UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL Y ARQUITECTURA

ESCUELA PROFESIONAL DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

ORGANIZACIÓN ESPACIAL DE LA RED DE CARRETERAS DE LA REGIÓN PUNO MEDIANTE LA TEORÍA DE GRAFOS

TESIS

PRESENTADO POR:

Condori Balcón Daniel Rubén

PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:

LICENCIADO EN CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

PUNO-PERÚ

2016

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL Y ARQUITECTURA

ESCUELA PROFESIONAL DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

ORGANIZACIÓN ESPACIAL DE LA RED DE CARRETERAS DE LA REGIÓN PUNO MEDIANTE LA TEORÍA DE GRAFOS

TESIS

PRESENTADO POR: BACH. DANIEL RUBÉN CONDORI BALCÓN

PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

Aprobado por el jurado revisor conformado por:

Presidente Mg. Celso Wilfredo Calsín Velásquez ....

Primer miembro M. Sc. Martín Condori Concha ....

Segundo miembro Lic. Mirsa Dolores Cruz Cuentas ....

Director Lic. Noemí Giovanna Alarcón Cárdenas ....

Asesor Lic. Derly Pari Mendoza ....

Área: Algebra

Línea de Investigación: Matemática Aplicada

Dedicatoria

Con todo mi amor y cariño para las personas que hicieron todo en la vida para que yo pudiera lograr mis sueños, por motivarme y darme la fuerza necesaria cuando sentía que no podía más, a ustedes por siempre, mi corazón y mi agradecimiento.

Papá, mamá, esposa y mi princesa.

Agradecimientos

Primeramente agradezco a Dios por darme vida y salud, luego agradezco de forma muy especial a la Lic. Noemí Giovanna Alarcón Cárdenas directora de tesis y al Lic. Derly Pari Mendoza asesor de tesis, por conducirme a la obtención del título profesional de licenciado en Ciencias Físico Matemáticas, por guiarme, por darme algunas pautas importantes, por alentarme a seguir adelante aun en los momentos más difíciles y por el incondicional y decisivo apoyo en las diferentes etapas de la tesis.

Del mismo modo, a los miembros del jurado por la revisión de mi tesis y por alcanzarme las correcciones pertinentes.

Índice general

Resumen

La investigación titulada Organización Espacial de la Red de Carreteras de la Región Puno Mediante la Teoría de Grafos tiene como principal objetivo saber cómo es que la teoría de grafos puede ayudar a organizar la red de carreteras de índole nacional y regional, ambos de la región Puno utilizando la matriz de adyacencia y accesibilidad topológica, para ello se utilizan las medidas de conectividad, accesibilidad y centralidad, el presente estudio se complementa con la integración de nodos exteriores al grafo de la región Puno, y la correlación de la red de carreteras de la región Puno y el desarrollo socioeconómico como la población y el índice de desarrollo humano (IDH).

Para lo cual se denominan a las ciudades capitales de cada provincia de la región Puno, como nodos; y a las carreteras que unen dichas ciudades, se les denominan arcos.

Abstract

Entitled Space Research Organization Road Network of the Puno region by Graph Theory's main objective is to know how to graph theory can help organize the highways of national and regional nature, both from the Puno region using the adjacency matrix and topological accessibility measures for this connectivity, accessibility and centrality, this study is complemented by the integration of external nodes to graph the Puno region are used, and the correlation of the highways of the Puno region and socioeconomic development as population and human development index (HDI).

To which are called to the capital cities of each province in the Puno region, as nodes; and the roads linking these towns are called arcs.

Introducción

La región Puno está ubicado en la parte sureste del Perú el cual cuenta administrativamente con 13 provincias y 109 distritos, y su red de carreteras de índole nacional y regional es muy variado, pero no muy estudiado de manera global, es decir no hay estudios que nos digan que la incorporación de una nueva carretera como es que influye en toda la red de carreteras, caso contrario con otros países, entre ellos España, Argentina, Chile, Estados Unidos de Norteamérica, que incorporan nuevas tecnologías informativas para este fin.

