta significativo entre la variable tarea y sistema de representación.

Domínguez (2017), en su investigación trabajo con el software Geogebra para lograr una mejora en la resolución de problemas sobre áreas y perímetros respecto a las figuras geométricas, asimismo, los resultados obtenidos muestran que el 50% aproximadamente entendió el problema propuesto, es preciso indicar que esta situación es preocupante, puesto que si el estudiante no comprende lo que leído, lamentablemente no podrá realizar las operaciones matemáticas adecuadamente, aparte de eso no practican una metodología adecuada para el planteamiento del caso; sin embargo con la aplicación del software Geogebra los resultados matemáticos mejoraron y las respuestas obtenidas se justificaban adecuadamente.

Gallego *et al.* (2018), en su investigación indicaron que los docentes hoy en día son más conscientes del uso de la tecnología y los softwares desarrollar la geometría, puesto que su diseño y programación facilitan su uso; de tal manera que concuerda con lo mencionado en un artículo, de que la buena educación debe centrarse en reconocer las oportunidades y la importancia de utilizar nuevos métodos didácticos de enseñanza para seguir motivando al estudiante.

Giubergia *et al.* (2017) exponen una propuesta de incorporación del GeoGebra en las clases de Análisis Matemático I en el primer año de las carreras de ingeniería de la Facultad de Regional de Córdoba de la Universidad Tecnológica Nacional, esta experiencia se llevó a cabo con un grupo experimental conformado por 51 estudiantes y grupo control conformado por 56 estudiantes, de tal manera que el porcentaje de estudiantes que respondieron correctamente el cuestionario previo referente a la interpretación geométrica de la derivada y reconocimiento de la

derivada como función en el grupo control fue del 6% y 15% en el grupo experimental; sin embargo, los porcentajes respecto al cuestionario aplicado después del experimento en el grupo control fue del 63% y en el grupo experimental fue del 95%. De los resultados obtenidos se concluyó que la realización de las actividades propuestas contribuyó significativamente a la comprensión de los conceptos teóricos discutidos.

Murni *et al.* (2017) tuvieron como objetivo describir el uso del GeoGebra en los modelos de aprendizaje basados en la competencia que tienen los estudiantes para desarrollar problemas de matemáticas y la actitud hacia el mismo. El estudio se realizó bajo un diseño cuasi experimental, cuya población fue de 181 estudiantes, cuya muestra estuvo conformado por 120 estudiantes, los cuales se dividieron en 4 grupos, 2 para el grupo experimental y los 2 restantes en el grupo control. Los resultados evidenciaron que el grupo de intervención mejoro sus habilidades de resolución de problemas matemáticos en un promedio de 32% y sus actitudes en un promedio de 41% llegando a la conclusión de que, el uso del Geogebra en el aprendizaje de los estudiantes puede mejorar las habilidades de resolución de problemas y actitudes hacia la matemática, además se destacó que el Geogebra se puede utilizar para aprender y enseñar temas mucho más amplios.

Mushipe y Ogbonnaya (2019) tuvieron como objetivo es su investigación, determinar si existe efecto al integrar el GeoGebra con la enseñanza de las funciones de primer grado; se realizó bajo un diseño cuasi experimental, se consideró 2 grupos (experimental y control), el grupo experimental estuvo constituido por 33 estudiantes y el grupo control por 29 estudiantes. El resultado obtenido muestra una media de 20 puntos en el grupo control y 51,76 en el grupo experimental, además de un 53% de variación del logro, por lo tanto, se concluyó que la aplicación del Geogebra en la enseñanza de las funciones lineales mejoró significativamente el rendimiento y logro académico de los estudiantes.

Pabón *et al.* (2015) en su investigación consideran la importancia de introducir el GeoGebra como herramienta facilitadora para el desarrollo de competencias matemáticas en el modelado de funciones, para lo cual consideraron una muestra de 24 estudiantes de la Institución Educativa José María Córdoba – Durania Colombia y llegaron a la conclusión, de que el GeoGebra permitió orientar los procesos de

modelación e interpretación de las soluciones de manera más completa gracias a la rapidez y precisión de las gráficas.

### **1.2.2 A nivel nacional**

Castillón (2019) muestra en su investigación que el software Geogebra incide positivamente en el aprendizaje de la geometría plana, asimismo cabe resaltar que se trabajó con una muestra de 43 estudiantes, teniendo en el grupo experimental 22 estudiantes y 21 estudiantes en el grupo control; considerando el tipo de muestreo no probabilístico intencionado, se seleccionó como técnica una encuesta y se aplicó un cuestionario como instrumento de recolección de datos (pretest y postest). Los resultados obtenidos en el postest indicaron una diferencia de medias mayor de 2 puntos en favor del grupo experimental; cabe resaltar que la hipótesis se validó mediante la prueba U de Mann Whitney obteniendo un valor de significancia de 0.05; concluyendo que la aplicación del software Geogebra ayuda a mejorar el aprendizaje de la geometría plana.

Condori (2016) en su investigación trabajo con un enfoque cuasi experimental realizado en 2 grupos (experimental y control) con 25 y 21 estudiantes respectivamente, se propuso como objetivo optimizar el rendimiento de estudiantes en el aprendizaje de las matrices y geometría analítica, con la aplicación del GeoGebra y Matlab en un periodo de 4 semanas, observándose en el pretest calificaciones muy bajas en el grupo experimental con un promedio de 10 y 11 en el grupo control; sin embargo, en el post test del grupo experimental con 15 estudiantes que representan el 60 % obtuvieron notas entre (14-17), mientras que en el grupo control 13 estudiantes con el 62%, obteniendo notas entre (11-13); además se encontró la misma cantidad de desaprobados en ambos grupos.

Echeverry (2017), concluye en su investigación que el uso de las TIC en la enseñanza de la geometría tiene un efecto positivo en el rendimiento académico de los estudiantes, permitiéndoles comprender mejor los conceptos y así resolver problemas con mayor facilidad, estimulando y promoviendo así el conocimiento a través de un entorno tecnológico que proporciona un aprendizaje significativo.

Huanca (2017) en su investigación efectuó el experimento de la aplicación del software Geogebra en las sesiones de clase con estudiantes de secundaria, donde se

evidencio, que la implementación del programa motivo exitosamente a los estudiantes a aprender las matemáticas y a cambiar de actitud e interés; pero lo más importante es que se observó un aumento en las puntuaciones en la resolución de problemas.

Lima (2017) en su investigación concluye que la aplicación de GeoGebra mejoró significativamente las actitudes de confianza de los estudiantes en el aprendizaje de Matemática-II, obteniendo el valor de  $sig = 0.000$ , el cual muestra el interés en el desarrollo teórico, que en lo posterior sería aplicado el software para analizar los gráficos de circunferencia y rectas en forma dinámica y simulando diferentes casos.

Rodríguez (2019) en su investigación trabajo con una muestra de 22 estudiantes, los resultados obtenidos muestran que el uso del software Geogebra fue en mayor parte bueno el cual represento un 36%, seguido por las escalas calificativos regular y deficiente con un 27%. Por otro lado, luego de la aplicación del Geogebra en la resolución de problemas de ecuaciones y en el aprendizaje de la programación lineal y álgebra; el 18% de los estudiantes fue reconocido como excelente, sin embargo, en la aplicación de la solución de ecuaciones de dos variables este indicador fue de 36 %. Asimismo, se evidencio que la aplicación del software Geogebra se correlaciona con el aprendizaje del álgebra en 0,925; mientras que las gráficas de funciones y técnicas de traslación tienen una correlación de 0,785 y en la solución de sistemas de ecuaciones de dos variables el coeficiente de correlación es 0,869.

Rosas (2018) en su investigación llego a la conclusión de que la implementación del software GeoGebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica, mejora significativamente el aprendizaje en el curso de fundamentos para el cálculo en estudiantes universitarios. El resultado obtenido fue que el 40% de estudiantes del grupo control frente al 2,5% de estudiantes del grupo experimental se ubican en un nivel bajo; asimismo el 60% de los estudiantes del grupo control frente a un 90% de estudiantes del grupo experimental se encuentran en un nivel regular y solo el 7,5% los estudiantes del grupo experimental se ubicaron en un nivel alto frente al 0% de estudiantes del grupo control.

Salas (2018) en su investigación tuvo como propósito analizar el impacto del servicio en la nube GeoGebra en la Unidad didáctica Desigualdades lineales. En la investigación se trabajó con una muestra compuesta por 78 estudiantes repartidas en

grupo control y experimental. El grupo experimental realizó cuatro prácticas de laboratorio sobre temas de desigualdades lineales, sistemas de desigualdades lineales, función objetivo y aplicaciones de las desigualdades por medio el servicio en la nube Geogebra. Los resultados obtenidos confirman que el software Geogebra es una aplicación útil y sencilla para graficar las funciones, identificar las regiones y coordenadas en los gráficos, identificar las regiones de solución y adquirir conocimientos sobre temas algebraicos. Se concluyó que, el software Geogebra representa una herramienta innovadora, creativa y útil en matemáticas.

Sucari (2019) en su investigación tuvo el propósito fundamental de evaluar el efecto del empleo del software GeoGebra en el aprendizaje de ecuaciones, la investigación estuvo enmarcada dentro de la investigación aplicada de carácter experimental y de pre experimental, por considerar solo un grupo de 25 estudiantes entre varones y mujeres, cuyas edades oscilan entre 13 y 15 años., para el recojo de los datos se ha empleado una prueba escrita que está referida a la resolución de problemas sobre ecuaciones. Los resultados evidenciaron que el empleo del software Geogebra mejora positivamente el nivel de aprendizaje de los estudiantes en temas de ecuaciones.

Tambunan (2019) en el estudio experimental desarrollado en la investigación se pudo evidenciar que el puntaje promedio aumentó en 77,54 puntos; asimismo respecto a la resolución de problemas, se demostró con una prueba estadística que las estrategias de resolución de problemas mejoraron drásticamente teniendo un valor de  $p=.025$ .

Vilca (2019) en su investigación concluyó que la aplicación del software Geogebra tiene una influencia significativa sobre el aprendizaje de áreas y volúmenes de sólidos de revolución en el cálculo integral en los estudiantes del primer año. Los resultados de las investigaciones previas evidencian que la aplicación del software Geogebra, contribuye positivamente en el mejoramiento del aprendizaje de los estudiantes de educación básica y superior.

### **1.2.3 A nivel local**

Quispe (2018) en su investigación concluye que la aplicación del software Geogebra como recurso didáctico de profesores, mejoran de manera considerable la comprensión del significado de las ecuaciones cuadráticas y resuelven con éxito las



situaciones problemáticas de enunciado verbal, de tal manera poniendo en evidencia las ventajas didácticas del Geogebra. Asimismo, se demostró en la investigación que los profesores que estudian las ecuaciones cuadráticas adquieren una comprensión integral del significado de ecuaciones cuadráticas cuando resuelven problemas de enunciado verbal.

Rimachi (2019) en su investigación concluye que la aplicación del software GeoGebra en el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas mejora notablemente en los estudiantes, para esta investigación la muestra que se considero fue de 52 estudiantes repartidos en dos grupos. uno de control y el otro experimental.

## CAPÍTULO II

### PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

#### 2.1 Identificación de problema

Debido al desarrollo de nuevas tecnologías de información y comunicación, en la actualidad se pueden optimizar nuevas alternativas de innovación en la enseñanza aprendizaje de diferentes áreas de la educación específicamente en la matemática, el uso de las TICs en la actualidad debe ser algo real y rutinario, la presencia de éstas tecnologías en las diversas circunstancias de nuestra sociedad, sirve para adquirir información y transmitirla a los demás, es algo innegable en el proceso enseñanza de la matemática, su marca ha incitado una serie de revoluciones educativas a nivel mundial, puesto que tiene que ver con la adecuada forma de implementación en las instituciones educativas de educación básica y en la educación superior.

La enseñanza de las ciencias y de manera especial de las matemáticas en las universidades es un factor fundamental en la formación de los estudiantes, su desarrollo promueve un comportamiento responsable e informado. Dentro del plan de estudios universitarios, la matemática básica es un curso general para todos los estudiantes que cursan el primer ciclo de estudios en la Universidad Nacional del Altiplano, en el que se desarrolla contenidos referidos a funciones reales, donde los estudiantes evidencian dificultades en lo referente a la conceptualización, resolución de problemas, visualización gráfica y las estrategias para su afrontamiento. González y Garde (2014) refieren que los estudiantes universitarios a menudo tienen dificultades con los cursos de matemáticas por diversas razones, incluida la dificultad con las conceptualizaciones y las estrategias que todos utilizan para afrontar los cursos de matemáticas. en ese sentido Geogebra es una herramienta tecnológica gratuita y de fácil uso, que permite a los estudiantes cambiar la forma dinámica, proactiva y precisa su perspectiva sobre las construcciones matemáticas.

Los docentes en la enseñanza de la matemática básica en particular de las funciones reales, la mayoría de veces, utilizan el método expositivo, haciendo que el comportamiento de los estudiantes sea pasivo y repetitivo. Los estudiantes aprenden menos al final del semestre académico debido al uso frecuente de estos métodos.

Por ello en el trabajo de investigación se plantea la necesidad de hacer uso del software matemático Geogebra, como recurso didáctico en la enseñanza de las funciones reales en estudiantes.

## **2.2 Enunciados del problema**

### **2.2.1 Problema general**

¿De qué manera la aplicación del software Geogebra incide en el aprendizaje de funciones reales en los estudiantes universitarios de la Región Puno?

### **2.2.2 Problemas específicos**

- ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de funciones reales de los estudiantes universitarios de la Región Puno, antes de la aplicación del software Geogebra en el grupo de control y experimental?
- ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de funciones reales de los estudiantes universitarios de la Región Puno, después de la aplicación del software Geogebra en el grupo de control y experimental?

## **2.3 Justificación**

La presente investigación tuvo como objetivo promover el fortalecimiento del conocimiento científico en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, utilizando el software matemático Geogebra como recurso didáctico en el aprendizaje de las funciones reales. En la práctica pedagógica universitaria se ha visto la carencia de nuevas estrategias en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática por parte de los docentes, quienes aún no han logrado integrarse de manera eficiente en dicho proceso. Es necesario destacar que, en el enfoque constructivista, una estrategia es la combinación de métodos, técnicas y recursos, orientados al desarrollo de capacidades y competencias. En tal sentido, se requiere que en las diversas actividades de aprendizaje se utilicen recursos educativos adecuados para contribuir en el logro de aprendizajes de manera significativa.

La utilización de nuevas estrategias metodológicas por los docentes de educación superior asistidas por recursos como los softwares en el desarrollo de sesiones de matemáticas, es fundamental, puesto que los resultados pueden verse reflejados en los niveles de logros de aprendizaje alcanzados por los estudiantes.

En la perspectiva descrita, es de que se planteó la presente investigación, a fin elevar los niveles de aprendizaje en el curso de matemática básica y elevar el nivel de aprendizaje de los estudiantes, universitarios, considerando las ventajas que ofrece el uso del software GeoGebra, principalmente en la comprensión y aplicación de funciones reales.

## **2.4 Objetivos**

### **2.4.1. Objetivo general**

Determinar la incidencia de la aplicación del software Geogebra en el aprendizaje de funciones reales en los estudiantes universitarios de la Región Puno.

