



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

ESCUELA DE POSGRADO

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN



TESIS

**RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS SOBRE FUNCIONES REALES BASADO EN
EL MÉTODO POLYA EN LOS ESTUDIANTES DE LA UNIVERSIDAD
NACIONAL DEL ALTIPLANO - 2023**

PRESENTADA POR:

RAQUEL VERONICA ARI SUAÑA

PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:

MAGISTER SCIENTIAE EN EDUCACIÓN

CON MENCIÓN EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

PUNO, PERÚ

2023

Reporte de similitud

NOMBRE DEL TRABAJO

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS SOBRE FUNCIONES REALES BASADO EN EL MÉTODO POLYA EN LOS ESTUDIANTES DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO - 2023

AUTOR

Raquel Veronica Ari Suaña

RECuento DE PALABRAS

23451 Words

RECuento DE CARACTERES

118396 Characters

RECuento DE PÁGINAS

123 Pages

TAMAÑO DEL ARCHIVO

4.1MB

FECHA DE ENTREGA

Jan 10, 2024 7:55 AM GMT-5

FECHA DEL INFORME

Jan 10, 2024 7:57 AM GMT-5

● **7% de similitud general**

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para cada base de datos

- 6% Base de datos de Internet
- Base de datos de Crossref
- 5% Base de datos de trabajos entregados
- 1% Base de datos de publicaciones
- Base de datos de contenido publicado de Crossref

● **Excluir del Reporte de Similitud**

- Material bibliográfico
- Coincidencia baja (menos de 12 palabras)
- Material citado
- Bloques de texto excluidos manualmente




Dra. Brenda Karen Salas Mendizábal
DOCENTE

Resumen



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

ESCUELA DE POSGRADO

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

TESIS

**RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS SOBRE FUNCIONES REALES BASADO EN
EL MÉTODO POLYA EN LOS ESTUDIANTES DE LA UNIVERSIDAD
NACIONAL DEL ALTIPLANO - 2023**



PRESENTADA POR:

RAQUEL VERONICA ARI SUAÑA

PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:

**MAGISTER SCIENTIAE EN EDUCACIÓN
CON MENCIÓN EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA**

APROBADA POR EL JURADO SIGUIENTE:

PRESIDENTE


.....
Dra. LUZ WILFREDA CUSI ZAMATA

PRIMER MIEMBRO


.....
Mtro. SIMÓN EDUARDO VILLASANTE SARAVIA

SEGUNDO MIEMBRO


.....
M.Sc. GUILLERMINA YENI PACHO POMA

ASESOR DE TESIS


.....
D.Sc. BRENDA KAREN SALAS MENDIZABAL

Puno, 11 de diciembre de 2023

ÁREA: Estrategias metodológicas de la educación matemática.

TEMA: Resolución de problemas sobre funciones reales basado en el método Polya en los estudiantes de la Universidad Nacional del Altiplano-2023

LINEA: Comprobación de la eficiencia y eficacia de estrategias metodológicas en la educación matemática



DEDICATORIA

La presente investigación lo dedico con mucha gratitud a mis queridos hijos José y Sheyla que son el motivo e inspiración para seguir adelante.

A mi familia, amigos, que en todo momento, me brindaron su apoyo, para la culminación de mi trabajo de investigación.



AGRADECIMIENTOS

Expresar mi agradecimiento a la Dra. Brenda Karen Salas Mendizabal por su paciencia, motivación y aportes en la realización del presente trabajo.

Asimismo, expresar mi gratitud a mis docentes de la Maestría en Educación de la Universidad Nacional del Altiplano, por sus enseñanzas y orientaciones brindadas.

A mi familia y amigos por las sugerencias, paciencia y apoyo incondicional.



ÍNDICE GENERAL

	Pág.
DEDICATORIA	i
AGRADECIMIENTOS	ii
ÍNDICE GENERAL	iii
ÍNDICE DE TABLAS	vii
ÍNDICE DE FIGURAS	ix
ÍNDICE DE ANEXOS	xi
RESUMEN	xii
ABSTRACT	xiii
INTRODUCCIÓN	1

CAPÍTULO I

REVISIÓN DE LITERATURA

1.1 Marco teórico	3
1.1.1 Perfil del docente universitario	3
1.1.2 Sesiones de aprendizaje	3
1.1.2.1 Planificación de la sesión de aprendizaje	3
1.1.2.2 Ejecución de la sesión de aprendizaje	4
1.1.2.2.1 Actividad de inicio de la sesión de aprendizaje	4
1.1.2.2.2 Actividad de desarrollo de la sesión de aprendizaje	5
1.1.2.2.3 Actividad de cierre de la sesión de aprendizaje	6
1.1.3 Resolución de problemas	6
1.1.4 Método de Polya para la resolución de problemas	7
1.1.4.1 Comprensión del problema	8
1.1.4.2 Configurar un plan	8
1.1.4.3 Ejecución del plan	8
1.1.4.4 Comprobación de resultados	9
1.1.5 Modelación matemática	9
1.1.6 Contenidos a desarrollar de funciones reales de variable real	9
1.1.6.1 Logro de competencia	9
	iii



1.1.6.2 Funciones reales	9
1.1.6.3 Gráfica de funciones reales	11
1.1.6.4 Funciones crecientes y decrecientes	11
1.1.6.5 Valores máximos y mínimos locales de una función	12
1.1.6.6 Operaciones con funciones	13
1.1.6.7 Funciones uno a uno	14
1.1.6.8 Función inversa	15
1.1.6.9 Modelado de funciones	16
1.1.6.10 Crecimiento exponencial	17
1.1.6.11 Funciones trigonométricas y sus graficas	17
1.1.6.12 Funciones exponenciales	21
1.1.6.13 Ley de senos y cosenos	22
1.2 Antecedentes	24
1.2.1 Internacionales	24
1.2.2 Nacionales	25

CAPÍTULO II

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1 Identificación del problema	28
2.2 Enunciados del problema	29
2.2.1 Problema general	29
2.2.2 Problemas específicos	29
2.3 Justificación	29
2.4 Objetivos	30
2.4.1 Objetivo general	30
2.4.2 Objetivos específicos	30
2.5 Hipótesis	30
2.5.1 Hipótesis general	30
2.5.2 Hipótesis específicas	31

CAPÍTULO III

MATERIALES Y MÉTODOS

3.1 Lugar de estudio	32
3.2 Población	32



3.3 Muestra	33
3.4 Método de investigación	33
3.4.1 Técnicas	33
3.4.2 Diseño de los instrumentos de trabajo	34
3.4.3 Programación y actividades desarrolladas	35
3.5 Descripción detallada de métodos por objetivos específicos	39
3.5.1 Descripción metodológica	39
3.5.2 Técnica e instrumentos	39
3.5.3 Descripción de variables a ser analizados en el objetivo específico	39
3.5.4 Aplicación de prueba estadística.	40
3.5.5 Escala de calificaciones	40
3.5.6 Análisis de validez y confiabilidad de la prueba de inicio y salida	41
3.5.7 Técnica para el análisis de datos	43
3.5.7.1 Para el objetivo general	43
3.5.7.2 Para el primer objetivo específico	46
3.5.7.3 Para el segundo objetivo específico	46
3.5.7.4 Para el tercer objetivo específico	46

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 Resultados de prueba de ingreso	47
4.1.1 Prueba de normalidad	49
4.2 Resultados de la prueba de salida en ambos grupos de control y de experimento	52
4.2.1 Contrastación de la hipótesis de investigación	55
4.2.2 Prueba de la hipótesis de investigación	56
4.3 Resultados de las notas de salida en ambos grupos control y de experimento para el primer objetivo específico	57
4.3.1 Contrastación de la hipótesis de investigación	61
4.3.2 Prueba de hipótesis de investigación para el primer objetivo específico	62
4.4 Resultados de la prueba de salida en el grupo de control y de experimento para el segundo objetivo específico	64
4.4.1 Contrastación de la hipótesis de investigación	67
4.4.2 Prueba de la hipótesis de investigación del segundo objetivo específico	68



4.5 Resultados de la prueba de salida en el grupo de control y de experimento para el tercer objetivo específico	70
4.5.1 Contrastación de la hipótesis de investigación	73
4.5.2 Prueba de la hipótesis de investigación para el tercer objetivo específico	74
CONCLUSIONES	78
RECOMENDACIONES	79
BIBLIOGRAFÍA	80
ANEXOS	87



ÍNDICE DE TABLAS

	Pág.
1. Estudiantes de la E. P. de Ciencias Contables e Ingeniería de Sistemas del primer ciclo del año académico 2023-I	32
2. Muestra constituida por estudiantes de la E. P. de Ciencias Contables e Ingeniería de Sistemas del primer ciclo del año académico 2023 – I.	33
3. Esquema de la investigación para el aprendizaje de funciones reales	34
4. Número de preguntas y valoración por cada pregunta	35
5. Secuencia de actividades y el tiempo requerido para la aplicación de las sesiones de aprendizaje	36
6. Sistema de calificación considerada en los grupos de control y de experimento	40
7. Calificación de validez de la prueba de inicio y salida	41
8. Resultados de la prueba de inicio en ambos grupos control y de experimento.	47
9. Prueba de normalidad de ambos grupos control y de experimento	50
10. Resultados de la prueba de inicio de los estudiantes del grupo control y de experimento	51
11. Resultados de calificaciones en el grupo control al finalizar el tratamiento	52
12. Nivel de logro alcanzado en el grupo de experimento al finalizar el tratamiento	53
13. Prueba Levene de igualdad de varianzas después del experimento	56
14. Datos estadísticos de la prueba de salida	56
15. Notas finales de resolución de problemas de operaciones con funciones reales en el grupo control	58
16. Notas de la prueba de salida sobre resolución de problemas de operaciones con funciones reales en el grupo de experimento	59
17. Test de Levene de igualdad de varianzas después del experimento	62
	vii



18. Datos estadísticos de las notas de salida sobre resolución de problemas de operaciones con funciones reales	63
19. Resultados de la prueba de salida sobre resolución de problemas de modelado de funciones reales en el grupo control	64
20. Resultados de las notas finales sobre resolución de problemas de modelado de funciones reales en el grupo de experimento	65
21. Prueba Levene de igualdad de varianzas después del experimento	68
22. Datos estadísticos de la prueba de salida	69
23. Resultados de las notas de salida (pos test) sobre resolución de problemas de funciones trigonométricas del grupo control	70
24. Resultados de las notas finales (pos test) sobre resolución de problemas de funciones trigonométricas en el grupo de experimento	71
25. Prueba Levene de igualdad de varianzas después del experimento	74
26. Datos estadísticos de la prueba de salida	75



ÍNDICE DE FIGURAS

	Pág.
1. Concepto de función	10
2. Función que crece y decrece	12
3. Función creciente y decreciente	12
4. Valores máximos y mínimos de una función.	13
5. Composición de funciones.	14
6. Función que no es inyectiva, y función que es inyectiva.	15
7. Función inversa	16
8. Circulo unitario	18
9. Función seno	19
10. Función coseno	19
11. Función tangente	20
12. Función exponencial.	22
13. Triangulo rectángulo.	22
14. Ley de senos.	23
15. Comparación de resultados de la prueba de inicio antes de comenzar el experimento.	51
16. Resultados de las notas de salida en el grupo control.	52
17. Notas finales (pos test) en el grupo de experimento.	54
18. Resultados de las notas de la prueba de salida en ambos grupos control y de experimento.	55
19. Campana de Gauss del valor de t de las notas de salida de ambos grupos.	57
20. Resultados de las notas finales en el grupo de control.	58
	ix



21. Notas de la prueba de salida en el grupo de experimento.	60
22. Resultados de las notas de salida de ambos grupos control y de experimento.	61
23. Campana de Gauss de la prueba t en la prueba de salida de resolución de problemas de operaciones con funciones.	63
24. Resultados de las notas de salida en el grupo de control	64
25. Resultados de las notas de salida en el grupo de experimento.	66
26. Resultados de las notas de salida de ambos grupos control y de experimento.	67
27. Campana de Gauss de la prueba t en la prueba de salida de resolución de problemas de modelado de funciones.	69
28. Resultados de las notas finales (pos test) del grupo control.	70
29. Resultados de las notas finales (pos test) en el grupo de experimento.	72
30. Comparación de resultados de la prueba de salida en el grupo control y de experimento.	73
31. Campana de Gauss de la prueba t en la prueba de salida de resolución de problemas de funciones trigonométricas.	75



ÍNDICE DE ANEXOS

	Pág.
1. Matriz de consistencia	88
2. Instrumento de investigación pre-pos test	89
3. Silabo del curso de Matemática Básica.	90
4. Resultados de la prueba de salida en ambos grupos control y de experimento.	96
5. Resultados de la prueba de salida en ambos grupos control y de experimento en la resolución de problemas de Operaciones con funciones reales, aplicando conceptos y propiedades respectivas.	97
6. Tabla de Resultados de la prueba de salida en los grupos control y de experimento en la resolución de problemas de modelado de funciones reales aplicando conceptos y propiedades	98
7. Resultados de la prueba de salida en ambos grupos control y de experimento en la resolución de problemas de funciones trigonométricas aplicando conceptos y propiedades	99
8. Sesión de aprendizaje	100
9. Validación del instrumento de investigación	104
10. Autorización para aplicación de la investigación	107
11. Constancia de ejecución de la investigación	108

RESUMEN

El presente trabajo de investigación: aprendizaje de resolución de problemas sobre funciones reales a través del método Polya tuvo como objetivo general determinar el efecto de la aplicación del método Polya en el aprendizaje de la resolución de problemas sobre funciones reales. se planteó actividades que fueron realizadas por los estudiantes de Ciencias Contables para lograr un aprendizaje significativo con la supervisión del docente. La investigación tiene un enfoque cuantitativo con diseño cuasi experimental con dos grupos, uno de control formado por 24 estudiantes de la escuela profesional de Ingeniería de Sistemas y otro de experimento con 21 estudiantes de Ciencias Contables, ambos grupos de estudiantes matriculados en el curso de Matemática Básica. El promedio de calificaciones antes de iniciar el experimento fue de 6.5 y 6.8 en el grupo de control y de experimento respectivamente, mientras que, al finalizar el tratamiento se obtuvo una media 11.50 en el grupo de control y 13.52 puntos en el grupo de experimento. Estos resultados muestran que la aplicación del método Polya en los estudiantes de Ciencias Contables difieren significativamente respecto a los estudiantes de Ingeniería de Sistemas, lo cual se demuestra con la prueba estadística t de Student con un 95% de confiabilidad. Esto permite concluir que la resolución de problemas sobre funciones reales basado en el método Polya como estrategia didáctica tiene efectos positivos.

Palabras clave: Aprendizaje, funciones reales, método Polya, planificación, resolución de problemas.



ABSTRACT

The general objective of this research work: learning to solve problems on real functions through the Polya method was to determine the effect of applying the Polya method on learning to solve problems on real functions. Activities were proposed that were carried out by the Accounting Sciences students to achieve significant learning with the teacher's supervision. The research has a quantitative approach with a quasi-experimental design with two groups, a control group made up of 24 students from the professional school of Systems Engineering and another experimental group with 21 students of Accounting Sciences, both groups of students enrolled in Mathematics course. Basic. The average grade before starting the experiment was 6.5 and 6.8 in the control and experiment group respectively, while at the end of the treatment an average of 11.50 was obtained in the control group and 13.52 points in the experiment group. These results show that the application of the Polya method in Accounting Sciences students differs significantly from that of Systems Engineering students, which is demonstrated with the Student t test with 95% reliability. This allows us to conclude that solving problems about real functions based on the Polya method as a teaching strategy has positive effects.

Keywords: Learning, real functions, Polya method, planning, problem solving.


Dra. Brenda Karen Salas Menizabal
DOCENTE

INTRODUCCIÓN

La formación académica en la Universidad Nacional del Altiplano actualmente se da mediante un currículo por competencias, y el docente universitario de especialidad en matemáticas que realiza servicio en diferentes escuelas profesionales muchas veces no tienen el conocimiento de estrategias ni métodos de enseñanza adecuados, adoptando criterios que pueden afectar los sistemas de evaluación implantados por el docente, esto hace que muchos estudiantes se vean perjudicados, ya que perciben que no pueden cumplir con las competencias exigidas.

Dentro de la Universidad Nacional del Altiplano, el curso de Matemática Básica es un curso general de carácter obligatorio del primer ciclo, muchas veces se presentan dificultades en su aprendizaje principalmente en la resolución de problemas, los estudiantes aprendieron a resolver problemas mecánicamente y en forma repetitiva, usando operaciones elementales, teniendo dificultad de cómo aplicarlas en la resolución de problemas.

La metodología empleada por el docente en matemáticas es un factor importante para lograr los aprendizajes en el estudiante, ya que se emplea en la resolución de problemas, el cual debe permitir habilidades de reconocimiento, de planteamiento y de resolución. En el presente estudio se desarrolló los procesos que indica la aplicación del Método Polya en resolución de problemas de funciones reales, en estudiantes de ingeniería y ciencias sociales de la Universidad Nacional del Altiplano. Este método en comparación con los métodos tradicionales está orientado a lograr un aprendizaje significativo y duradero con participación activa del estudiante.

El objetivo general de la presente investigación es determinar cómo influye el Método Polya como estrategia didáctica en la resolución de problemas de funciones reales en los estudiantes de Ingeniería y Ciencias Sociales en la Universidad Nacional del Altiplano, esto a consecuencia del poco interés que demuestran algunos estudiantes en el aprendizaje de Matemática Básica siendo uno de los factores la estrategia metodológica aplicada por el docente de Matemáticas, el estudiante muchas veces no logra reconocer, plantear y mucho menos resolver problemas de funciones reales, este tema es base indispensable para el curso de cálculo diferencial e integral que todo estudiante de ingeniería lo realiza en su formación académica. La investigación fue realizada con 45 estudiantes de



ingeniería y ciencias sociales con dos grupos uno de control y uno de experimento, presentando un análisis estadístico apropiado entre las pruebas de inicio y salida que fueron aplicados a los estudiantes.

Según Calvo (2008) sobre la actitud del docente, describe las dificultades que tienen los estudiantes para la resolución de problemas matemáticos, y comenta que estos problemas no radican en el estudiante mismo, sino que existen otros aspectos, como la metodología o las actitudes que tiene el docente hacia la resolución de problemas. Se plantea aplicar una estrategia didáctica para un mejor aprendizaje significativo

El desarrollo de la presente tesis de investigación se distribuye en cuatro capítulos, el primer capítulo trata las teorías sobre la descripción del problema; la justificación; las preguntas, objetivos y las hipótesis de investigación, en el segundo capítulo se da a conocer teorías que fundamentan y explican el problema, dando a conocer los antecedentes de la investigación, en el tercer capítulo se describe la metodología, técnica, el tipo y diseño de investigación, la población y muestra, en el cuarto capítulo se considera los resultados, se muestran tablas y gráficos, se da un análisis e interpretación de los resultados así como las recomendaciones consideradas. Se realizó la contrastación de la hipótesis planteada. Finalmente adjuntamos toda la bibliografía utilizada, así como los anexos correspondientes del trabajo de investigación.



CAPÍTULO I

REVISIÓN DE LITERATURA

1.1 Marco teórico

1.1.1 Perfil del docente universitario

Según la Ley N° 30220 de 2014, Ley Universitaria, el docente universitario realiza actividades de docencia, investigación, gestión académica administrativa y de responsabilidad social universitaria, teniendo un compromiso con la misión y visión de la universidad.

Ortega (2010) el docente universitario desarrolla funciones como: apoyar, orientar, acompañar, guiar el trabajo, preparar, promover el desarrollo integral y el mejoramiento continuo del estudiante, diseñar experiencias, escenarios y procesos de aprendizaje relevantes y significativos. Martínez y Zea (2004) expresan que: el docente implementa recursos y actividades, estas estrategias son los medios, las herramientas y procedimientos pedagógicos para promover el aprendizaje del alumno, el docente planifica para facilitar y apoyar el aprendizaje del estudiante.

1.1.2 Sesiones de aprendizaje

Según Zabala (2000) la sesión de aprendizaje es un conjunto de actividades planificadas y articuladas para lograr objetivos educativos que permite una perspectiva procesal de la planificación, aplicación y evaluación.

1.1.2.1 Planificación de la sesión de aprendizaje

Zabala y Arnau (2008) nos dice que la teoría y la práctica deben estar asociadas, y la desconexión ha provocado un cambio fuerte, provocando opiniones propicias a la enseñanza de competencias. Abdallah *et al.*, (2013) dice que, en los procesos administrativos, antes de la aplicación de nuevas metodologías de

enseñanza-aprendizaje es indispensable conocer como aprenden las personas para crear, planificar las estrategias de enseñanza. Por otro lado Palermo (2004) expresa que el docente universitario no trabaja en equipo, privándole de una retroalimentación significativa. La enseñanza es un problema material y como esta se entrega a los estudiantes (Manuele, 2007).

Tobón (2013) la escuela debe garantizar la implementación de estrategias metacognitivas como herramientas psicológicas necesarias para que lo estudiantes puedan valorar, observar, dialogar, reflexionar, criticar la realidad, debe asumir posiciones que ayuden a transformarse y a transformar contextos como evidencia de pensamiento crítico que alcanzaron como consecuencia de una concepción de la problemática con un nivel de eficiencia alto.

1.1.2.2 Ejecución de la sesión de aprendizaje

Se consideró tres momentos: inicio, proceso y cierre.

1.1.2.2.1 Actividad de inicio de la sesión de aprendizaje

Esta referido al comienzo de una sesión de aprendizaje, donde da la introducción al contenido a desarrollar según el cronograma propuesto. Araujo (2008) expresa que la actividad de inicio comprende actividades de apertura al tema a tratar. Tobón *et al.*, (2010) nos dice que son conjuntos articulados que se dan al inicio que busca el logro de metas. Se da inicio al aprendizaje a través de preguntas orientadoras, motivando al estudiante y concatenando o relacionando los conocimientos previos que tiene con los que se va a impartir, esta actividad se realiza por temas y puede ser individual o grupal (Leguizamón *et al.*, 2019).

Para Herran y Paredes (2009) el docente debe iniciar la sesión presentando con claridad el tema que va a enseñar, es decir, no debe presentarse ambigüedades, el inicio del tema a tratar debe ser expuesto de forma clara y breve.

Mora (2003) dice que en la introducción al tema se describen brevemente los temas a tratar, recordando el tema tratado anteriormente o plantear algunas preguntas preliminares para iniciar la discusión, en otros casos los

profesores de matemáticas se ayudan con informaciones relacionados con temas como situaciones conocidas por el estudiante, juegos, o casos donde usa algunos temas propios de otros contenidos.

El diagnóstico de saberes previos o inicio de los estudiantes, se realizó con la finalidad de conocer los conocimientos iniciales que tienen los estudiantes de ingeniería y ciencias sociales sobre los problemas de funciones reales, se desarrolló la introducción del tema planificado, la motivación, el diagnóstico de saberes previos y la generación del conflicto cognitivo.

1.1.2.2 Actividad de desarrollo de la sesión de aprendizaje

Sevillano (2009) expresa que, esta actividad comprende una secuencia de tareas planificadas con anticipación con el propósito de que el estudiante alcance nuevos conocimientos desarrollando las capacidades necesarias.

En las sesiones de aprendizaje se incorporan nuevas informaciones, donde los estudiantes deben interactuar, esto es, los conocimientos previos se deben relacionar con la nueva teoría dada y el uso de esa información en algún problema contextualizado. Motivo por el cual el docente aplicó técnicas e instrumentos necesarios para medir el proceso de aprendizaje.

Díaz (2013) el docente realiza la exposición de los principales conceptos, teorías y propiedades, la resolución de los problemas no debe limitarse a realizar ejercicios rutinarios, estos deben tener la capacidad de pensar en sí misma una posibilidad motivacional para el estudiante.

En la actividad de proceso, se desarrolló contenidos, enfocados a conseguir las competencias exigidas en la carta descriptiva del curso, siguiendo una secuencia uniforme en la resolución de problemas propuestos, según George Polya este método funciona en cuatro fases preguntando: ¿cuáles son las condiciones?, ¿qué incógnitas tenemos?, ¿cuál es la pregunta?, ¿es posible representar el problema?, ¿recuerdas cómo se resuelve?, ¿recuerdas algún problema similar?, ¿puedes verificar si está bien tu procedimiento?, ¿es posible verificar tu resultado?, ¿se

puede obtener la respuesta de manera diferente?. que serán evaluadas en la sesión.

1.1.2.2.3 Actividad de cierre de la sesión de aprendizaje

Díaz (2013) plantea que se realiza con la finalidad de lograr una integración de los temas tratados, permitiendo hacer un resumen del proceso y del aprendizaje desarrollado, en esta actividad se puede reconstruir información a partir de preguntas, las actividades de cierre, dan una posibilidad de evaluar al docente y al estudiante, genera mucha información sobre el proceso de aprender, así como las evidencias de aprendizaje, se analiza lo que se logra, además de las deficiencias y dificultades en que se encuentran los estudiantes.

Esta última parte de la sesión, permite lograr la integración de los temas tratados. El estudiante reagrupa los conceptos, propiedades del tema desarrollado, despejando las dudas que tenía. Se realiza el proceso de la metacognición, haciendo una síntesis de lo desarrollado.

1.1.3 Resolución de problemas

Schoenfeld (2016) refiere que el aprendizaje de las matemáticas está relacionado con la resolución de problemas, de la misma forma Salinas y Sgreccia (2017) nos dice que la construcción de conocimientos matemáticos se debe a la resolución de problemas, debido a que se requiere que los estudiantes interpreten, identifiquen propiedades, relaciones, datos, así como las variables relacionándolas con los conocimientos previos y escoger la mejor estrategia de resolución para el problema planteado, del mismo modo deben analizar la solución y lo más importante es que efectúen su transferencia a problemas similares, relacionándolos con otras disciplinas. y en la vida diaria.

Sevillano (2004) señala que las estrategias innovadoras favorecen el aprendizaje significativo, el profesor facilita información suficiente al alumno. Picardo (2004) dice que “la didáctica capacita al docente para que este pueda facilitar el aprendizaje de los estudiantes”. Manuele (2007) afirma que para los primeros años

de la universidad es necesario una didáctica que desempeñe nuevas concepciones, que provoque reestructuraciones, que promueva modos de conocimiento.

Cerna y Siesquen (2017) consideran que la competencia donde se manifiesta las habilidades de las personas, así como su grado de desarrollo está influenciado por la resolución de problemas, ya que la finalidad esencial es interpretar, comprender y resolver problemas de la vida diaria.

Tobón *et al.*, (2010) sostiene que una de las estrategias de aprendizaje es la resolución de problemas, pues permite hacer una integración disciplinar para extraer los conceptos más importantes que pueden ser utilizados en matemáticas manejando los procedimientos propios del área. De la misma forma los autores Perez y Ramirez (2011) plantean que la resolución de problemas es considerada como eje primordial de las matemáticas ya que permiten utilizar múltiples herramientas, desarrollando habilidades en los estudiantes.

Según el Ministerio de Educación (2005) resolver problemas matemáticos es la forma que uno encuentra una solución de contenido matemático. Villarroel (2008) señala que resolver un problema se da inicialmente con una adecuada comprensión. El estudiante debe tener claro lo que está hablando, que se desea conocer, que datos se conocen del problema.

Existen trabajos de investigación sobre resolución de problemas como Ayala *et al.*, (2008) quienes indican, que muchos autores coinciden en que la resolución de problemas está compuesta por varias fases, según Polya (1965) la resolución de problemas se da en cuatro fases: Comprensión, Planificación, Ejecución y Revisión.