En éste trabajo de investigación aborda una parte de la amplia teoría de grafos, como definiciones, teoremas y algunos índices para describir los grados de conectividad, accesibilidad y centralidad de la red de carreteras de la región Puno en dos situaciones, la red nacional y la regional que pasan por la región; ´estos descritos cada uno en el Capítulo 2; la descripción de la región Puno, su división política en el Capítulo 3; la exposición de los resultados de la investigación en el capítulo 4, por último se dan algunas recomendaciones para futuras investigaciones.

Capítulo 1

El Problema de Investigación

1.1. Datos Generales

1.1.1. Titulo

ORGANIZACIÓN ESPACIAL DE LA RED DE CARRETERAS DE LA REGIÓN PUNO MEDIANTE LA TEORÍA DE GRAFOS.

1.1.2. Investigador

Bach. Daniel Rubén Condori Balcón

1.1.3. Director

Lic. Noemí Giovanna Alarcón Cárdenas

1.1.4. Asesor

Lic. Derly Pari Mendoza

1.1.5. Ámbito de estudio

El estudio de este proyecto de investigación se realizar en la región Puno, en la Universidad Nacional del Altiplano Puno y en la Escuela profesional de Cs. Físico Matemáticas.

1.2. Descripción del problema

La teoría de grafos es una rama de la matemática discreta y de la matemática aplicada, es un tratado que usa diferentes conceptos de diversas áreas como combinatoria, algebra, probabilidad, geometría de polígonos, aritmética y topología, nos ayuda a resol- ver numerosos problemas en diferentes ámbitos como flujo en redes, árboles genealógicos, distribución de espacios arquitectónicos, emparejamientos, programación de actividades, redes sociales, resultados de torneos, coloreado de regiones, circuitos eléctricos, entre otros; para su estudio es necesario conocer el ´algebra lineal y matemática discreta, aplicado a la geografía, constituye un instrumento esencial para el estudio de las redes de carreteras, en especial su organización y estructura espacial. Ésta aplicación es además uno de los exponentes de la Geografía Neopositivista, de forma que la red de carreteras se reduce a un dibujo topológico.

En nuestra realidad regional, al momento de ejecutar un proyecto vial de carreteras solo se analizan aspectos socioeconómicos, demográficos y la integración con las demás localidades del espacio territorial en donde se ejecuta el proyecto; es decir se aspira lograr el desarrollo, integración y mejora de costos de transporte, sólo de las localidades por donde pasa la carretera. Pero hasta este momento nunca se ha analizado como es que la ejecución de un proyecto vial de carreteras influye en toda la estructura de la red regional de carreteras, como parte de un todo.

Se pretende por consiguiente, utilizar la teoría de grafos, no tan solo para organizar, describir y expresar los fenómenos espaciales del territorio de la red de carreteras de la región Puno en términos matemáticos, sino, para determinar la importancia de la reordenación espacial que la red de carreteras, ha establecido sobre su territorio en dos aspectos: la situación nacional de la red y la situación regional de la red (con los que están en proyecto, estudio y construcción), además de determinar la variación de accesibilidad y centralidad al considerar las relaciones con las provincias limítrofes con la región; y la relación (coeficiente de determinación y correlación) con el desarrollo socioeconómico: Población, índice de Desarrollo Humano (IDH).

El análisis de la organización espacial de la red de carreteras de la región Puno, utilizando como herramienta la teoría de grafos, es mediante el cálculo, discusión e interpretación de índices (Beta, Gamma, Número Ciclomático, Alfa, Koning, Shimbel, Omega, Centralidad media. etc.) y matrices (Conectividad y Accesibilidad topológica) para conocer los grados de accesibilidad (facilidad de acceso de un nodo a los demás), conectividad o cohesión (integración o interconexión) y centralidad (grado de influencia de un lugar central a toda la red) de la red para luego hacer una comparación de la red nacional y regional de la red de carreteras de la región Puno, que como sistema espacial está conformado por los núcleos urbanos y las conexiones entre ellos, o sea, en términos topológicos, los nodos y arcos del grafo. Los nodos están constituidos por los municipios puneños capitales de cada provincia superiores a 2000 habitantes (censo de población y vivienda del 2007), lo que permite incluir a la red a todos los núcleos urbanos y semiurbanos de la región; y los arcos son las carreteras asfaltadas que unen los nodos de la región, distinguiendo los de interés nacional, regional y vecinal, en esta investigación interesa solo los de interés nacional y regional.