### **2.4.2. Objetivos específicos**

- Contrastar los niveles de aprendizaje de funciones reales de los estudiantes universitarios de la Región Puno, antes de la aplicación del software Geogebra en el grupo de control y experimental.
- Contrastar los niveles de aprendizaje de funciones reales de los estudiantes universitarios de la Región Puno, después de la aplicación del software Geogebra en el grupo de control y experimental.

## **2.5. Hipótesis**

### **2.5.1. Hipótesis general**

La aplicación del software Geogebra incide significativamente en el aprendizaje de funciones reales en los estudiantes universitarios de la Región Puno.



### 2.5.2. Hipótesis específicas

- El nivel de aprendizaje de funciones reales de los estudiantes universitarios de la Región Puno antes de la aplicación del software Geogebra en el grupo experimental y control difieren de manera no significativa.
- El nivel de aprendizaje de funciones reales de los estudiantes universitarios de la Región Puno después de la aplicación del software GeoGebra al grupo experimental difiere significativamente en relación al grupo de control.

## CAPÍTULO III

### MATERIALES Y MÉTODOS

#### 3.1 Lugar de estudio

La investigación se realizó en la Universidad Nacional del Altiplano y la Universidad Nacional de Juliaca ambas situadas en la Región Puno

#### 3.2 Población

Según Hernández *et al.* (2014) “la población es un conjunto de todos los casos que coinciden con una serie de detalles y características” en la investigación la población de estudio estuvo conformada por los estudiantes matriculados en el semestre académico 2022-I de la Universidad Nacional del Altiplano y la Universidad Nacional de Juliaca.

#### 3.3 Muestra

En la presente investigación la muestra ha sido de carácter no probabilístico intencionada, según Hernández *et al.* (2014) la muestra es en esencia, un subgrupo de elementos que pertenecen a ese conjunto definido en sus características al que llamamos población. En la investigación la muestra de estudio estuvo constituida por un total de 75 estudiantes de las Escuelas Profesionales de Ingeniería Topográfica y Agrimensura de la Universidad Nacional del Altiplano (UNAP) e Ingeniería Textil y de Confecciones de la Universidad Nacional de Juliaca (UNAJ), donde se consideraron dos grupos (experimental y control) que constan de 41 y 34 respectivamente como se muestra en la tabla 1.

Tabla 1  
*Muestras utilizadas para la investigación*

<b>Grupo</b>	<b>Número de estudiantes</b>	<b>Procedencia</b>
Experimental	41	UNAP
Control	34	UNAJ

### 3.4 Método de investigación

#### 3.4.1 Tipo de Investigación

La investigación es de tipo experimental; es aquella en la cual se prueba el efecto o influencia de la variable independiente (experimento) sobre la variable dependiente (consecuencia), por lo que la investigación aparece como el estudio de contrastación de hipótesis causa – efecto (Hernández *et al.*, 2014).

#### 3.4.2 Diseño de Investigación

El diseño de la investigación fue cuasiexperimental puesto que se tomó dos grupos distintos para el grupo de control y experimental.

### 3.5 Descripción detallada de métodos por objetivos específicos

#### 3.5.1 Técnicas e instrumentos de investigación

La técnica que se ha seleccionado en la investigación fue el examen de conocimientos, que fue aplicado a los estudiantes del grupo de control y experimental.

El instrumento que se empleó para la recolección de datos fue la prueba de entrada y salida, el cual se aplicó a los estudiantes del grupo experimental y control, para determinar el nivel de aprendizaje de funciones reales de los estudiantes universitarios, el mismo que tiene la siguiente escala de medición:

Tabla 2  
*Escala de calificación vigesimal*

<b>Nivel</b>	<b>Calificación</b>
Deficiente	00 - 10 puntos
Regular	11 - 13 puntos
Bueno	14 - 16 puntos
Muy Bueno	17 - 20 puntos



### 3.5.2 Tratamiento Estadístico

Después de la recolección de datos se procedió a la contrastación de la hipótesis planteada en la investigación a través de la prueba estadística de Wilcoxon, el cual permite probar si existe diferencia significativa en el nivel de aprendizaje de funciones reales en los estudiantes universitarios.

## CAPÍTULO IV

### RESULTADOS Y DISCUSIÓN

#### 4.1 Resultados

En esta sección se presentan los resultados de la investigación en tablas y figuras

##### 4.1.1 Análisis de resultados del pretest y postest en el grupo control

Tabla 3  
*Resultado del pretest del grupo control*

	Notas	fi	Fi	hi	Hi	hi(%)
Deficiente	[00-10]	20	20	0.59	0.59	59
Regular	[11-13]	12	32	0.35	0.94	35
Bueno	[14-17]	2	34	0.06	1.00	6
Muy Bueno	[18-20]	0	34	0.00	1.00	0
<b>Total</b>		34		1.00		100

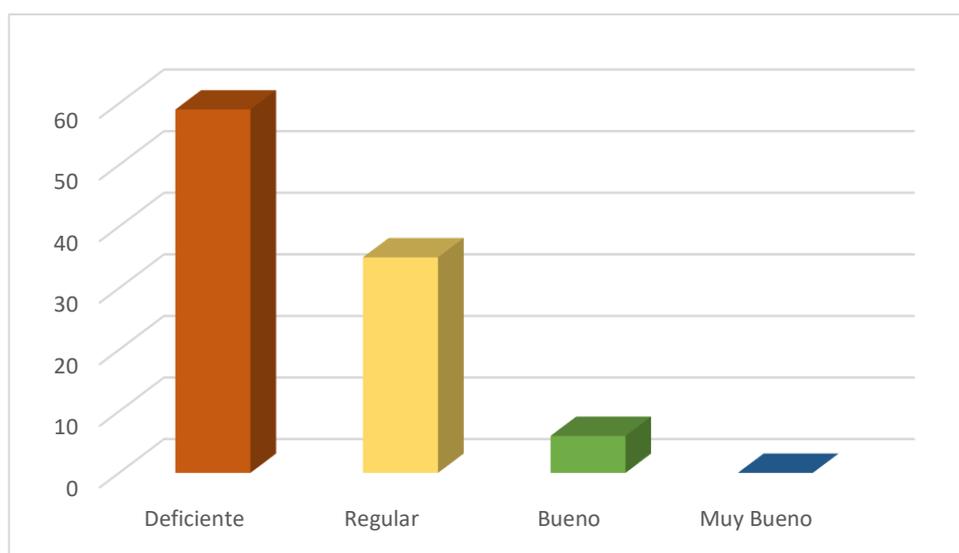


Figura 13. Resultado del pretest del grupo de control

En la tabla 3 y la figura 13, se puede observar las notas obtenidas por los estudiantes del grupo control en el pretest, en el que se destaca que, 20 estudiantes obtuvieron notas de 0 a 10, los que representan al 59 % del total de la muestra, quienes se ubican en el nivel de aprendizaje deficiente; 12 estudiantes que equivale al 35 % de la muestra tienen un nivel de aprendizaje regular; 2 estudiantes que representan el 6% obtuvieron notas de 14 a 17, quienes se ubican en el nivel de aprendizaje bueno; y ningún estudiante obtuvo notas de 18 a 20 puntos.

Los resultados indican que el 59 % de estudiantes tienen un nivel de aprendizaje deficiente, puesto que obtuvieron notas menores o iguales a 10 y solo el 41 % de estudiantes obtuvieron notas aprobatorias en la escala vigesimal de evaluación. Estos resultados evidencian que es necesario implementar el uso de recursos didácticos que ayuden a mejorar el aprendizaje de la matemática básica, principalmente en el tema de funciones reales, con el propósito de optimizar el aprendizaje de los estudiantes universitarios.

Tabla 4  
*Resultado del postest del grupo control*

	Notas	fi	Fi	hi	Hi	hi(%)
Deficiente	[00-10]	9	9	0.26	0.26	26
Regular	[11-13]	19	28	0.56	0.82	56
Bueno	[14-17]	6	34	0.18	1.00	18
Muy Bueno	[18-20]	0	34	0.00	1.00	0
<b>Total</b>		34		1.00		100

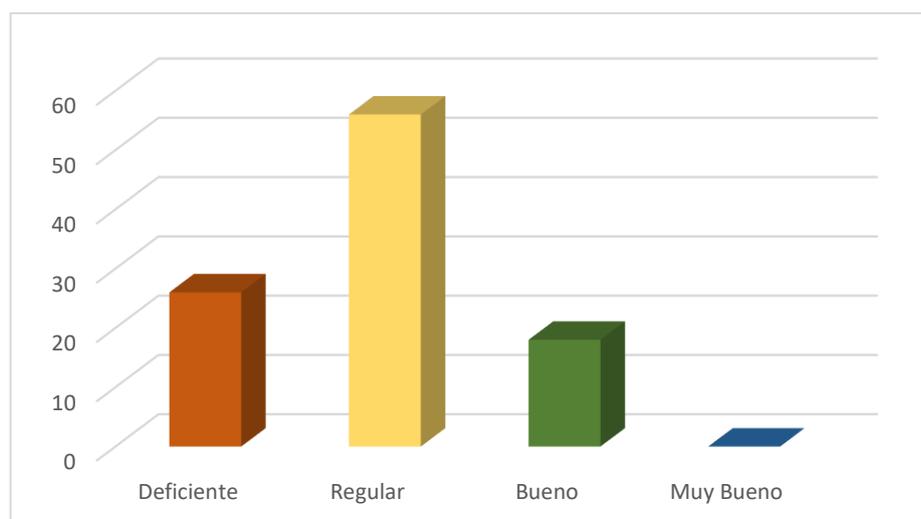


Figura 14. Resultado del postest del grupo de control

En la tabla 4 y la figura 14 se observa los resultados obtenidas por los estudiantes del grupo control en el postest, destacando que 9 estudiantes obtuvieron notas de 0 a 10, lo que equivale al 26 % del total de la muestra, ubicándose en el nivel de aprendizaje deficiente; 19 estudiantes que equivale al 56 % de la muestra se ubican en el nivel de aprendizaje regular; 6 estudiantes que representan al 18 % obtuvieron notas de 14 a 17 ubicándose en el nivel de aprendizaje bueno y ningún estudiante obtuvo notas de 18 a 20 puntos.

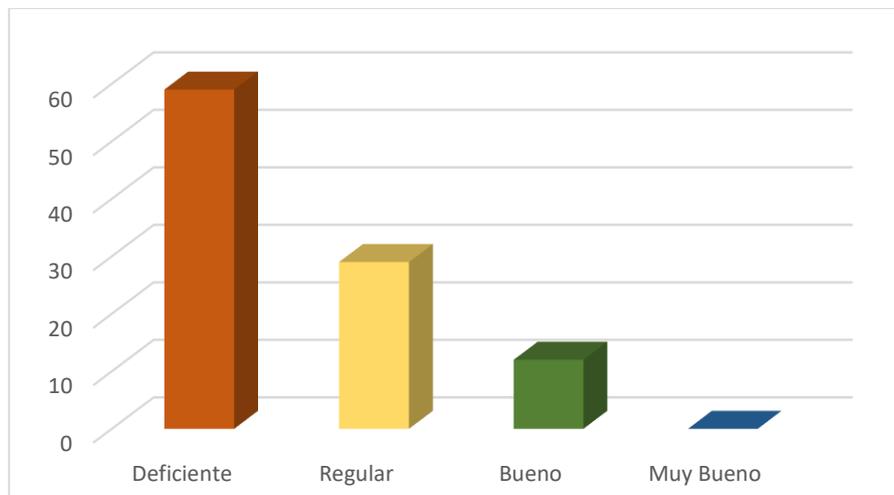
Los resultados indican que el 74 % de estudiantes de la muestra obtuvieron notas aprobatorias mayores o iguales a 11 en la escala vigesimal de evaluación; sin embargo, se ubican en el nivel de aprendizaje regular con notas de 11 a 13 puntos; y solo el 26 % de estudiantes se ubican en el nivel de aprendizaje, puesto que obtuvieron notas menores o iguales a 10. Estos resultados indican la necesidad de implementar recursos didácticos que ayuden a mejorar el aprendizaje de los estudiantes en el tópic de funciones reales.

#### 4.1.2 Análisis de resultados del pretest y postest en el grupo experimental

Tabla 5

*Resultado del pretest del grupo experimental*

	Notas	fi	Fi	hi	Hi	hi(%)
Deficiente	[00-10]	24	24	0.59	0.59	59
Regular	[11-13]	12	36	0.29	0.88	29
Bueno	[14-17]	5	41	0.12	1.00	12
Muy Bueno	[18-20]	0	41	0.00	1.00	0
<b>Total</b>		41		1.00		100



*Figura 15. Resultado del pretest del grupo experimental*

En la tabla 5 y la figura 15, se observa los resultados obtenidos por los estudiantes del grupo experimental en el pre test, donde se constata que, 24 estudiantes obtuvieron notas de 0 a 10, lo que representa el 59 % del total de la muestra, ubicándose en el nivel de aprendizaje deficiente; 12 estudiantes que equivale al 29 % de la muestra se ubican en el nivel de aprendizaje regular; 5 estudiantes que representa al 12 % obtuvieron notas de 14 a 17, ubicándose en el nivel de aprendizaje bueno; y ningún estudiante obtuvo notas de 18 a 20, es decir, ningún estudiante se ubica en el nivel de aprendizaje muy bueno.

Los resultados indican que el 59 % de estudiantes de la muestra tienen un nivel de aprendizaje deficiente, puesto que obtuvieron notas menores o iguales a 10 y solo el 41 % de estudiantes obtuvieron notas aprobatorias en la escala vigesimal de evaluación. Estos resultados sugieren la necesidad de implementar el uso de recursos didácticos tecnológicos que ayuden a mejorar el aprendizaje de las funciones reales en los estudiantes universitarios en el curso de matemática básica.

Tabla 6  
*Resultado del postest del grupo experimental*

	Notas	fi	Fi	hi	Hi	hi(%)
Deficiente	[00-10]	4	4	0.10	0.10	10
Regular	[11-13]	3	7	0.07	0.17	7
Bueno	[14-17]	21	28	0.51	0.68	51
Muy Bueno	[18-20]	13	41	0.32	1.00	32
<b>Total</b>		41		1.00		100

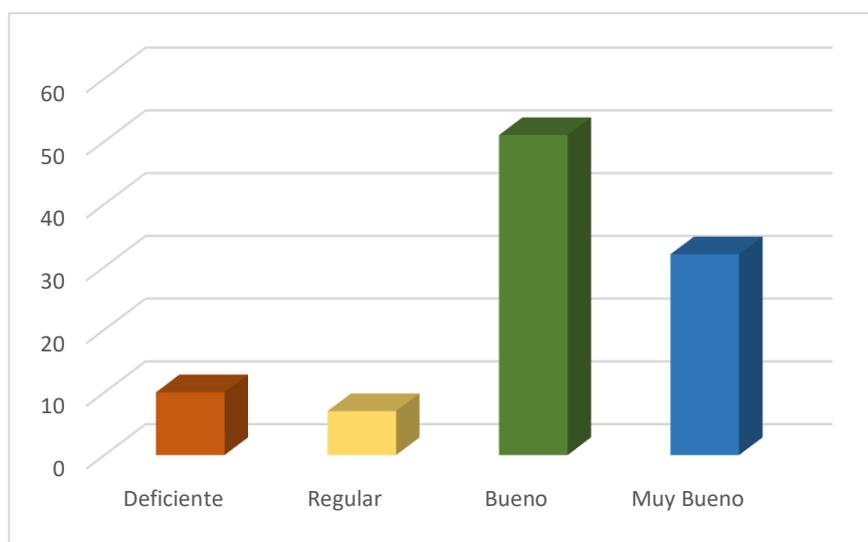


Figura 16. Resultado del postest del grupo experimental

En la tabla 6 y la figura 15, se observa los resultados obtenidos por los estudiantes del grupo experimental en el postest, en el cual se destaca que, 4 estudiantes obtuvieron notas de 0 a 10 que equivale al 10 % del total de la muestra y se ubican en el nivel de aprendizaje deficiente; 3 estudiantes que equivale al 7 % tienen un nivel de aprendizaje regular; 21 estudiantes que representan el 51 % de la muestra obtuvieron notas de 14 a 17, ubicándose estando en el nivel de aprendizaje bueno; y 13 estudiantes que representa el 32 % se ubican en el nivel de aprendizaje muy bueno.