1.1.4 Método de Polya para la resolución de problemas

Breyer (2012) indica que, uno de los métodos para la resolución de problemas matemáticos es el método Polya, debido a que se centra en formar una secuencia lógica de cuatro fases para resolver el problema.

La secuencia didáctica de resolver problemas considerado por George Polya son: comprender el problema, establecer/configurar un plan, poner en práctica el plan y finalmente la visión retrospectiva.

1.1.4.1 Comprensión del problema

Para este proceso la mejor forma de obtener el resultado adecuado es, que el estudiante desee resolver el problema, tiene que leerlo con bastante atención y poder expresarlo con sus propias palabras, si es posible exponer a sus compañeros de que trata, entendiendo adecuadamente y buscar la mejor manera de solucionarlo.

Comprender el problema trata en reconocer los datos proporcionados y las incógnitas. Plantear varias preguntas ¿entiendes el problema?, ¿cuál es la incógnita?, ¿lo puedes explicar?, ¿diferencias los datos?, ¿te acuerdas de uno parecido?, ¿hay información sobresaliente?

1.1.4.2 Configurar un plan

Para este proceso, el estudiante debe buscar un camino que genera alternativas de solución, evitando los posibles inconvenientes que se pueden presentar en el camino elegido, usando diferentes recursos como diagramas, dibujos y otros que le permita poner en manifiesto la creatividad e ingeniosidad para dar solución al problema propuesto.

Plantear un plan, es cuando se trata de relacionar la información proporcionada y la incógnita. Para esto todo problema debe ser fragmentada, relacionando con otro del mismo tipo o parecido que ya resolvió anteriormente, además si fuera posible reformular el problema. Para esto debe usar algunas alternativas como: hallar modelos similares, realizar gráficos o esquemas, usando propiedades estudiadas.

1.1.4.3 Ejecución del plan

En este proceso de resolución del problema, el estudiante debe haber entendido el problema y también tener las alternativas de resolución, con esto ya está en capacidad de ejecutar el plan que pensó para buscarle solución al problema, debe proceder a aplicar las propiedades y operaciones adecuadas.

Ejecutar el plan verificando cada línea desarrollada, efectuando los cálculos adecuados y realizando las estrategias planificadas para tener la seguridad que la solución sea la correcta. En caso no fuera así, se tomará más tiempo para replantear e iniciar nuevamente hasta dar con el resultado.

1.1.4.4 Comprobación de resultados

En esta parte, el estudiante debe tener la capacidad de evaluar, revisar el procedimiento de resolución efectuado, además de reconocer los errores y realizar la retroalimentación al problema planteado, de tal forma que, al encontrarse con un problema similar, no cometa los mismos errores.

En esta parte se analiza la solución encontrada, se verifica que es la correcta y ver si existe otros medios o formas tal vez más sencillas de obtenerla. Se examina si es posible utilizar este método de solución en otros problemas, el estudiante debe estar satisfecho con el procedimiento desarrollado.

1.1.5 Modelación matemática

Villa (2007) indica que, el modelo matemático es una construcción enfocada a estudiar una situación problemática que incluye gráficas simulaciones y construcciones experimentales.

Salett-Biembengut y Hein (2004) expresa que, un modelo matemático es una representación de un fenómeno mediante la colección de símbolos y de propiedades matemáticas. Blomhoj (2008) define el modelo como un proceso que tiene subprocesos conectados con ciertos objetos matemáticos, estos procesos son: Formulación, sistematización, traducción, uso de métodos, interpretación y evaluación.

1.1.6 Contenidos a desarrollar de funciones reales de variable real

1.1.6.1 Logro de competencia

Resuelve problemas y ejercicios de funciones reales, aplicando conceptos y propiedades de la teoría de funciones reales de variable real.

1.1.6.2 Funciones reales

Definición de función.- Una relación f de A en B recibe el nombre de función definida de A en B o aplicación de A en B si, y solamente si, para todo $x \in A$ existe uno y solamente un elemento $y \in B$ tal que $(x, y) \in f$, en tal caso se representa por $f : A \rightarrow B$.

El conjunto **A** recibe varios nombres como: conjunto origen, conjunto inicial, dominio de la función, o campo de existencia de la función, y se representa por: $\text{Dom}(f) = D_f$.

Un elemento cualquiera del conjunto **A** se representa por la letra “**x**”, es llamada variable independiente.

Cada elemento “**x**” del conjunto **A** tiene por imagen, mediante la función **f**, a un único elemento de **B**, que se representa por “**y**” que es llamada variable dependiente.

Entonces a la variable “**y**” se expresa como $y = f(x)$.

Al conjunto **B**, se le llama conjunto final o conjunto de llegada, a los elementos que son imagen de algún elemento de **A** forman el conjunto imagen (**Im (f)**) o recorrido de la función (**f(A)**). En forma simbólica tenemos:

$$f: A \rightarrow B$$

$$x \rightarrow f(x) = y$$

Es conveniente comparar una función como una máquina que realiza procesos, en este caso operaciones, donde **x** será los valores de entrada, entonces si **x** entra a la máquina y esta es aceptada, la maquina debe producir una salida **f(x)**, que será el valor de la entrada de **x**, es decir la imagen de **x** mediante la función **f**.



Figura 1. Concepto de función

Observación

1. El dominio de una función está formado por los valores de la variable **x** que tengan imagen, es decir: $\text{Dom}(f) = D_f = \{x \in \mathbb{R} / \exists y \in B / (x, y) \in f\}$.

2. Una función se puede describir en forma verbal, es decir por descripción de palabras, algebraicamente cuando está en forma explícita, visualmente cuando se representa por medio de una gráfica y numéricamente cuando se da por una tabla de valores.

1.1.6.3 Gráfica de funciones reales

La representación gráfica de una función permite ver de modo más claro y preciso su comportamiento en los puntos donde la función este definida.

Al conjunto de pares ordenados (x, y) determinados por la función recibe el nombre de gráfica de la función.

$$\text{Gráfica de } f = \{(x, y)/y = f(x)\}$$

Para conseguir los pares ordenados de la gráfica, solo se necesita dar valores a la variable independiente “x”, de esa forma se obtiene los correspondientes valores de la variable dependiente “y”, formando así una tabla de valores de la función.

Los pares de números $(x, f(x))$, se representan en el sistema de coordenadas XY.

¿Todas las curvas en el plano XY representan funciones?, generalmente surge duda, sin embargo, se tiene la siguiente prueba de la recta vertical: gráficamente se puede reconocer si dada una gráfica, esta representa una función, para el cual se da la siguiente observación.

Observación.- Una curva trazada \mathbb{R}^2 , representa la gráfica de una función si y solo si toda recta vertical corta a la curva en un solo punto.

1.1.6.4 Funciones crecientes y decrecientes

Intuitivamente decimos que una función es creciente cuando la gráfica va subiendo y cuando la gráfica baja decimos que la función decrece como se muestra en la figura 2.

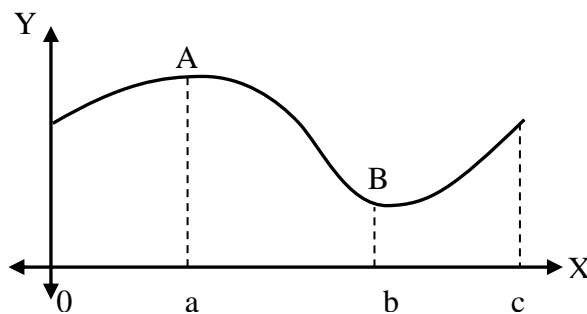
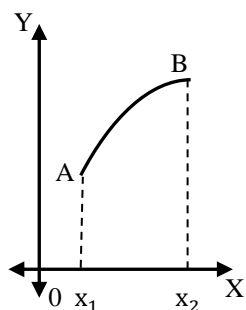


Figura 2. Función que crece y decrece

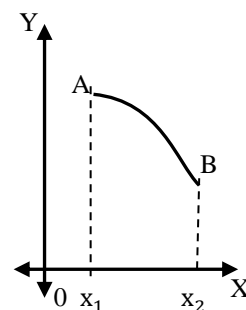
Se observa que la función crece para valores de $x \in \langle 0, a \rangle \cup \langle b, c \rangle$, la función decrece para valores de $x \in \langle a, b \rangle$.

Definición

Se dice que una función f , definida en un intervalo I , es **creciente** si $f(x_1) < f(x_2)$, siempre que $x_1 < x_2$ en I . Y f es un función decreciente en el intervalo I , si $f(x_1) > f(x_2)$, siempre que $x_1 < x_2$ en I .



f es creciente en $I = \langle x_1, x_2 \rangle$



f es decreciente en $I = \langle x_1, x_2 \rangle$

Figura 3. Función creciente y decreciente

En muchas aplicaciones de la matemática resulta interesante el cálculo de valores máximos y mínimos de la función f . Una alternativa de hallar estos valores es a partir de su gráfica.

1.1.6.5 Valores máximos y mínimos locales de una función

Una función f tiene un valor máximo local en el punto $x = a$ si $f(a) \geq f(x)$, para valores de x cerca del punto a . y f tiene un valor mínimo local en el punto $x = b$ si $f(b) \leq f(x)$, para valores de x cerca del punto b .

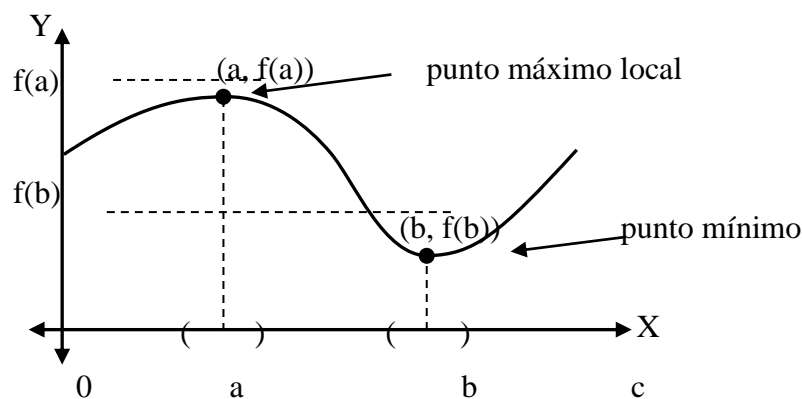


Figura 4. Valores máximos y mínimos de una función.

1.1.6.6 Operaciones con funciones

Dada f y g dos funciones reales de variable real, definidas en sus dominios correspondientes, entonces, llamaremos:

Función suma: $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$; con $\text{Dom}(f + g) = \text{Dom}(f) \cap \text{Dom}(g)$.

Función resta: $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$; con $\text{Dom}(f - g) = \text{Dom}(f) \cap \text{Dom}(g)$.

Función producto: $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$; con $\text{Dom}(f \cdot g) = \text{Dom}(f) \cap \text{Dom}(g)$.

Función cociente: $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, La función f/g está definida en todos los puntos en los que la función g no se anula.

$\text{Dom}(f/g) = \text{Dom}(f) \cap \text{Dom}(g) - \{x \in \text{Dom}(f) \cap \text{Dom}(g) / g(x) = 0\}$.

Composición de funciones: Dadas dos funciones reales de variable real, f y g , se llama composición de las funciones f y g , y se escribe $g \circ f$, a la función definida de \mathbb{R} en \mathbb{R} , por:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)).$$

La función $(g \circ f)(x)$ se lee “ g compuesto con f aplicado a x ”.

$$\mathbb{R} \xrightarrow{f} \mathbb{R} \xrightarrow{g} \mathbb{R}$$

$$x \longrightarrow f(x) \longrightarrow g[f(x)]$$

Primero actúa la función f y después actúa la función g , sobre $f(x)$.

$$\text{Dom}(g \circ f) = \{x \in \text{Dom}(f) / f(x) \in \text{Dom}(g)\}$$

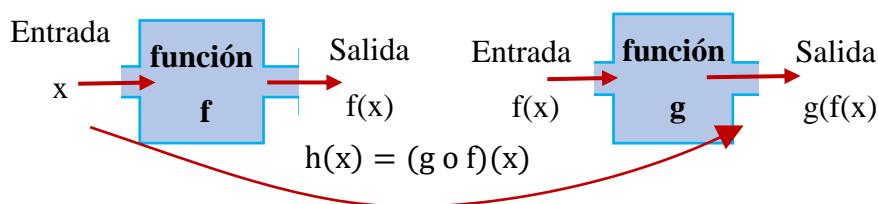


Figura 5. Composición de funciones.

1.1.6.7 Funciones uno a uno

Sabemos que, dada una relación binaria, su inversa está siempre definida, de donde, las funciones siempre tendrán relación inversa. Sin embargo, puede suceder que esta relación inversa no siempre represente una función. Para el caso en que la función $f: A \rightarrow B$, tenga una relación inversa $f^{-1} \subseteq B \times A \subseteq \mathbb{R}^2$ que también es una función ($f^{-1}: B \rightarrow A$), se dice que la función "f" es inyectiva.

Definición

Diremos que una función $f: A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow B \subseteq \mathbb{R}$ es **inyectiva**, siempre que su relación inversa f^{-1} también sea una función.

Expresado de otra manera, para que la función $f: A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow B \subseteq \mathbb{R}$ sea inyectiva, la función f no puede tomar el mismo valor dos veces, es decir debe cumplirse:

$$\forall x_1, x_2 \in A \subseteq \mathbb{R}, \quad f(x_1) \neq f(x_2) \text{ siempre que } x_1 \neq x_2$$

En forma equivalente: $\forall x, y \in A \subseteq \mathbb{R} : f(x) = f(y) \rightarrow x = y$.

Observación

Gráficamente se puede identificar si una función es inyectiva, para esto basta trazar una recta horizontal a la gráfica, esta debe cruzar la gráfica en un solo punto.

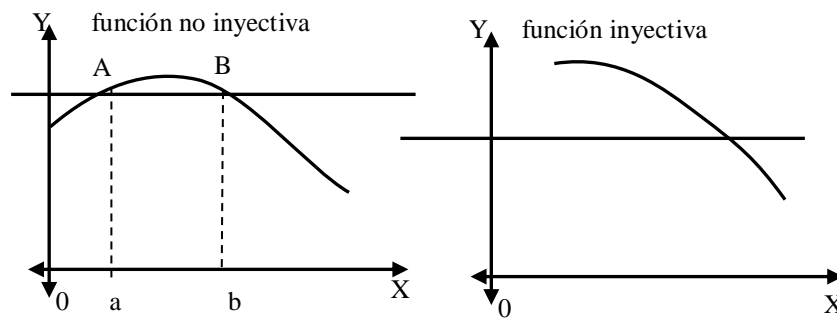


Figura 6. Función que no es inyectiva, y función que es inyectiva.

Definición

Diremos que una función es sobreyectiva si el rango de la función es todo el conjunto de llegada (codominio), expresado en forma equivalente: la función $f: A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow B \subseteq \mathbb{R}$ es sobreyectiva si $\text{Rang}(f) = B$.

Definición

Diremos que la función $f: A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow B \subseteq \mathbb{R}$ es biyectiva cuando la función f es inyectiva y a su vez es sobreyectiva.

1.1.6.8 Función inversa

Sea f una función inyectiva, con dominio $A \subseteq \mathbb{R}$, y rango $B \subseteq \mathbb{R}$. Entonces la función inversa de f , es otra función denotada por f^{-1} , que verifica: $f^{-1}(y) = x \Leftrightarrow f(x) = y$, para cualquier $y \in B \subseteq \mathbb{R}$.

Observación

El dominio de $f^{-1} = \text{rango de } f$ y rango de $f^{-1} = \text{dominio de } f$

Para hallar la inversa de una función inyectiva, es conveniente realizar:

Primero: despejar la variable independiente x en términos de y .

Segundo: intercambiar la variable “ x ” por la “ y ”, y la “ y ” por la “ x ”.

Tercero: La función así obtenida es la inversa de la función dada $y = f^{-1}(x)$.

El grafico de la función $f(x)$ y su función inversa $f^{-1}(x)$ son simétricos en relación a la recta identidad $y = x$.

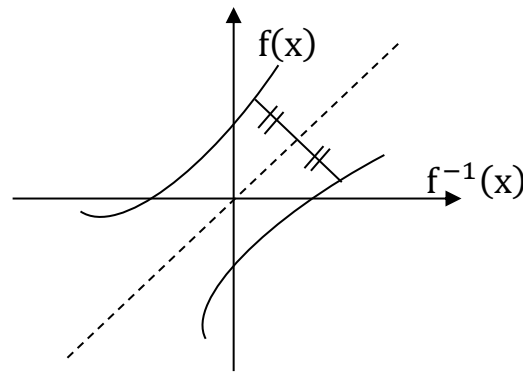


Figura 7. Función inversa

Las gráficas de $f(x)$ y $f^{-1}(x)$ son simétricas respecto a la bisectriz del primer y tercer cuadrante, como se aprecia en la figura 7.

Propiedad

Sea f una función inyectiva con dominio $A \subseteq \mathbb{R}$, y rango $B \subseteq \mathbb{R}$. La inversa f^{-1} cumple lo siguiente:

$$f^{-1}(f(x)) = x, \forall x \in A$$

$$f(f^{-1}(y)) = y, \forall y \in B$$

1.1.6.9 Modelado de funciones

Se desea encontrar una función que relaciona la dependencia de una cantidad, respecto a otra.

Cuando una función describe la dependencia de una cantidad, respecto a otra, a esta función le llamaremos modelado, ya que se tendrá una función que representa un cambio a medida que varía la variable dependiente.

Hallaremos modelos que podamos construir a partir de las propiedades algebraicas o geométricas del problema de estudio. Una vez hallado, lo utilizaremos para analizar, predecir datos, propiedades del problema en estudio.

Observación. - Para poder modelar funciones consideraremos lo siguiente:

Paso 1: Identificamos la cantidad a modelar y expresarla como función de otras cantidades dadas en el problema.

Paso 2: Reconocer las variables necesarias que expresan la función del paso 1 y representarlos por un símbolo.

Paso 3: Formular la función en símbolos algebraicos como función de la variable tomada en el paso 2.

Paso 4: Utilizar la función hallada en el paso 3, para responder a las preguntas del problema.

Muchos problemas de crecimiento poblacional, desintegración, se modelan por medio de funciones exponenciales, y los problemas de intensidad de sonidos, intensidad de terremotos lo modelan usando funciones logarítmicas.

1.1.6.10 Crecimiento exponencial

Tiempo de duplicación

Para este caso consideramos el tamaño inicial de cierta población como n_0 y a será el tiempo de duplicación de la población, por tanto el tamaño de crecimiento poblacional en el tiempo t esta dado por : $n(t) = n_0 2^{t/a}$.

Donde a y t se miden en las mismas unidades de tiempo.

Tasa de crecimiento relativa

Crecimiento exponencial.- En caso de modelo de población que tiene un crecimiento exponencial, se considera el modelo $n(t) = n_0 e^{rt}$, donde:

$n(t)$ = es la población en el tiempo t .

n_0 = es el tamaño inicial de la población.

r = es la tasa de crecimiento relativa (expresada como una proporción de la población).

t = es el tiempo.

1.1.6.11 Funciones trigonométricas y sus graficas

Función Circulares

Dado un punto P en el círculo trigonométrico de coordenadas (x,y) , las coordenadas de P será llamada **cos t** (coseno de t) y **sen t** (seno de t), respectivamente.

Funciones trigonométricas

Consideremos un punto P(x,y) en la circunferencia unitaria, sea t el ángulo que forma el segmento OP con el semieje positivo X, entonces definimos:

$$\begin{aligned} \text{sen } t &= y & \text{cos } t &= x & \text{tan } t &= \frac{y}{x} \quad (x \neq 0) \\ \text{csc } t &= \frac{1}{y} \quad (y \neq 0) & \text{sec } t &= \frac{1}{x} \quad (x \neq 0) & \text{cot } t &= \frac{x}{y} \quad (y \neq 0) \end{aligned}$$

debido a que estas funciones son definidas en términos de la circunferencia unitaria, se llaman funciones circulares.

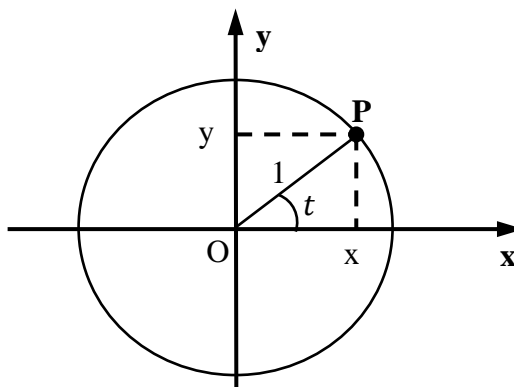


Figura 8. Círculo unitario

Se llama **función seno** a la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que asocia a cada número real x al real $f(x) = \text{sen } x$.

Se llama **función coseno** a la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que asocia a cada número real x al real $f(x) = \text{cos } x$.

Observación

1. La imagen de las funciones seno y coseno es $\text{Im} = [-1,1]$, esto es $-1 \leq \text{sen } t \leq 1$ para todo $x \in \mathbb{R}$ y $-1 \leq \text{cos } t \leq 1$ para todo $t \in \mathbb{R}$.
- 2.- La función seno y coseno es periódica, de periodo 2π .

3.- Su gráfico del seno es un senoide, y del coseno es una cosenoide.

4.- La longitud de arco de una circunferencia está dado por $L = 2\pi r$, donde r es el radio de la circunferencia, y la longitud de un arco s de ángulo θ , está dado por $s = \theta r$, con r radio de la circunferencia.

Gráfica de la función seno

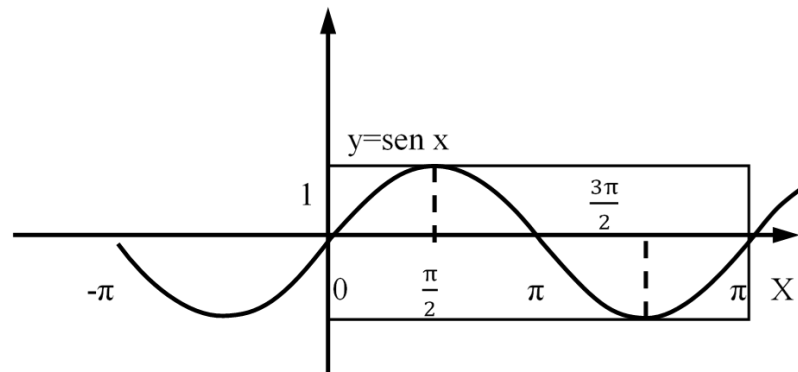


Figura 9. Función seno

Gráfico de la función coseno

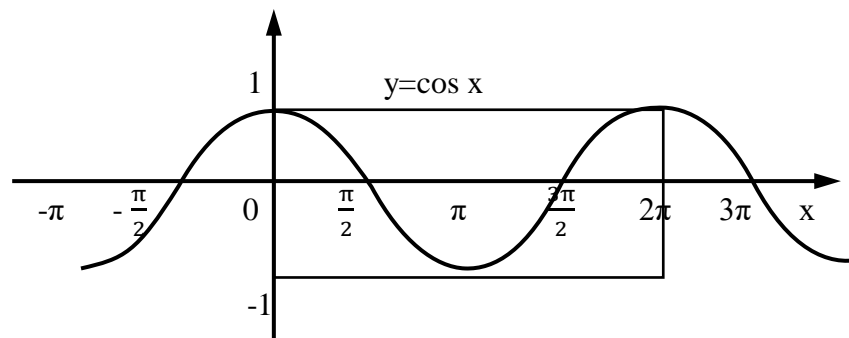


Figura 10. Función coseno

Nota.

1. Se llama **función tangente** a la función $f: \{x \in \mathbb{R} / x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi\} \rightarrow \mathbb{R}$ que asocia a cada x el número real $\text{tg } x = \frac{\text{sen } x}{\text{cos } x}$, esto es $f(x) = \text{tg } x$.
- 2.- El conjunto imagen de la función tangente es \mathbb{R} , es decir, para todo $y \in \mathbb{R}$ existe un $x \in \mathbb{R}$ tal que $\text{tg } x = y$.
- 3.- Es periódica y su periodo es π , El gráfico es una tangentoide.

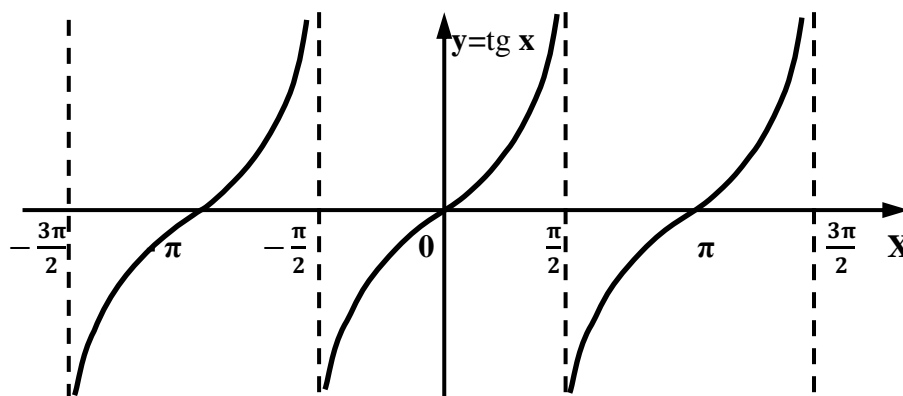


Figura 11. Función tangente

4.- La circunferencia unitaria. - es aquella circunferencia que tiene radio igual a uno, con centro en el origen de coordenadas del plano XY, cuya ecuación está dada por:

$$x^2 + y^2 = 1$$

Funciones pares

Una función f se dice que es par cuando se cumple que: $f(x) = f(-x)$.

Al ser iguales las imágenes de los valores opuestos, la gráfica de una función par es simétrica respecto del eje Y.

Función impar

Una función f se dice que es impar cuando se cumple que: $f(-x) = -f(x)$ a valores opuestos de x corresponden imágenes opuestas.

Esto significa que la gráfica de una función impar es simétrica respecto al origen de coordenadas. Las funciones circulares coseno, secante son funciones pares, mientras que seno, cosecante, tangente y cotangente son funciones impares, es decir:

$$\cos(-t) = \cos(t) \quad \sec(-t) = \sec(t)$$

$$\text{sen}(-t) = -\text{sen}(t) \quad \tan(-t) = -\tan(t)$$

$$\text{csc}(-t) = -\text{csc}(t) \quad \cot(-t) = -\cot(t)$$

Las identidades fundamentales que se consideran en el desarrollo son:

$$\tan(t) = \frac{\text{sen}(t)}{\text{cos}(t)} \quad \cot(t) = \frac{\text{cos}(t)}{\text{sen}(t)} \quad \sec(t) = \frac{1}{\text{cos}(t)} \quad \csc(t) = \frac{1}{\text{sen}(t)}$$

$$\text{sen}^2 t + \text{cos}^2 t = 1 \quad \tan^2 t + 1 = \sec^2 t \quad 1 + \cot^2 t = \csc^2 t$$

Graficas de la función seno y coseno

Debemos observar que las funciones seno y coseno se repiten sus valores en forma regular:

$$\text{sen}(t + 2n\pi) = \text{sen}(t) \quad \text{cos}(t + 2n\pi) = \text{cos } t, \quad \text{para } n \text{ entero}$$

esto es, las funciones seno y coseno son periódicas, es decir satisfacen $f(t + p) = f(t)$, para cualquier número t . El mínimo valor de p positivo (si existe) es el periodo de f .

$$\text{sen}(t + 2\pi) = \text{sen}(t) \quad \text{cos}(t + 2\pi) = \text{cos } t$$

Las funciones trigonométricas seno con dominio $[-\pi/2, \pi/2]$, y coseno con dominio $[0, \pi]$ y tangente con dominio $(-\pi/2, \pi/2)$ son biunívocas por tanto tiene inversas, cuyos dominios y rango son:

Función	Dominio	Rango
$\text{sen}^{-1} x$	$[-1, 1]$	$[-\pi/2, \pi/2]$
$\text{cos}^{-1} x$	$[-1, 1]$	$[0, \pi]$
$\tan^{-1} x$	\mathbb{R}	$(-\pi/2, \pi/2)$

La función trigonométrica inversa $\text{sen}^{-1}(x)$ es llamado arcoseno, $\text{cos}^{-1}(x)$ recibe el nombre arcocoseno y $\tan^{-1}(x)$ llamado arcotangente.