1.3. Enunciado del problema

Por consiguiente, este hecho permite plantear las siguientes interrogantes:

1.3.1. Problema general

¿Cómo es que la teoría de grafos permite determinar la reordenación espacial que la red de carreteras ha establecido sobre la región Puno?

1.3.2. Problemas específicos

- ¿Es posible analizar mediante el empleo de índices y matrices, la conectividad, accesibilidad y centralidad correspondiente al grafo de la red de carreteras nacional y regional de la región Puno?
- ¿Cómo es posible determinar las variaciones de accesibilidad y centralidad al considerar las relaciones con las provincias limítrofes con la región Puno?
- ¿Es posible describir mediante los coeficientes de determinación y correlación, la relación entre el grado de accesibilidad de la red de carreteras y el desarrollo socio- económico de la región Puno?.

1.4. Justificación de la investigación

La configuración de los espacios geográficos se puede describir y explicarse de muchas formas, pero en todas ellas, es importante el rol que desempeña las redes de carreteras que se emplazan sobre en el mismo. La herramienta utilizada es la teoría de grafos, que básicamente, propone reducir la realidad a elementos geométricos (nodos y arcos) para explicar sus propiedades topológicas.

El origen más relevante de la aplicación de esta teoría constituye el trabajo del matemático sueco Leonard Euler en 1738, a raíz del problema denominado “Los Puentes de Königsberg” y continuados por Kirchohff con una aplicación a los circuitos eléctricos.

Sin embargo, recién con la resolución del problema “los cuatro colores” logró consolidarse como una rama de la topología en el campo de la matemática y la investigación operativa. En la actualidad, su difusión y creciente interés en campos tan diversos como la informática, electrónica, matemática, economía, geografía, ingeniería, urbanismo, sociología, psicología y administración, obedece a que proporciona algoritmos eficientes para resolver problemas en diversos campos de las ciencias.

En este sentido, pese a la visión abstracta, ésta teoría es fácilmente comparable con los elementos concretos de la realidad, de hecho sus componentes fundamentales (nodos y arcos) son factibles de relacionarlos con hechos geográficos, tales como las vías de comunicación, la hidrografía, las paradas de colectivos, las ciudades, terminales informáticas, etc. Por ende esta teoría permite describir y explicar una red, es decir brindar un estudio morfométrico.

Esta aplicación es muy poco difundida en la ejecución de todos los proyectos viales de ámbito nacional, mucho menos en nuestra región Puno, por lo contrario, en algunos de los estados de los países como España, Estados Unidos, Argentina, Colombia, Chile entre otros, se difunde mucho más esta aplicación, arrojando resultados importantes para el planeamiento de sus redes de carreteras.

Es por ello que se pretende brindar una herramienta útil no solo a los matemáticos, como una nueva línea de investigación, sino también a los ingenieros dándoles un sustento matemático al momento de realizar un proyecto vial de carreteras. En tal sentido, la investigación que se propone se considera de gran utilidad en la formación de un matemático y/o físico, así como también servirá a estudiantes de pos-grado, profesionales e investigadores, que estén relacionados con esta área, ya sea en temas de aplicación en la ciencia o en la naturaleza, a fin de ampliar su visión y el horizonte de sus conocimientos.

1.5. Objetivos de la investigación

1.5.1. Objetivo general

Establecer como la teoría de Grafos contribuye en la organización espacial de la red de carreteras de la región Puno.