Los resultados indican que el 90 % de estudiantes obtuvieron notas aprobatorias mayores o iguales a 11 en la escala vigesimal de evaluación, con puntajes de 14 a 17 puntos; y solo el 10 % de estudiantes se ubican en el nivel de aprendizaje deficiente, puesto que obtuvieron notas menores o iguales a 10. Estos resultados permiten afirmar que los estudiantes del grupo experimental mejoraron significativamente en el aprendizaje de las funciones reales con la aplicación del software Geogebra.

#### 4.2. Prueba de Normalidad

Esta prueba consiste en determinar en cada conjunto de datos que están siendo comparados provienen de una distribución normal o no.

Tabla 7  
*Prueba de normalidad*

TEST	GRUPO	Kolmorov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
		Estad.	gl	Sig.	Estad.	gl	Sig.
PRETEST	G.C.	.144	34	.073	.953	34	.149
	G.E.	.126	41	.103	.951	41	.076
POSTEST	G.C.	.233	34	.000	.934	34	.040
	G.E.	.193	31	.001	.892	41	.001

#### Formulación de las Hipótesis

$H_0$ : Los datos de la muestra provienen de una población normalmente distribuida

$H_1$ : Los datos de la muestra no provienen de una población normalmente distribuida

#### Toma de decisión

- Se visualiza en la tabla 7 en el pretest el Grupo Control (G.C.) toma un valor  $p_v = 0.149$  el cual es mayor a  $\alpha = 0.05$ , entonces aceptamos la hipótesis nula.

- Se visualiza en la tabla 7 en el pretest el Grupo Experimental (G.E.) toma un valor  $p_v = 0.076$  el cual es mayor a  $\alpha = 0.05$  entonces aceptamos la hipótesis nula.
- Se visualiza en la tabla 7 en el postest el Grupo Control (G.C.) toma un valor  $p_v = 0.040$  el cual es menor a  $\alpha = 0.05$  entonces rechazamos la hipótesis nula.
- Se visualiza en la tabla 7 en el postest el Grupo Experimental (G.E.) toma un valor  $p_v = 0.001$  el cual es menor a  $\alpha = 0.05$  entonces rechazamos la hipótesis nula.

De los resultados obtenidos en las pruebas de las hipótesis se puede afirmar que en el Postest los dos grupos de muestras (G.C. Y G.E.) no provienen de una población normalmente distribuida.

### 4.3. Prueba de Hipótesis

La prueba de hipótesis de la investigación se realizó de la siguiente manera:

#### a) Formulación de hipótesis estadísticas:

$H_0$ : El uso del software Geogebra no incide en la mejora del aprendizaje de funciones reales en los estudiantes universitarios de la Región Puno.

$H_1$ : El uso del software Geogebra incide significativamente en la mejora del aprendizaje de funciones reales en los estudiantes universitarios de la Región Puno.

#### b) Validación estadística de prueba de hipótesis

Tabla 8  
*Validación de hipótesis*

		N	Rango promedio	Suma de rangos
Postest-Pretest	Rangos negativos	8 <sup>a</sup>	21,31	170,50
	Rangos positivos	62 <sup>b</sup>	37,33	2314,50
	Empates	5 <sup>c</sup>		
Total		75		

Tabla 9  
*Prueba de contraste*

	Postest-Pretest
Z	-6,291 <sup>b</sup>
Sig. Asintótica (bilateral)	3,16E-10

Se ha utilizado la prueba Wilcoxon para la toma de decisión, el cual permite probar si hay diferencias en el nivel de aprendizaje de las funciones reales en estudiantes de la región de Puno. Para que se acepte la hipótesis alterna el resultado Sig. Asintót. debe ser menor a 0,05.

En la tabla 9 se puede observar que el Sig. Asintótica (bilateral) resulto  $3,16E-10 < 0,05$ , lo que indica permite rechazar la hipótesis nula ( $H_0$ ) y aceptar la hipótesis alterna ( $H_1$ ).

Por lo tanto, se concluye que el uso del software Geogebra incide significativamente en la mejora del aprendizaje de funciones reales en los estudiantes universitarios de la Región Puno

#### 4.2.1 Prueba de hipótesis específica 1

##### a) Hipótesis Estadísticas

$H_0$ : El nivel de aprendizaje de funciones reales de los estudiantes universitarios de la Región Puno antes de la aplicación del software GeoGebra en el grupo experimental y control no se diferencian considerablemente.

$H_1$ : El nivel de aprendizaje de funciones reales de los estudiantes universitarios de la Región Puno antes de la aplicación del software GeoGebra en el grupo experimental y control se diferencian considerablemente.

##### b) Validación estadística de prueba de hipótesis

Tabla 10  
*Validación de hipótesis específica 1*

		N	Rango promedio	Suma de rangos
Pretest	Grupo Control	34	39,13	1330,50
	Grupo Experimental	41	37,06	1519,50
Total		75		

Tabla 11  
*Prueba de contraste*

	Pretest
Z	-,416
Sig. Asintótica (bilateral)	,678

En la tabla 11 se puede observar que el Sig. Asintótica (bilateral) resulto ,678 > 0,05, lo cual indica que se acepta la hipótesis nula ( $H_0$ ) y se rechaza la hipótesis alterna ( $H_1$ ).

Por lo tanto, se concluye que el nivel de aprendizaje de funciones reales de los estudiantes universitarios de la Región Puno antes de la aplicación del software GeoGebra en el grupo experimental y control no se diferencian considerablemente.

#### 4.2.2 Prueba de la hipótesis específica 2

##### a) Hipótesis Estadísticas:

$H_0$ : El nivel de aprendizaje de funciones reales de los estudiantes universitarios de la Región Puno después de la aplicación del software GeoGebra en el grupo experimental no mejora significativamente en relación al grupo de control.

$H_1$ : El nivel de aprendizaje de funciones reales de los estudiantes universitarios de la Región Puno después de la aplicación del software GeoGebra al grupo experimental mejora significativamente en relación al grupo de control.

##### b) Validación estadística de prueba de hipótesis

Tabla 12  
*Validación de hipótesis específica 2*

		N	Rango promedio	Suma de rangos
Postest	Grupo Control	34	23,26	791,00
	Grupo Experimental	41	50,22	2059,00
Total		75		

Tabla 13  
*Prueba de contraste*

	Postest
Z	-5,389
Sig. Asintótica (bilateral)	7,084E-8

En la tabla 13 se observa que el Sig. Asintótica (bilateral) resulto 7,084E-8 < 0,05, lo que permite rechazar la hipótesis nula ( $H_0$ ) y aceptar la hipótesis alterna ( $H_1$ ).

Por lo tanto, se concluye que el nivel de aprendizaje de funciones reales de los estudiantes universitarios de la Región Puno después de la aplicación del software GeoGebra en el grupo experimental mejora significativamente en relación al grupo de control.

#### 4.4. Discusión

Los resultados obtenidos en esta investigación comprueban las hipótesis planteadas, los cuales fueron contrastados mediante la prueba de Wilcoxon. En relación al objetivo general se obtuvo un valor  $p < 0,05$ , el cual permite destacar la incidencia significativa del software Geogebra en el aprendizaje de las funciones reales en estudiantes universitarios. Éste coeficiente corrobora el trabajo de investigación de (Florecin, 2017) el cual refiere que al aplicar la prueba de U de Mann Whitney en el grupo control y grupo experimental en el post test, existe una diferencia significativa con una media de 10,47 en el grupo control y 15,28 en el grupo experimental, lo que evidencia, que el software GeoGebra tiene efectos significativos en el aprendizaje de programación lineal en estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E. Manuel Gonzales Prada, Huaycan Vitarte.

Otro resultado relevante fue dado por (Castillón, 2019) quien afirma que el software GeoGebra influye en el aprendizaje de la geometría plana. El resultado obtenido en el postest evidencia una diferencia de medias mayor de 2 puntos en favor del grupo experimental; cabe resaltar que la hipótesis se validó mediante la prueba U de Mann Whitney con un valor de significancia de 0,05; llegando a la conclusión que, el uso del GeoGebra es favorable en el aprendizaje de la geometría plana.

En relación a los diferentes trabajos realizados referente al aprendizaje de la matemática, se evidencian que existen diversas metodologías, sin embargo, es importante destacar de que llegan a un mismo puerto, concluyendo de esta manera, que la aplicación del software Geogebra en el aprendizaje de la matemática es muy relevante, puesto que contribuye en la mejora significativa de los aprendizajes de la matemática en los estudiantes de la educación básica y educación universitaria.

## CONCLUSIONES

**PRIMERA:** La aplicación del software Geogebra incide positivamente en el aprendizaje de funciones reales en estudiantes universitarios, ya que el porcentaje del nivel de logro de aprendizaje alcanzado por los estudiantes del grupo experimental es significativamente superior al del grupo de control.

**SEGUNDA:** Los resultados obtenidos antes de la aplicación del software Geogebra tanto en el grupo de control y experimental evidencian resultados similares, puesto que en ambos grupos más del 50 % de los estudiantes se encuentran en la condición de desaprobados, es decir, que están situados en un nivel de logro de aprendizaje deficiente.

**TERCERA:** Los resultados obtenidos después de la aplicación del software Geogebra en estudiantes del grupo de control y experimental evidencian diferencias significativas, puesto que el mayor porcentaje de estudiantes del grupo experimental alcanzaron los niveles de aprendizaje bueno y muy bueno, en comparación a los estudiantes del grupo control, ya que solo el 18 % de estudiantes del grupo control alcanzaron el nivel de aprendizaje bueno, frente al 51 % y 32 % de estudiantes del grupo experimental que alcanzaron el nivel de aprendizaje bueno y muy bueno respectivamente, cuyas puntuaciones se encuentran entre 14 a 20 puntos. Estos resultados obtenidos reflejan los efectos positivos del uso del software Geogebra en el aprendizaje de funciones reales de estudiantes universitarios

## RECOMENDACIONES

**PRIMERA:** Como se pudo apreciar en los resultados obtenidos en la investigación, la aplicación del software Geogebra incidió significativamente en el aprendizaje de las funciones reales en estudiantes universitarios, razón por lo cual se invita a todos los docentes que tienen a su cargo cursos de matemática a que puedan hacer uso del Software Geogebra en el proceso de enseñanza, puesto que permite alcanzar mayores niveles de logros de aprendizaje.

**SEGUNDA:** Se recomienda a los estudiantes universitarios a que puedan hacer uso del software Geogebra para tener una mejor comprensión de las teorías matemáticas, puesto que es fácil de instalar y es un software libre, además es posible acceder mediante el uso de celulares, a fin de reducir las brechas en los logros de aprendizaje.

**TERCERA:** Se sugiere a las autoridades universitarias, directores de departamento y directores de estudios de las diferentes escuelas profesionales a que puedan implementen capacitaciones con cursos y talleres dirigido a los docentes, especialmente a los docentes que tienen a su cargo cursos de matemática sobre el uso del software Geogebra, puesto que es muy práctico, versátil y fácil de manipular, de tal manera los estudiantes tengan un mejor nivel de aprendizaje y así puedan aprobar sus cursos sin ninguna dificultad.

## BIBLIOGRAFÍA

- Arnal A., Oller A. (2020). Geometric constructions in GeoGebra from different representation systems: a study with prospective primary education teachers. *Educación Matemática*. 32(1).
- Barahona M. (1992). Historia y Evolución del Concepto de función. Ediciones Librería Francesa.
- Barahona F., Barrera O., Vaca B., Hidalgo B. (2015). GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil. *Revista Tecnológica ESPOL-RTE*, 28(5), 121-132.
- Capella M. (1999). Aprendizaje y constructivismo. Lima-Perú. Massey.
- Carrillo A. (2019). Materiales y recursos para aprovechar lo que ofrece la comunidad GeoGebra. *Memorias de La I Jornada Ecuatoriana de Geogebra*, 1, 51–60.
- Castillón A. (2019). El Software Educativo GeoGebra en el aprendizaje de Geometría Plana en los estudiantes del tercer grado de secundaria en la Institución Educativa 7041, distrito de San Juan de Miraflores, 2014.
- Condori L. (2016). Aplicación del Geogebra y Matlab para optimizar el rendimiento académico en matrices y geometría analítica en los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E. José Carlos Mariátegui, distrito de Paucarpata – 2014.
- Cotic N. (2014). GeoGebra como puente para aprender matemáticas.
- Domínguez D., Obregón M. (2017). Caracterización del proceso de resolución de problemas en los estudiantes de grado 5 en el contexto de las nociones de área y perímetro de figuras geométricas con la mediación de Geogebra.
- Echeverry G. (2017). Influencia de las TIC en el aprendizaje del área de geometría en los estudiantes de la institución educativa "Francisco. José de Caldas", ciudad de Manizales-2015.
- Floreacin M. (2017). Efectos del programa informático Geogebra en el aprendizaje de programación lineal en estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa Manuel Gonzales Prada, Huaycán, Vitarte, 2016.

- Gallego A., Granados H., Sánchez O. (2018) Influencia del GeoGebra en la motivación y autorregulación del aprendizaje del cálculo y álgebra en universitarios. *Revista Espacios* 39(17).
- Giubergia M., Socolovsky S., Ré M. (2017). Incorporación de TICs a las clases de Análisis matemático. *Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación*, (19), 16–23.
- González M., Garde R. (2014). Perfiles de resiliencia y estrategias de afrontamiento en la universidad: Variables contextuales y demográficas. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 12(34), 621–648.
- Gutiérrez M. (2019). Sistematización de Experiencias de Aula: Cinemática y la Metodología de Aprendizaje Significativo Crítico.
- Hall J., Lingefjärd T. (2017). *Mathematical Modeling: Applications with GeoGebra*. Wiley
- Hernández R., Fernández C., Baptsita P. (2014). *Metodología de la Investigación*. Sexta Edición. McGRAW-HILL
- Huanca F. (2017). La aplicación del software GeoGebra y su influencia en facilitar el aprendizaje de la resolución gráfica de un sistema de ecuaciones lineales en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la I.E. Romeritos de la ciudad del Cusco. *Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco*.
- Lima M. (2017). Geogebra para mejorar las actitudes en el aprendizaje de matemática II, en la Facultad de Administración de la Universidad Nacional Micaela Bastidas, Apurímac-2016. *Universidad Nacional del Altiplano Puno*.
- Medina J., Arteaga E., Del Sol J. (2019). Democratization of knowledge in the University of Cienfuegos with the use of free software, 15(69), 347–354. <https://orcid.org/0000-0002-0508-9783>.
- Morales L., Gutierrez L., Ariza L. (2016). Guía para el Diseño de Objetos Virtuales de Aprendizaje. Aplicación al proceso enseñanza – aprendizaje del área bajo la curva de cálculo integral. *Revista Científica General José María Córdova*.14(18), 127-147.
- Montenegro L. (2005). *Software Matemático*.