1.1.6.12 Funciones exponenciales

Una función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = a^x$, es llamada función exponencial de base “a”, con $0 < a \neq 1$.

Observación

- 1.- El conjunto de llegada es \mathbb{R}_+^* , esto es $a^x > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$.
- 2.- Si $0 < a < 1$, la función es decreciente, para $a > 1$ es creciente.

El grafico de la función exponencial está dado por:

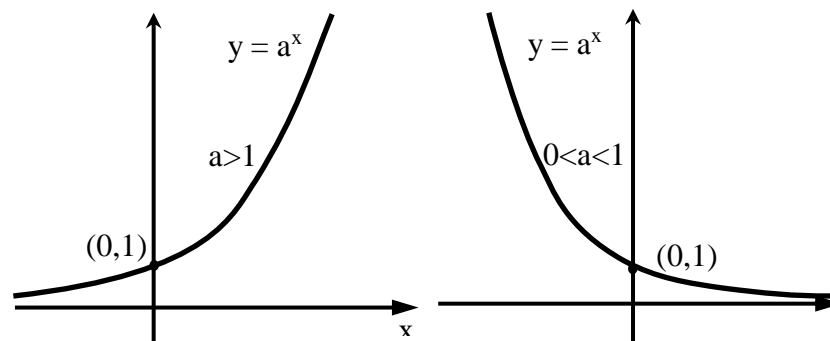


Figura 12. Función exponencial.

1.1.6.13 Ley de senos y cosenos

a) Ley de senos

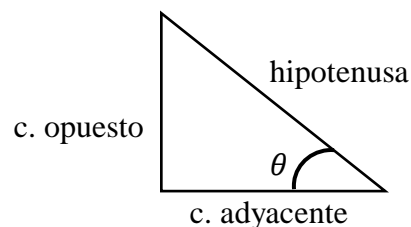


Figura 13. Triangulo rectángulo.

Consideremos un triángulo rectángulo como se muestra en la figura 13, se obtiene las relaciones trigonométricas:

$$\operatorname{sen} \theta = \frac{\text{c. opuesto}}{\text{hipotenusa}} \quad \operatorname{cos} \theta = \frac{\text{c. adyacente}}{\text{hipotenusa}} \quad \operatorname{tan} \theta = \frac{\text{c. opuesto}}{\text{c. adyacente}}$$

$$\operatorname{csc} \theta = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{c. opuesto}} \quad \operatorname{sec} \theta = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{c. adyacente}} \quad \operatorname{cot} \theta = \frac{\text{c. adyacente}}{\text{c. opuesto}}$$

La Ley de senos relaciona los lados y los ángulos de un triángulo, dice que dado un triángulo cualesquiera las medidas de las longitudes de los lados

son proporcionales al seno del ángulo opuesto a ese lado. En el triángulo de lados ABC, se tiene:

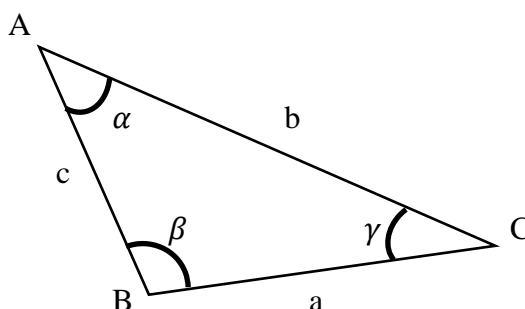


Figura 14. Ley de senos.

$$\frac{\text{sen } \alpha}{a} = \frac{\text{sen } \beta}{b} = \frac{\text{sen } \gamma}{c}$$

b) Ley de cosenos

Existen problemas en donde solo se conocen únicamente dos lados, así como el ángulo formado por ellos (LAL) o se conocen tres lados (LLL) y mediante la ley de senos no se puede establecer una proporción, motivo por el cual es conveniente usar la ley de cosenos.

Dado el triángulo de la figura 14 se tiene

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

Observación

La medida de un ángulo se obtiene mediante rotación alrededor del vértice, es decir en sentido anti-horario y esta medido en grados, 1 grado es equivalente al girar el lado inicial en 1/360 de revolución completa.

En el sistema internacional para medición del ángulo se utiliza el Radián, que tiene como símbolo rad, un Radián se obtiene cuando la longitud del arco mide igual que el radio de la circunferencia.

$$180^\circ = \pi \text{ rad} \quad 1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ \quad 1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad}$$

Las ecuaciones dadas relacionan grados y radianes.

1.2 Antecedentes

1.2.1 Internacionales

Amancha (2021) en su investigación analizó el impacto de las fases del método Polya en el desarrollo de pensamiento abstracto, trabajó con una muestra de 21 estudiantes del segundo curso de BGU de la Unidad Educativa “Augusto N. Martínez” de la ciudad de Ambato, a los cuales se les aplicó una prueba de entrada y una de salida basado en el Componente de Razonamiento Abstracto (DTA - 5). En la prueba de entrada se observa un desempeño mínimo en las competencias que involucran al pensamiento abstracto. Se concluye que el método Polya es una herramienta útil, ya que en la prueba de salida se observa una mejoría de 44.86% respecto a la prueba de entrada.

Rodríguez *et al.*, (2018) analizó los estilos de aprendizaje en relación a la forma de comprender y la experiencia del aprender, donde encontró que la mayor parte lo realiza por la conceptualización abstracta.

Escalante (2015) refiere que el método Polya en resolución de problemas matemáticos es eficiente, trabajó con una muestra de 25 estudiantes de primaria en Guatemala. Boscan (2012) en su trabajo de Metodología basada en el método heurístico de Polya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos, considera que el proceso de Polya mejora el aprendizaje en la resolución de problemas, trabajo con una muestra de 35 alumnos de la Institución Educativa Máximo Mercado (IEMM) de Sabanalarga, se observó que en el pos test los estudiantes analizaron y compararon todo el proceso que desarrollaron además de identificar sus errores, evidenciando que la cantidad de alumnos que identificó en cada problema los pasos, las operaciones a seguir para encontrar la respuesta se incrementó en un 48.5%. Peña (2008) trabajó el Método de Polya en el diseño de estrategias para facilitar la resolución de problemas relacionados en áreas y figuras planas, su diseño fue no experimental, trabajó con estudiantes del tercer año de la disciplina de Matemática y con cinco docentes del Liceo Bolivariano, a los cuales se les aplicó un cuestionario con preguntas abiertas y cerradas, en los resultados se observó que los docentes se enfocan más en la respuesta mas no en el

procedimiento, concluye que el método Polya puede incrementar la concentración al momento de resolver un problema, además de aumentar su potencial constructivo.

Aguayo (2010) en su trabajo experimentando el cálculo diferencial concluyo que el desarrollo de experimentos de cálculo diferencial, el estudiante desarrolla competencias genéricas como disciplinares que promueven su desarrollo personal y académico.

1.2.2 Nacionales

Lengua (2022) en su trabajo de grado con enfoque cuantitativo, para su estudio uso una muestra de 22 estudiantes del Colegio San José de Cluny a quienes aplicó una prueba de entrada y de salida, en la prueba de entrada el 18 % de estudiantes se ubicó en el nivel de logro mientras que en la prueba de salida el 73% alcanzaron este mismo nivel, llegando a la conclusión que el método Polya influye positivamente en la resolución de problemas matemáticos

Ayasta (2017) trabajó el método Polya y el nivel de logros en la resolución de Ecuaciones Lineales en la asignatura de Matemática Básica en la Universidad Privada del Norte, trabajo con una población de 49 estudiantes, concluyendo que los resultados obtenidos fueron muy gratificantes para los estudiantes así como para los docentes ya que mejora significativamente el rendimiento académico.

Saenz (2020) en su trabajo de investigación con enfoque cuantitativo, diseño cuasi experimental trabajo con dos grupos experimental y de control ambos con 34 estudiantes teniendo como objetivo general determinar la influencia del método Pólya en la resolución de “problemas de regularidad equivalencia y cambio” donde se muestra que en el pre test el 8.8 % (3 estudiantes) alcanzaron notas entre (14-17) en el grupo de control, mientras que en el grupo de experimento 11.8 % (4 estudiantes) alcanzaron notas entre (14-17) y al aplicar el pos test se nota que en el grupo de control 11.8 % (4 estudiantes) alcanzaron notas entre (14-17), mientras que en el grupo de experimento 64.6 % (22 estudiantes) alcanzaron notas entre (14-17) y 20.6 % (7 estudiantes) obtuvieron notas entre (18-20), concluyendo que luego de la aplicación del método Polya se evidencian diferencias significativas en los niveles de logro.

Laguna y Rodriguez (2019) muestran en su investigación de licenciatura que el método heurístico de Polya mejora significativamente la capacidad de resolución de problemas en estudiantes de segundo grado de educación secundaria, en una muestra de 53 estudiantes 25 en el grupo control y 28 en el grupo experimental, se utilizó como instrumento de recolección de datos una prueba para medir capacidad de resolución de problemas (pre test y pos test). En el pos test el grupo experimental alcanzo una media de 14.52 puntos, mientras que el grupo de control obtuvo una media de 7.84 puntos, evidenciándose su progreso notable en aprendizaje de resolución de problemas.

Marín (2018) trabajó con una muestra de 131 estudiantes de la Facultad de Ingeniería y Arquitectura-USMP hallando la existencia de relación significativa entre las estrategias de aprendizaje y el rendimiento académico.

Ortega (2012) en su trabajo de investigación encontró relación entre los hábitos de estudio y el rendimiento académico de los estudiantes de segundo grado de educación secundaria, evidenciando que el rendimiento académico es influenciado por la motivación, interés, recursos y estrategias disponibles e interiorizadas por el estudiante.

Cabello (2012) utilizó software Matlab como estrategia para mejorar el rendimiento académico. Figueroa (2015) en su trabajo de investigación dialogo didáctico y el aprendizaje de la integral de Riemann concluyo que existe efecto en el aprendizaje mediante el dialogo didáctico.

Jarro (2015) sustento la tesis sobre mentes brillantes respecto al proceso de resolución de problemas aritméticos, concluyendo que el nivel de aprendizaje de grupo experimental es mayor que el grupo de control. De igual forma Jara (2016) que aplicó el Método de Polya encontró los resultados similares al trabajo de Jarro. Aliaga (2014) sobre influencia de las estrategias metodológicas de George Polya en el fortalecimiento de la capacidad de resolución de problemas, concluyo que hubo un incremento en el rendimiento académico de 16.9 en la pos-prueba con respecto a la pre-prueba que es de 8.7 puntos. López (2012) verificó la influencia significativa del método de Polya en el aprendizaje y comprensión de la matemática. Morales (2016) trabajó la aplicación del método de Polya en la



resolución de problemas geométricos, llegando a la conclusión que el método mejora la comprensión, formulación, ejecución y una buena retrospectiva en problemas contextualizados. Ramírez (2007) concluyó que existe influencia de las estrategias didácticas para la enseñanza matemática en resolución de problemas, su diseño fue cuasi experimental, trabajó con estudiantes de la Especialidad de Primaria de la UNMSM como grupo experimental y estudiantes de la Universidad “Enrique Guzmán y Valle”, como grupo control. Se evidencia en el pos test un alto rendimiento en la resolución de problemas en el grupo experimental, en comparación al grupo de control que reflejan que son limitadas sus estrategias para resolver problemas

Arredondo (2017) en su trabajo de tesis sobre relación entre las dimensiones en el proceso de resolución de problemas con los enfoques del aprendizaje de la matemática concluye que existe una relación significativa entre las dimensiones para el método de resolución de problemas y el aprendizaje de la Matemática. Pilcomamani (2019) en su tesis de maestría sobre el modelo de Van Hiele en el aprendizaje de funciones reales concluye que el modelo de Van Hiele mejora el aprendizaje de funciones reales en estudiantes de educación superior.

CAPÍTULO II

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1 Identificación del problema

El aprendizaje es la adquisición de conocimientos, que reflejan la descripción de las dificultades conceptuales que surgen a menudo en la enseñanza superior en los cursos de fundamentos de matemática del primer año, haciendo deficiente el nivel de razonamiento esperado en los estudiantes de matemáticas, lo que nos conducirá a emplear fases de aprendizaje (Van Hiele, 1990).

El Estado peruano, el Ministerio de Educación, mediante la Ley N° 30220 de 2014, Ley Universitaria, pone énfasis en la acreditación y su nivel de calidad en la formación de los estudiantes de las universidades del Perú, La Superintendencia Nacional de Educación Superior SUNEDU, realiza supervisiones de las condiciones básicas de calidad con el fin de garantizar la mejora continua del nivel académico en la formación profesional, debido a que en estos últimos tiempos la educación está considerada como deficiente.

Según, Guevara (2019) señala que los docentes de la Universidad Nacional del Altiplano que enseñan Matemática, no cuentan con la capacitación académica en pedagogía o didáctica universitaria, lo que implica una falta de comprensión de los fundamentos esenciales de la enseñanza, como la metodología para impartirla y la evaluación de los estudiantes. Esto conlleva a desafíos en el proceso de aprendizaje de los alumnos.

Siendo preocupación de las universidades del Perú alcanzar niveles de aprendizaje óptimos, es que, por medio del presente trabajo de investigación, se propone una alternativa para elevar el aprendizaje sobre resolución de problemas. Específicamente sobre el tema de las funciones reales, por lo que se plantea el siguiente problema.

2.2 Enunciados del problema

2.2.1 Problema general

¿Cuál es el efecto del método Polya en la resolución de problemas de funciones reales en estudiantes de la Escuela Profesional de Ciencias Contables de la Universidad Nacional del Altiplano – 2023?

2.2.2 Problemas específicos

¿Cuál es el efecto del método Polya en la resolución de operaciones con funciones reales en estudiantes del grupo de experimento?

¿Cuál es el efecto del método Polya en la resolución de problemas de modelado de funciones reales en el grupo de experimento?

¿Cuál es el efecto del método Polya en la resolución de funciones trigonométricas en estudiantes del grupo de experimento?

2.3 Justificación

Camarena (2006) concluye que la matemática constituye un filtro en muchas universidades y da otros factores que afectan su enseñanza aprendizaje: aspectos curriculares, respecto a la formación de los docentes en matemática, relacionados con el bajo conocimiento que tienen los alumnos, existen procesos de enseñanza-aprendizaje no adecuados, problemas sociales, económicos y emocionales ocasionados por obstáculos del tipo epistemológico, cognitivo, didáctico debido a los malos hábitos de estudio. Por otra parte, Brousseau (2007) considera que el objetivo fundamental de la didáctica es estudiar las condiciones necesarias para plantear situaciones-problemas a los estudiantes de manera que sea útil el funcionamiento, la aparición y el rechazo de sus concepciones anteriores. Cuesta *et al.*, (2010) indica que las dificultades en tareas de interpretación y construcción de gráficos pueden convertirse en un obstáculo para el estudiante, incidiendo desfavorablemente en el aprendizaje del concepto de función y ecuación.

Los docentes que dictan la asignatura de Matemática Básica en la Escuela Profesional de Ciencias Contables e Ingeniería de Sistemas son Licenciados en Matemáticas, Ciencias Físico Matemáticas, Físicos los cuales carecen de formación pedagógica universitaria, las sesiones que imparten muchas veces son del mismo modelo que recibieron cuando

estaban estudiando, y esto dificulta el proceso enseñanza aprendizaje. El método de Polya constituye una alternativa adecuada que mejora el aprendizaje en la resolución de problemas sobre funciones reales.

El método Polya tiene un conjunto de actividades adecuadas que debe priorizar y desarrollar el estudiante con el seguimiento del docente, a fin de lograr las competencias exigidas por la carta descriptiva. La implementación de este enfoque mejora el nivel de comprensión en la resolución de problemas relacionados con funciones reales.

2.4 Objetivos

2.4.1 Objetivo general

Determinar el efecto del método Polya en el aprendizaje de resolución de problemas de funciones reales en los estudiantes de la Escuela Profesional de Ciencias Contables de la Universidad Nacional del Altiplano – 2023.

2.4.2 Objetivos específicos

- Identificar el efecto del método Polya en la resolución de problemas de operaciones con funciones reales en estudiantes del grupo de experimento.
- Medir efecto del método Polya en la resolución de problemas de modelado de funciones reales en el grupo de experimento.
- Identificar la eficacia del método Polya en la resolución de problemas de funciones trigonométricas en estudiantes del grupo de experimento.

2.5 Hipótesis

2.5.1 Hipótesis general

El método Polya mejora significativamente el aprendizaje de resolución de problemas de funciones reales en estudiantes del grupo de experimento con respecto al grupo control.



2.5.2 Hipótesis específicas

- El efecto del método Polya en la resolución de problemas de operaciones con funciones reales en estudiantes del grupo de experimento mejora significativamente.
- El efecto del método Polya en la resolución de problemas de modelado de funciones reales en el grupo de experimento mejora significativamente.
- El efecto del método Polya en la resolución de problemas de funciones trigonométricas en estudiantes del grupo de experimento mejora significativamente.

CAPÍTULO III

MATERIALES Y MÉTODOS

3.1 Lugar de estudio

El lugar de estudio se realizó en la escuela profesional de Ciencias Contables e Ingeniería de Sistemas de la Universidad Nacional del Altiplano Puno.

País	: Perú
Región	: Puno
Provincia	: Puno
Distrito	: Puno
Lugar	: Universidad Nacional del Altiplano
Dirección	: Av. Floral N°1153 de la ciudad de Puno.

3.2 Población

Para, Mucha (2021) la población u objeto de estudio es un conjunto de elementos, que ha sido constituida por criterios de selección previamente establecidos para una investigación. Nuestra población del trabajo de investigación estuvo formada por estudiantes matriculados en el primer ciclo de la escuela profesional de Ciencias Contables e Ingeniería de Sistemas de la Universidad Nacional del Altiplano 2023-I.

Tabla 1

Estudiantes de la E. P. de Ciencias Contables e Ingeniería de Sistemas del primer ciclo del año académico 2023-I

Escuela y Grupo	Ingresantes del primer ciclo
Ciencias Contables - grupos B,C,D	65
Ingeniería de Sistemas - grupo A,B	58
Total	123

Fuente: Nómina de matrícula 2023-I

3.3 Muestra

La muestra es no probabilística por interés del investigador, se trabajó con dos grupos, estudiantes del grupo C de la Escuela Profesional de Ciencias Contables para el grupo de experimento y estudiantes del grupo B de la escuela profesional de Ingeniería de Sistemas como grupo control.

Tabla 2

Muestra constituida por estudiantes de la E. P. de Ciencias Contables e Ingeniería de Sistemas del primer ciclo del año académico 2023 – I

	Escuela	Número de alumnos
De experimento	Ciencias Contables - grupo C	21
Control	Ingeniería de Sistemas - grupo B	24
	Total	45

Fuente: Muestra considerada por grupos para la investigación

3.4 Método de investigación

El trabajo de estudio tiene un enfoque cuantitativo, según, Hernandez *et al.*, (2014) para inferir y contrastar la hipótesis planteada, se utiliza la recolección de datos, y el cálculo numérico. Es del tipo experimental, Cohen y Manion (2002) indican que el investigador intencionalmente controla y manipula deliberadamente condiciones en los que está interesado. Jara (2016) en una investigación explicativa, experimental se manipulan variables independientes y estas se miden para ver la consecuencia sobre la variable dependiente, es decir la variable dependiente se mide para conocer el efecto de manipular la variable independiente. Con diseño cuasi experimental, se trabajó con dos grupos, control y de experimento, se determinó la influencia de la variable independiente en la dependiente.

3.4.1 Técnicas

Observación. Para evaluar, registrar los comportamientos que se observaron durante el desarrollo del método Polya en la resolución de problemas sobre funciones reales.

Evaluación. Para evaluar se utilizó la técnica del examen, mediante una prueba de evaluación del logro del aprendizaje en la resolución de problemas sobre funciones reales, modelado de funciones y problemas con funciones trigonométricas, aplicando las fases del método Polya.

Instrumentos

Se utilizaron:

- Prueba de inicio (pre test)
- Sesiones de aprendizaje
- Guías de aprendizaje
- Prueba de salida (pos test)
- Rubrica de evaluación

3.4.2 Diseño de los instrumentos de trabajo

Diseño de la prueba

Con la finalidad de conocer los conocimientos previos que tienen los estudiantes de la escuela profesional de Ciencias Contables e Ingeniería de Sistemas se diseñó y aplicó una prueba de inicio o de diagnóstico sobre los temas de funciones reales, modelado de funciones y funciones trigonométricas. En el grupo de experimento se desarrolló la resolución de problemas utilizando las cuatro fases de George Polya, mientras que el grupo de control se realiza la resolución de problemas mediante el método tradicional. Al culminar el experimento se aplicó la prueba de salida a los grupos control y de experimento, comparando los niveles de aprendizaje, el cual permitió evidenciar la diferencia del nivel de aprendizaje en la resolución de problemas de funciones reales de variable real.

Tabla 3

Esquema de la investigación para el aprendizaje de funciones reales

Grupo	Medición	Tratamiento	Medición
Grupo de experimento(GE)	Prueba inicial O_1	Método Polya	Prueba de salida O_2
Grupo Control(GC)	Prueba inicial O_1	Enseñanza tradicional	Prueba de salida O_2

Donde:

GE = Grupo de experimento

GC = Grupo control

O1 = Medida de inicio en ambos grupos control y de experimento (prueba inicial)

O2 = Medida final en ambos grupos control y de experimento (prueba de salida)

La investigación permitió conocer los niveles de aprendizaje en que se encuentran los estudiantes al inicio como al final del tratamiento del método de Polya sobre el aprendizaje de resolución de problemas sobre funciones reales.

Resolución de problemas

La prueba inicial y final fue de desarrollo, diseñado y elaborado para la investigación, considerando tres tipos de problemas: operaciones con funciones reales, modelado de funciones y funciones trigonométricas.

Tabla 4

Número de preguntas y valoración por cada pregunta

Dimensiones	Nº preguntas	Puntaje	Porcentaje
Problemas de operaciones con funciones	4	0 – 5	33.33%
Problemas de modelado	4	0 – 5	33.33%
Problemas de funciones trigonométricas	4	0 – 5	33.33%
Total	12		100

3.4.3 Programación y actividades desarrolladas

a. Programación de actividades

La siguiente tabla muestra las secuencias sobre las actividades que se desarrolló con el tiempo empleado en cada semana de trabajo.

Tabla 5

Secuencia de actividades y el tiempo requerido para la aplicación de las sesiones de aprendizaje

Sesiones	Actividades	Trabajado por	Tiempo
Previo a la Sesión 1	Prueba de diagnóstico	El estudiante en forma individual	45 min
	Inicio/motivación	El docente	25 min
	Función, graficas de funciones	El docente	40 min
Sesión 1	Problemas de aplicación	El docente	35 min
	Ejercicios de aplicación	El estudiante	55 min
	Cierre	El docente	25 min
	Inicio/motivación	El docente	25 min
	Operaciones con funciones	El docente	25 min
Sesión 2	Problemas de aplicación	El docente	20 min
	Ejercicios de aplicación	El estudiante	25 min
	Cierre	El docente	25 min
	Inicio/motivación	El docente	25 min
	Modelado de funciones	El docente	40 min
Sesión 3	Problemas de aplicación	El docente	30 min
	Ejercicios de aplicación	El estudiante	60 min
	Cierre	El docente	25 min
	Inicio/motivación	El docente	25 min
	Modelado de funciones	El docente	30 min
Sesión 4	Problemas de aplicación	El docente	15 min
	Ejercicios de aplicación	El estudiante	25 min
	Cierre	El docente	25 min
	Inicio/motivación	El docente	25 min
	Funciones trigonométricas	El docente	40 min
Sesión 5	Problemas de aplicación	El docente	30 min
	Ejercicios de aplicación	El estudiante	60 min
		El docente	25 min

	Cierre		
	Inicio/motivación	El docente	25 min
	Funciones trigonométricas	El docente	20 min
Sesión 6	Problemas de aplicación	El docente	15 min
	Ejercicios de aplicación	El estudiante	35min
	Cierre	El docente	25 min
Fin de la sesión 6	Evaluación de salida	El estudiante	120 min

b. Actividades para la sesión de aprendizaje

Inicio

- Se formó grupos de trabajo, para que los estudiantes intercambien, comenten sobre el tema correspondiente a la sesión de aprendizaje.
- Se indica los resultados de aprendizaje que se espera de los estudiantes y se planteó preguntas relacionados al tema.
- Un representante del grupo explica los resultados de las preguntas propuestas.
- Se aclara las interrogantes que surgieron en el intercambio de ideas.
- Se proporciona información necesaria del tema a tratar, indicando los pasos a seguir en la resolución de problemas.

Desarrollo

- Se proporcionó una guía de teoría y ejercicios del tema correspondiente.
- Se presentó definiciones, propiedades y conceptos del tema a tratar.
- Se desarrolló ejercicios considerando las cuatro fases del método Polya.
- Se dejó ejercicios de aplicación propuestos en la guía, para que los estudiantes desarrollen en sus grupos y lo expongan.
- Se aclaró las dudas que surgieron en la resolución de los ejercicios.

Cierre

- Se dejó dos ejercicios de la guía para que desarrollen los estudiantes.

- Se seleccionó dos estudiantes para que muestren la resolución del ejercicio planteado.
- Se absolvió y aclaró los errores cometidos en la resolución del ejercicio.
- Se hizo una síntesis de la parte más relevante del tema tratado.

c. Actividades para el desarrollo del método Polya

En cada problema, ejercicio sobre funciones reales, el estudiante descompone en las cuatro fases de Polya:

Comprensión

- Identifica los datos y las incógnitas
- Comprende con claridad el enunciado
- Plantea el enunciado con sus propias palabras

Planificación

- Propone posibles estrategias a aplicar
- Relaciona los datos y las variables involucradas
- Selecciona los pasos a seguir

Ejecución

- Aplica la estrategia elegida
- Utiliza métodos aplicados a la solución de problemas
- Todos los datos del problema son usados para obtener la solución

Comprobación

- Analiza los resultados obtenidos
- Verifica la solución obtenida
- Comunica sus resultados obtenidos

3.5 Descripción detallada de métodos por objetivos específicos

3.5.1 Descripción metodológica

En ambos grupos se aplicó una prueba de inicio y de salida, a fin de evaluar el nivel promedio de aprendizaje, comparando los resultados para verificar si el experimento produce un aprendizaje significativo. Así mismo, se desarrolló sesiones de aprendizaje utilizando los pasos del método Polya con el grupo de experimento. Y se utilizó los métodos tradicionales como de exponer conceptos utilizando los textos, guías, en donde se desarrollan ejercicios, sin generar actitudes de descubrimiento ni innovar procesos de desarrollo con el grupo control.

3.5.2 Técnica e instrumentos

Con la finalidad de recoger información sobre el conocimiento, aprendizaje, logros que poseen los estudiantes se ha utilizado la técnica del examen, y como instrumento para la recolección de datos de la variable dependiente se empleó la prueba escrita, así como el registro de evaluación de aprendizajes.

Variable Independiente

Método Polya.

Variable dependiente

Resuelve problemas contextualizados de funciones reales, aplicando los conceptos y propiedades de funciones reales.

3.5.3 Descripción de variables a ser analizados en el objetivo específico

Para determinar el efecto del método Polya en resolución de problemas de funciones reales en los estudiantes de la escuela profesional de Ciencias Contables se buscó conocer el impacto del método en la resolución de problemas de operaciones con funciones reales, en la resolución de problemas de modelado, y en la resolución de problemas de funciones trigonométricas en estudiantes del grupo de experimento; de tal modo que observando el comportamiento de la variable independiente sobre las dimensiones de la variable dependiente se determinó la influencia del método Polya en el aprendizaje de resolución de problemas de funciones reales.

3.5.4 Aplicación de prueba estadística.

Se utilizó la prueba estadística “t-Student” para distribuciones de normalidad y cuyas muestras sean menores de 30, con esta prueba medimos si los dos grupos difieren de manera significativa en relación a sus medias. La hipótesis alterna indica que los grupos diferencian entre sí de manera significativa, mientras que, la hipótesis nula indica que los grupos no difieren de manera significativa. Los grados de libertad se calculan por: $gl = (n_1 + n_2) - 2$, donde n_1 y n_2 son los tamaños de los grupos a comparar.

En el presente estudio se utilizó la prueba “t-Student” para comparar las mediciones posteriores al aplicar el método.

3.5.5 Escala de calificaciones

El sistema de calificaciones de notas está entre cero y veinte, además se establece que la nota 10.5 tiene una equivalencia a 11.

Tabla 6

Sistema de calificación considerada en los grupos de control y de experimento

Descripción	Calificación	Nivel de logro
El estudiante cuenta con conocimientos de los temas tratados, pero está iniciando a desarrollar sus aprendizajes previstos, evidenciando dificultades y necesita más tiempo de acompañamiento por parte del docente.	00 - 10	Deficiente (C)
El estudiante tiene logro de aprendizaje aceptable, pero requiere acompañamiento del docente para lograr su aprendizaje.	11 - 13	Regular (B)
El estudiante muestra evidencia del logro de aprendizajes esperados.	14 - 16	Bueno (A)
El estudiante muestra manejo solvente y responsable del logro de los aprendizajes previstos y satisfactorios en sus tareas.	17 - 20	Excelente (AD)

Fuente: Adaptado del MINEDU y reglamento de evaluación 2020-UNA Puno

3.5.6 Análisis de validez y confiabilidad de la prueba de inicio y salida

Para la validez del instrumento, se procedió con la “validación de expertos”, que son docentes de la Universidad Nacional del Altiplano Puno, especialistas del tema, dando su conformidad o la sugerencia de modificación, se les entregó la matriz de consistencia, el instrumento, la ficha de evaluación, carta descriptiva.

Tabla 7

Calificación de validez de la prueba de inicio y salida

Preguntas	Expertos		
	1	2	3
1. ¿El instrumento de evaluación está escrito en un lenguaje adecuado de fácil comprensión?	A	AD	A
2. ¿El instrumento de evaluación evidencia la necesidad del uso de la teoría y propiedades de funciones reales ?	AD	AD	AD
3. ¿El instrumento de evaluación se relaciona con las variables de estudio?	AD	A	AD
4. ¿Las preguntas del instrumento está relacionado con el logro de aprendizaje de la unidad?	AD	A	A
5. ¿Las preguntas del instrumento guarda relación con la competencia general?	AD	AD	AD
6. ¿El instrumento evidencia el propósito del logro de aprendizaje?	AD	AD	A
7. ¿Las preguntas guardan relación con los contenidos propuestos en la carta descriptiva del curso?	AD	AD	AD
8. ¿Las preguntas del instrumento reflejan la importancia del contenido del curso?	A	A	AD
9. ¿Las preguntas del instrumento expresan lo esencial de los problemas de funciones reales del curso de Matemática Básica?	AD	AD	AD
10. ¿Las preguntas del instrumento guardan relación con las dimensiones?	AD	AD	AD

El valor del alfa de Cronbach descrito por Lee J. Cronbach en 1951, se usa para medir la confiabilidad, para evaluar la magnitud de los ítems del instrumento si están correlacionados (Oviedo y Campo-Arias, 2005). El valor adecuado del alfa de Cronbach deben estar ubicado en el intervalo [0.80 - 0.90], un valor inferior a 0.80 indica que la consistencia es baja, y para valores por encima de 0.90 indica que hay redundancia o duplicación de los ítems.

Para medir el grado de confiabilidad, se consideró a diez estudiantes que se les aplicó el instrumento, con estos resultados, se calculó el coeficiente alfa de Cronbach mediante la siguiente fórmula:

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^n S_i^2}{S_x^2} \right)$$

Donde:

n: es la cantidad de preguntas

S_i^2 : es la varianza de cada pregunta

S_x^2 : es la varianza del total de las preguntas

En la muestra piloto se encontró el valor de alfa de Cronbach:

$$\sum_{i=1}^n S_i^2 = .89 + .84 + .61 + .56 + 1.04 + 1.36 + 1.24 + .84 + 1.21 + .81 + .96 \\ + .89$$

$$\sum_{i=1}^{12} S_i^2 = 11.25$$

$$S_x^2 = \frac{6.25 + .25 + 72.25 + 132.25 + 42.25 + .25 + 30.25 + 20.25 + 2.25 + 272.25}{10}$$

$$S_x^2 = 57.85$$

$$\alpha = \frac{12}{12-1} \left(1 - \frac{11.25}{57.85} \right) = 1.09 * 0.81 = 0.88$$

Lo cual muestra que las preguntas del instrumento son adecuadas para realizar la investigación del aprendizaje sobre resolución de problemas de operaciones, problemas de modelado y problemas de funciones trigonométricos sobre funciones reales.

3.5.7 Técnica para el análisis de datos

Una vez aplicado las mediciones inicial (pre prueba) y final (pos prueba) a los dos grupos, se ha consolidado las calificaciones de la competencia exigida: resuelve problemas y ejercicios de funciones reales, aplicando conceptos y propiedades de la teoría de funciones reales de variable real, se organizó las notas obtenidas de ambos grupos en matrices de datos en Excel a fin de analizar e interpretar los datos cuantitativos, posteriormente se registraron las notas de salida de ambos grupos obtenidos de las tres dimensiones medidas, que fueron procesados para obtener valores estadísticos de centralización, dispersión, tablas de frecuencia y gráficos.

3.5.7.1 Para el objetivo general

Para ver el efecto del método Polya en la resolución de problemas de funciones reales en los estudiantes de la escuela profesional de Ciencias Contables de la UNA Puno, se utilizó la prueba t-Student. Siguiendo los pasos:

Paso1: Se verificó que los resultados de las notas iniciales y finales de ambos grupos control y de experimento tiene una distribución normal.

Paso 2: Se probó si los datos de análisis presentan varianzas homogéneas.

Paso 3: Para contrastar la hipótesis se utilizó la prueba t-Student para muestras no relacionados.

Desarrollando los pasos descritos

Paso 1: Prueba de normalidad

Nuestros datos son menores que 50, por lo que se utilizó la prueba de Shapiro-Wilk para la contrastación de normalidad de las notas obtenidas, teniendo en cuenta:

H_0 : *Hipótesis nula*, las notas de población de estudio sigue una distribución normal.

H_a : *Hipótesis alterna*, las notas de la población de investigación no sigue una distribución normal.

Comparamos el valor de W calculado (W_c) con el valor W de la tabla (W_t) y se acepta las hipótesis según :

Si $W_c > W_t$ aceptamos la hipótesis nula (H_0) en otras palabras no hay evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula.

Cuando $W_c < W_t$ no se considera la hipótesis nula (H_0) es decir aceptamos la hipótesis alterna (H_a), ya que no hay suficiente evidencia estadística para afirmar que las notas de los resultados siguen una distribución normal.

El valor de Shapiro Wilk se calcula por la fórmula:

$$W_c = \frac{\left(\sum_{i=1}^n a_i x_{(i)}\right)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

donde:

$x_{(i)}$ es el número que ocupa la i-ésima posición en la muestra (con la muestra ordenada de menor a mayor).

\bar{x} es la media de la muestra.

a_i son los coeficientes para el contraste de la tabla de Shapiro Wilk.

finalmente aplicamos la prueba t-Student para establecer el rechazo o aceptación de las hipótesis de investigación planteada.

Paso 2: Test de Levene para homogeneidad de varianzas.

El test de Levene lo utilizamos con la finalidad de determinar si se asume la igualdad de varianzas de los grupos control y de experimento, considerando:

H_0 : *Hipótesis nula*, se asume que los datos de población de estudio tienen varianzas iguales.

H_a : *Hipótesis alterna*, los datos de población de estudio no tienen varianzas iguales.

El p-valor obtenido de esta prueba debe ser mayor que 0.05 para asumir que no existe diferencia entre las varianzas en ambos grupos control y de experimento, es decir, se asume la igualdad de varianzas.

Finalmente aplicamos la prueba t-Student (cuando $n < 32$, para muestras no relacionadas) a los datos obtenidos en la prueba de salida de ambos grupos control y de experimento, para determinar la variación en los resultados obtenidos. Por último, se analizaron los cambios y se logró establecer la comprobación de la hipótesis planteada, con un nivel de significancia de 0.05 y confiabilidad del 95%.

Paso 3: Prueba de Hipótesis de investigación

Para probar la hipótesis de investigación consideramos los siguientes enunciados:

H_0 : *Hipótesis nula*, no existe diferencia significativa entre el grupo control y de experimento luego de la aplicación del método Polya.

H_a : *Hipótesis alterna*, existe mejora significativa entre ambos grupos de control y de experimento luego de la aplicación del método Polya.

Se compara el valor de T calculado (T_c) con el valor T de la tabla (T_t) y se acepta las hipótesis según :

Si $T_c > T_t$ rechazamos la hipótesis nula (H_0), es decir aceptamos la hipótesis alterna (H_a).

Si $T_c < T_t$ rechazamos la hipótesis alterna (H_a) y aceptamos la hipótesis nula (H_0).

Prueba Estadística

Usamos la distribución t-Student, donde la T de la tabla (T_t) es obtenida de la tabla estadística $T_{[n-2,\alpha]}$, considerando $n - 2$ grados de libertad y $\alpha = 0.05$.

El valor de T calculado (T_c) se compara con el valor T de la tabla, si $T_c > T_t$ rechazamos H_0 y se acepta H_a , finalmente calculamos las medias y la desviación estándar de los datos obtenidos en las pruebas de inicio y de salida.

3.5.7.2 Para el primer objetivo específico

Para comprobar si causa efecto el método Polya en resolución de problemas sobre operaciones con funciones reales, primero se realizó el test de igualdad de varianzas, luego mediante la prueba t-Student para muestras no relacionadas se contrastó la hipótesis planteada.

3.5.7.3 Para el segundo objetivo específico

Para comprobar si causa efecto el método Polya en resolución de problemas sobre modelado de funciones reales, primero se realizó el test de igualdad de varianzas, luego mediante la prueba t-Student para muestras no relacionadas se contrastó la hipótesis planteada.

3.5.7.4 Para el tercer objetivo específico

Para comprobar si causa efecto el método Polya en resolución de problemas sobre funciones trigonométricas, primero se realizó el test de igualdad de varianzas, luego mediante la prueba t-Student para muestras no relacionadas se contrastó la hipótesis planteada.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En esta sección se presentan los resultados alcanzados, así como las discusiones con investigaciones relacionadas al presente trabajo, cuya finalidad es encontrar coincidencias y/o discrepancias. Se muestran tablas, figuras de los datos obtenidos de la prueba de inicio y salida en ambos grupos control y de experimento, se analiza e interpreta los resultados logrados sobre la eficacia del aprendizaje sobre resolución de problemas de funciones reales utilizando el método Polya en alumnos de la Universidad Nacional del Altiplano – Puno.

Para poder aplicar la prueba t-Student, debemos comprobar que las notas siguen una distribución normal a través de la prueba de Shapiro Wilk, luego se verificó que las varianzas son homogéneas a través del test de Levene, en todo el trabajo se eligió el nivel de significancia de $\alpha = 0.05$.

4.1 Resultados de prueba de ingreso

Tabla 8

Resultados de la prueba de inicio en ambos grupos control y de experimento

Nº	Grupo Control	Grupo de experimento
1	6	8
2	7	6
3	10	7
4	6	6
5	9	5
6	7	8
7	8	6
8	5	6

9	7	9
10	6	6
11	5	7
12	5	7
13	6	6
14	7	7
15	7	7
16	8	8
17	8	6
18	6	5
19	8	7
20	8	5
21	6	5
22	5	
23	6	
24	7	
Promedio	6.79	6.52

Según las notas obtenidas, se comprueba si la población sigue una distribución normal, para esto calculamos el valor de W_c (Shapiro Wilk calculado).

a) Para datos del grupo control, con grados de libertad $gl = 24$

Con los datos de la prueba de inicio tenemos:

$$\sum_{i=1}^{24} a_1 x_i = -6.07; \quad \sum_{i=1}^{24} (x_i - \bar{x})^2 = 39.95$$

De donde

$$W_c = \frac{(-6.072)^2}{39.958} = 0.923$$

Para datos obtenidos de la prueba de salida tenemos:

$$\sum_{i=1}^{24} a_1 x_i = -9.51; \quad \sum_{i=1}^{24} (x_i - \bar{x})^2 = 95.83$$

De donde

$$W_c = \frac{(-9.51)^2}{95.83} = 0.944$$

b) Para datos del grupo de experimento, con grados de libertad $gl = 21$

Con los datos de la prueba de inicio se tiene:

$$\sum_{i=1}^{21} a_1 x_i = -4.80$$

$$\sum_{i=1}^{21} (x_i - \bar{x})^2 = 25.24$$

De donde

$$W_c = \frac{(-4.80)^2}{25.24} = 0.913$$

Para datos obtenidos de la prueba de salida tenemos:

$$\sum_{i=1}^{21} a_1 x_i = -12.52; \quad \sum_{i=1}^{21} (x_i - \bar{x})^2 = 165.24$$

De donde

$$W_c = \frac{(-12.52)^2}{165.24} = 0.949$$

4.1.1 Prueba de normalidad

Para datos grandes mayores a 50 es usado la prueba de Kolmogorov-Smirnov, en nuestro trabajo se tiene datos menores de 50 por lo que utilizamos la prueba de Shapiro-Wilk.

Según las notas obtenidas en la prueba de inicio y salida y los valores calculados de W_c se tiene:

Tabla 9

Prueba de normalidad de ambos grupos control y de experimento

Prueba	Grupo	Shapiro-Wilk		
		W Cal. (W_c)	gl.	W Tabla (W_t)
Prueba de inicio	Control	0.923	24	0.916
	De experimento	0.913	21	0.908
Prueba de salida	Control	0.944	24	0.916
	De experimento	0.949	21	0.908

Prueba de hipótesis:

$H_o =$ *Hipótesis nula*: Las notas de la población de estudio siguen una distribución normal.

$H_a =$ *Hipótesis alterna*: Las notas no siguen una distribución normal.

Según la Tabla 9, los valores de W_c de Shapiro-Wilk calculado se tiene que:

Para la prueba de inicio:

- Para las notas del grupo control $W_c = 0.923 > W_t = 0.916$, por lo que no existe evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula, por tanto consideramos válido la hipótesis nula.
- Para las notas del grupo de experimento el valor calculado de Shapiro-Wilk es: $W_c = 0.913 > W_t = 0.908$, consideramos valido la hipótesis nula.

Para la prueba de salida:

- Para las notas del grupo control $W_c = 0.944 > W_t = 0.916$, consideramos valida la hipótesis nula.
- Para las notas del grupo de experimento el valor calculado de Shapiro-Wilk fue de $W_c = 0.949$ comparando con $W_t = 0.908$, se tiene que $W_c > W_t$, por lo que consideramos valida la hipótesis nula.

Concluimos que todas las notas de la prueba de inicio y salida provienen de una población normalmente distribuida.

Tabla 10

Resultados de la prueba de inicio de los estudiantes del grupo control y de experimento

Nivel de logro	Calificación	Grupo Control		Grupo de experimento	
		Frec.	%	Frec.	%
Deficiente	[00 – 10]	24	100.0%	21	100.0%
Regular	[11 – 13]	0	0.0%	0	0.0%
Bueno	[14 – 16]	0	0.0%	0	0.0%
Excelente	[17 – 20]	0	0.0%	0	0.0%
Total		24	100.0%	21	100.0%

Fuente: Notas obtenidas de la prueba de inicio en ambos grupos control y de experimento.

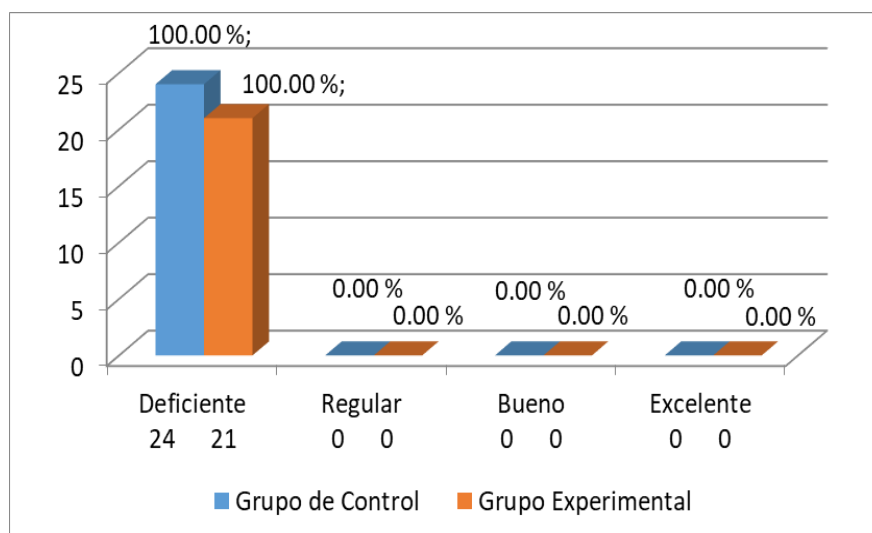


Figura 15. Comparación de resultados de la prueba de inicio antes de comenzar el experimento.

Fuente: Tabla 10 del nivel de logro inicial en los grupos de control y de experimento.

Se aprecia que el nivel de conocimiento en que se encuentran los estudiantes de ambos grupos control y de experimento en la prueba de inicio, fue deficiente.

El resultado previo a la aplicación del experimento mostró la necesidad de implementar el uso adecuado de estrategias para el aprendizaje de funciones reales del curso de Matemática Básica, con la finalidad de mejorar los niveles de aprendizaje. Según el nivel de logro inicial mostrado, se tiene que el nivel de conocimiento sobre funciones reales es el mismo antes de aplicar el experimento en ambos grupos control y de experimento.

4.2 Resultados de la prueba de salida en ambos grupos de control y de experimento

Tabla 11

Resultados de calificaciones en el grupo control al finalizar el tratamiento

Nivel de logro	Calificación	Grupo Control	
		Frec.	%
Deficiente	[00 – 10]	8	33.33
Regular	[11 – 13]	13	54.17
Bueno	[14 – 16]	3	12.50
Excelente	[17 – 20]	0	00.00
Total		24	100.00

Fuente: Consolidación de notas de la prueba de salida en el grupo control.

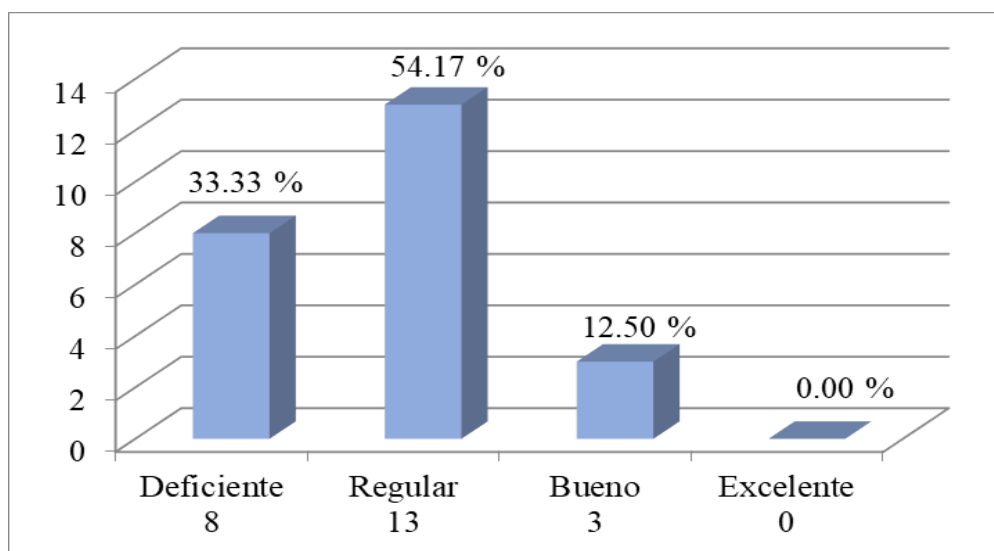


Figura 16. Resultados de las notas de salida en el grupo control.

Fuente: Tabla 11 del nivel de logro alcanzado al finalizar el experimento en el grupo control.

Según la tabla 11 y figura 16, respecto al nivel que alcanzaron los estudiantes del grupo control al finalizar el experimento, de 24 estudiantes que representa el 100% del grupo control, se tiene:

- El 33.33% de estudiantes no lograron cumplir satisfactoriamente su nivel de aprendizaje, los estudiantes en este nivel de deficiencia presentan dificultades en desarrollar su aprendizaje, es necesario más tiempo de acompañamiento por parte del docente, sus notas se encuentran entre 00 a 10 puntos.
- Sin embargo, el 54.17% de la población del grupo control están en el nivel regular, estos estudiantes están en proceso de lograr aprendizajes esperados, sus notas se encuentran entre 11 a 13 puntos.
- Por otro lado, el 12.50% de la población del grupo control, califican en el nivel Bueno, indicando que han cumplido adecuadamente su logro de aprendizajes esperados, sus notas se encuentran entre 14 a 17 puntos.
- Según los datos mostrados no se evidencia estudiantes del grupo control que estén en el nivel excelente.

En resumen, tenemos que el 33.33% de estudiantes del grupo control obtienen calificaciones deficientes, cuyas notas están entre 0 a 10 puntos, los cuales son considerados desaprobados, sin embargo, el 66.67% de estudiantes del grupo control se ubican en los niveles regular y bueno, los cuales son considerados aprobados.

Tabla 12

Nivel de logro alcanzado en el grupo de experimento al finalizar el tratamiento

Nivel de logro	Calificación	Grupo de experimento	
		Frec.	%
Deficiente	[00 – 10]	3	14.29
Regular	[11 – 13]	7	33.33
Bueno	[14 – 16]	8	38.10
Excelente	[17 – 20]	3	14.29
Total		21	100.00

Fuente: Datos obtenidos de la prueba de salida en el grupo de experimento

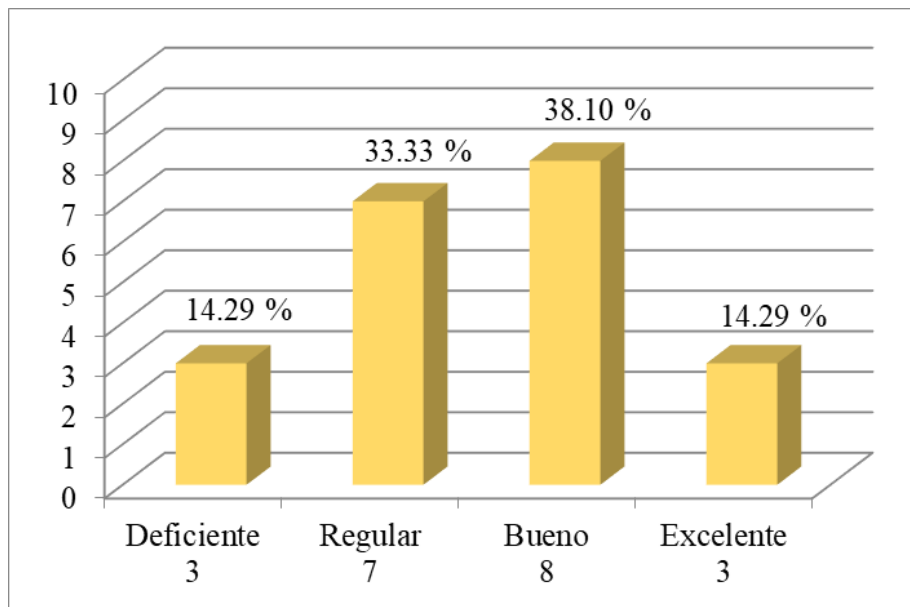


Figura 17. Notas finales (pos test) en el grupo de experimento.

Fuente: Tabla 12 del nivel de logro alcanzado al finalizar el tratamiento en el grupo de experimento.

Según la tabla 12 y figura 17, respecto al nivel de logro alcanzado por el grupo de experimento al concluir el tratamiento se tiene: de 21 estudiantes que representa el 100%, se aprecia que, 3 estudiantes se ubican en el nivel deficiente correspondiente al 14.29%, los estudiantes en este nivel no lograron el aprendizaje esperado, recién están iniciando sus aprendizajes requiere más tiempo de supervisión y guía por parte del docente. Mientras que el 33.33% de estudiantes se ubican en nivel regular, mostrando que están en proceso de lograr sus aprendizajes esperados. La mayor parte de estudiantes del grupo de experimento se ubican en el nivel Bueno (14-16) representa el 38.10%, los estudiantes en este nivel han logrado sus aprendizajes esperados. Además, el 14.29% de estudiantes del grupo de experimento se ubican en el nivel excelente (17-20), demostrando que el estudiante muestra manejo solvente y responsable del logro de los aprendizajes previstos y satisfactorios en sus tareas.

De estos resultados se tiene que el 14.29% de estudiantes del grupo de experimento se ubican en el nivel de deficiente, cuyas notas están entre 0 a 10 puntos, son considerados desaprobados sin embargo el 85.71% de estudiantes del grupo de experimento se ubican en niveles regular, bueno y excelente son considerados aprobados.

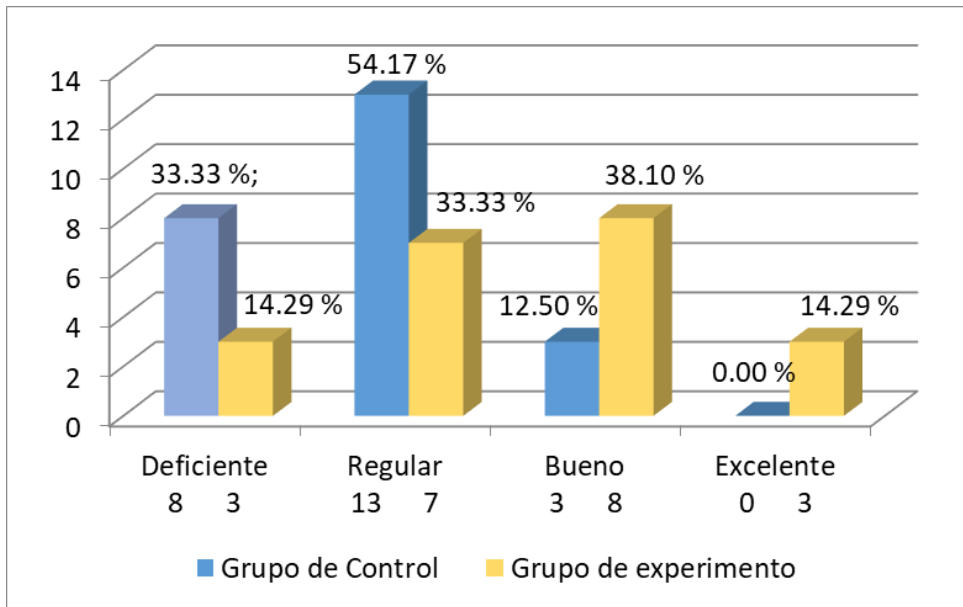


Figura 18. Resultados de las notas de la prueba de salida en ambos grupos control y de experimento.