- Mota A., Olivera H., Henriques A. (2017). El desarrollo de la capacidad de Resiliencia Matemática: La voz de los estudiantes sobre el uso de las TIC en el aula. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 14(38), 67–88. <https://doi.org/10.25115/ejrep.38.15041>.
- Murni V., Sariyasa S., Ardana M. (2017). GeoGebra Assist Discovery Learning Model for Problem Solving Ability and Attitude toward Mathematics. *Journal of Physics: Conference Series*, 895(1). [https://doi :10.1088/1742-6596/895/1/012049](https://doi.org/10.1088/1742-6596/895/1/012049)
- Mushipe M., Ogbonnaya U. (2019). Geogebra and Grade 9 learners achievement in linear functions. *International Journal of Emerging Technologies in Learning*, 14(8), 206–219. <https://doi.org/10.3991/ijet.v14i08.9581>.
- Nivela M., Otero O., Espinoza J., Rodas E. (2018). Design of interactive software in mathematics. *Ciencia e Investigación*. 27–31. <https://doi.org/10.26910/issn>
- Orozco C. (2017). Objetos de Aprendizaje con eXeLearning y GeoGebra para la definición y representación geométrica de operaciones con vectores y sus aplicaciones.
- Pabón J., Nieto Z., Gómez C. (2015). Modelación matemática y Geogebra en el desarrollo de competencias en jóvenes investigadores. *Revista Logos, Ciencia & Tecnología*, 7(1), 65–70. <https://doi.org/10.22335/rfct.v7i1.257>.
- Pari A. (2019). El impacto de GeoGebra en el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. *Memorias de La I Jornada Ecuatoriana de Geogebra*. 23–36.
- Pumacallahui E., Acuña C., Calcina D. (2021). GeoGebra software influence on learning geometry in fourth grade high school students in the Tambopata district of the Madre de Dios región. *Educacion Matematica*. 33(2), 245–273. <https://doi.org/10.24844/EM3302.10>.
- Quispe E. (2018). El geogebra como recurso didáctico para el aprendizaje de ecuaciones cuadráticas en docentes de educación secundaria de la ciudad de Puno, 2018.
- Rimachi F. (2019). Uso del geogebra en el aprendizaje de resolución de problemas de ecuaciones cuadráticas en educación secundaria. *Universidad Nacional del Altiplano Puno*.

- Rodríguez V. (2019). Aplicación de software Geogebra y el aprendizaje de álgebra en estudiantes de quinto de secundaria.
- Rosas J. (2018). Implementación del software de Geogebra utilizando códigos QR como herramienta didáctica en el aprendizaje de fundamentos para el cálculo en estudiantes universitarios. *Universidad San Martín de Porres*.
- Ruiz Y., Biencinto Ch., García M., Carpintero E. (2017). Evaluación de competencias genéricas en el ámbito universitario a través de entornos virtuales: Una revisión narrativa. *Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa*, 23(1). <https://doi.org/10.7203/relieve.23.1.7183>
- Salas R. (2018). Uso del servicio en la nube GeoGebra durante el proceso enseñanza-aprendizaje sobre las matemáticas. *Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 8(16). <https://doi.org/10.23913/ride.v8i16.331>.
- Salas R., Salas D. (2019). Uso de la ciencia de datos y el aprendizaje automático para analizar la aplicación Geogebra en el proceso educativo. *Ciencias Aplicadas y Tecnología*. 117–151. Recuperado de: <http://greav.ub.edu/der/>
- Santibañez L. (2012). El software en matemática.
- Santos C., Santos P., Vélez H., Cevallos C., Zamora M. (2019). Uso de los materiales didácticos en el aprendizaje significativo de los estudiantes Educación Básica. *Dominio de Las Ciencias de la Educación*, 5(3), 774-783. <https://doi.org/10.23857/dc.v5i3.964>
- Sucari A. (2019). El Geogebra en el aprendizaje de ecuaciones en alumnos de 2° grado de la Institución Educativa Secundaria Marianito Mayta de la localidad de Mahuayani 2018. *Universidad Nacional del Altiplano*.
- Tambunan H. (2019). The Effectiveness of the Problem Solving Strategy and the Scientific Approach to Students Mathematical Capabilities in High Order Thinking Skills. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 14(2), 293-302. <https://doi.org/10.29333/iejme/5715>.
- Ugalde W. (2013). Funciones: Desarrollo histórico del concepto y actividades de enseñanza aprendizaje. *Revista Digital Matemática, educación e internet*, 14(1).



Vilca R. (2019). Aplicación del software Geogebra y su influencia en el aprendizaje de áreas y volúmenes de sólidos de revolución en el cálculo integral en los estudiantes del primer año de la Facultad de Ingenierías de la Universidad de la Universidad Continental Arequipa – 2017.

Vaillant D. (2013). Integración de TIC en los Sistemas de Formación Docente Inicial y Continua para la Educación Básica en América Latina.

ANEXOS

Anexo 1. Matriz de consistencia

Problema	Objetivos	Hipótesis	Variable
<p><b>Problema general</b> ¿De qué manera incide la aplicación del software Geogebra en el aprendizaje de funciones reales en los estudiantes universitarios de la Región Puno?</p> <p><b>Problemas específicos</b> - ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de funciones reales de los estudiantes universitarios de la Región Puno, antes de la aplicación del software Geogebra en el grupo de control y experimental?</p> <p>- ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de funciones reales de los estudiantes universitarios de la Región Puno, después de la aplicación del software Geogebra en el grupo de control y experimental?</p>	<p><b>Objetivo general</b> Determinar el efecto de la aplicación del software Geogebra en el aprendizaje de funciones reales en los estudiantes universitarios de la Región Puno.</p> <p><b>Objetivos específicos</b> - Contrastar los niveles de aprendizaje de funciones reales de los estudiantes universitarios de la Región Puno, antes de la aplicación del software Geogebra en el grupo de control y experimental.</p> <p>- Contrastar los niveles de aprendizaje de funciones reales de los estudiantes universitarios de la Región Puno, después de la aplicación del software Geogebra en el grupo de control y experimental.</p>	<p><b>Hipótesis general</b> La aplicación del software Geogebra incide positivamente el aprendizaje de funciones reales en los estudiantes universitarios de la Región Puno.</p> <p><b>Hipótesis específicas</b> - El nivel de aprendizaje de funciones reales de los estudiantes universitarios de la Región Puno antes de la aplicación del software Geogebra en el grupo experimental y control difieren considerablemente.</p> <p>-El nivel de aprendizaje de funciones reales de los estudiantes universitarios de la Región Puno después de la aplicación del software Geogebra al grupo experimental mejora significativamente en relación al grupo de control.</p>	<p><b>Variable independiente</b> Uso del software GeoGebra</p> <p><b>Variable dependiente</b> Aprendizaje de funciones reales</p>

## Anexo 2. Instrumento de recolección de información

### PRETEST DE LA INVESTIGACIÓN

Apellidos y nombres:.....

Código:.....Semestre:.....Sección:.....

**Reciba un cordial saludo estimado estudiante, antes de iniciar la prueba tome en cuenta las siguientes indicaciones:**

- La prueba es individual.
- Cada pregunta tiene un valor de 2 puntos.
- Escriba de manera legible sus procedimientos.
- Prohibido el uso de celular u otros equipos de comunicación electrónica.
- Si existe alguna duda pregunte al responsable de la prueba.

-----  
1. Dado una gráfica en el plano  $xy$ , ¿cómo puede decir si la gráfica es una función?

2. Indique cuál de las siguientes expresiones es función.

a)  $x^2 + y^2 = 25$

b)  $y = 2x^2 + 4$

c)  $4y^2 = 2x^2$

d)  $3x + 3 = 9y^2$

3. Indique cual es el dominio de la función  $f(x) = \frac{x + 2}{x^2 - 49}$ .

a)  $D_f = \mathbb{R} - \{0, 7\}$

b)  $D_f = \mathbb{R} - \{\pm 7\}$

c)  $D_f = \mathbb{R} - \{-7\}$

d)  $D_f = \mathbb{R}$

4. ¿Cuál de los siguientes puntos no está en la gráfica de  $y = \frac{x}{x + 1}$  ?.

a)  $\left(-\frac{1}{2}; -1\right)$

b)  $(-1; 1)$

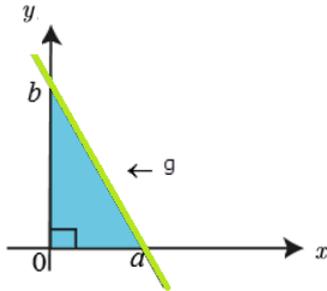
c)  $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$

d)  $(0; 0)$

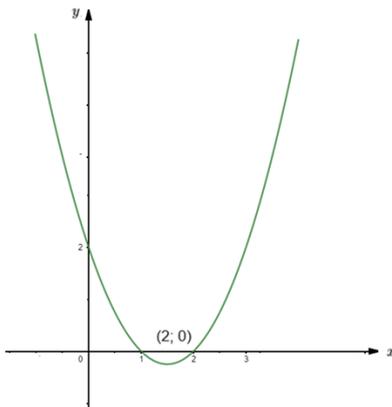
5. Determine la imagen de la función  $f(x) = \sqrt{4 - 3x - x^2}$ .

6. Si el dominio de la función  $g(x) = \sqrt{2x-1} + \sqrt{9-10x}$  es  $D_g = [m;n]$ .  
Determine  
el valor de  $\sqrt{10(n-m)}$ .

7. Halle el área de región mostrada, donde  $g(x) = 10 - 2x$ .



8. En la siguiente grafica



Hallar la ecuación de la parábola si el punto  $(3;2)$  pasa por dicha gráfica y su imagen es el intervalo  $\left[-\frac{1}{4}; +\infty\right)$ .

9. El camino recorrido por Jasmín hacia la universidad esta representado por la gráfica de la función  $h(x) = |x-3| + 5$  con  $x \in [-1;6]$  en el plano  $xy$ . Si cada unidad en los ejes  $x$  e  $y$  representa en km, halle la distancia recorrida por Jasmín.

10. Se tiene en observación un cultivo de bacterias y se efectúa un conteo de las bacterias cada hora. Con esta información se ha determinado que la ecuación  $N = \sqrt{50t + 100}$  estima el número de bacterias después de  $t$  horas.
- Encuentra la población de bacterias en  $t = 0$ ,  $t = 30$  horas.
  - Grafica el crecimiento de la población con respecto al tiempo.

## POSTEST DE LA INVESTIGACIÓN

Apellidos y nombres:.....

Código:..... Semestre:..... Fecha:.....

**Reciba un cordial saludo estimado estudiante, antes de iniciar la prueba tome en cuenta las siguientes indicaciones:**

- La prueba es individual.
- Cada pregunta tiene un valor de 2 puntos.
- Escriba de manera legible sus procedimientos.
- Puede hacer uso de la computadora.
- Si existe alguna duda pregunte al responsable de la prueba.

---

1. Dado una gráfica en el plano  $xy$ , ¿cómo puede decir si la gráfica es una función?

2. Indique cuál de las siguientes expresiones es función.

- a)  $x^2 + y^2 = 25$
- b)  $y = 2x^2 + 4$
- c)  $4y^2 = 2x^2$
- d)  $3x + 3 = 9y^2$

3. Indique cual es el dominio de la función  $f(x) = \frac{x + 2}{x^2 - 49}$ .

- a)  $D_f = \mathbb{R} - \{0, 7\}$
- b)  $D_f = \mathbb{R} - \{\pm 7\}$
- c)  $D_f = \mathbb{R} - \{-7\}$
- d)  $D_f = \mathbb{R}$

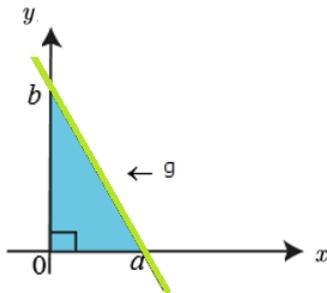
4. ¿Cuál de los siguientes puntos no está en la gráfica de  $y = \frac{x}{x + 1}$  ?.

- a)  $\left(-\frac{1}{2}; -1\right)$
- b)  $(-1; 1)$
- c)  $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$
- d)  $(0; 0)$

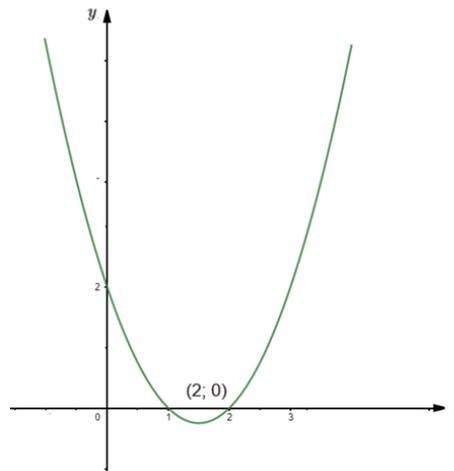
5. Determine la imagen de la función  $f(x) = \sqrt{4 - 3x - x^2}$ .

6. Si el dominio de la función  $g(x) = \sqrt{2x-1} + \sqrt{9-10x}$  es  $D_g = [m;n]$ .  
Determine el valor de  $\sqrt{10(n-m)}$ .

7. Halle el área de región mostrada, donde  $g(x) = 10 - 2x$ .



8. En la siguiente grafica



Hallar la ecuación de la parábola si el punto  $(3;2)$  pasa por dicha gráfica y su imagen es el intervalo  $\left[-\frac{1}{4}; +\infty\right)$ .

9. El camino recorrido por Carmen hacia la universidad esta representado por la gráfica de la función  $g(x) = |x - 3| + 5$  con  $x \in [-1;6]$  en el plano  $xy$ . Si cada unidad en los ejes  $x$  e  $y$  representa en km, halle la distancia recorrida por Carmen.
10. Se tiene en observación un cultivo de bacterias y se efectúa un conteo de las bacterias cada hora. Con esta información se ha determinado que la ecuación  $w = \sqrt{50t + 100}$  estima el número de bacterias después de  $t$  horas.
- Encuentra la población de bacterias en  $t = 0$ ,  $t = 30$  horas.
  - Grafica el crecimiento de la población con respecto al tiempo.

### Anexo 3. Base de datos

N° Estudiante	G. Experimental		G. Control	
	Pretest	Postest	Pretest	Postest
1	11	16	08	12
2	08	14	12	10
3	12	18	09	09
4	08	15	08	12
5	09	18	10	12
6	08	15	09	13
7	10	19	11	12
8	10	16	08	10
9	11	18	11	12
10	09	16	10	12
11	11	18	12	10
12	10	14	12	11
13	11	16	09	12
14	08	16	10	12
15	08	16	12	13
16	10	16	13	14
17	08	15	08	10
18	12	17	10	12
19	11	18	12	13
20	12	18	09	12
21	16	20	06	09
22	08	16	12	08
23	06	12	14	15
24	09	14	11	12
25	07	15	08	12
26	10	18	09	14
27	12	10	10	12
28	10	16	14	14
29	08	16	12	14
30	06	08	12	10
31	12	12	10	12
32	14	14	10	14
33	12	08	10	10
34	10	18	08	11
35	14	18		
36	16	20		
37	06	12		
38	08	16		
39	12	08		
40	14	16		
41	10	14		

## Anexo 4. Sílabo

FACULTAD ESCUELA PROFESIONAL PROGRAMA DE ESTUDIOS	CIENCIAS AGRARIAS INGENIERIA TOPOGRAFICA Y AGRIMENSURA CARRERA PURA
<b>I. INFORMACIÓN GENERAL</b>	
<b>I.1 Identificación Académica</b>	
a) Curso	<b>MATEMÁTICA BÁSICA</b>
b) Código	EG103
c) Prerequisito	Ninguno
d) Número de Horas	03h teóricas, 02h prácticas, 85h virtuales, Total 05 horas
e) Créditos	04
f) Número de Horas virtuales	85
g) Año y Semestre Académico	2022-I
h) Ciclo de Estudios	I
i) Duración	Del 28 de Marzo al 5 de Agosto del 2022 (19 semanas)
j) Área Curricular	Estudios generales
k) Características del Curso	Investigación, desarrollo e innovación
<b>I.2 Docente</b>	
a) Apellidos y Nombres	RAMOS CHURA EULALIA
b) Condición y Categoría	CONTRATADO
c) Especialidad	Físico Matemáticas
<b>I.3 Ambiente donde se realizó el aprendizaje</b>	
a)Plataforma virtual Lauracia	

## II. SUMILLA

El presente curso corresponde al área de estudios generales, es de carácter teórico-práctico, y tienen como propósito de fortalecer las capacidades de análisis, síntesis y comprensión por parte de los estudiantes que se inician en su formación profesional, con respecto al uso de herramientas básicas de matemática, que les permitirán proponer y evaluar soluciones de problemas contextuales, fundamentándolos con criterio objetivo y juicios lógicos de valor desarrollando así su autonomía intelectual. Los contenidos a desarrollar son:

- Números reales
- Funciones
- Funciones algebraicas y trascendentes
- Matrices y determinantes

## III. PERFIL DEL EGRESADO EN RELACIÓN AL CURSO

CG3. Resuelve problemas contextualizados haciendo uso de las ciencias básicas permitiendo el desarrollo autónomo del estudiante con criterio objetivo y juicios lógicos de valor.

## IV. COMPETENCIA

## V. LOGRO DE APRENDIZAJE DEL CURSO

Resuelve problemas y ejercicios contextualizados, aplicando conceptos y propiedades matemáticas con criterio objetivo y juicios lógicos de valor.

## VI. TRATAMIENTO DE UNIDADES DIDÁCTICAS

UNIDAD 1	UNIDAD 1	
<b>LOGROS DE APRENDIZAJE DE LA UNIDAD</b> Resuelve problemas y ejercicios contextualizados, utilizando propiedades de los números reales y las gráficas en plano coordenado, con criterio objetivo y juicios lógicos de valor.		
TIEMPO DE DESARROLLO	Del 28 de marzo al 30 de mayo del 2022 (Total 63 horas)	
HORAS DE ENSEÑANZA VIRTUAL/UNIDAD	45	
SEMANAS	CRITERIOS DE DESEMPEÑO	CONOCIMIENTOS

Semana 1	El estudiante es competente si las propiedades de los números reales y las gráficas en plano coordenado son utilizadas para resolver problemas contextualizados.	Sistema de números reales Exponentes y radicales
Semana 2	El estudiante es competente si las propiedades de los números reales y las gráficas en plano coordenado son utilizadas para resolver problemas contextualizados.	Expresiones algebraicas y expresiones racionales. Ecuaciones lineales, cuadráticas y polinomiales
Semana 3	El estudiante es competente si las propiedades de los números reales y las gráficas en plano coordenado son utilizadas para resolver problemas contextualizados.	Desigualdades
Semana 4	El estudiante es competente si las propiedades de los números reales y las gráficas en plano coordenado son utilizadas para resolver problemas contextualizados	Coordenadas cartesianas y graficas
Semana 5	El estudiante es competente si, las funciones y sus propiedades son utilizados para resolver, modelar y obtener información de problemas contextualizados.	Definición de funciones Funciones reales: Dominio y rango
Semana 6	El estudiante es competente si, las funciones y sus propiedades son utilizados para resolver, modelar y obtener información de problemas contextualizados.	Gráficas de funciones reales Información a partir de la gráfica de una función
Semana 7	El estudiante es competente si, las funciones y sus propiedades son utilizados para resolver, modelar y obtener información de problemas contextualizados.	Operaciones con funciones reales Modelado con funciones
Semana 8	El estudiante es competente si, las funciones y sus propiedades son utilizados para resolver, modelar y obtener información de problemas contextualizados	Composición de funciones Función inversa.
Semana 9	El estudiante es competente si, las funciones y sus propiedades son utilizados para resolver, modelar y obtener información de problemas contextualizados.	Examen Parcial
<b>PORCENTAJE DE AVANCE ACADÉMICO DE LA UNIDAD: 50%</b>		
<b>UNIDAD 2</b>		UNIDAD 2
<b>LOGROS DE APRENDIZAJE DE LA UNIDAD</b>		
Utiliza las propiedades las matrices y los determinantes para resolver sistemas de ecuaciones lineales, con criterio objetivo y juicios lógicos de valor.		
<b>TIEMPO DE DESARROLLO</b>		Del 30 de Mayo al 25 de Julio del 2022 (Total 56 horas)
<b>HORAS DE ENSEÑANZA VIRTUAL/UNIDAD</b>		40
<b>SEMANAS</b>	<b>CRITERIOS DE DESEMPEÑO</b>	<b>CONOCIMIENTOS</b>
Semana 10	El estudiante es competente si , las propiedades de las funciones algebraicas y trascendentes son utilizadas para resolver, modelar y obtener información de problemas contextualizados	Funciones y modelos cuadráticos. Funciones polinomiales, racionales, exponenciales, logarítmicas, gráficas y aplicaciones.
Semana 11	El estudiante es competente si , las propiedades de las funciones algebraicas y trascendentes son utilizadas para resolver, modelar y obtener información de problemas contextualizados.	Circunferencia unitaria. Funciones trigonométricas, gráficas y aplicaciones.

IX. PRODUCTO DE APRENDIZAJE

FECHA DE PRESENTACIÓN	PRODUCTO
Antes de la finalización del semestre	Portafolio de resolución de problemas

X. EVALUACIÓN DE APRENDIZAJE

X.1 Evidencias, indicaciones, técnicas e instrumentos de evaluación

UNIDAD	LOGROS DE APRENDIZAJE	EVIDENCIAS DESEMPEÑO: De acción, objeto o producto (%)	PONDERACIÓN (Obligatorio en base a 100%)	TÉCNICAS	INSTRUMENTOS
1	Resuelve problemas y ejercicios contextualizados, utilizando propiedades de los números reales y las gráficas en plano coordenado, con criterio objetivo y juicios lógicos de valor. Resuelve problemas y ejercicios contextualizados, utilizando funciones y sus propiedades, con criterio objetivo y juicios lógicos de valor		50%		
2	Utiliza las propiedades las matrices y los determinantes para resolver sistemas de ecuaciones lineales, con criterio objetivo y juicios lógicos de valor.		50%		

X.2 Calificación:

La fórmula para la obtención del promedio final del curso es la siguiente:

$$\text{Promedio Final} = (50\%) \text{IUPP} + (50\%) \text{IIUPP}$$

Donde:

IUPP : Primero unidad promedio parcial

IIUPP : Segundo unidad promedio parcial

La fórmula para la obtención del promedio parcial de cada unidad didáctica es la siguiente Promedio

parcial de la unidad =  $(20\%) \text{TE} + (30\%) \text{PC} + (50\%) \text{EP}$

donde:

TE: Trabajo encargado

PC: Practica Calificada

EP: Examen Parcial

XI. FUENTES DE INFORMACIÓN

X.1 Bibliográficas Básica

Stewart, J., Redlin, L y Watson, S. (2012). Precálculo. Matemáticas para el cálculo. México. Cengage Learning Editores.

Larson R. y Hostetler, R. (2012). Precálculo. México. Editorial Reverté. Figueroa, R. (2014). Matemática Básica 1. Lima: RFG.

Espinoza, E. (2012). Matemática Básica. Lima: Moshera. Venero, A. (2016). Matemática Básica. Lima. Gemar. Lázaro, M. (2005). Matemática Básica. Lima: Moshera. **Complementarias**

Las matemáticas básicas en la vida cotidiana. Iberoamericana España SA. Madrid, España.

Torres, Alejandro (2007). Educación Matemática y Desarrollo del Pensamiento Lógico Matemático. Edit. Rubiños Ediciones. Lima-Perú.

Sevilla, Francisco y Rojas, Veónica (2014). Principios de modelación matemática. México: Grupo Editorial Innova. De la Horra, J. (2003). Estadística aplicada. Editorial Díaz de Santos S.A. 3ª edición. Madrid. Gonzales, C., Liste, A. Felpeo, A. (2011). Tratamiento de Datos con R, STATISTICA Y SPS Editorial Díaz de Santos, España

**Electrónicas**

Figueroa, R. (2005). Matemática Básica 2. Recuperado de [https://www.academia.edu/33556730/Matematica\\_Basica\\_2\\_Vectores\\_y\\_Matrices\\_-\\_Ricardo\\_Figueroa\\_.G\\_.pdf](https://www.academia.edu/33556730/Matematica_Basica_2_Vectores_y_Matrices_-_Ricardo_Figueroa_.G_.pdf) Universidad Autónoma de México (2005). Apuntes para la asignatura matemáticas básicas. Recuperado de [http://fcasua.contad.unam.mx/apuntes/interiores/docs/98/1/mate\\_bas.pdf](http://fcasua.contad.unam.mx/apuntes/interiores/docs/98/1/mate_bas.pdf)

<http://docs.uprb.edu/deptmate/material%20suplementario/CIME/10mo%20a%2012mo/T7%3B>

[%20Funciones%20Exponenciales%20y%20Logar%EDtmicas%2810mo%20a%2012mo%29.pdf](http://docs.uprb.edu/deptmate/material%20suplementario/CIME/10mo%20a%2012mo/T7%3B%20Funciones%20Exponenciales%20y%20Logar%EDtmicas%2810mo%20a%2012mo%29.pdf) **Producción intelectual del docente relacionado con el curso**

Puno, Abril del 2022

## Anexo 5. Sesiones y guías de aprendizaje

### SESIÓN N° 1

<b>CURSO:</b>	Matemática Básica	<b>SEMESTRE ACADÉMICO</b>	2022 – I
<b>DOCENTE:</b>	Eulalia Ramos Chura	<b>UNIDAD DE APRENDIZAJE</b>	I
<b>CICLO:</b>	I	<b>DURACIÓN</b>	2 horas

PERFIL DE EGRESO		
Resuelve problemas contextualizados haciendo uso de las ciencias básicas permitiendo el desarrollo autónomo del estudiante con criterio objetivo y juicios lógicos de valor.		
COMPETENCIA		
Muestra dominio de las disciplinas científicas de la especialidad, aplicando sus conocimientos en la resolución de problemas contextualizados con pensamiento crítico, analítico y reflexivo		
UNIDAD-LOGRO-DESEMPEÑO		
UNIDAD	INDICADOR DE LOGRO / DESEMPEÑO	
Sistema de números reales y funciones reales	Resuelve problemas de funciones demostrando rigurosidad en la interpretación y aplicación de las definiciones y propiedades con flexibilidad en su razonamiento al enfrentarse a situaciones de aplicaciones.	
I. CONOCIMIENTOS		
Definición de funciones		
II. SECUENCIA DIDÁCTICA		
ETAPAS	DESCRIPCIÓN DE ACTIVIDADES	ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS / MEDIOS Y MATERIALES
INICIO	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ El docente inicia preguntando a los estudiantes ¿es importante el estudio de funciones reales?</li> <li>▪ Se hace el recojo de saberes previos de los estudiantes.</li> <li>▪ El docente explica lo que queremos lograr al aprender las funciones reales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Lluvia de ideas</li> <li>▪ Pizarra</li> <li>▪ Palabra hablada</li> </ul>
DESARROLLO	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Se explica los conceptos básicos de funciones.</li> <li>▪ Uso adecuado de la definición de funciones reales para resolver ejercicios.</li> <li>▪ Aplicación del software Geogebra para reforzar lo aprendido.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Clase magistral</li> <li>▪ Inductivo-deductivo</li> <li>▪ Pizarra</li> <li>▪ Software Geogebra</li> </ul>
CIERRE	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Actividad práctica para que desarrollen los estudiantes de manera individual.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Palabra hablada</li> <li>▪ Preguntas de exploración</li> </ul>



	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Se verifica los logros del aprendizaje del estudiante, asimismo se corregirá los ejercicios resueltos por cada uno de los estudiantes.</li><li>▪ Incentivar a los estudiantes la revisión bibliográfica.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Pizarra</li></ul>
<b>III. EVALUACIÓN FORMATIVA</b>		
<ul style="list-style-type: none"><li>• Portafolio de ejercicios.</li><li>• Pruebas orales y escritas</li></ul>		
<b>IV. BIBLIOGRAFÍA</b>		
<ul style="list-style-type: none"><li>• Figueroa, R. (2004). Matemática Básica, Lima Perú: Editorial América</li><li>• Lázaro, M, (2002). Matemática Básica, Lima: Editorial Moshera</li></ul>		

## SESIÓN N° 2

<b>CURSO:</b>	Matemática Básica	<b>SEMESTRE ACADÉMICO</b>	2022 – I
<b>DOCENTE:</b>	Eulalia Ramos Chura	<b>UNIDAD DE APRENDIZAJE</b>	I
<b>CICLO:</b>	I	<b>DURACIÓN</b>	2 horas

PERFIL DE EGRESO		
Resuelve problemas contextualizados haciendo uso de las ciencias básicas permitiendo el desarrollo autónomo del estudiante con criterio objetivo y juicios lógicos de valor.		
COMPETENCIA		
Muestra dominio de las disciplinas científicas de la especialidad, aplicando sus conocimientos en la resolución de problemas contextualizados con pensamiento crítico, analítico y reflexivo		
UNIDAD-LOGRO-DESEMPEÑO		
UNIDAD	INDICADOR DE LOGRO / DESEMPEÑO	
Sistema de números reales y funciones reales	Resuelve problemas de funciones demostrando rigurosidad en la interpretación y aplicación de las definiciones y propiedades con flexibilidad en su razonamiento al enfrentarse a situaciones de aplicaciones.	
V. CONOCIMIENTOS		
Funciones reales : Dominio y rango		
VI. SECUENCIA DIDÁCTICA		
ETAPAS	DESCRIPCIÓN DE ACTIVIDADES	ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS / MEDIOS Y MATERIALES
INICIO	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ El docente inicia preguntando a los estudiantes ¿es importante el estudio de funciones reales?</li> <li>▪ Se hace el recojo de saberes previos de los estudiantes.</li> <li>▪ El docente explica lo que queremos lograr al aprender el dominio y rango de funciones reales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Lluvia de ideas</li> <li>▪ Pizarra</li> <li>▪ Palabra hablada</li> </ul>
DESARROLLO	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Se explica los criterios para obtener el dominio y rango de funciones.</li> <li>▪ Uso adecuado de la definición de funciones reales, dominio y rango para resolver ejercicios.</li> <li>▪ Aplicación del software Geogebra para reforzar lo aprendido.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Clase magistral</li> <li>▪ Inductivo-deductivo</li> <li>▪ Pizarra</li> <li>▪ Software Geogebra</li> </ul>
CIERRE	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Actividad práctica para que desarrollen los estudiantes de manera individual.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Palabra hablada</li> <li>▪ Preguntas de exploración</li> </ul>