Fuente: Consolidación de resultados de la Tabla 11 y Tabla 12.

Los resultados de la evaluación final del grupo de control y de experimento, muestran que los estudiantes del grupo de experimento mejoraron considerablemente sus aprendizajes de resolución de problemas de funciones reales, a comparación de los estudiantes del grupo control.

4.2.1 Contrastación de la hipótesis de investigación

Test de igualdad de varianzas

Consideramos las hipótesis:

H_0 : Hipótesis nula, se asume que las varianzas de ambos grupos control y de experimento es la misma.

H_a : Hipótesis alterna, las varianzas de ambos grupos de control y de experimento son diferentes.

Para contrastar el resultado de la prueba de salida en ambos grupos de experimento y de control y consideramos el nivel de significancia $\alpha = 0.05$, que se muestra en la tabla 13, el P_v es 0.197.

Tabla 13

Prueba Levene de igualdad de varianzas después del experimento

Test de Levene de igualdad de varianzas		
	F	Sig.
Se consideran varianzas iguales	1.718	0.197
Las varianzas son diferentes	-	-

Fuente: Datos obtenidos según las notas de la prueba de salida en ambos grupos control y de experimento.

Como $P_v = 0.197 > \alpha = 0.05$, aceptamos la hipótesis nula, es decir se asume la igualdad de varianzas en ambos grupos control y de experimento, por lo que se considera que las varianzas son iguales.

4.2.2 Prueba de la hipótesis de investigación

Planteamos:

H_0 : *Hipótesis nula*, la ejecución del Método Polya no mejora el aprendizaje sobre resolución de problemas de funciones en estudiantes de la escuela profesional de Ciencias Contables de la Universidad Nacional del Altiplano - Puno.

H_a : *Hipótesis alterna*, la ejecución del Método Polya mejora el aprendizaje sobre resolución de problemas de funciones en estudiantes de la E. P. de Ciencias Contables de la Universidad Nacional del Altiplano - Puno.

Una vez comparado las medias, utilizamos la prueba t-Student para muestras no relacionadas, con $\alpha = 0.05$ y con $gl = 24 + 21 - 2 = 43$ grados de libertad.

Tabla 14

Datos estadísticos de la prueba de salida

	Grupo Control	Grupo de experimento
Media	11.50	13.52
Desviación estándar	1.96	2.87
Grados de libertad	24	21

Fuente: Datos de la prueba de salida en ambos grupos control y de experimento.

Con los resultados de la tabla 14 calculamos el valor de t-Student calculado:

$$S_{12} = \sqrt{\frac{20 * 2.87^2 + 23 * 1.96^2}{43}}$$

$$S_{12} = \sqrt{\frac{253.948}{43}} = 2.426$$

De donde se tiene que:

$$t_c = \frac{13.52 - 11.50}{2.426 * 0.2988} = 2.79$$

Regla de decisión

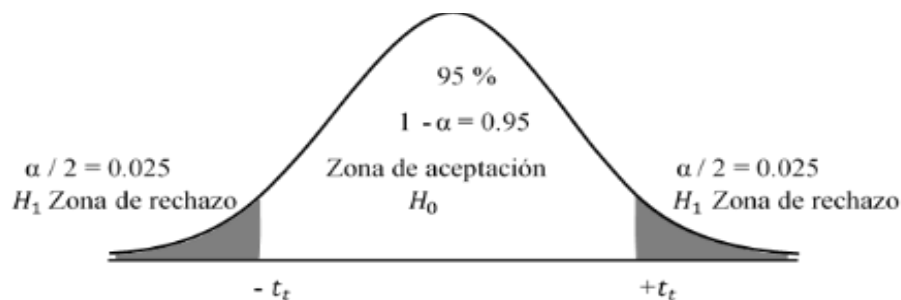


Figura 19. Campana de Gauss del valor de t de las notas de salida de ambos grupos.

Según el valor obtenido de la prueba t para muestras no relacionadas, se obtuvo el valor de t-calculado igual a 2.79, comparando con el valor de tabla $t_t=2.017$, es decir se tiene que: $t_c > t_t$, se visualiza que el valor t_c está en la zona de rechazo, por lo que no se acepta la hipótesis nula H_0 , es decir aceptamos la hipótesis alterna H_a .

Se concluye que la ejecución del método Polya mejora el nivel de aprendizaje sobre resolución de problemas de funciones reales en los estudiantes de la Escuela Profesional de Ciencias Contables de la Universidad Nacional del Altiplano – Puno.

4.3 Resultados de las notas de salida en ambos grupos control y de experimento para el primer objetivo específico

Tabla 15

Notas finales de resolución de problemas de operaciones con funciones reales en el grupo control

Nivel de logro	Calificación	Grupo Control	
		Frec.	%
Deficiente	[00 – 10]	7	29.17
Regular	[11 – 13]	9	37.50
Bueno	[14 – 16]	7	29.17
Excelente	[17 – 20]	1	4.17
Total		24	100.00

Fuente: Consolidación de notas sobre resolución de problemas de operaciones con funciones reales en el grupo control.

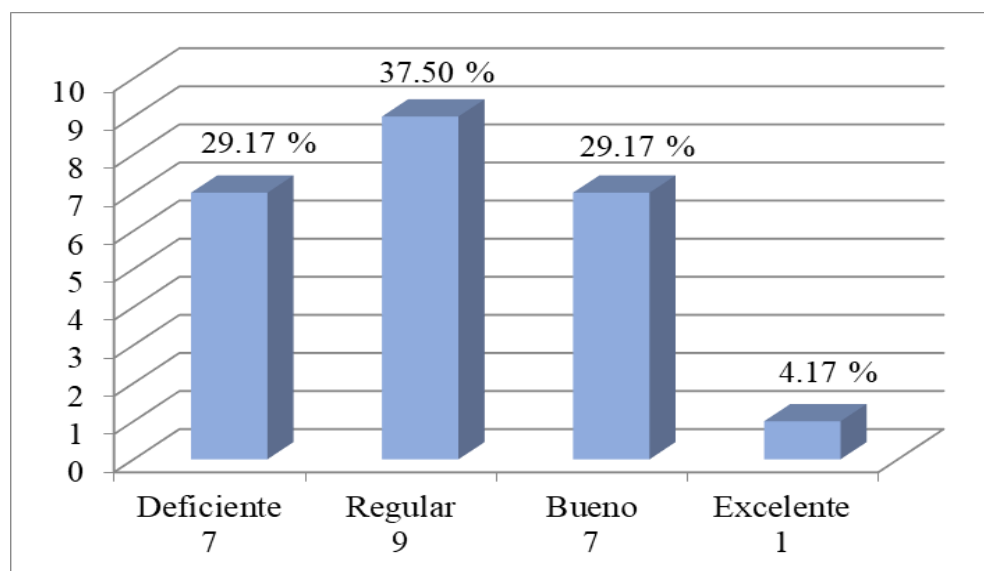


Figura 20. Resultados de las notas finales en el grupo de control.

Fuente: Tabla 15 Notas finales de resolución de problemas de operaciones con funciones reales en el grupo control.

Según la tabla 15 y figura 20, respecto al nivel alcanzado respecto a resolución de problemas sobre operaciones con funciones reales por el grupo de control al finalizar el experimento, de 24 estudiantes que representa el 100% del grupo control, se tiene:

- El 29.17% de estudiantes no lograron cumplir satisfactoriamente su aprendizaje, en este nivel de deficiencia presentan dificultades en desarrollar su aprendizaje, es

necesario más tiempo de acompañamiento por parte del docente, sus notas se encuentran entre 00 a 10 puntos.

- El 37.50% de estudiantes del grupo control están en el nivel de aprendizaje regular, estos estudiantes están en proceso de lograr aprendizajes esperados, sus notas se encuentran entre 11 a 13 puntos.
- Por otro lado, el 29.17% de la población del grupo control, se encuentran en nivel bueno, indicando que han cumplido adecuadamente su logro de aprendizajes esperados, sus notas se encuentran entre 14 a 16 puntos.
- Existe una 4.17% de estudiantes del grupo control con nivel de rendimiento académico excelente, su nota se encuentra entre 17 y 20 puntos.

De estos resultados obtenidos y mostrados en la figura 20, se concluye que el 29.17% de estudiantes del grupo control están en nivel de Deficiencia, las notas de estos estudiantes oscilan de 0 a 10 puntos, los cuales son considerados desaprobados. Por otro lado, el 70.83% de estudiantes del grupo de control se ubican en los niveles regular y bueno, en estos dos niveles los estudiantes son considerados aprobados.

Tabla 16

Notas de la prueba de salida sobre resolución de problemas de operaciones con funciones reales en el grupo de experimento

Nivel de logro	Calificación	Grupo de experimento	
		Frec	%
Deficiente	[00 – 10]	3	14.29
Regular	[11 – 13]	4	19.05
Bueno	[14 – 16]	9	42.86
Excelente	[17 – 20]	5	23.81
Total		21	100.00

Fuente: Datos obtenidos de la prueba de salida en el grupo de experimento.

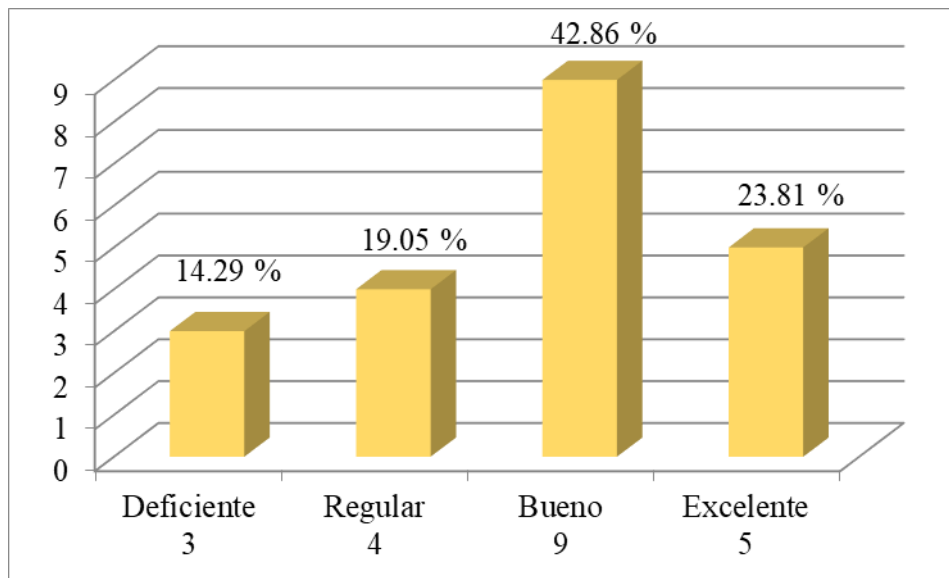


Figura 21. Notas de la prueba de salida en el grupo de experimento.

Fuente: Tabla 16 de resultados de resolución de problemas sobre operaciones con funciones reales en el grupo de experimento.

Según la tabla 16 y figura 21, respecto al nivel de logro alcanzado por el grupo de experimento al concluir el tratamiento, de 21 estudiantes que representa el 100%, se aprecia que, 3 estudiantes se encuentran en el nivel deficiente que corresponde a un 14.29%, los estudiantes en este nivel recién están comenzando a desarrollar sus aprendizajes y requieren más tiempo de supervisión por parte del docente. Mientras que el 19.05% de estudiantes se ubican en nivel regular, evidenciando que están en proceso de lograr sus aprendizajes esperados. La mayor parte de estudiantes del grupo de experimento se ubican en nivel Bueno (14-16) representando el 42.86%, los estudiantes en este nivel han logrado sus aprendizajes esperados. Por otro lado, el 23.81% de estudiantes del grupo de experimento se ubican en nivel excelente (17-20), demostrando que el estudiante muestra manejo solvente y responsable del logro de los aprendizajes previstos y satisfactorios en sus tareas.

De los resultados mostrados en la figura 21, tenemos que el 14.29% de estudiantes del grupo de experimento se encuentran en nivel de deficiente, cuyas notas están entre 00 a 10 puntos, son considerados desaprobados. Por otro lado, el 85.71% de estudiantes del grupo de experimento se ubican en los niveles regular, bueno y excelente son considerados aprobados.

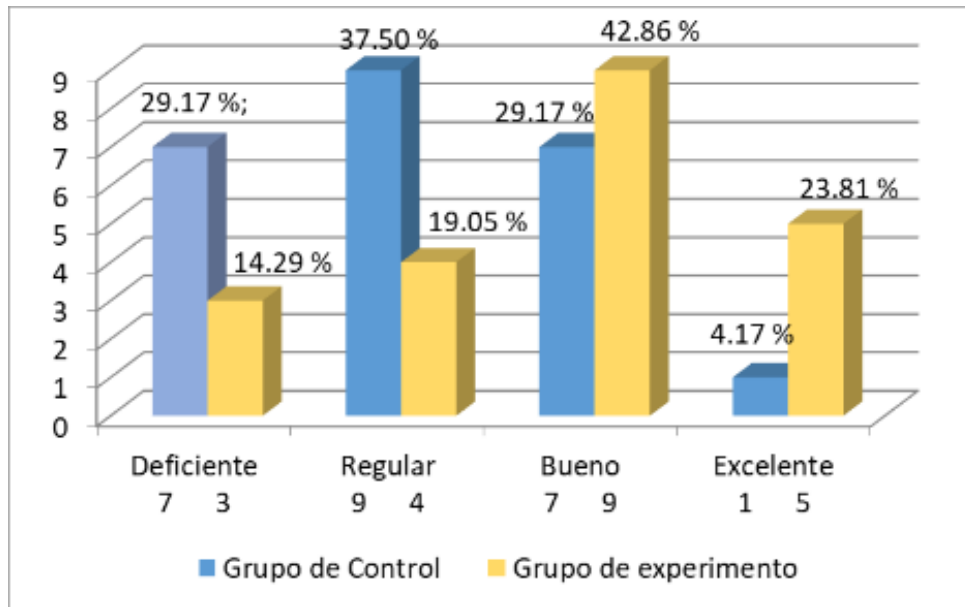


Figura 22. Resultados de las notas de salida de ambos grupos control y de experimento.

Fuente: Consolidación de la Tabla 15 y Tabla 16.

Se muestra los resultados de la evaluación final de ambos grupos control y de experimento, donde evidenciamos que los estudiantes del grupo de experimento han mostrado una mejoría considerable en su aprendizaje de resolución de problemas sobre operaciones con funciones reales, en comparación del grupo control.

4.3.1 Contrastación de la hipótesis de investigación

Test de igualdad de varianzas

Consideramos las hipótesis:

H_0 : Hipótesis nula, se asume igualdad de varianzas en ambos grupos control y de experimento.

H_a : Hipótesis alterna, no se asumen varianzas iguales en ambos grupos control y de experimento.

Para contrastar el resultado de la prueba de salida respecto a los grupos control y de experimento, consideramos $\alpha = 0.05$, que se muestra en la tabla 17, se tiene que el valor de P_v es 0.559.

Tabla 17

Test de Levene de igualdad de varianzas después del experimento

Test de Levene para igualdad de varianzas		
	F	Sig.
Se consideran varianzas iguales	0.346	0.559
Las varianzas son diferentes	-	-

Fuente: Datos obtenidos según las notas de la prueba de salida de ambos grupos control y de experimento.

Como $P_v = 0.559 > \alpha = 0.05$, aceptamos la hipótesis nula, por lo que asumimos la igualdad de varianzas de ambos grupos control y de experimento sobre la resolución de problemas de operaciones con funciones reales, con lo cual se demuestra que las varianzas son iguales.

4.3.2 Prueba de hipótesis de investigación para el primer objetivo específico

Planteamos las hipótesis:

H_0 : *Hipótesis nula*, la ejecución del Método Polya no es eficaz en el aprendizaje sobre resolución de problemas de operaciones con funciones reales en estudiantes de la Escuela Profesional de Ciencias Contables de la Universidad Nacional del Altiplano - Puno.

H_a : *Hipótesis alterna*, la ejecución del Método Polya mejora el aprendizaje sobre resolución de problemas de operaciones con funciones reales en estudiantes de la Escuela Profesional de Ciencias Contables de la Universidad Nacional del Altiplano - Puno.

Una vez comparado las medias de las dos variables, utilizamos la prueba t-Student para muestras no relacionadas, considerando $\alpha = 0.05$ y con $gl = 24 + 21 - 2 = 43$ grados de libertad.

Tabla 18

Datos estadísticos de las notas de salida sobre resolución de problemas de operaciones con funciones reales

	Grupo Control	Grupo de experimento
Media	12.38	14.48
Desviación estándar	2.748	3.356
Grados de libertad	24	21

Fuente: Resultados de la prueba de salida de ambos grupos control y de experimento

Con estos datos calculamos el valor de t-Student calculado:

$$S_{12} = \sqrt{\frac{20 * 3.356^2 + 23 * 2.748^2}{43}} = \sqrt{\frac{398.939}{43}} = 3.0459$$

De donde se tiene que le t-Student:

$$t_c = \frac{14.48 - 12.38}{3.0459 * 0.2988} = \frac{2.1}{0.9101} = 2.31$$

Regla de decisión

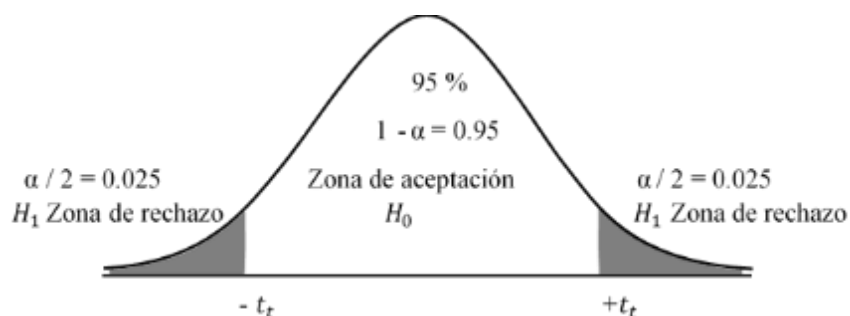


Figura 23. Campana de Gauss de la prueba t en la prueba de salida de resolución de problemas de operaciones con funciones.

Según el valor obtenido de la prueba t para muestras independientes, se obtuvo que $t_c = 2.31 > t_t = 2.017$, dónde el valor t_c cae en la zona de rechazo, por lo que rechazamos la hipótesis nula H_0 y aceptamos la hipótesis alterna H_a .

Se concluye que el método Polya mejora el nivel de aprendizaje de resolución de problemas de operaciones con funciones reales en los estudiantes de la Escuela Profesional de Ciencias Contables de la Universidad Nacional del Altiplano – Puno.

4.4 Resultados de la prueba de salida en el grupo de control y de experimento para el segundo objetivo específico

Tabla 19

Resultados de la prueba de salida sobre resolución de problemas de modelado de funciones reales en el grupo control

Nivel de logro	Calificación	Grupo Control	
		Frec.	%
Deficiente	[00 – 10]	7	29.17
Regular	[11 – 13]	11	45.83
Bueno	[14 – 16]	5	20.83
Excelente	[17 – 20]	1	4.17
Total		24	100.00

Fuente: Consolidación de notas de la prueba de salida en el grupo control.

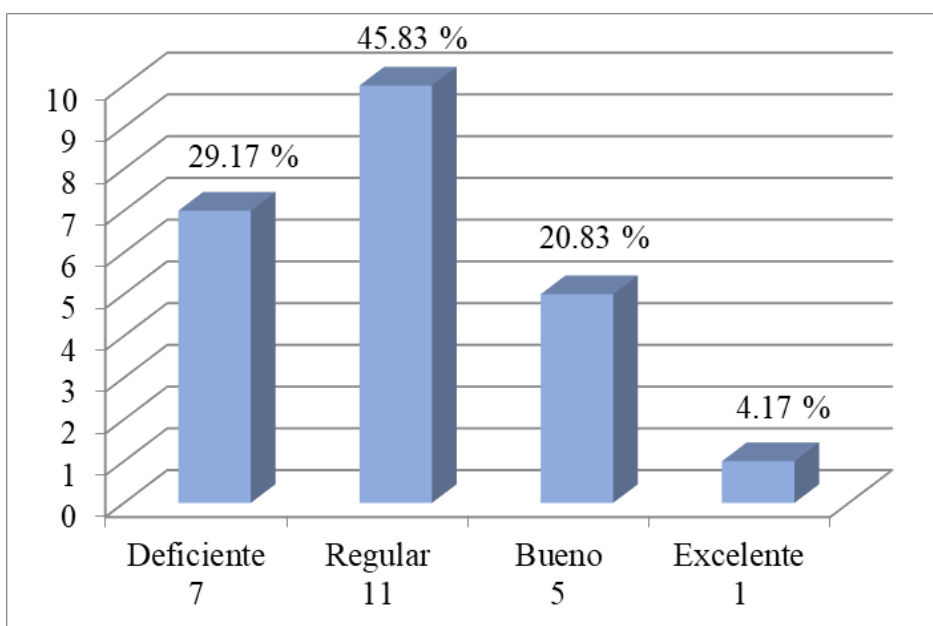


Figura 24. Resultados de las notas de salida en el grupo de control

Fuente: Tabla 19 resultados de la prueba de salida sobre resolución de problemas de modelado de funciones reales en el grupo control.

Según la tabla 19 y figura 24, respecto al nivel de logro obtenido por los estudiantes del grupo control al finalizar el experimento, de 24 estudiantes que representa el 100% del grupo control, se tiene:

- El 29.17% de estudiantes no lograron cumplir satisfactoriamente su nivel de aprendizaje, los estudiantes en este nivel de deficiencia presentan dificultades en desarrollar su aprendizaje, es necesario más tiempo de acompañamiento por parte del docente, sus notas se encuentran entre 00 a 10 puntos de la escala vigesimal.
- Por otro lado, el 45.83% de estudiantes del grupo de control están en nivel de aprendizaje regular, están en proceso de lograr aprendizajes esperados, sus notas se encuentran entre 11 a 13 puntos.
- Sin embargo, el 20.83% de la población del grupo control, califican en nivel Bueno, indicando que han cumplido adecuadamente su logro de aprendizajes esperados, sus notas se encuentran entre 14 a 16 puntos.
- El 4.17% de estudiantes del grupo control están en el nivel de rendimiento académico excelente.

De estos resultados se tiene que el 29.17% de estudiantes del grupo de control se ubican en nivel de Deficiente, cuyas notas están entre 00 a 10 puntos, son considerados desaprobados. Por otro lado, el 70.83% de estudiantes del grupo de control se ubican en los niveles regular, bueno y excelente son considerados aprobados.

Tabla 20

Resultados de las notas finales sobre resolución de problemas de modelado de funciones reales en el grupo de experimento

Nivel de logro	Calificación	Grupo de experimento	
		Frec.	%
Deficiente	[00 – 10]	2	9.52
Regular	[11 – 13]	9	42.86
Bueno	[14 – 16]	4	19.05
Excelente	[17 – 20]	6	28.57
Total		21	100.00

Fuente: Datos obtenidos de la prueba de salida en el grupo de experimento.

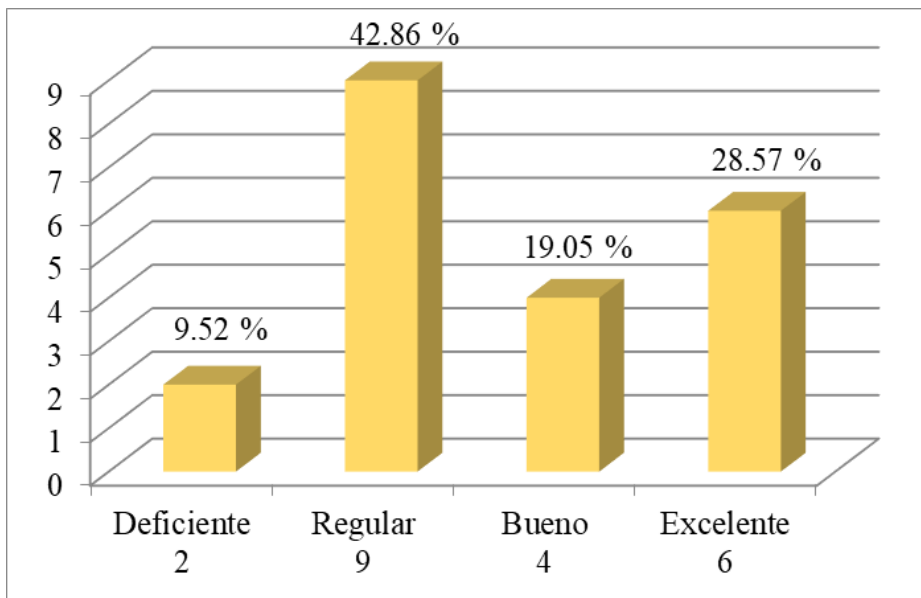


Figura 25. Resultados de las notas de salida en el grupo de experimento.

Fuente: Tabla 20 del nivel de logro alcanzado al finalizar el tratamiento en el grupo de experimento.

Según la tabla 20 y figura 25, respecto al nivel de logro alcanzado por el grupo de experimento al concluir el tratamiento, de 21 estudiantes que representa el 100%, se aprecia que, 2 estudiantes se ubican en nivel deficiente que corresponde a un 9.52%, los estudiantes en este nivel recién están iniciando el desarrollo de su aprendizaje y requieren más tiempo de acompañamiento por parte del docente. Mientras que el 42.86% de estudiantes se ubican en nivel regular, lo cual indica que están en proceso de lograr sus aprendizajes esperados. Por otra parte, los estudiantes del grupo de experimento que se ubican en nivel bueno (14-16) representando el 19.05%, los estudiantes en este nivel han logrado sus aprendizajes esperados. Además, el 28.57% de estudiantes del grupo de experimento se ubican en nivel excelente (17-20), demostrando que el estudiante muestra manejo solvente y responsable del logro de los aprendizajes previstos y satisfactorios en sus tareas.

De los resultados mostrados en la figura 25, el 9.52% de estudiantes del grupo de experimento se encuentran en el nivel de deficiente, cuyas notas están entre 00 a 10 puntos, son considerados desaprobados, y el 90.48% de estudiantes del grupo de experimento se ubican en los niveles regular, bueno y excelente que son considerados aprobados.

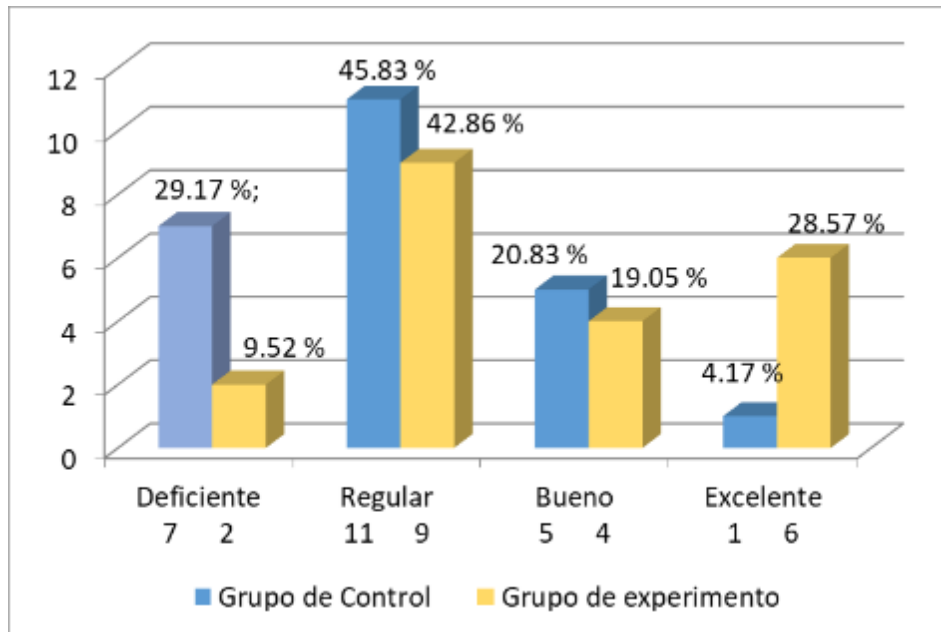


Figura 26. Resultados de las notas de salida de ambos grupos control y de experimento.