	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Se verifica los logros del aprendizaje del estudiante asimismo se corregirá los ejercicios resueltos por cada uno de los estudiantes.</li><li>▪ Incentivar a los estudiantes la revisión bibliográfica.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Pizarra</li></ul>
<b>VII. EVALUACIÓN FORMATIVA</b>		
<ul style="list-style-type: none"><li>• Portafolio de ejercicios.</li><li>• Pruebas orales y escritas</li></ul>		
<b>VIII. BIBLIOGRAFÍA</b>		
<ul style="list-style-type: none"><li>• Figueroa, R. (2004). Matemática Básica, Lima Perú: Editorial América</li><li>• Lázaro, M, (2002). Matemática Básica, Lima: Editorial Moshera</li></ul>		

## SESIÓN N° 3

<b>CURSO:</b>	Matemática Básica	<b>SEMESTRE ACADÉMICO</b>	2022 – I
<b>DOCENTE:</b>	Eulalia Ramos Chura	<b>UNIDAD DE APRENDIZAJE</b>	I
<b>CICLO:</b>	I	<b>DURACIÓN</b>	2 horas

PERFIL DE EGRESO		
Resuelve problemas contextualizados haciendo uso de las ciencias básicas permitiendo el desarrollo autónomo del estudiante con criterio objetivo y juicios lógicos de valor.		
COMPETENCIA		
Muestra dominio de las disciplinas científicas de la especialidad, aplicando sus conocimientos en la resolución de problemas contextualizados con pensamiento crítico, analítico y reflexivo		
UNIDAD-LOGRO-DESEMPEÑO		
UNIDAD	INDICADOR DE LOGRO / DESEMPEÑO	
Sistema de números reales y funciones reales	Resuelve problemas de funciones demostrando rigurosidad en la interpretación y aplicación de las definiciones y propiedades con flexibilidad en su razonamiento al enfrentarse a situaciones de aplicaciones.	
IX. CONOCIMIENTOS		
Gráfica de funciones reales		
Operaciones con funciones : Suma y resta		
Operaciones con funciones : Multiplicación y división	DESCRIPCIÓN DE ACTIVIDADES	ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS / MEDIOS Y MATERIALES
INICIO	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ El docente inicia preguntando a los estudiantes ¿es importante el estudio de funciones reales?</li> <li>▪ Se hace el recojo de saberes previos de los estudiantes.</li> <li>▪ El docente explica lo que queremos lograr al aprender las diferentes gráficas de las funciones reales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Lluvia de ideas</li> <li>▪ Pizarra</li> <li>▪ Palabra hablada</li> </ul>
DESARROLLO	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Se explica como son las gráficas de las diferentes funciones reales.</li> <li>▪ Uso adecuado de las reglas de correspondencias de las funciones para la gráfica correspondiente.</li> <li>▪ Aplicación del software Geogebra para reforzar lo aprendido.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Clase magistral</li> <li>▪ Inductivo-deductivo</li> <li>▪ Pizarra</li> <li>▪ Software Geogebra</li> </ul>
CIERRE	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Actividad práctica para que desarrollen los estudiantes de manera individual.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Palabra hablada</li> <li>▪ Preguntas de exploración</li> <li>▪ Pizarra</li> </ul>



	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Se verifica los logros del aprendizaje del estudiante asimismo se corregirá los ejercicios resueltos por cada uno de los estudiantes.</li><li>▪ Incentivar a los estudiantes la revisión bibliográfica.</li></ul>	
<b>X. EVALUACIÓN FORMATIVA</b>		
<ul style="list-style-type: none"><li>• Portafolio de ejercicios.</li><li>• Pruebas orales y escritas</li></ul>		
<b>XI. BIBLIOGRAFÍA</b>		
<ul style="list-style-type: none"><li>• Figueroa, R. (2004). Matemática Básica, Lima Perú: Editorial América</li><li>• Lázaro, M, (2002). Matemática Básica, Lima: Editorial Moshera</li></ul>		

## SESIÓN N° 4

<b>CURSO:</b>	Matemática Básica	<b>SEMESTRE ACADÉMICO</b>	2022 – I
<b>DOCENTE:</b>	Eulalia Ramos Chura	<b>UNIDAD DE APRENDIZAJE</b>	I
<b>CICLO:</b>	I	<b>DURACIÓN</b>	2 horas

PERFIL DE EGRESO		
Resuelve problemas contextualizados haciendo uso de las ciencias básicas permitiendo el desarrollo autónomo del estudiante con criterio objetivo y juicios lógicos de valor.		
COMPETENCIA		
Muestra dominio de las disciplinas científicas de la especialidad, aplicando sus conocimientos en la resolución de problemas contextualizados con pensamiento crítico, analítico y reflexivo		
UNIDAD-LOGRO-DESEMPEÑO		
UNIDAD	INDICADOR DE LOGRO / DESEMPEÑO	
Sistema de números reales y funciones reales	Resuelve problemas de funciones demostrando rigurosidad en la interpretación y aplicación de las definiciones y propiedades con flexibilidad en su razonamiento al enfrentarse a situaciones de aplicaciones.	
XII. CONOCIMIENTOS		
Interpretación gráfica de funciones reales		
Operaciones con funciones : Suma y resta		
Operaciones con funciones : Multiplicación y división	DESCRIPCIÓN DE ACTIVIDADES	ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS / MEDIOS Y MATERIALES
INICIO	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ El docente inicia preguntando a los estudiantes ¿es importante el estudio de funciones reales?</li> <li>▪ Se hace el recojo de saberes previos de los estudiantes.</li> <li>▪ El docente explica lo que queremos lograr al interpretar las gráficas de las funciones reales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Lluvia de ideas</li> <li>▪ Pizarra</li> <li>▪ Palabra hablada</li> </ul>
DESARROLLO	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Se explica cómo interpretar las gráficas de funciones.</li> <li>▪ Uso adecuado de la parte teórica de funciones reales para interpretar adecuadamente las gráficas obtenidas.</li> <li>▪ Aplicación del software Geogebra para reforzar lo aprendido.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Clase magistral</li> <li>▪ Inductivo-deductivo</li> <li>▪ Pizarra</li> <li>▪ Software Geogebra</li> </ul>
CIERRE	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Actividad práctica para que desarrollen los estudiantes de manera individual.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Palabra hablada</li> <li>▪ Preguntas de exploración</li> <li>▪ Pizarra</li> </ul>



	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Se verifica los logros del aprendizaje del estudiante asimismo se corregirá los ejercicios resueltos por cada uno de los estudiantes.</li><li>▪ Incentivar a los estudiantes la revisión bibliográfica.</li></ul>	
<b>III. EVALUACIÓN FORMATIVA</b>		
<ul style="list-style-type: none"><li>• Portafolio de ejercicios.</li><li>• Pruebas orales y escritas</li></ul>		
<b>IV. BIBLIOGRAFÍA</b>		
<ul style="list-style-type: none"><li>• Figueroa, R. (2004). Matemática Básica, Lima Perú: Editorial América</li><li>• Lázaro, M, (2002). Matemática Básica, Lima: Editorial Moshera</li></ul>		

## SESIÓN N° 5

<b>CURSO:</b>	Matemática Básica	<b>SEMESTRE ACADÉMICO</b>	2022 – I
<b>DOCENTE:</b>	Eulalia Ramos Chura	<b>UNIDAD DE APRENDIZAJE</b>	I
<b>CICLO:</b>	I	<b>DURACIÓN</b>	2 horas

PERFIL DE EGRESO		
Resuelve problemas contextualizados haciendo uso de las ciencias básicas permitiendo el desarrollo autónomo del estudiante con criterio objetivo y juicios lógicos de valor.		
COMPETENCIA		
Muestra dominio de las disciplinas científicas de la especialidad, aplicando sus conocimientos en la resolución de problemas contextualizados con pensamiento crítico, analítico y reflexivo		
UNIDAD-LOGRO-DESEMPEÑO		
UNIDAD	INDICADOR DE LOGRO / DESEMPEÑO	
Sistema de números reales y funciones reales	Resuelve problemas de funciones demostrando rigurosidad en la interpretación y aplicación de las definiciones y propiedades con flexibilidad en su razonamiento al enfrentarse a situaciones de aplicaciones.	
XV. CONOCIMIENTOS		
Operaciones de funciones : Suma y resta		
Operaciones con funciones : Suma y resta		
Operaciones con funciones : Multiplicación y división	DESCRIPCIÓN DE ACTIVIDADES	ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS / MEDIOS Y MATERIALES
INICIO	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ El docente inicia preguntando a los estudiantes ¿es importante el estudio de funciones reales?</li> <li>▪ Se hace el recojo de saberes previos de los estudiantes.</li> <li>▪ El docente explica lo que se quiere lograr al aprender las operaciones de funciones reales específicamente la suma y resta.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Lluvia de ideas</li> <li>▪ Pizarra</li> <li>▪ Palabra hablada</li> </ul>
DESARROLLO	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Se explica los conceptos básicos de las operaciones de funciones.</li> <li>▪ Uso adecuado de los criterios a tomar en las operaciones de funciones para resolver ejercicios.</li> <li>▪ Aplicación del software Geogebra para reforzar lo aprendido.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Clase magistral</li> <li>▪ Inductivo-deductivo</li> <li>▪ Pizarra</li> <li>▪ Software Geogebra</li> </ul>
CIERRE	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Actividad práctica para que desarrollen los estudiantes de manera individual.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Palabra hablada</li> <li>▪ Preguntas de exploración</li> </ul>



	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Se verifica los logros del aprendizaje del estudiante asimismo se corregirá los ejercicios resueltos por cada uno de los estudiantes.</li><li>▪ Incentivar a los estudiantes la revisión bibliográfica.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Pizarra</li></ul>
<b>VII. EVALUACIÓN FORMATIVA</b>		
<ul style="list-style-type: none"><li>• Portafolio de ejercicios.</li><li>• Pruebas orales y escritas</li></ul>		
<b>VIII. BIBLIOGRAFÍA</b>		
<ul style="list-style-type: none"><li>• Figueroa, R. (2004). Matemática Básica, Lima Perú: Editorial América</li><li>• Lázaro, M, (2002). Matemática Básica, Lima: Editorial Moshera</li></ul>		

## SESIÓN N° 6

<b>CURSO:</b>	Matemática Básica	<b>SEMESTRE ACADÉMICO</b>	2022 – I
<b>DOCENTE:</b>	Eulalia Ramos Chura	<b>UNIDAD DE APRENDIZAJE</b>	I
<b>CICLO:</b>	I	<b>DURACIÓN</b>	2 horas

PERFIL DE EGRESO		
Resuelve problemas contextualizados haciendo uso de las ciencias básicas permitiendo el desarrollo autónomo del estudiante con criterio objetivo y juicios lógicos de valor.		
COMPETENCIA		
Muestra dominio de las disciplinas científicas de la especialidad, aplicando sus conocimientos en la resolución de problemas contextualizados con pensamiento crítico, analítico y reflexivo		
UNIDAD-LOGRO-DESEMPEÑO		
UNIDAD	INDICADOR DE LOGRO / DESEMPEÑO	
Sistema de números reales y funciones reales	Resuelve problemas de funciones demostrando rigurosidad en la interpretación y aplicación de las definiciones y propiedades con flexibilidad en su razonamiento al enfrentarse a situaciones de aplicaciones.	
III. CONOCIMIENTOS		
Operaciones de funciones : Multiplicación y división		
Operaciones con funciones : Suma y resta		
Operaciones con funciones : Multiplicación y división	DESCRIPCIÓN DE ACTIVIDADES	ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS / MEDIOS Y MATERIALES
INICIO	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ El docente inicia preguntando a los estudiantes ¿es importante el estudio de funciones reales?</li> <li>▪ Se hace el recojo de saberes previos de los estudiantes.</li> <li>▪ El docente explica lo que se quiere lograr al aprender las operaciones de funciones reales específicamente la multiplicación y división.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Lluvia de ideas</li> <li>▪ Pizarra</li> <li>▪ Palabra hablada</li> </ul>
DESARROLLO	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Se explica por los conceptos básicos de las operaciones de funciones.</li> <li>▪ Uso adecuado de los criterios a tomar en las operaciones de funciones para resolver ejercicios.</li> <li>▪ Aplicación del software Geogebra para reforzar lo aprendido.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Clase magistral</li> <li>▪ Inductivo-deductivo</li> <li>▪ Pizarra</li> <li>▪ Software Geogebra</li> </ul>
CIERRE	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Actividad práctica para que desarrollen los estudiantes de manera individual.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Palabra hablada</li> <li>▪ Preguntas de exploración</li> </ul>



	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Se verifica los logros del aprendizaje del estudiante asimismo se corregirá los ejercicios resueltos por cada uno de los estudiantes.</li><li>▪ Incentivar a los estudiantes la revisión bibliográfica.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Pizarra</li></ul>
<b>XIX. EVALUACIÓN FORMATIVA</b>		
<ul style="list-style-type: none"><li>• Portafolio de ejercicios.</li><li>• Pruebas orales y escritas</li></ul>		
<b>XX. BIBLIOGRAFÍA</b>		
<ul style="list-style-type: none"><li>• Figueroa, R. (2004). Matemática Básica, Lima Perú: Editorial América</li><li>• Lázaro, M, (2002). Matemática Básica, Lima: Editorial Moshera</li></ul>		

## SESIÓN N° 7

<b>CURSO:</b>	Matemática Básica	<b>SEMESTRE ACADÉMICO</b>	2022 – I
<b>DOCENTE:</b>	Eulalia Ramos Chura	<b>UNIDAD DE APRENDIZAJE</b>	I
<b>CICLO:</b>	I	<b>DURACIÓN</b>	2 horas

PERFIL DE EGRESO		
Resuelve problemas contextualizados haciendo uso de las ciencias básicas permitiendo el desarrollo autónomo del estudiante con criterio objetivo y juicios lógicos de valor.		
COMPETENCIA		
Muestra dominio de las disciplinas científicas de la especialidad, aplicando sus conocimiento en la resolución de problemas contextualizados con pensamiento crítico, analítico y reflexivo		
UNIDAD-LOGRO-DESEMPEÑO		
UNIDAD	INDICADOR DE LOGRO / DESEMPEÑO	
Sistema de números reales y funciones reales	Resuelve problemas de funciones demostrando rigurosidad en la interpretación y aplicación de las definiciones y propiedades con flexibilidad en su razonamiento al enfrentarse a situaciones de aplicaciones.	
XXI. CONOCIMIENTOS		
Composición de funciones		
Operaciones con funciones : Suma y resta		
Operaciones con funciones : Multiplicación y división	DESCRIPCIÓN DE ACTIVIDADES	ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS / MEDIOS Y MATERIALES
INICIO	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ El docente inicia preguntando a los estudiantes ¿es importancia el estudio de funciones reales?</li> <li>▪ Se hace el recojo de saberes previos de los estudiantes.</li> <li>▪ El docente explica lo que queremos lograr al aprender la composición de funciones reales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Lluvia de ideas</li> <li>▪ Pizarra</li> <li>▪ Palabra hablada</li> </ul>
DESARROLLO	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Se explica los conceptos básicos de composición de funciones.</li> <li>▪ Uso adecuado de la definición y propiedades de composición de funciones reales para resolver ejercicios.</li> <li>▪ Aplicación del software Geogebra para reforzar lo aprendido.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Clase magistral</li> <li>▪ Inductivo-deductivo</li> <li>▪ Pizarra</li> <li>▪ Software Geogebra</li> </ul>
CIERRE	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Actividad práctica para que desarrollen los estudiantes de manera individual.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Palabra hablada</li> <li>▪ Preguntas de exploración</li> <li>▪ Pizarra</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Se verifica los logros del aprendizaje del estudiante asimismo se corregirá los ejercicios resueltos por cada uno de los estudiantes.</li><li>▪ Incentivar a los estudiantes la revisión bibliográfica.</li></ul>	
<b>XII. EVALUACIÓN FORMATIVA</b>		
<ul style="list-style-type: none"><li>• Portafolio de ejercicios.</li><li>• Pruebas orales y escritas</li></ul>		
<b>XIII. BIBLIOGRAFÍA</b>		
<ul style="list-style-type: none"><li>• Figueroa, R. (2004). Matemática Básica, Lima Perú: Editorial América</li><li>• Lázaro, M, (2002). Matemática Básica, Lima: Editorial Moshera</li></ul>		

## SESIÓN N° 8

<b>CURSO:</b>	Matemática Básica	<b>SEMESTRE ACADÉMICO</b>	2022 – I
<b>DOCENTE:</b>	Eulalia Ramos Chura	<b>UNIDAD DE APRENDIZAJE</b>	I
<b>CICLO:</b>	I	<b>DURACIÓN</b>	2 horas

PERFIL DE EGRESO		
Resuelve problemas contextualizados haciendo uso de las ciencias básicas permitiendo el desarrollo autónomo del estudiante con criterio objetivo y juicios lógicos de valor.		
COMPETENCIA		
Muestra dominio de las disciplinas científicas de la especialidad, aplicando sus conocimientos en la resolución de problemas contextualizados con pensamiento crítico, analítico y reflexivo		
UNIDAD-LOGRO-DESEMPEÑO		
UNIDAD	INDICADOR DE LOGRO / DESEMPEÑO	
Sistema de números reales y funciones reales	Resuelve problemas de funciones demostrando rigurosidad en la interpretación y aplicación de las definiciones y propiedades con flexibilidad en su razonamiento al enfrentarse a situaciones de aplicaciones.	
IV. CONOCIMIENTOS		
Inversa de funciones		
Operaciones con funciones : Suma y resta		
Operaciones con funciones : Multiplicación y división	DESCRIPCIÓN DE ACTIVIDADES	ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS / MEDIOS Y MATERIALES
INICIO	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ El docente inicia preguntando a los estudiantes ¿es importante el estudio de funciones reales?</li> <li>▪ Se hace el recojo de saberes previos de los estudiantes.</li> <li>▪ El docente explica lo que queremos lograr al aprender la inversa de funciones reales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Lluvia de ideas</li> <li>▪ Pizarra</li> <li>▪ Palabra hablada</li> </ul>
DESARROLLO	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Se explica los conceptos básicos de la inversa de funciones reales.</li> <li>▪ Uso adecuado de criterios a tomar en la inversa de funciones reales para resolver ejercicios.</li> <li>▪ Aplicación del software Geogebra para reforzar lo aprendido.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Clase magistral</li> <li>▪ Inductivo-deductivo</li> <li>▪ Pizarra</li> <li>▪ Software Geogebra</li> </ul>
CIERRE	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Actividad práctica para que desarrollen los estudiantes de manera individual.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Palabra hablada</li> <li>▪ Preguntas de exploración</li> <li>▪ Pizarra</li> </ul>



	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Se verifica los logros del aprendizaje del estudiante asimismo se corregirá los ejercicios resueltos por cada uno de los estudiantes.</li><li>▪ Incentivar a los estudiantes la revisión bibliográfica.</li></ul>	
<b>XV. EVALUACIÓN FORMATIVA</b>		
<ul style="list-style-type: none"><li>• Portafolio de ejercicios.</li><li>• Pruebas orales y escritas</li></ul>		
<b>XVI. BIBLIOGRAFÍA</b>		
<ul style="list-style-type: none"><li>• Figueroa, R. (2004). Matemática Básica, Lima Perú: Editorial América</li><li>• Lázaro, M, (2002). Matemática Básica, Lima: Editorial Moshera</li></ul>		

## GUIA DIDÁCTICA DE APRENDIZAJE

### Gráfica de una función

Para construir la gráfica de un función real, seguiremos los siguientes pasos:

**Paso 1:** Abra un nuevo archivo con Geogebra

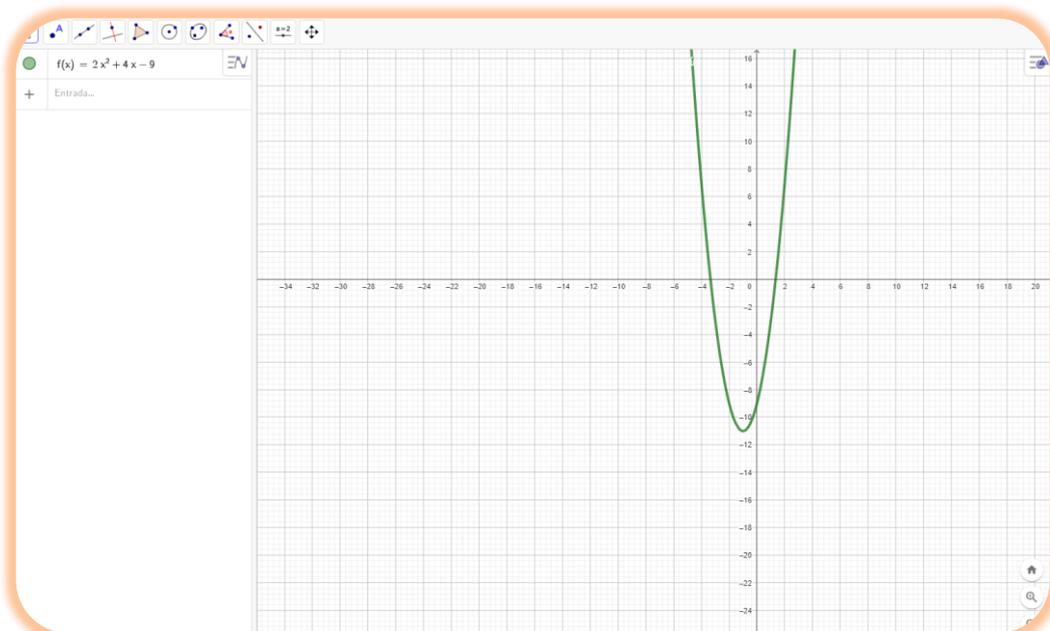
**Paso 2:** Elija el Menu *Vista* y marque la opcion *Ejes*.

**Paso 3:** En la barra de entrada escriba una regla de correspondencia de una funcion

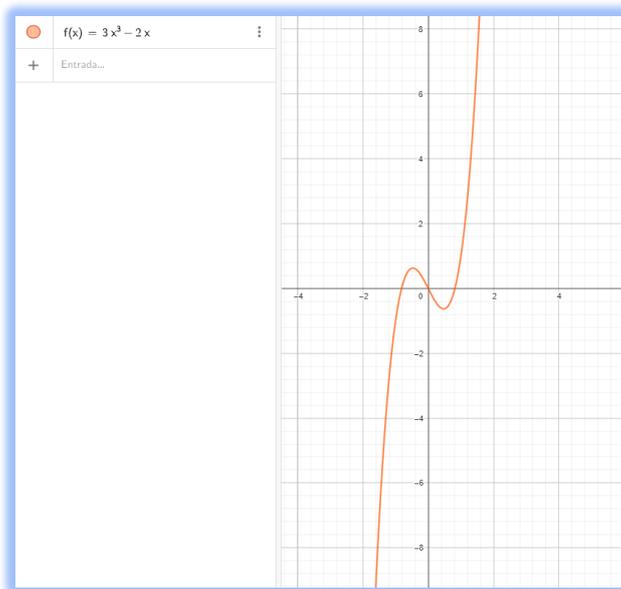
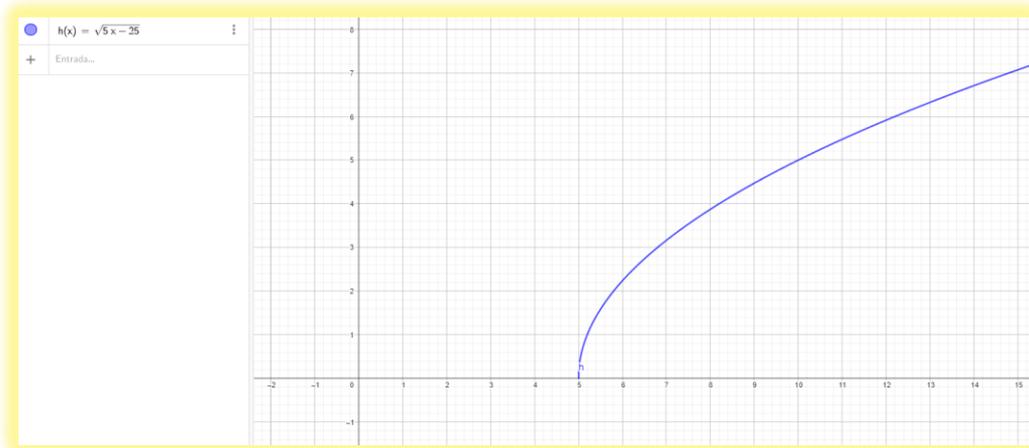
$$2x^2 + 4x - 9$$

:

**Paso 4:** Luego presione *Enter* y vera que inmediatamente se etiquetará la función  $f(x)$ .

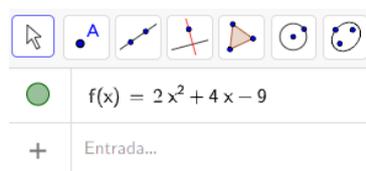


Para poder graficar cualquier otra función que se vio en la parte teórica, simplemente utilice el teclado virtual, el cual está ubicado en la parte inferior de la pantalla.



**Paso 5:** Para cambiar el color, grosor y estilos de trazo, deberá hacer **click** sobre la gráfica de la función , luego emergerá una ventana del lado derecho.

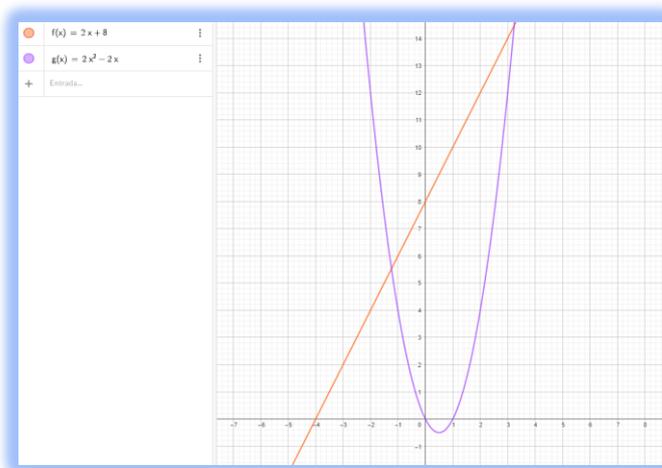
**Paso 6:** Haciendo **click** sobre el botón de color verde que esta al lado izquierdo de la regla de correspondencia se podrá ocultar o exponer la gráfica de la función trazada.



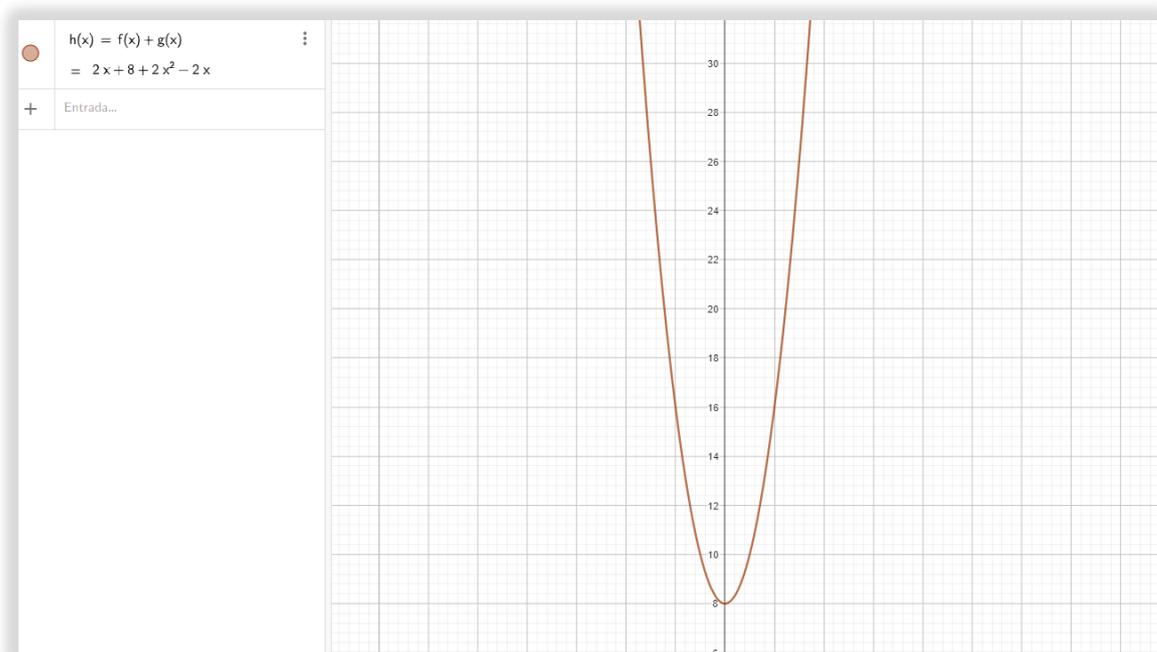
### **Gráfica de algebra de funciones:**

Para construir la gráfica de una suma, resta, multiplicacion o división de funciones, seguiremos los siguientes pasos:

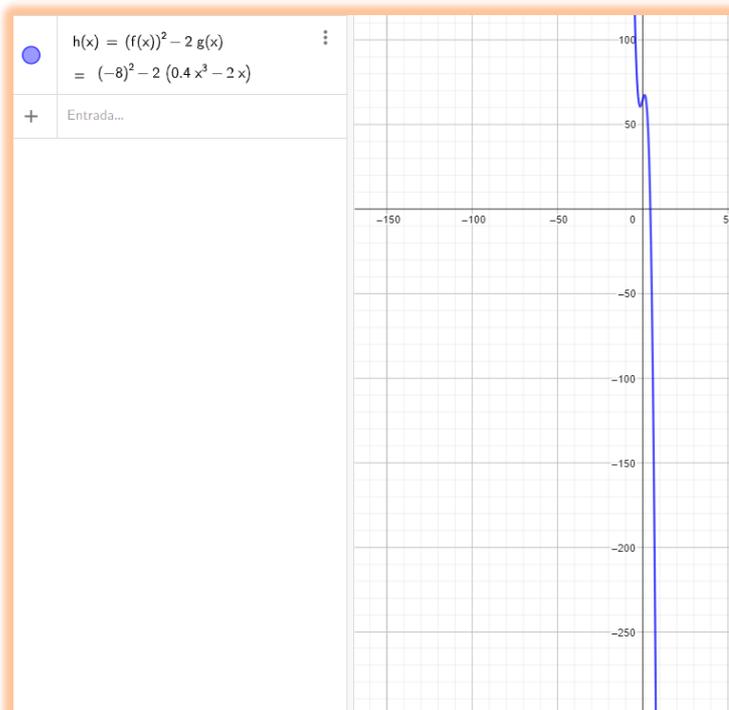
**Paso 1:** Sean las funciones  $f(x)$  y  $g(x)$  definidas por:



**Paso 2:** Para realizar la operación suma de funciones digitaremos en la barra de entrada  $f+g$  y automáticamente se graficará otra función, siempre y cuando ambas funciones tengan intersección de dominios.