Fuente: Consolidación de la Tabla 19 y Tabla 20.

Se muestra las notas de la evaluación final de ambos grupos control y de experimento, donde evidenciamos que los estudiantes del grupo de experimento mejoraron considerablemente sus aprendizajes sobre resolución de problemas de modelado de funciones reales, en comparación al grupo de control.

4.4.1 Contrastación de la hipótesis de investigación

Test de Levene para igualdad de varianzas

Consideramos las hipótesis:

H_0 : *Hipótesis nula*, se asume que las varianzas de ambos grupos control y de experimento son iguales.

H_a : *Hipótesis alterna*, las varianzas de los grupos de control y de experimento son distintas.

Para la contrastación del resultado de la prueba de salida, consideramos un nivel de significancia $\alpha = 0.05$, que se muestra en la tabla 21, se tiene que el valor de P_v es 0.690.

Tabla 21

Prueba Levene de igualdad de varianzas después del experimento

Test de Levene para igualdad de varianzas		
	F	Sig.
Se asumen varianzas iguales	0.161	0.690
Las varianzas son diferentes	-	-

Fuente: Datos obtenidos de la prueba de salida en ambos grupos control y de experimento.

El valor calculado P_v es igual a 0.690, el cual resulta que $P_v > \alpha = 0.05$, de donde se acepta la hipótesis nula, es decir se asume que las varianzas de ambos grupos control y de experimento sobre resolución de problemas de modelado de funciones reales son iguales, con esto queda demostrado la igualdad de varianzas.

4.4.2 Prueba de la hipótesis de investigación del segundo objetivo específico

Planteamos las hipótesis:

H_0 : *Hipótesis nula*, la ejecución del Método Polya no mejora el aprendizaje de resolución de problemas de modelado de funciones reales en estudiantes de la Escuela Profesional de Ciencias Contables de la Universidad Nacional del Altiplano - Puno.

H_a : *Hipótesis alterna*, la ejecución del Método Polya mejora el aprendizaje sobre resolución de problemas de modelado de funciones reales en estudiantes de la Escuela Profesional de Ciencias Contables de la Universidad Nacional del Altiplano - Puno.

Una vez comparado las medias de las notas del grupo de experimento y de control, utilizamos la prueba estadística t-Student para muestras no relacionadas, considerando siempre el nivel de significancia $\alpha = 0.05$ y con grados de libertad $gl = 24 + 21 - 2 = 43$.

A continuación, mostrados la tabla 22 de resultados de las medias, desviación estándar de ambos grupos.

Tabla 22

Datos estadísticos de la prueba de salida

	Grupo Control	Grupo De experimento
Media	11.67	13.76
Desviación estándar	2.761	2.998
Grados de libertad	24	21

Fuente: Datos de los resultados de la prueba de salida en el grupo control y de experimento.

Con esta información se procede a calcular el valor del t-Student calculado

$$S_{12} = \sqrt{\frac{20 * 2.998^2 + 23 * 2.761^2}{43}} = \sqrt{\frac{355.0919}{43}} = 2.87$$

De donde el valor de t-Student:

$$t_c = \frac{13.76 - 11.67}{2.87 * 0.299}$$

$$t_c = \frac{2.09}{0.85813} = 2.44$$

Regla de decisión

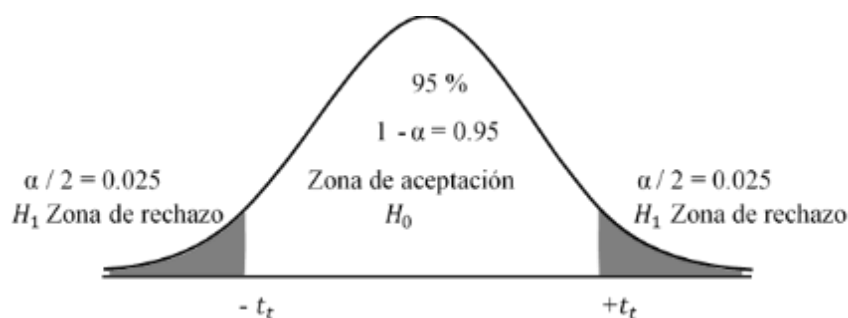


Figura 27. Campana de Gauss de la prueba t en la prueba de salida de resolución de problemas de modelado de funciones.

Según el valor obtenido de la prueba t para muestras independientes, se obtuvo que $t_c = 2.44 > t_t = 2.017$, dónde el valor t_c cae en la zona de rechazo, por lo que rechazamos la hipótesis nula H_0 y aceptamos la hipótesis alterna H_a .

Se concluye que el método Polya mejora el nivel de aprendizaje de resolución de problemas de modelado de funciones reales en los estudiantes de la Escuela Profesional de Ciencias Contables de la Universidad Nacional del Altiplano – Puno.

4.5 Resultados de la prueba de salida en el grupo de control y de experimento para el tercer objetivo específico

Tabla 23

Resultados de las notas de salida (pos test) sobre resolución de problemas de funciones trigonométricas del grupo control

Nivel de logro	Calificación	Grupo Control	
		Frec	%
Deficiente	[00 – 10]	15	62.50
Regular	[11 – 13]	6	25.00
Bueno	[14 – 16]	3	12.50
Excelente	[17 – 20]	0	00.00
Total		24	100.00

Fuente: Consolidado de notas de la prueba de salida en el grupo control.

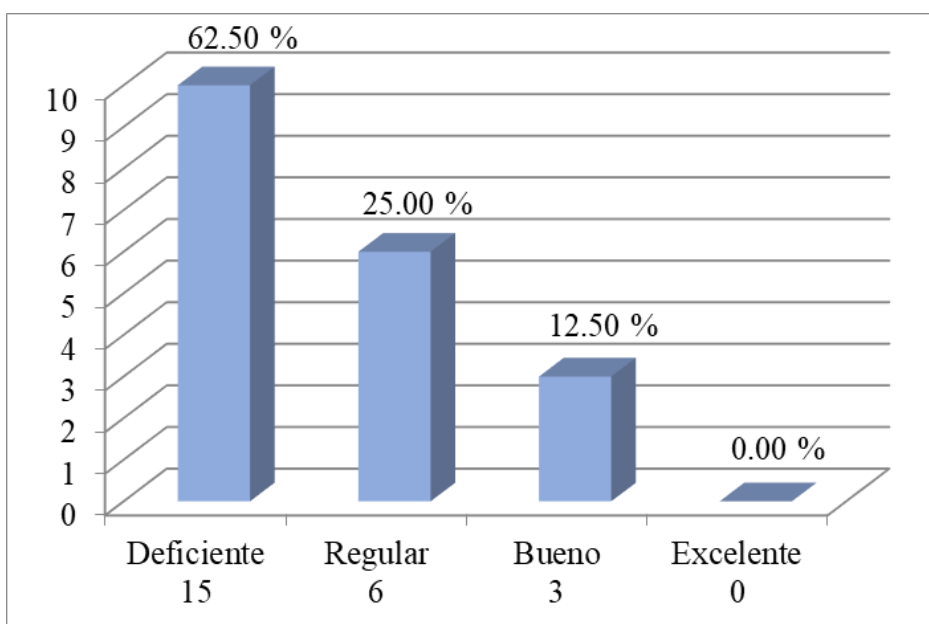


Figura 28. Resultados de las notas finales (pos test) del grupo control.

Fuente: Tabla 23 del nivel de logro alcanzado al finalizar el experimento en el grupo control.

Según los resultados mostrados en la tabla 23 y la figura 28, respecto al nivel de logro alcanzado por el grupo de control al finalizar el experimento, de 24 estudiantes que representa el 100% del grupo control, se tiene:

- El 62.50% de estudiantes no lograron cumplir satisfactoriamente su nivel de aprendizaje, los estudiantes en este nivel de deficiencia presentan dificultades en desarrollar su aprendizaje, es necesario más tiempo de acompañamiento por parte del docente, sus notas se encuentran entre 00 a 10 puntos de la escala vigesimal.
- Mientras que el 25.00% de estudiantes del grupo de control están en el nivel de aprendizaje regular, estos estudiantes están en proceso de lograr aprendizajes esperados, sus notas se encuentran entre 11 a 13 puntos de la escala vigesimal.
- Por otro lado, el 12.50% de la población del grupo de control, califican en el nivel bueno, indicando que han cumplido adecuadamente su logro de aprendizajes esperados, sus notas se encuentran entre 14 a 16 puntos.
- No se evidencia, estudiantes del grupo de control con un nivel de rendimiento académico excelente.

De estos resultados se tiene que el 62.50% de estudiantes del grupo de control que se encuentran en el nivel de deficiente, cuyas notas están entre 00 a 10 puntos, que son considerados desaprobados, mientras que el 37.50% de estudiantes del grupo control se encuentran en los niveles de regular y bueno, los cuales son considerados aprobados.

Tabla 24

Resultados de las notas finales (pos test) sobre resolución de problemas de funciones trigonométricas en el grupo de experimento

Nivel de logro	Calificación	Grupo de experimento	
		Frec	%
Deficiente	[00 – 10]	8	38.10
Regular	[11 – 13]	4	19.05
Bueno	[14 – 17]	6	28.57
Excelente	[18 – 20]	3	14.29
Total		21	100.00

Fuente: Datos obtenidos de las notas finales (pos test) en el grupo de experimento.

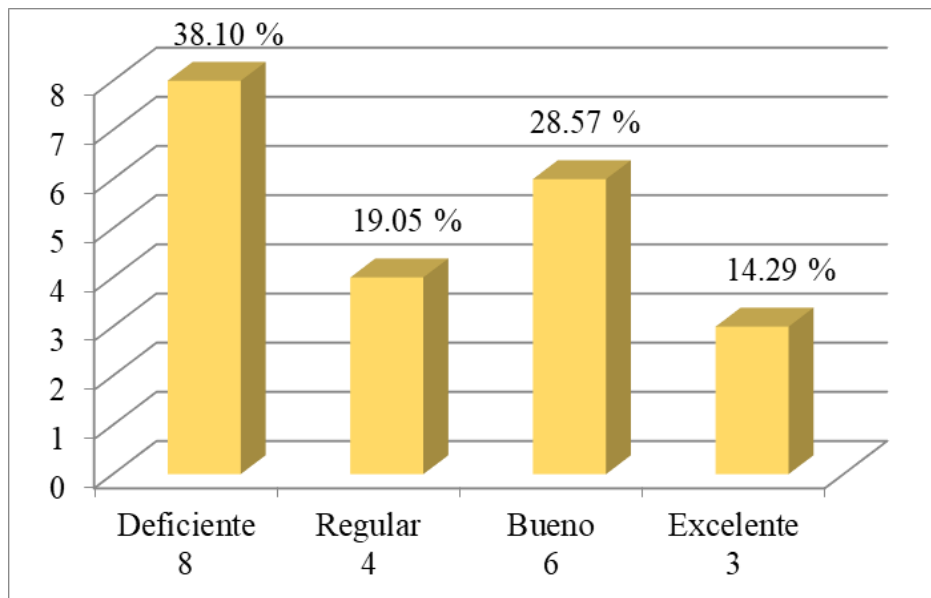


Figura 29. Resultados de las notas finales (pos test) en el grupo de experimento.

Fuente: Tabla 24 del nivel de logro alcanzado al finalizar el tratamiento en el grupo de experimento.

Según los resultados mostrados en la tabla 24 y la figura 29, respecto al nivel de logro alcanzado por el grupo de experimento al finalizar el tratamiento, de 21 estudiantes que representa el 100%, se aprecia que, 8 estudiantes se encuentran en el nivel deficiente que corresponde a un 38.10%, los estudiantes en este nivel recién están iniciando a desarrollar sus aprendizajes y necesita más tiempo de acompañamiento por parte del docente. Mientras que el 19.05% de estudiantes se encuentran en el nivel regular, evidenciando que están en proceso de lograr sus aprendizajes esperados. 6 estudiantes del grupo de experimento se encuentran en el nivel bueno (14-16) que representa el 28.57%, los estudiantes en este nivel han logrado sus aprendizajes esperados. El 14.29% de estudiantes del grupo de experimento se encuentran en el nivel excelente (17-20), demostrando que el estudiante muestra manejo solvente y responsable del logro de los aprendizajes previstos y satisfactorios en sus tareas.

De estos resultados se tiene que el 38.10% de estudiantes del grupo de experimento se encuentran en el nivel de deficiente, cuyas notas están entre 00 a 10 puntos, los cuales son considerados desaprobados mientras que el 61.90% de estudiantes del grupo de experimento se encuentran en los niveles de regular, bueno y excelente, que son considerados aprobados.

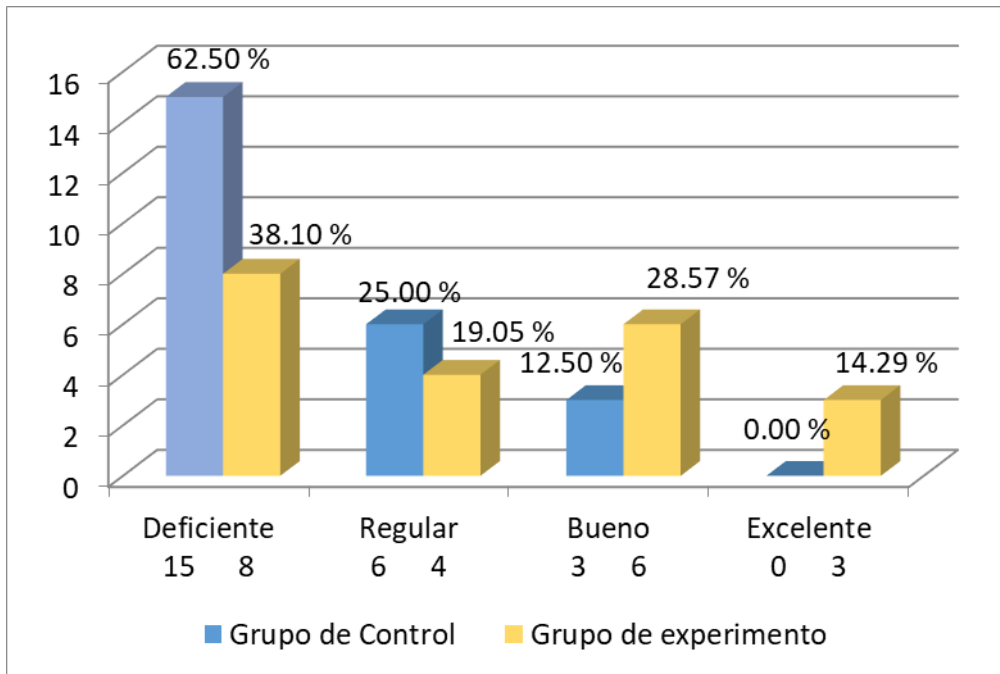


Figura 30. Comparación de resultados de la prueba de salida en el grupo control y de experimento.

Fuente: Consolidación de la Tabla 23 y Tabla 24.

Se muestra los resultados de la evaluación final del grupo de control y de experimento, donde se evidencia que los estudiantes del grupo de experimento han mejorado considerablemente en sus aprendizajes de resolución de problemas de funciones trigonométricas, en comparación a los estudiantes del grupo de control.

4.5.1 Contrastación de la hipótesis de investigación

Prueba de igualdad de varianzas

Consideramos las hipótesis:

H_0 : Hipótesis nula, se asume que las varianzas de los grupos de control y de experimento son las mismas.

H_a : Hipótesis alterna, las varianzas de los grupos de control y de experimento son distintas.

Para la contrastación del resultado de la prueba de salida, consideramos un nivel de significancia del $\alpha = 0.05$, que se muestra en la tabla 12, se tiene que el valor de P_v es 0.013.

Tabla 25

Prueba Levene de igualdad de varianzas después del experimento

Test de Levene para igualdad de varianzas		
	F	Sig.
Se asumen varianzas iguales	6.72	0.013
Las varianzas son diferentes	-	-

Fuente: Datos obtenidos de la prueba de salida en ambos grupos control y de experimento.

De la tabla 25 se tiene que el valor calculado de P_v es igual a 0.013, y comparado con el nivel de significancia 0.05, se tiene que $P_v > \alpha$, por lo que se acepta la hipótesis nula, es decir se asume que las varianzas de los grupos de control y de experimento en resolución de problemas de funciones trigonométricas son iguales, con esto queda demostrado la igualdad de varianzas.

4.5.2 Prueba de la hipótesis de investigación para el tercer objetivo específico

Planteamos las hipótesis:

H_0 : *Hipótesis nula*, la ejecución del Método Polya no mejora el aprendizaje sobre resolución de problemas de funciones trigonométricas en estudiantes de la Escuela Profesional de Ciencias Contables de la Universidad Nacional del Altiplano - Puno.

H_a : *Hipótesis alterna*, la ejecución del Método Polya mejora el aprendizaje sobre resolución de problemas de funciones trigonométricas en estudiantes de la Escuela Profesional de Ciencias Contables de la Universidad Nacional del Altiplano - Puno.

Una vez comparado las medias de las dos variables, utilizamos la prueba t-Student para muestras no relacionadas, considerando $\alpha = 0.05$ y con $gl = 24 + 21 - 2 = 43$ grados de libertad.

Tabla 26

Datos estadísticos de la prueba de salida

	Grupo Control	Grupo de experimento
Media	10.21	12.48
Varianza	2.449	3.790
Grados de libertad	24	21

Fuente: Datos de los resultados de la prueba de salida en el grupo control y de experimento.

Con la información proporcionada en la tabla 26, hallamos el valor de t-Student calculado:

$$S_{12} = \sqrt{\frac{20 * 3.79^2 + 23 * 2.449^2}{43}} = \sqrt{\frac{425.227}{43}} = 3.144$$

De donde se obtiene

$$t_c = \frac{12.48 - 10.21}{3.14 * 0.2988}$$

$$t_c = \frac{2.27}{0.93823} = 2.42$$

Regla de decisión

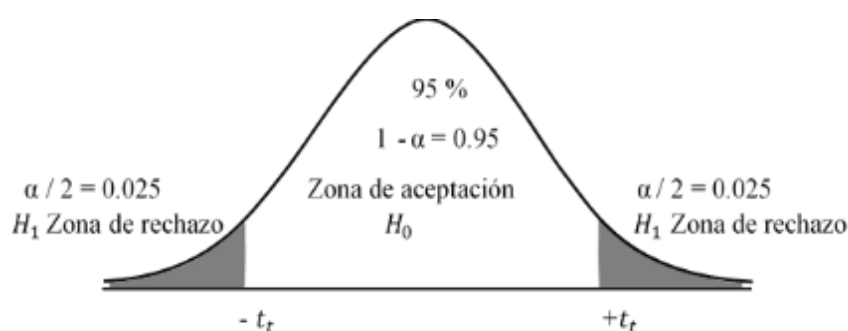


Figura 31. Campana de Gauss de la prueba t en la prueba de salida de resolución de problemas de funciones trigonométricas.

Según el valor obtenido de la prueba t para muestras independientes, se obtuvo que $t_c = 2.42 > t_t = 2.017$, donde el valor t_c cae en la zona de rechazo, por lo que rechazamos la hipótesis nula H_0 y aceptamos la hipótesis alterna H_a .

Se concluye que el método Polya mejora el nivel de aprendizaje de resolución de problemas de funciones trigonométricas en los estudiantes de la Escuela Profesional de Ciencias Contables de la Universidad Nacional del Altiplano – Puno.

4.6 Discusión

Luego de la aplicación del método los resultados obtenidos nos permitieron corroborar la hipótesis general, que el método Polya mejora significativamente el aprendizaje de resolución de problemas de funciones reales.

Los resultados alcanzados tienen relación con los expuestos por

Ayasta (2017) en su trabajo de grado “El Método Polya y el nivel de logros en la resolución de Ecuaciones Lineales en la asignatura de Matemática Básica en la Universidad Privada del Norte”, quien luego de emplear el método la mayoría de los estudiantes tuvieron una gran mejoría en la resolución de problemas, estimulando el interés en el momento de resolver los problemas, aumentando su concentración, su razonamiento. Así también Escalante (2015) en su trabajo de investigación cuyo título es: Método Pólya en la resolución de problemas matemáticos; concluye que el método Polya en resolución de problemas matemáticos es eficiente los estudiantes tienden a mejorar en las siguientes sesiones. Lo propio muestra el trabajo de Aliaga (2014) titulado: “Influencia de las estrategias metodológicas de George Polya en el fortalecimiento de la capacidad de resolución de problemas, en los estudiantes del IV ciclo de la I.E. N^o 821478 de Miraflores, con respecto a la I.E. N^o821247 de san juan de la quinua, distrito de Cortegana – Celendín 2011”, quien concluyo que hubo un incremento en el rendimiento académico del grupo experimental que obtuvo 16.9 puntos en la pos prueba con respecto a la pre prueba que fue de 8.7 puntos. De todo lo expuesto anteriormente el método Polya como estrategia didáctica influye positivamente en el proceso de aprendizaje de las matemáticas ya que incitan a los estudiantes a interactuar positivamente despertando su interés y su participación activa en clase. En cuanto a esto Ramirez (2007) en su trabajo: “Estrategias didácticas para una enseñanza de la matemática centrada en la resolución de problemas”, concluye que las estrategias didácticas utilizadas en la enseñanza de matemáticas tienen un impacto positivo en la resolución de problemas.

Por otra parte la investigación desarrollada por Amancha (2021) acerca de las Fases de Resolución de Problemas de Polya en el Desarrollo del Pensamiento Abstracto en

estudiantes de segundo curso de BGU de la Unidad Educativa Augusto N. Martínez de la ciudad de Ambato, muestra que el método Polya sirve como herramienta para el desarrollo de capacidades que involucran el pensamiento abstracto la media en el pre test de 3.5 y en el pos test se notó mejoría ya que alcanzaron una media de 5.07 en una escala de calificación en base a 10 puntos, esto apoya de manera favorable al objetivo de nuestra investigación. A su vez Lengua (2022) en su tesis Aplicación del Método Polya en la Resolución de Problemas matemáticos en estudiantes de una Institución Privada Surquillo. - 2021, refiere que el método Polya influye considerablemente en la capacidad de resolución de problemas, utilizó la prueba de Wilcoxon para la verificación de la hipótesis planteada alcanzando el 73 % (16 estudiantes) el nivel de logro en el pos test.

Saenz (2020) en su trabajo Método Pólya en la resolución de "problemas de regularidad, equivalencia y cambio" en estudiantes de primaria, refiere que aplicada el Test de U de Mann-Whitney en ambos grupos control y de experimento en el pos test se observa que el grupo de control 11.8 % (4 estudiantes) alcanzaron notas entre (14-17), mientras que en el grupo de experimento 64.6 % (22 estudiantes) alcanzaron notas entre (14-17) y 20.6 % (7 estudiantes) obtuvieron notas entre (18-20), mostrando que la aplicación del método Polya predomina significativamente en la resolución de problemas, lo cual respalda al objetivo principal. De igual manera Laguna y Rodriguez (2019) muestran en su investigación de licenciatura que el método heurístico de Polya mejora significativamente la capacidad de resolución de problemas matemáticos en estudiantes de segundo grado de educación secundaria, obteniéndose en el pos test una media de 14.52 puntos en el grupo experimental y 7.84 puntos en el grupo de control, para la validación de la hipótesis utilizó la prueba t-Student, lo que también concuerda con nuestra investigación.

CONCLUSIONES

- PRIMERA:** De acuerdo al estudio realizado podemos indicar que gran parte de los estudiantes de la Escuela Profesional de Ciencias Contables mostraron mejoría en la resolución de problemas de funciones reales alcanzando una media de 13.52 en la prueba de salida mientras que en el grupo de control se obtuvo una media de 11.50. Con lo cual se verifica la efectividad del Método Polya en la resolución de problemas de funciones reales.
- SEGUNDA:** Según la tabla 18 vemos que, en la prueba de salida del grupo de experimento en la dimensión de resolución de problemas de operaciones con funciones reales, se obtuvo un promedio aritmético de 14.48, mientras que en el grupo de control se tuvo un promedio de 12.38, con lo que verificamos la efectividad del método Polya.
- TERCERA:** En cuanto al segundo objetivo específico en la prueba de salida resolución de problemas de modelado de funciones reales en el grupo de experimento y en el grupo de control se obtuvo los siguientes resultados grupo de experimento promedio aritmético 13.76 bueno y grupo control 11.67 regular, a través de la prueba de hipótesis $t_c = 2.44$ y $t_t = 2.017$; siendo $t_c > t_t$ por lo que rechazamos la hipótesis nula H_0 y aceptamos la hipótesis alterna H_a . por consiguiente, de estos resultados podemos indicar que la resolución de problemas como estrategia didáctica tiene efecto positivo en el proceso de aprendizaje de los estudiantes de la E. P. Ciencias Contables.
- CUARTA:** Según los resultados obtenidos en la prueba de salida resolución de problemas de funciones trigonométricas, vemos que el promedio aritmético del grupo de experimento es de 12.48 y del grupo control 10.21, con lo que la estrategia utilizada mejora el aprendizaje de los estudiantes del primer ciclo de Matemática Básica.



RECOMENDACIONES

A los docentes que tiene a su cargo el curso de Matemática Básica implementar como estrategia de resolución de problemas los pasos de Polya en el desarrollo de las sesiones ya que el estudiante participa activamente lo cual mejora su aprendizaje.

A los docentes del área de matemáticas diseñar estrategias didácticas siguiendo las fases del método Polya para el desarrollo de otros contenidos matemáticos de la Universidad Nacional del Altiplano.

Ampliar la investigación a otros cursos de matemáticas en la Universidad Nacional del Altiplano, para poder beneficiar en su aprendizaje en los estudiantes.