**Paso 3:** Para realizar la operación de resta de funciones digitaremos en la barra de entrada  $f-g$  y automáticamente se graficará otra función, siempre y cuando ambas funciones tengan intersección de dominios.



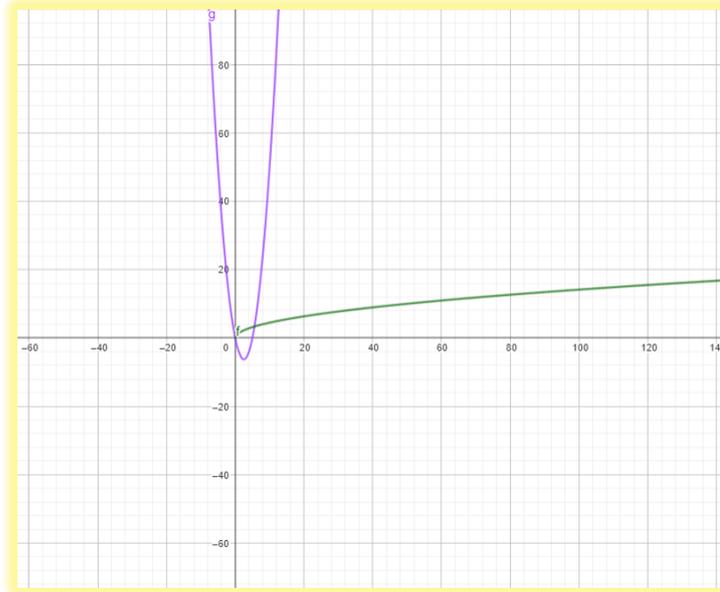
### Gráfica de composición de funciones

Para construir la gráfica de una composición de funciones, seguiremos los siguientes pasos:

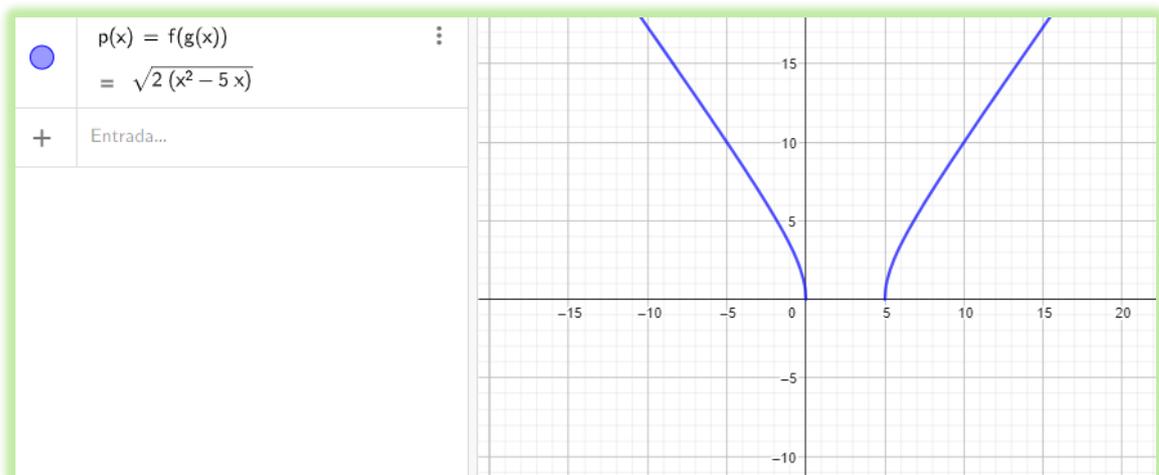
**Paso 1:** Se define dos funciones  $f(x)$  y  $g(x)$

$\bullet$	$g(x) = x^2 - 5x$
$\bullet$	$f(x) = \sqrt{2x}$

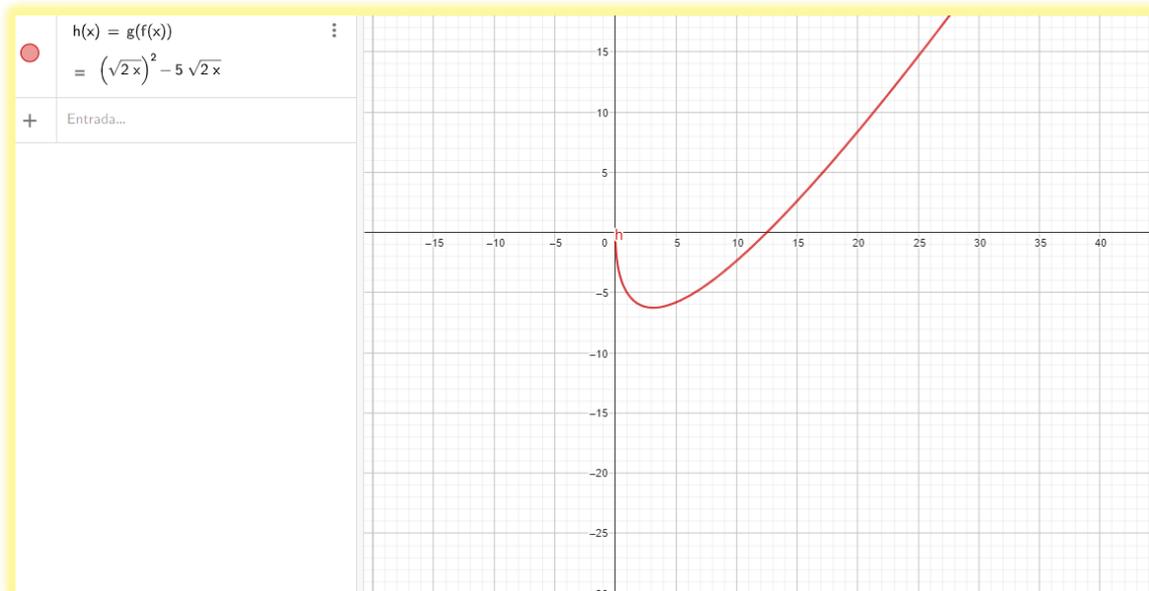
**Paso 2:** Se visualiza las graficas correspondientes de las funciones  $f(x)$  y  $g(x)$



**Paso 2:** Se visualiza el grafico correspondiente de la composición de  $f(x)$  o  $g(x)$



**Paso 3:** De la misma manera podemos visualizar el gráfico correspondiente de la composición de  $g(x)$  o  $f(x)$ , el cual sera otra función.

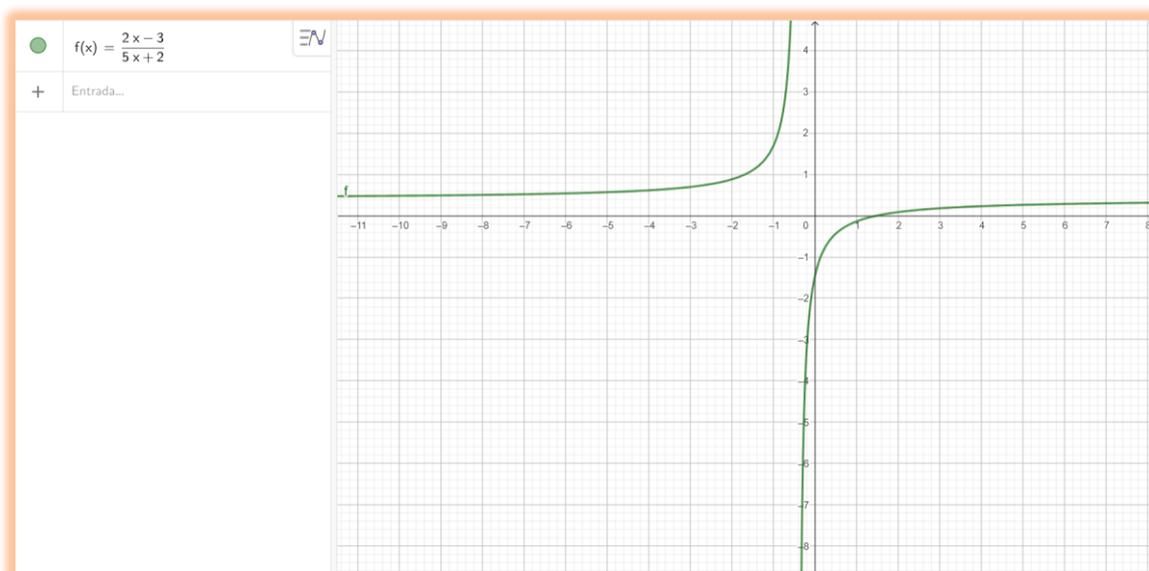


### Gráfica de inversa de funciones

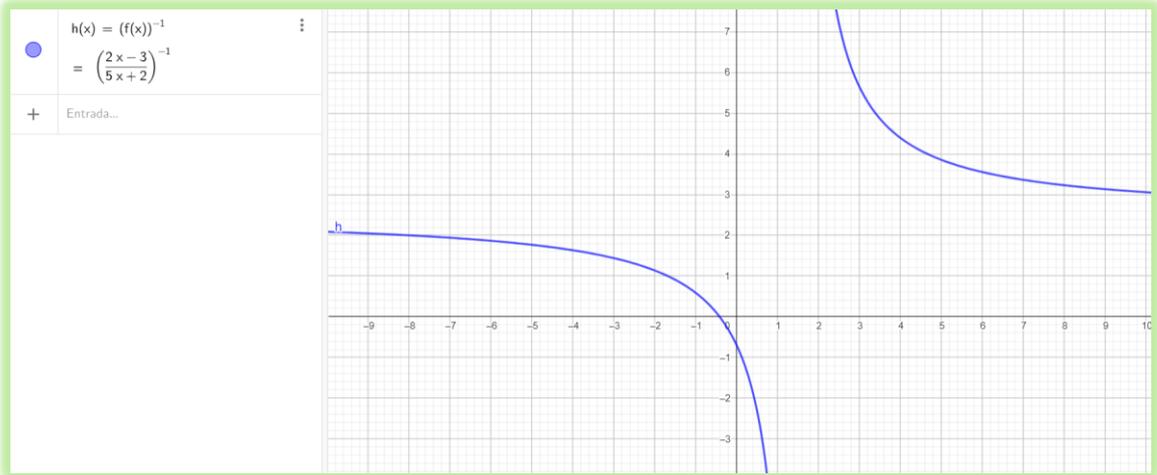
Para construir la gráfica de inversa de funciones, seguiremos los siguientes pasos:

**Paso 1:** Abra un nuevo archico en Geogebra.

**Paso 2:** Se define la función real  $f(x)$  y cuya grafica es :



**Paso 2:** Se visualiza las graficas correspondientes a la inversa de la función





## DECLARACIÓN JURADA DE AUTENTICIDAD DE TESIS

Por el presente documento, Yo Eulalia Ramos Chura,  
identificado con DNI 44891646 en mi condición de egresado de:

Escuela Profesional,  Programa de Segunda Especialidad,  Programa de Maestría o Doctorado

informo que he elaborado el/la  Tesis o  Trabajo de Investigación denominada:

"El aprendizaje de Matemática Básica de estudiantes  
universitarios a través del software Geogebra".

Es un tema original.

Declaro que el presente trabajo de tesis es elaborado por mi persona y **no existe plagio/copia** de ninguna naturaleza, en especial de otro documento de investigación (tesis, revista, texto, congreso, o similar) presentado por persona natural o jurídica alguna ante instituciones académicas, profesionales, de investigación o similares, en el país o en el extranjero.

Dejo constancia que las citas de otros autores han sido debidamente identificadas en el trabajo de investigación, por lo que no asumiré como tuyas las opiniones vertidas por terceros, ya sea de fuentes encontradas en medios escritos, digitales o Internet.

Asimismo, ratifico que soy plenamente consciente de todo el contenido de la tesis y asumo la responsabilidad de cualquier error u omisión en el documento, así como de las connotaciones éticas y legales involucradas.

En caso de incumplimiento de esta declaración, me someto a las disposiciones legales vigentes y a las sanciones correspondientes de igual forma me someto a las sanciones establecidas en las Directivas y otras normas internas, así como las que me alcancen del Código Civil y Normas Legales conexas por el incumplimiento del presente compromiso

Puno 12 de enero del 2024

  
FIRMA (obligatoria)



Huella



## AUTORIZACIÓN PARA EL DEPÓSITO DE TESIS O TRABAJO DE INVESTIGACIÓN EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL

Por el presente documento, Yo Eulalia Ramos Chura,  
identificado con DNI 44891646 en mi condición de egresado de:

Escuela Profesional,  Programa de Segunda Especialidad,  Programa de Maestría o Doctorado

Maestría en Educación con mención en Didáctica de la Matemática,  
informo que he elaborado el/la  Tesis o  Trabajo de Investigación denominada:

"El aprendizaje de Matemática Básica de estudiantes  
universitarios a través del software Geogebra".

para la obtención de  Grado,  Título Profesional o  Segunda Especialidad.

Por medio del presente documento, afirmo y garantizo ser el legítimo, único y exclusivo titular de todos los derechos de propiedad intelectual sobre los documentos arriba mencionados, las obras, los contenidos, los productos y/o las creaciones en general (en adelante, los "Contenidos") que serán incluidos en el repositorio institucional de la Universidad Nacional del Altiplano de Puno.

También, doy seguridad de que los contenidos entregados se encuentran libres de toda contraseña, restricción o medida tecnológica de protección, con la finalidad de permitir que se puedan leer, descargar, reproducir, distribuir, imprimir, buscar y enlazar los textos completos, sin limitación alguna.

Autorizo a la Universidad Nacional del Altiplano de Puno a publicar los Contenidos en el Repositorio Institucional y, en consecuencia, en el Repositorio Nacional Digital de Ciencia, Tecnología e Innovación de Acceso Abierto, sobre la base de lo establecido en la Ley N° 30035, sus normas reglamentarias, modificatorias, sustitutorias y conexas, y de acuerdo con las políticas de acceso abierto que la Universidad aplique en relación con sus Repositorios Institucionales. Autorizo expresamente toda consulta y uso de los Contenidos, por parte de cualquier persona, por el tiempo de duración de los derechos patrimoniales de autor y derechos conexos, a título gratuito y a nivel mundial.

En consecuencia, la Universidad tendrá la posibilidad de divulgar y difundir los Contenidos, de manera total o parcial, sin limitación alguna y sin derecho a pago de contraprestación, remuneración ni regalía alguna a favor mío; en los medios, canales y plataformas que la Universidad y/o el Estado de la República del Perú determinen, a nivel mundial, sin restricción geográfica alguna y de manera indefinida, pudiendo crear y/o extraer los metadatos sobre los Contenidos, e incluir los Contenidos en los índices y buscadores que estimen necesarios para promover su difusión.

Autorizo que los Contenidos sean puestos a disposición del público a través de la siguiente licencia:

Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional. Para ver una copia de esta licencia, visita: <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

En señal de conformidad, suscribo el presente documento.

Puno 12 de enero del 2024

  
FIRMA (obligatoria)



Huella