BIBLIOGRAFÍA

- Abdallah, A. R., Al-Zalabani, A., & Alqabshawi, R. (2013). Preferred learning styles among prospective research methodology course students at Taibah University, Saudi Arabia. *Journal of the Egyptian Public Health Association*, 88(1), 3–7.
<https://doi.org/10.1097/01.EPX.0000427506.57924.c1>
- Aguayo, Daniel. (2010). *Experimentando el Cálculo Diferencial*.
- Aliaga, E. (2014). *Influencia de las estrategias metodológicas de George Polya en el fortalecimiento de la capacidad de resolución de problemas, en los estudiantes del iv ciclo de la i.e. n°821478 de Miraflores, con respecto a la I.E. N°821247 de san juan de la quinua, distrito de Cortegana – Celendín 2011*. [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Cajamarca]. Recuperado de:
<https://repositorio.unc.edu.pe/handle/20.500.14074/1851>
- Amancha, M. (2021). *Las Fases de Resolución de Problemas de Polya en el Desarrollo del Pensamiento Abstracto* [Tesis, Universidad Técnica de Ambato]. Recuperado de: <https://repositorio.uta.edu.ec/handle/123456789/32849>
- Araujo, S. (2008). *Docencia y enseñanza. Una introducción a la didáctica*. Editorial Universidad Nacional de Quilmes.
- Arredondo, R. (2017). *Relación entre las dimensiones en el proceso de resolución de problemas con los enfoques del aprendizaje de la matemática en los estudiantes del I ciclo de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle – La Cantuta en el 2013* [Tesis de Maestría, Universidad Enrique Guzman y Valle Lima-Perú]. Recuperado de:
<https://repositorio.une.edu.pe/handle/20.500.14039/1467>
- Ayala, C., Galvez, J., Mozas, L., & Trallero, M. (2008). *La enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas Elementales. Manual del Programa de estrategias de resolución de problemas y refuerzo de las operaciones básicas (¡Pues Claro!)*.
- Ayasta, P. (2017). *El Método Polya y el nivel de logros en la resolución de Ecuaciones Lineales en la asignatura de Matemática Básica en la Universidad Privada del Norte* [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Educación Enrique Guzman y Valle]. Recuperado de: <https://repositorio.une.edu.pe/handle/20.500.14039/1303>

- Blomhoj, M. (2008). Modelización Matemática-Una Teoría para la Práctica (trad. María Mina). *Revista de Educación Matemática* 23(2), 20-35. Recuperado de:
<https://revistas.unc.edu.ar/index.php/REM/article/view/10419/11120>.
- Boscan, M., & Klever, K. (2012). Metodología basada en el método heurístico de Polya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. *Escenarios, Vol. 10*(N° 2. Colombia). Recuperado de:
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4496526>
- Breyer, G. (2007). *Heurística del diseño* (Nobuko, Ed.). Recuperado de:
<https://books.google.com.co/books?id=KaL2IuWr-hsC&printsec=frontcover#v=onepage&q&f=false>
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de situaciones didácticas*.
- Cabello, J. (2012). *Uso del Software Matlab para Mejorar el Rendimiento Académico de los Alumnos del Curso de Análisis Numérico de la Facultad de Ciencias e Ingeniería* [Tesis de Maestría, Universidad Nacional José Faustino Sánchez Carrión, Lima, Perú.]. Recuperado de:
<https://es.scribd.com/user/221373527/Vicerrectorado-de-Investigacion>
- Calvo, M. (2008). Enseñanza eficaz de la resolución de problemas en matemáticas. *Revista Educación*, 32(1), 123–138. Recuperado de:
<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44032109>
- Camarena, P. (2006). La Matemática en el Contexto de las Ciencias en los Retos Educativos del Siglo XXI. *Red de Revistas Científicas de América Latina y El Caribe*, 10–17. Recuperado de: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=61410403>
- Cerna, G., & Siesquen, J. (2017). *Estrategia metodológica para superar las deficiencias en resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de tercer grado de educación primaria de la I.E. N° 10104 capitán de navío “Juan Fanning Garcia” de la provincia de Lambayeque, Lambayeque, 2014* [Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo]. Recuperado de:
<https://repositorio.unprg.edu.pe/handle/20.500.12893/6445>
- Cohen, L., & Manion, L. (2002). *Métodos de Investigación Educativa* (La Muralla, Ed.; 2nd ed.). Ediciones La Muralla.

- Cuesta, A., Deulofeu, J., & Méndez, M. A. (2010). Análisis del proceso de aprendizaje de los conceptos de función y extremo de una función en estudiantes de economía. *Educación Matemática*, Vol. 22(num. 3. Grupo Santillana México), 5–21.
Recuperado de: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40516678002>
- Díaz, A. (2013). Secuencias de aprendizaje. ¿un problema del enfoque de competencias o un reencuentro con perspectivas didácticas? *Instituto de Investigación Sobre La Universidad y La Educación*, Vol. 17(Nº 3 UNAM México). Recuperado de: <https://www.redalyc.org/pdf/567/56729527002.pdf>
- Escalante, S. (2015). *Método Pólya en la resolución de problemas matemáticos* [Tesis de grado, Universidad Rafael Landívar, Guatemala]. Recuperado de: <http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesisjcem/2015/05/86/Escalante-Silvia.pdf>
- Figueroa, W. (2015). *Dialogo didáctico y el aprendizaje de la integral de Reimann en la escuela profesional de Ciencias Físico Matemáticas de la UNA-Puno* [Tesis de grado, Universidad Nacional del Altiplano, Puno Perú.]. Recuperado de: <http://repositorio.unap.edu.pe/>
- Guevara, M. (2019). *Estrategia didáctica y satisfacción académica en la asignatura de Economía Matemática I de los estudiantes del I semestre de la FIE-UNA PUNO 2019* [Universidad Nacional del Altiplano. Perú.]. Recuperado de: <https://repositorioslatinoamericanos.uchile.cl/handle/2250/3279959>
- Hernandez, R., Fernández, C., & Baptista, L. (2014). *Metodología de la investigación* (Mc Graw Hill, Ed.; Sexta).
- Herran, A., & Paredes, J. (2009). *Didáctica general: la práctica de la enseñanza en educación infantil, primaria y secundaria* (McGraw-Hill. España. 426pp, Ed.). Editorial McGraw-Hill. España.
- Jara, H. (2016). *Aplicación del Método de George Polya en la resolución de problemas aritméticos en los estudiantes del V ciclo de la I.E.P. Huacrachuco, 2 016* [Tesis de Maestría, Universidad Cesar Vallejo-Perú]. Recuperado de: <https://repositorio.ucv.edu.pe/handle/20.500.12692/38101>
- Jarro, M. (2015). *Programa “mentes brillantes”: su efectividad en el proceso de resolución de problemas aritméticos, en los alumnos del tercer grado del nivel*

- primario de la institución educativa adventista “28 de julio”* [Tesis de Maestría, Perú.]. Universidad Peruana Unión. Unidad de Posgrado de Ciencias Humanas y Educación Tacna.
- Laguna, F., & Rodriguez, S. (2019). *El método heurístico de Polya para mejorar capacidad de resolución de problemas en el área de Matemática de Educación Secundaria* [Tesis, Universidad Nacional de Trujillo]. Recuperado de: <https://dspace.unitru.edu.pe/server/api/core/bitstreams/58c33ec0-a49c-48a0-92c8-6f699094b130/content>
- Leguizamón, M., Martínez, R., Ortiz, N., & Rueda, J. (2019). *Secuencias didácticas como elemento de transformación de las prácticas pedagógicas para fortalecer la competencia argumentativa* [Tesis de Magister, Universidad de la Sabana. Colombia]. Recuperado de: <https://intellectum.unisabana.edu.co/handle/10818/35563>
- Lengua, F. (2022). *Aplicación del Método Polya en la Resolución de Problemas matemáticos en estudiantes de una Institución Privada Surquillo, 2021* [Tesis, Universidad Cesar Vallejo]. <https://repositorio.ucv.edu.pe/handle/20.500.12692/88664>
- Ley N° 30220. (2014). *Ley Universitaria. (9 de julio de 2014). Normas Legales, N° 527213. Diario Oficial El Peruano*. Lima: Congreso de la República.
- López, J. (2012). *La aplicación del método de George Polya y su influencia en el aprendizaje del área de matemática*. editorial UNMSM Lima.
- Manuele, M. (2007). *Estrategias para la comprensión. Construir una didáctica para la educación superior*. Universidad Nacional del litoral, Argentina.
- Marín, J. (2018). *Estrategias de aprendizaje y rendimiento académico en estudiantes de la facultad de Ingeniería Arquitectura-USMP*. [Tesis de Maestría, Lima, Perú]. Recuperado de: <https://repositorio.ucv.edu.pe/handle/20.500.12692/22662>
- Martínez, E., & Zea, E. (2004). Estrategias de enseñanza basadas en un enfoque constructivista. *Revista Ciencias de La Educación*, 2(24), 69–90. Recuperado de: <http://servicio.bc.uc.edu.ve/educacion/revista/a4n24/4-24-4.pdf>

- Ministerio de Educación. (2005). *Propuesta pedagógica Matemática para la Vida* (MINEDU. Lima.).
- Mora, C. (2003). Estrategias para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. *Revista de Pedagogía*, 24, 181–272. Recuperado de:
https://ve.scielo.org/scielo.php?pid=S0798-97922003000200002&script=sci_abstract
- Morales. (2016). *Aplicación del Método de Polya en la resolución de problemas geométricos de los estudiantes de la I.E. "Melitón Carbajal"*. Ayacucho, Perú.
- Mucha, L. F., Chamorro, R., Oseda, M. E., & Alania-Contreras, R. D. (2021). Evaluación de procedimientos que se toman para la población y muestra en trabajos de investigación. *Desafíos*, 12(1).
<https://doi.org/10.37711/desafios.2021.12.1.253>
- Ortega, M. (2010). Competencias emergentes del docente ante las demandas del espacio europeo de Educación Superior. *Revista Española de Educación Comparada*. Recuperado de:
<https://revistas.uned.es/index.php/REEC/article/view/7534/7202>
- Ortega, V. (2012). *Hábitos de estudio y rendimiento académico en estudiantes de segundo de secundaria de una institución educativa del Callao* [Tesis de maestro, Lima, Perú]. Recuperado de:
<https://repositorio.usil.edu.pe/entities/publication/b2f2af80-91d3-4c74-96e5-20ba26d45c41>
- Oviedo, H. C., & Campo-Arias, A. (2005). Aproximación al uso del coeficiente alfa de Cronbach. *Revista Colombiana de Psiquiatría*, 34(4), 572–580. Recuperado de:
http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0034-74502005000400009&lng=en&nrm=iso&tlng=es
- Palermo, U. (2004). Procesos y productos. Experiencias pedagógicas en diseño y comunicación. *Reflexión Académica En Diseño y Comunicación*. Recuperado de:
<https://www.palermo.edu/dyc/publicaciones/jornadas/pdf/jornadas12.pdf>
- Peña, K. (2008). *Método de Polya en el diseño de estrategias para facilitar la resolución de problemas relacionados en áreas y figuras planas* [Universidad

- Nacional de Ecuador]. Recuperado de:
http://bdigital.ula.ve/storage/pdftesis/pregrado/tde_arquivos/26/TDE-2010-05-26T11:19:28Z-1160/Publico/penakarelys.pdf
- Perez, Y., & Ramirez, R. (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticas. Fundamentos teóricos y metodológicos. *Revista de Investigación*, 35(73). Recuperado de:
<https://www.redalyc.org/pdf/3761/376140388008.pdf>
- Picardo, O. (2004). *Diccionario pedagógico*. Primera edición. UPAEP, San Salvador.
- Pilcomamani, B. (2019). *Aplicación del modelo de Van Hiele y su incidencia en el aprendizaje de funciones reales con estudiantes de la Facultad de Ciencias Contables de la Universidad Nacional del Altiplano – 2017* [Tesis de Maestría, Universidad Nacional del Altiplano. Puno-Perú]. Recuperado de:
<http://tesis.unap.edu.pe/handle/20.500.14082/11696>
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas. 215 pp.
- Ramirez, M. (2007). *Estrategias didácticas para una enseñanza de la matemática centrada en la resolución de problemas* [Tesis doctoral, Lima, Perú]. Recuperado de: <https://cybertesis.unmsm.edu.pe/handle/20.500.12672/11175>
- Rodríguez, H., Pirul, J., Robles, J., Pérez, L., Vásquez, E., Galaz, I., Cuellar, C., Díaz, H., & Arriaza, C. (2018). Análisis de los estilos de aprendizaje en alumnos de Medicina de la Universidad de Chile. *Educación Médica*, 19(1), 2–8.
<https://doi.org/10.1016/j.edumed.2016.11.004>
- Saenz, V. (2020). *Método Pólya en la resolución de "problemas de regularidad, equivalencia y cambio" en estudiantes de primaria, IE 163, UGEL 05 – 2019* [Tesis de Doctor, Universidad Cesar Vallejo]. Recuperado de:
<https://repositorio.ucv.edu.pe/handle/20.500.12692/46984?locale-attribute=es>
- Salett-Biembengut, M., & Hein, N. (2004). *Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática*. 16(2), 105–125. Recuperado de:
<https://www.redalyc.org/pdf/405/40516206.pdf>



- Salinas, N., & Sgreccia, N. (2017). Concepciones docentes acerca de la Resolución de Problemas en la escuela secundaria. *Revista de Didáctica de Las Matemáticas*, 94, 23–45. Recuperado de: <http://www.sinewton.org/numeros>
- Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics (Reprint). *Journal of Education*, 196(2), 1–38. <https://doi.org/10.1177/002205741619600202>
- Sevillano, M. (2004). *Estrategias innovadoras para una enseñanza de calidad* (Pearson, Ed.; Vol. 22).
- Sevillano, M. (2009). *Didáctica en el siglo XXI: ejes en el aprendizaje y enseñanza de calidad* (MCGRAW-HILL / INTERAMERICANA DE ESPAÑA, Ed.; ISSN: 9788448198206). ISBN:9788448198206.
- Tobón, S. (2013). *Formación integral y competencias Pensamiento complejo, currículo, didáctica y evaluación* (4ta ed.).
- Tobón, Sergio., Pimienta, J. Herminio., & García, J. Antonio. (2010). *Secuencias didácticas: aprendizaje y evaluación de competencias*. Pearson Educación de México.
- Van Hiele, P. (1990). *El Problema de la Comprensión*. Universidad Real de Utrecht.
- Villa, J. (2007). La modelación como proceso en el aula de Matemáticas: Un marco de referencia y un ejemplo. *Tecno Lógicas*, 63–85. Recuperado de: <https://www.redalyc.org/pdf/3442/344234312004.pdf>
- Villarroel, I. (2008). *Resolución de problemas en la educación matemática*. Recuperado el 29 de agosto del 2012 en: <http://www.educarchile.cl/Portal.Base/Web/VerContenido.aspx?ID=186633>.
Recuperado de: <http://www.educarchile.cl/Portal.Base/Web/VerContenido.aspx?ID=186633>.
- Zabala, A. (2000). *La práctica educativa. Cómo enseñar* (Editorial Graó de Serveis Pedagògics, Ed.; 7ma ed.).
- Zabala, A., & Arnau, L. (2008). *11 Ideas clave: como aprender y enseñar competencias*.



ANEXOS

Anexo 1. Matriz de consistencia

Problemas	Objetivos	Hipótesis	Variables	Dimensiones	Metodología
<p>General: ¿Cuál es el efecto del método Polya en la resolución de problemas de funciones reales en estudiantes de la Escuela Profesional de Ciencias Contables de la Universidad Nacional del Altiplano – 2023?</p> <p>Específico: ¿Cuál es el efecto del método Polya en la resolución de operaciones con funciones reales en estudiantes del grupo de experimento?</p> <p>¿Cuál es el efecto del método Polya en la resolución de problemas de modelado de funciones reales en el grupo de experimento?</p> <p>¿Cuál es el efecto del método Polya en la resolución de funciones trigonométricas en estudiantes del grupo de experimento?</p>	<p>General: Determinar el efecto del método Polya en el aprendizaje de resolución de problemas de funciones reales en los estudiantes de la escuela profesional de Ciencias Contables de la Universidad Nacional del Altiplano – 2023.</p> <p>Específicos: Conocer el efecto del método Polya en la resolución de operaciones con funciones reales en estudiantes del grupo de experimento.</p> <p>Identificar el efecto del método Polya en la resolución de problemas de modelado de funciones reales en el grupo de experimento.</p> <p>Medir la eficacia del método Polya en la resolución de funciones trigonométricas en estudiantes del grupo de experimento.</p>	<p>General: El método Polya mejora significativamente el aprendizaje de resolución de problemas de funciones reales en estudiantes de la Escuela Profesional de Ciencias Contables de la Universidad Nacional del Altiplano – 2023.</p> <p>Específicas: El efecto del método Polya en la resolución de operaciones con funciones reales en estudiantes del grupo de experimento mejora significativamente.</p> <p>El efecto del método Polya en la resolución de problemas de modelado de funciones reales en el grupo de experimento mejora significativamente.</p> <p>El efecto del método Polya en la resolución de funciones trigonométricas en estudiantes del grupo de experimento mejora significativamente.</p>	<p>INDEPENDIENTE</p> <p>Método Polya</p> <p>DEPENDIENTE</p> <p>Resuelve problemas contextualizados de funciones reales, aplicando los conceptos y propiedades de funciones reales.</p>	<p>Comprensión del problema</p> <p>Configurar un Plan.</p> <p>Ejecución del plan</p> <p>Comprobación de resultados</p> <p>Resuelve problemas de Operaciones con funciones reales, aplicando conceptos y propiedades respectivas.</p> <p>Resuelve problemas de modelado de funciones reales aplicando conceptos y propiedades.</p> <p>Resuelve problemas de funciones trigonométricas aplicando conceptos y propiedades</p>	<p>Tipo de Investigación: Experimental</p> <p>Diseño: Cuasi experimental</p> <p>Población: 123 estudiantes</p> <p>Muestra: 45 estudiantes</p> <p>Técnica: Observación Evaluación</p> <p>Instrumentos: - Prueba de inicio - Sesiones de aprendizaje - Guías de aprendizaje - Prueba de salida - Rubrica de evaluación</p>

Anexo 2. Instrumento de investigación pre-pos test

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO ESCUELA DE POSGRADO
PRE TEST

Curso – Entidad donde se aplica : MATEMATICA BASICA - UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

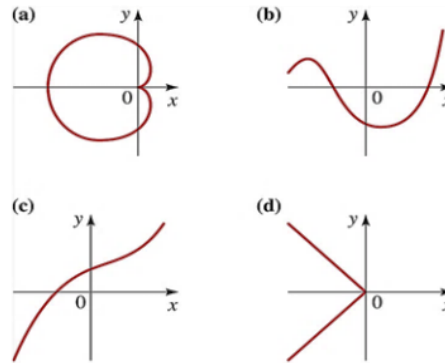
Tema : Funciones reales

Año y semestre académico : 2023-I

Profesor : Ari Suaña Raquel Veronica

Apellidos y nombres: **Fecha:**

1. ¿Cuáles de las siguientes figuras son gráficas de funciones?, ¿Cuáles de las funciones son uno a uno?



2a. obtener $f + g$, $f - g$, fg y $\frac{f}{g}$ con sus respectivos dominios, donde $f(x) = \frac{2}{x}$, $g(x) = \frac{4}{x+4}$

2b. Sea $f(x) = x^2 - 16$ y $g(x) = \sqrt{x}$, Encuentre $(f \circ g)(x)$ y el dominio de $f \circ g$

3. Si se invierten \$ 2000 a una tasa de interés del 3.5% al año, capitalizado continuamente. Encuentre el valor inversión después del numero dado de años

- a) 2 años b) 4 años c) 12 años

4 Un agricultor tiene 2400 pies de malla para cercar un campo rectangular que bordea un rio recto. No neces largo del rio. Encuentre una función que modele el área del campo en términos de uno de sus lados y cuál dimensiones del campo de área máxima que él puede cercar.

5.-El tamaño inicial de un cultivo de bacteria es 1000. Después de una hora, la cantidad de bacterias es de 80
a. Encuentre una función que modele la población después de t horas
b. Encuentre la población después de 1.5 horas

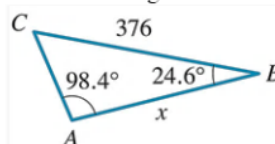
6. Una caja rectangular sin tapa tiene un volumen de $10m^3$. La longitud de la base es dos veces su ancho. El la base cuesta 10 soles por metro cuadrado, y el material para los lados cuesta 6 soles por metro cuadrado. costo de los materiales como una función del ancho de la base.

7. Nos dan la función $f(x) = \frac{1-\cos x}{x}$, se desea conocer:

- a) ¿la función f es par, impar o ninguna de estas?
b) Encuentre los puntos de intersección de la función con el eje X.

8a. Una escalera de 20 metros se apoya contra un edificio. Si la base de la escalera está a 6 metros de la base ¿Cuál es el Angulo formado por la escalera y el edificio?

8b. Use la ley de Senos para hallar el lado x indicados en la figura



Anexo 3. Silabo del curso de Matemática Básica.

SILABO

FACULTAD	CIENCIAS CONTABLES Y ADMINISTRATIVAS
ESCUELA PROFESIONAL	CIENCIAS CONTABLES
PROGRAMA DE ESTUDIOS	CARRERA PURA

I. INFORMACIÓN GENERAL

I.1 Identificación Académica

a) Curso	MATEMATICA BASICA
b) Código	EG103
c) Prerequisito	Ninguno
d) Número de Horas	03h teóricas, 02h prácticas, Total 05 horas
e) Créditos	04
f) Número de Horas virtuales	00
g) Año y Semestre Académico	2023-I
h) Ciclo de Estudios	I
i) Duración	Del 27 de Marzo al 27 de Julio del 2023 (18 semanas)
j) Área Curricular	Estudios generales
k) Características del Curso	El curso de Matemática Básica es un curso de estudios generales en el cual trataremos temas que son necesarios para que el alumno pueda entender la Matemática en un nivel superior.

I.2 Docente

a) Apellidos y Nombres	ARI SUAÑA RAQUEL VERONICA
b) Condición y Categoría	Contratado B1
c) Especialidad	Matemáticas

I.3 Ambiente donde se realizó el aprendizaje

- a) E53-303

II. SUMILLA

El curso de Matemática Básica corresponde al área de estudios generales, es de naturaleza teórica y práctica; se desarrolla con el propósito de fortalecer las capacidades de análisis, síntesis y comprensión por parte de los estudiantes que se inician en su formación profesional, con respecto al uso de herramientas básicas de matemática, que le permitirán procesar la información y tomar de decisiones. Los contenidos a desarrollar son:

Números Reales, Funciones polinomiales, Funciones Trascendentes, Matrices, Determinantes y Sistemas de Ecuaciones Lineales.

III. PERFIL DEL EGRESADO EN RELACIÓN AL CURSO

RCG 1: Capacidad para tomar decisiones y resolver problemas.

IV. COMPETENCIA

V. LOGRO DE APRENDIZAJE DEL CURSO

Resuelve problemas y ejercicios aplicando conceptos y propiedades de la lógica proposicional, teoría de conjuntos, sistema de números reales, relaciones, funciones, matrices y determinantes.

VI. TRATAMIENTO DE UNIDADES DIDÁCTICAS

UNIDAD 1		UNIDAD 1
LOGROS DE APRENDIZAJE DE LA UNIDAD		
Resuelve problemas y ejercicios contextualizados, utilizando propiedades de los números reales y las gráficas en el plano coordenado, con criterio objetivo y juicios lógicos de valor. Resuelve problemas y ejercicios contextualizados, utilizando funciones y sus propiedades, con criterio objetivo y juicios lógicos de valor.		
TIEMPO DE DESARROLLO		Del 27 de Marzo al 29 de Mayo del 2023 (Total 45 horas)
HORAS DE ENSEÑANZA VIRTUAL/UNIDAD		00
SEMANAS	CRITERIOS DE DESEMPEÑO	CONOCIMIENTOS
Semana 1	El estudiante es competente si: Las propiedades de los números reales y las gráficas en el plano coordenado son utilizadas para resolver problemas contextualizados.	<ul style="list-style-type: none"> • Propiedades de los números reales • Exponentes y radicales • Productos Notables
Semana 2	El estudiante es competente si: Las propiedades de los números reales y las gráficas en el plano coordenado son utilizadas para resolver problemas contextualizados.	<ul style="list-style-type: none"> • Expresiones algebraicas y racionales
Semana 3	El estudiante es competente si: Las propiedades de los números reales y las gráficas en el plano coordenado son utilizadas para resolver problemas contextualizados.	<ul style="list-style-type: none"> • Solución de ecuaciones y modelado con ecuaciones
Semana 4	El estudiante es competente si: Las propiedades de los números reales y las gráficas en el plano coordenado son utilizadas para resolver problemas contextualizados.	<ul style="list-style-type: none"> • Desigualdades • Inecuaciones polinomiales • Inecuaciones racionales
Semana 5	El estudiante es competente si: Las propiedades de los números reales y las gráficas en el plano coordenado son utilizadas para resolver problemas contextualizados.	<ul style="list-style-type: none"> • Coordenadas cartesianas y gráficas • Rectas y modelado con rectas
Semana 6	El estudiante es competente si: Las funciones y sus propiedades son utilizadas para resolver, modelar y obtener información de problemas contextualizados.	<ul style="list-style-type: none"> • Concepto de funciones • Gráfica de funciones

Semana 7	El estudiante es competente si: Las propiedades de inecuaciones son utilizadas para hallar el dominio y el rango de una función y obtener información de problemas contextualizados.	<ul style="list-style-type: none"> • Dominio y rango de una función
Semana 8	El estudiante es competente si: Las funciones y sus propiedades son utilizadas para resolver, modelar y obtener información de problemas contextualizados.	<ul style="list-style-type: none"> • Algebra de funciones
Semana 9	El estudiante es competente si: Las funciones y sus propiedades son utilizadas para resolver, modelar y obtener información de problemas contextualizados.	<ul style="list-style-type: none"> • Composición de funciones • Función Inversa
PORCENTAJE DE AVANCE ACADÉMICO DE LA UNIDAD: 50%		

UNIDAD 2		UNIDAD 2
LOGROS DE APRENDIZAJE DE LA UNIDAD Resuelve problemas y ejercicios contextualizados, utilizando funciones algebraicas y trascendentes, con criterio objetivo y juicios lógicos de valor Utiliza las propiedades de las matrices y los determinantes para resolver sistemas de ecuaciones lineales, con criterio objetivo y juicios lógicos de valor		
TIEMPO DE DESARROLLO	Del 29 de Mayo al 27 de Julio del 2023 (Total 45 horas)	
HORAS DE ENSEÑANZA VIRTUAL/UNIDAD	00	
SEMANAS	CRITERIOS DE DESEMPEÑO	CONOCIMIENTOS
Semana 10	El estudiante es competente si: Las propiedades de las funciones algebraicas y trascendentes son utilizadas para resolver, modelar y obtener información de problemas contextualizados.	<ul style="list-style-type: none"> • Funciones y modelos cuadráticos • Funciones polinomiales, racionales, exponenciales, logaritmicas • Aplicaciones de las funciones
Semana 11	El estudiante es competente si: Las propiedades de las funciones algebraicas y trascendentes son utilizadas para resolver, modelar y obtener información de problemas contextualizados	<ul style="list-style-type: none"> • Circunferencia unitaria • Funciones trigonométricas, gráficas y aplicaciones
Semana 12	El estudiante es competente si: Las propiedades de las funciones algebraicas y trascendentes son utilizadas para resolver, modelar y obtener información de problemas contextualizados	<ul style="list-style-type: none"> • Funciones trigonometricas y sus aplicaciones

Semana 13	El estudiante es competente si: Las propiedades de las funciones algebraicas y trascendentes son utilizadas para resolver, modelar y obtener información de problemas contextualizados.	<ul style="list-style-type: none"> • Ley de senos y cosenos • Identidades trigonométricas
Semana 14	El estudiante es competente si: Los conceptos y propiedades de números reales son aplicados para resolver sistemas de ecuaciones lineales.	<ul style="list-style-type: none"> • Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas • Sistemas de ecuaciones lineales con varias incógnitas
Semana 15	El estudiante es competente si: Los conceptos y propiedades de las Matrices y determinantes son aplicados para resolver sistemas de ecuaciones lineales.	<ul style="list-style-type: none"> • Matrices y tipos de matrices • Álgebra de matrices
Semana 16	El estudiante es competente si: Los conceptos y propiedades de las Matrices y determinantes son aplicados para resolver sistemas de ecuaciones lineales.	<ul style="list-style-type: none"> • Determinante de una matriz 2 x 2 • Determinante de una matriz 3 x 3
Semana 17	El estudiante es competente si: Los conceptos y propiedades de las Matrices y determinantes son aplicados para resolver sistemas de ecuaciones lineales	<ul style="list-style-type: none"> • Solución de sistemas de ecuaciones lineales usando el método de Gauss - Jordan • Inversa de una matriz
Semana 18	El estudiante es competente si: Los conceptos y propiedades de las Matrices y determinantes son aplicados para resolver sistemas de ecuaciones lineales	<ul style="list-style-type: none"> • Retroalimentación
PORCENTAJE DE AVANCE ACADÉMICO DE LA UNIDAD: 50%		

VII. ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS

VII.1 De Enseñanza

- La exposición
- Elaboración de estrategias de resolución de problemas
- Lluvia de ideas
- Construcción de gráficos y cuadros

VII.2 De Aprendizaje

- Comprensión de conceptos
- Resolución de ejercicios

VII.3 De Investigación Formativa

- Actividades de investigación bibliográfica en artículos e información web

VII.4 De Responsabilidad Social Universitaria

- Compartir propuestas de reflexión y acción estratégica para el desarrollo humano sostenible en la Universidad

VII.5 De Enseñanza Virtual

- Utilización del aula virtual y el uso de las TIC

VIII. MEDIOS Y MATERIALES DIDÁCTICOS

- Palabra hablada
- Pizarra
- Plumones
- Mota
- Aula virtual

IX. PRODUCTO DE APRENDIZAJE

FECHA DE PRESENTACIÓN	PRODUCTO
27 de Julio de 2023	<ul style="list-style-type: none"> • Portafolio de resolución de ejercicios

X. EVALUACIÓN DE APRENDIZAJE

X.1 Evidencias, indicaciones, técnicas e instrumentos de evaluación

UNIDAD	LOGROS DE APRENDIZAJE	EVIDENCIAS DESEMPEÑO: De acción, objeto o producto (%)	PONDERACIÓN (Obligatorio en base a 100%)	TÉCNICAS	INSTRUMENTOS
1	Resuelve problemas y ejercicios contextualizados, utilizando propiedades de los números reales y las gráficas en el plano coordenado, con criterio objetivo y juicios lógicos de valor. Resuelve problemas y ejercicios contextualizados, utilizando funciones y sus propiedades, con criterio objetivo y juicios lógicos de valor.	Portafolio de resolución de ejercicios	50%	Resolución de problemas, exámenes escritos y la observación.	Pruebas escritas de desarrollo, rúbricas y lista de cotejo.
2	Resuelve problemas y ejercicios contextualizados, utilizando funciones algebraicas y trascendentes, con criterio objetivo y juicios lógicos de valor Utiliza las propiedades de las matrices y los determinantes para resolver sistemas de ecuaciones lineales, con criterio objetivo y juicios lógicos de valor	Portafolio de resolución de ejercicios	50%	Resolución de problemas, exámenes escritos y la observación.	Pruebas escritas de desarrollo, rúbricas y lista de cotejo.

X.2 Calificación:

La fórmula para la obtención del promedio final del curso es la siguiente:

$$\text{Promedio Final} = (50\%)IUPP + (50\%)IIUPP$$

Donde:

IUPP : Primero unidad promedio parcial

IIUPP : Segundo unidad promedio parcial

XI. FUENTES DE INFORMACIÓN

X.1 Bibliográficas



Básica

- Figueroa, R. (2014). Matemática Básica 1. Lima: RFG.
- Espinoza, E. (2012). Matemática Básica. Lima: Moshera.
- Stewart J., Redlin L. y Watson S. (2012).
- Precálculo. Matemáticas para el cálculo. México. Cengage Learning Editores.
- Vencro, A. (2016). Matemática Básica. Lima: Gemar.
- Haaser, N. B., LaSalle, J. P. ; & Sullivan, J. A. (1988). Análisis matemático I: Curso de introducción. México D.F. Trillas.

Complementarias

- Larson R., Hostetler R. (2012). Precálculo. México. Editorial Reverté.
- Lázaro, M. (2005). Matemática Básica. Lima: Moshera

Electrónicas

- www.stewartmath.com
- <http://descartes.cnice.mec.es/>
- <http://www.cidse.itcr.ac.cr/cursos-linea/MATEGENERAL/index.htm>

Producción intelectual del docente relacionado con el curso

Separatas, listas de ejercicios y problemas

Puno, Mayo del 2023

Anexo 4. Resultados de la prueba de salida en ambos grupos control y de experimento.

Nº	Grupo Control	Grupo de experimento
1	13.0	13.0
2	10.0	18.0
3	13.0	13.0
4	9.0	16.0
5	9.0	14.0
6	13.0	16.0
7	11.0	14.0
8	10.0	15.0
9	14.0	12.0
10	11.0	14.0
11	14.0	11.0
12	12.0	8.0
13	11.0	15.0
14	13.0	15.0
15	13.0	12.0
16	12.0	13.0
17	10.0	13.0
18	11.0	8.0
19	13.0	18.0
20	8.0	9.0
21	8.0	17.0
22	10.0	
23	13.0	
24	15.0	



Anexo 5. Resultados de la prueba de salida en ambos grupos control y de experimento en la resolución de problemas de Operaciones con funciones reales, aplicando conceptos y propiedades respectivas.

Nº	Grupo Control	Grupo de experimento
1	12	16
2	10	19
3	16	16
4	7	18
5	13	16
6	11	17
7	14	16
8	11	13
9	15	14
10	13	16
11	15	13
12	11	7
13	10	13
14	17	19
15	16	15
16	15	12
17	10	14
18	13	8
19	13	18
20	8	9
21	9	15
22	10	
23	12	
24	16	

Anexo 6. Tabla de Resultados de la prueba de salida en los grupos control y de experimento en la resolución de problemas de modelado de funciones reales aplicando conceptos y propiedades

Nº	Grupo Control	Grupo de experimento
1	14	12
2	9	17
3	13	18
4	12	17
5	7	12
6	14	16
7	10	14
8	11	15
9	13	13
10	11	13
11	12	12
12	16	9
13	11	17
14	8	11
15	9	11
16	11	14
17	11	13
18	13	7
19	15	17
20	8	13
21	8	18
22	11	
23	16	
24	17	



Anexo 7. Resultados de la prueba de salida en ambos grupos control y de experimento en la resolución de problemas de funciones trigonométricas aplicando conceptos y propiedades

Nº	Grupo Control	Grupo De experimento
1	14	10
2	10	18
3	11	6
4	9	14
5	8	15
6	15	16
7	8	13
8	9	16
9	13	10
10	8	12
11	14	9
12	10	9
13	11	16
14	13	15
15	13	9
16	9	12
17	9	13
18	6	8
19	10	18
20	8	6
21	6	17
22	10	
23	10	
24	11	

Anexo 8. Sesión de aprendizaje

	<p><i>Universidad Nacional Del Altiplano - Puno</i></p> <p>FACULTAD DE INGENIERIA ESTADISTICA E INFORMATICA ESCUELA PROFESIONAL DE CIENCIAS CONTABLES PROGRAMA DE CIENCIAS CONTABLES</p>	
SESIÓN DE APRENDIZAJE		

SESIÓN N° 1

CURSO:	Matematica Basica	SECCIÓN	C	SEMESTRE ACADÉMICO	2023 - I		
CICLO:	I	Del	11/07/2023	al	11/07/2023	Duración	3 horas
DOCENTE	ARI SUAÑA RAQUEL VERONICA				Turno	Mañana	
TEMA	Funciones, grafica de funciones reales						

LOGRO DE APRENDIZAJE DE LA UNIDAD			
Resuelve problemas y ejercicios contextualizados, utilizando funciones y sus propiedades, con criterio objetivo y juicios lógicos de valor			
CRITERIO DE DESEMPEÑO			
Las funciones, sus gráficas y las operaciones son utilizadas para resolver, modelar y obtener información de problemas contextualizados.			
ETAPAS DEL PROCESO DE APRENDIZAJE			
SECUENCIA	ACTIVIDADES - ESTRATEGIAS METODOLOGICAS	RECURSOS DIDACTICOS	TIEMPO
INICIO	<p>Motivación: ·El docente indica los resultados de aprendizaje que se espera de los estudiantes</p> <p>Recuperación de saberes previos: Se realiza mediante lluvia de preguntas del producto cartesiano pares ordenados, relación binaria</p> <p>Conflicto cognitivo: identifica gráficas y ecuaciones que representan funciones, ¿Las gráficas de relaciones representan funciones?</p>	Hojas de papel Pizarra Laptop	25
DESARROLLO	<p>Construcción del aprendizaje</p> <ul style="list-style-type: none"> - Se entrega una guía de teoría y ejercicios del tema de funciones, Dominio y rango, grafica de funciones, suma y resta de funciones. - Se presenta la teoría formal de funciones, dominio y rango, propiedades de las funciones reales y se da una serie de problemas que serán resueltos aplicando las fases del método de Polya <ol style="list-style-type: none"> a) Comprende el problema: Debe entender de qué trata el problema planteado. Debe reconocer una función, debe considerar toda la información necesaria para resolver el problema b) Planteamiento de una estrategia: se planea lo que debe hacer, utiliza una estrategia. Debe reconocer la variable dependiente, realizar una lista de datos, debe identificar las restricciones del problema, debe utilizar las propiedades de grafica e identificación de funciones. c) Ejecuta el plan: implementa la estrategia escogida para obtener la solución. Aplica la teoría y propiedades dadas para resolver, considera el tiempo 	Hojas de papel Guías Pizarra Laptop Cuadernos	130

	<i>Universidad Nacional Del Altiplano - Puno</i> FACULTAD DE INGENIERIA ESTADISTICA E INFORMATICA ESCUELA PROFESIONAL DE CIENCIAS CONTABLES PROGRAMA DE CIENCIAS CONTABLES	
	SESIÓN DE APRENDIZAJE	

	<p>adecuado para resolver, aplica los conocimientos adecuados para resolver.</p> <p>d) Visión retrospectiva: Una vez resuelto, comprobamos si la solución es la correcta. Debe preguntarse ¿La solución obtenida es la correcta?, ¿Se podrá ampliar a un problema más general?</p>		
CIERRE	<p>Evaluación: la evaluación será de manera permanente usando la técnica de la observación, preguntas libres utilizando rubrica.</p> <p>Se realiza un resumen de la parte más relevante de la sesión</p> <p>Considerando</p> <p>a) ¿Qué se aprendió hoy?</p> <p>b) ¿Qué información se tiene de la gráfica de una función?</p>	Hojas Cuadernos	25

BIBLIOGRAFÍA

- Larson, R. Hostetler, R y Edward, B (2006). Calculo en Geometría Analítica, 8va. Edición España: Mac Graw - Hill Ediciones la Colina S.A.
- Stewart, J., Redlin, L y Watson, S. (2012). Precálculo. Matemáticas para el cálculo. México. Cengage Learning Editores..

	<i>Universidad Nacional Del Altiplano - Puno</i> FACULTAD DE INGENIERIA ESTADISTICA E INFORMATICA ESCUELA PROFESIONAL DE CIENCIAS CONTABLES PROGRAMA DE CIENCIAS CONTABLES
	SESIÓN DE APRENDIZAJE

SESIÓN N° 2

CURSO:	Matematica Basica	SECCIÓN	C	SEMESTRE ACADÉMICO	2023 - I
CICLO:	I	Del	13/07/2023	al	13/07/2023
DOCENTE	ARI SUAÑA RAQUEL VERONICA			Turno	Mañana
TEMA	Operaciones con funciones				

LOGRO DE APRENDIZAJE DE LA UNIDAD			
Resuelve problemas y ejercicios contextualizados, utilizando funciones y sus propiedades, con criterio objetivo y juicios lógicos de valor			
CRITERIO DE DESEMPEÑO			
Las funciones, sus gráficas y las operaciones son utilizadas para resolver, modelar y obtener información de problemas contextualizados.			
ETAPAS DEL PROCESO DE APRENDIZAJE			
SECUENCIA	ACTIVIDADES - ESTRATEGIAS METODOLOGICAS	RECURSOS DIDACTICOS	TIEMPO
INICIO	<p>Motivación: ·El docente indica los resultados de aprendizaje que se espera de los estudiantes</p> <p>Recuperación de saberes previos: Se realiza mediante lluvia de preguntas de producto cartesiano pares ordenados, relación binaria</p> <p>Conflicto cognitivo: identifica gráficas y ecuaciones que representan funciones, ¿es posible realizar operaciones con funciones?</p>	Hojas de papel Pizarra Laptop	25
DESARROLLO	<ul style="list-style-type: none"> - Se entrega una guía de teoría y ejercicios del tema correspondiente al desarrollo de la semana - Se presenta la teoría formal de funciones, propiedades y operaciones con funciones y se da una serie de problemas que serán resueltos aplicando las fases del método de Polya <ul style="list-style-type: none"> e) Comprende el problema: Debe entender de qué trata el problema planteado. Debe reconocer una función, debe considerar toda la información necesaria para resolver el problema f) Planteamiento de una estrategia: se planea lo que debe hacer, utiliza una estrategia. Debe reconocer la variable dependiente, realizar una lista de datos, debe identificar las restricciones del problema, debe utilizar las propiedades de grafica e identificación de funciones. g) Ejecuta el plan: implementa la estrategia escogida para obtener la solución. Aplica la teoría y propiedades dadas para resolver, considera el tiempo adecuado para resolver, aplica los conocimientos adecuados para resolver. 	Hojas de papel Guías Pizarra Laptop Cuadernos	70

	<p><i>Universidad Nacional Del Altiplano - Puno</i></p> <p>FACULTAD DE INGENIERIA ESTADISTICA E INFORMATICA ESCUELA PROFESIONAL DE CIENCIAS CONTABLES PROGRAMA DE CIENCIAS CONTABLES</p>	
	<p>SESIÓN DE APRENDIZAJE</p>	

	h) Visión retrospectiva: Una vez resuelto, comprobamos si la solución es la correcta. Debe preguntarse ¿La solución obtenida es la correcta?, ¿Se podrá ampliar a un problema más general?		
CIERRE	Se realiza un resumen de la parte más relevante de la sesión Considerando c) ¿Qué se aprendió hoy? d) ¿Qué información se tiene de la gráfica de una función?	Hojas Cuadernos	25

BIBLIOGRAFÍA

- Larson, R. Hostetler, R y Edward, B (2006). Calculo en Geometría Analítica, 8va. Edición España: Mac Graw - Hill Ediciones la Colina S.A.
- Stewart, J., Redlin, L y Watson, S. (2012). Precálculo. Matemáticas para el cálculo. México. Cengage Learning Editores..

Anexo 9. Validación del instrumento de investigación

JUICIO SOBRE LA PERTINENCIA DEL INSTRUMENTO DE EVALUACION

I. INFORMACION GENERAL

- a) Título de proyecto : Resolución de problemas sobre funciones reales basado en el método Polya en los estudiantes de la Universidad Nacional del Altiplano-2023.
 b) Curso : Matemática Básica
 c) Tema : Funciones reales
 d) Autor del instrumento : Ari Suaña Raquel Veronica

II. CRITERIOS DE VALIDACION

Las categorías a evaluar son: La redacción, el contenido, la congruencia y la pertinencia considerando los siguientes criterios:

En inicio (C) En Progreso (B) Logro previsto (A) Logro destacado (AD)

III. INSTRUCCIONES

Marque con una X en cada casilla correspondiente al aspecto cualitativo que cumple cada pregunta con el logro de aprendizaje de la unidad.

Puede sugerir alguna observación a la pregunta propuesta.

CRITERIO DE EVALUACION	C 1	B 2	A 3	AD 4	OBSERVACIONES
¿El instrumento de evaluación está escrito en un lenguaje adecuado de fácil comprensión?			X		
¿El instrumento de evaluación evidencia la necesidad del uso de la teoría y propiedades de funciones reales ?				X	
¿El instrumento de evaluación se relaciona con las variables de estudio?				X	
¿Las preguntas del instrumento está relacionado con el logro de aprendizaje de la unidad?				X	
¿Las preguntas del instrumento guarda relación con la competencia general?				X	
¿El instrumento evidencia el propósito del logro de aprendizaje?				X	
¿Las preguntas guardan relación con los contenidos propuestos en la carta descriptiva del curso?				X	
¿Las preguntas del instrumento reflejan la importancia del contenido del curso?			X		
¿Las preguntas del instrumento expresan lo esencial de los problemas de funciones reales del curso de Matemática Básica?				X	
¿Las preguntas del instrumento guardan relación con las dimensiones?				X	

Apellidos y Nombres del evaluador: CASANO QUISEP, ALFONSO CARLOS

Grado académico: Dr. EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

Firma del evaluador:

DNI: 01228941

JUICIO SOBRE LA PERTINENCIA DEL INSTRUMENTO DE EVALUACION

I. INFORMACION GENERAL

- a) Título de proyecto : Resolución de problemas sobre funciones reales basado en el método Polya en los estudiantes de la Universidad Nacional del Altiplano-2023.
 b) Curso : Matemática Básica
 c) Tema : Funciones reales
 d) Autor del instrumento : Ari Suaña Raquel Veronica

II. CRITERIOS DE VALIDACION

Las categorías a evaluar son: La redacción, el contenido, la congruencia y la pertinencia considerando los siguientes criterios:

En inicio (C) En Progreso (B) Logro previsto (A) Logro destacado (AD)

III. INSTRUCCIONES

Marque con una X en cada casilla correspondiente al aspecto cualitativo que cumple cada pregunta con el logro de aprendizaje de la unidad.

Puede sugerir alguna observación a la pregunta propuesta.

CRITERIO DE EVALUACION	C 1	B 2	A 3	AD 4	OBSERVACIONES
¿El instrumento de evaluación está escrito en un lenguaje adecuado de fácil comprensión?				X	
¿El instrumento de evaluación evidencia la necesidad del uso de la teoría y propiedades de funciones reales ?				X	
¿El instrumento de evaluación se relaciona con las variables de estudio?			X		
¿Las preguntas del instrumento está relacionado con el logro de aprendizaje de la unidad?			X		
¿Las preguntas del instrumento guarda relación con la competencia general?				X	
¿El instrumento evidencia el propósito del logro de aprendizaje?				X	
¿Las preguntas guardan relación con los contenidos propuestos en la carta descriptiva del curso?				X	
¿Las preguntas del instrumento reflejan la importancia del contenido del curso?			X		
¿Las preguntas del instrumento expresan lo esencial de los problemas de funciones reales del curso de Matemática Básica?				X	
¿Las preguntas del instrumento guardan relación con las dimensiones?				X	

Apellidos y Nombres del evaluador: Benavides Huanca Juan Carlos

Grado académico : Magister en Educación

Firma del evaluador:

 DNI: 2396567...

JUICIO SOBRE LA PERTINENCIA DEL INSTRUMENTO DE EVALUACION

I. INFORMACION GENERAL

- a) Título de proyecto : Resolución de problemas sobre funciones reales basado en el método Polya en los estudiantes de la Universidad Nacional del Altiplano-2023.
 b) Curso : Matemática Básica
 c) Tema : Funciones reales
 d) Autor del instrumento : Ari Suaña Raquel Veronica

II. CRITERIOS DE VALIDACION

Las categorías a evaluar son: La redacción, el contenido, la congruencia y la pertinencia considerando los siguientes criterios:

En inicio (C) En Progreso (B) Logro previsto (A) Logro destacado (AD)

III. INSTRUCCIONES

Marque con una X en cada casilla correspondiente al aspecto cualitativo que cumple cada pregunta con el logro de aprendizaje de la unidad.

Puede sugerir alguna observación a la pregunta propuesta.

CRITERIO DE EVALUACION	C 1	B 2	A 3	AD 4	OBSERVACIONES
¿El instrumento de evaluación está escrito en un lenguaje adecuado de fácil comprensión?			X		
¿El instrumento de evaluación evidencia la necesidad del uso de la teoría y propiedades de funciones reales ?				X	
¿El instrumento de evaluación se relaciona con las variables de estudio?				X	
¿Las preguntas del instrumento está relacionado con el logro de aprendizaje de la unidad?			X		
¿Las preguntas del instrumento guarda relación con la competencia general?				X	
¿El instrumento evidencia el propósito del logro de aprendizaje?			X		
¿Las preguntas guardan relación con los contenidos propuestos en la carta descriptiva del curso?				X	
¿Las preguntas del instrumento reflejan la importancia del contenido del curso?				X	
¿Las preguntas del instrumento expresan lo esencial de los problemas de funciones reales del curso de Matemática Básica?				X	
¿Las preguntas del instrumento guardan relación con las dimensiones?				X	

Apellidos y Nombres del evaluador:

Loayza Torreblanca Fabiola

Grado académico

Maestro en Educación, mención Didáctica de la Matemática

Firma del evaluador:

DNI: 28840206

Anexo 10. Autorización para aplicación de la investigación

“Año de la unidad, la paz y el desarrollo”

SOLICITO: Autorización para aplicar el trabajo de investigación en los estudiantes del curso de Matemática Básica del primer ciclo.

Señor: Director de estudios de la Escuela Profesional de Ciencias Contables de la Universidad Nacional del Altiplano.



Yo, Raquel Verónica Ari Suaña, identificado con DNI: 29734531, correo electrónico raquelarisuana@gmail.com, cel. 959289901. Docente de la escuela profesional de Cs. Físico Matemáticas, ante Ud., expongo:


Que, con la finalidad de desarrollar mi proyecto de investigación *“Resolución de problemas sobre funciones reales basado en el método Polya en los estudiantes de la Universidad Nacional del Altiplano-2023”*, para optar el grado académico de Maestro en la Universidad Nacional del Altiplano, es que solicito autorización para realizar la mencionada investigación en los estudiantes del primer ciclo del curso de **Matemática Básica, grupo C**, en el mes de julio del presente.

Por lo expuesto:

Pido a Ud. acceder a mi solicitud.

Puno, 02 de julio del 2023.

Atentamente:


Lic. Raquel Verónica Ari Suaña
DNI: 29734531

Autorizado.
CU. 04 de Julio 2023

Heber David Poma Cornejo
EP. CIENCIAS CONTABLES
UNA - PUNO

Anexo 11. Constancia de ejecución de la investigación

CONSTANCIA

El que suscribe, Director de estudios de la Escuela Profesional de Ciencias Contables de la Universidad Nacional del Altiplano.

HACE CONSTAR:

Que la Lic. Raquel Veronica Ari Suaña, docente de servicio del departamento academico de Ciencias Fisico Matematicas, estuvo a cargo del curso de Matematica Basica grupo C, durante el semestre 2023 – I. Asimismo ha realizado su trabajo de investigación denominado **“RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS SOBRE FUNCIONES REALES BASADO EN EL MÉTODO POLYA EN LOS ESTUDIANTES DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO-2023”**, la carga academica fue:

Año-Semestre: 2023-I	Ciclo	Grupo	H.T.	H.P.	T.H.
Curso: Matematica Basica	I	C	3	2	5

Se expide la presente constancia a solicitud de la interesada, para los fines pertinentes.

Puno, 10 de octubre del 2023.



Heber David Poma Cornejo
EP. CIENCIAS CONTABLES
UNA - PUNO



DECLARACIÓN JURADA DE AUTENTICIDAD DE TESIS

Por el presente documento, Yo Raquel Verónica Ari Suaña,
identificado con DNI 29734531 en mi condición de egresado de:

Escuela Profesional, Programa de Segunda Especialidad, Programa de Maestría o Doctorado

Maestría en Educación con mención en Didáctica de la Matemática

informo que he elaborado el/la Tesis o Trabajo de Investigación denominada:

“Resolución de problemas sobre funciones reales basado
en el método Polya en los estudiantes de la Universidad
Nacional del Altiplano - 2023”

Es un tema original.

Declaro que el presente trabajo de tesis es elaborado por mi persona y **no existe plagio/copia** de ninguna naturaleza, en especial de otro documento de investigación (tesis, revista, texto, congreso, o similar) presentado por persona natural o jurídica alguna ante instituciones académicas, profesionales, de investigación o similares, en el país o en el extranjero.

Dejo constancia que las citas de otros autores han sido debidamente identificadas en el trabajo de investigación, por lo que no asumiré como tuyas las opiniones vertidas por terceros, ya sea de fuentes encontradas en medios escritos, digitales o Internet.

Asimismo, ratifico que soy plenamente consciente de todo el contenido de la tesis y asumo la responsabilidad de cualquier error u omisión en el documento, así como de las connotaciones éticas y legales involucradas.

En caso de incumplimiento de esta declaración, me someto a las disposiciones legales vigentes y a las sanciones correspondientes de igual forma me someto a las sanciones establecidas en las Directivas y otras normas internas, así como las que me alcancen del Código Civil y Normas Legales conexas por el incumplimiento del presente compromiso

Puno 11 de enero del 2024

FIRMA (obligatoria)



Huella



Universidad Nacional
del Altiplano Puno



Vicerrectorado
de Investigación



Repositorio
Institucional

AUTORIZACIÓN PARA EL DEPÓSITO DE TESIS O TRABAJO DE INVESTIGACIÓN EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL

Por el presente documento, Yo Raquel Veronica Ari Suaña
identificado con DNI 29734531 en mi condición de egresado de:

Escuela Profesional, Programa de Segunda Especialidad, Programa de Maestría o Doctorado

Maestría en Educación con mención en Didáctica de la Matemática

informo que he elaborado el/la Tesis o Trabajo de Investigación denominada:

“ RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS SOBRE FUNCIONES REALES

BASADO EN EL METODO POLYA EN LOS ESTUDIANTES DE LA

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO -2023 ”

para la obtención de Grado, Título Profesional o Segunda Especialidad.

Por medio del presente documento, afirmo y garantizo ser el legítimo, único y exclusivo titular de todos los derechos de propiedad intelectual sobre los documentos arriba mencionados, las obras, los contenidos, los productos y/o las creaciones en general (en adelante, los “Contenidos”) que serán incluidos en el repositorio institucional de la Universidad Nacional del Altiplano de Puno.

También, doy seguridad de que los contenidos entregados se encuentran libres de toda contraseña, restricción o medida tecnológica de protección, con la finalidad de permitir que se puedan leer, descargar, reproducir, distribuir, imprimir, buscar y enlazar los textos completos, sin limitación alguna.

Autorizo a la Universidad Nacional del Altiplano de Puno a publicar los Contenidos en el Repositorio Institucional y, en consecuencia, en el Repositorio Nacional Digital de Ciencia, Tecnología e Innovación de Acceso Abierto, sobre la base de lo establecido en la Ley N° 30035, sus normas reglamentarias, modificatorias, sustitutorias y conexas, y de acuerdo con las políticas de acceso abierto que la Universidad aplique en relación con sus Repositorios Institucionales. Autorizo expresamente toda consulta y uso de los Contenidos, por parte de cualquier persona, por el tiempo de duración de los derechos patrimoniales de autor y derechos conexos, a título gratuito y a nivel mundial.

En consecuencia, la Universidad tendrá la posibilidad de divulgar y difundir los Contenidos, de manera total o parcial, sin limitación alguna y sin derecho a pago de contraprestación, remuneración ni regalía alguna a favor mío; en los medios, canales y plataformas que la Universidad y/o el Estado de la República del Perú determinen, a nivel mundial, sin restricción geográfica alguna y de manera indefinida, pudiendo crear y/o extraer los metadatos sobre los Contenidos, e incluir los Contenidos en los índices y buscadores que estimen necesarios para promover su difusión.

Autorizo que los Contenidos sean puestos a disposición del público a través de la siguiente licencia:

Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional. Para ver una copia de esta licencia, visita: <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

En señal de conformidad, suscribo el presente documento.

Puno 11 de enero del 2024

FIRMA (obligatoria)



Huella