1.5.2. Objetivos específicos

- Analizar mediante el empleo de índices y matrices, la conectividad, accesibilidad y centralidad correspondiente al grafo de la red de carreteras nacional y regional de la región Puno.
- Describir las variaciones de los niveles de accesibilidad y centralidad al considerar las relaciones con las provincias limítrofes con la región Puno.
- Describir mediante los coeficientes de determinación y correlación, la relación entre el grado de accesibilidad de la red de carreteras y el desarrollo socioeconómico de la región Puno.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. Antecedentes de la Investigación

Al revisar los archivos de tesis e informes de investigación existentes en la biblioteca de la Universidad Nacional del Altiplano y en nuestra escuela profesional, no se encontrar trabajos realizados referentes al tema de investigación que se va llevar acabo. Sin embargo, se considerará como antecedentes los siguientes temas de investigación, realizados fuera del país.

Insaurralde, Juan A. y Cardozo, Oswaldo D. (2010). Análisis de la Red Vial de la Provincia de Corrientes por Medio de la Teoría de Grafos

Rev. Nro. 13 de Geográfica Digital. IGUNNE. Fac. de Humanidades. UNNE - Argentina.

El autor en su trabajo tuvo como su principal objetivo realizar un análisis de tipo descriptivo de la estructura actual de la red vial de Corrientes lo cual lo logró por medio del análisis de la conectividad, accesibilidad y centralidad topológica de la red llegando a resultados favorables. También da algunos alcances sobre la pavimentación de nuevas rutas posibles para mejora estructural de la red vial.

Ávila González, Mariana A. (2012). Políticas Públicas y Articulación del Territorio:

Desarrollo de la Red Vial de Aysén

Facultad de Arquitectura y Urbanismo, Universidad de Chile

El objetivo del autor es investigar las propuestas que el estado chileno ha tenido para mejorar la conectividad y accesibilidad de la región, y determinar cómo han evolucionado en el tiempo éstas características de la red vial, y con ello se llegó a la conclusión de que si hubo una relación entre las obras desarrolladas y las políticas públicas.

- Mierez, Alejandra (2004). Análisis de Accesibilidad e Interacción Espacial a través del Potencial Dinámico: su Aplicación a los Partidos de la Cuenca del Río Lujan. Tesis presentada en la Universidad Nacional de Lujan - Argentina.

La autor tuvo como principal objetivo aplicación de los índices de accesibilidad y conectividad a la red de ferroviaria de la región de la Cuenca del Río Lujan, además de realizar un aporte para la toma de decisiones referidas a la planificación del sistema de transporte de dicha cuenca.

- Tapiador Fuentes, Francisco J. y Casanova Roque, José L. (1995). Estudio Topológico de Optimización de la Red de Carreteras Castellano Leonesa. Dep. de Física Aplicada. Fac. de Ciencias. Universidad de Valladolid - España.

El objetivo que persigue el autor es el estudio de una aspecto inicial de la estructura topológica de la red carreteras, luego se pasa a describir un nuevo índice que aprecia el equilibrio territorial del espacio en el que se asienta la carretera; por último se discuten los resultados y se indican las direcciones más adecuadas en las que sería conveniente continuar con el estudio Global de la red.

2.2. Sustento Teórico

2.2.1. Teoría de Grafos

Definición 2.2.1 [Grafo] Un grafo se define como un par ordenado $G = (V, E)$, donde V es un conjunto no vacío de vértices y E es un conjunto de pares de vértices de V llamadas las aristas.

Si $V = \{v_1, v_2, v_3, ..., v_n\}$ es un conjunto finito, el grafo se denomina finito; una arista de G la denotaremos como (v_i, v_j), y diremos que v_i y v_j son vértices adyacentes si existe una arista entre ellos.

La cardinalidad de V se denomina orden del grafo y su notación es $|V|$. La cardinalidad de E se denomina tamaño del grafo y su notación es $|E|$.

Definición 2.2.2 [Digrafo] Es aquel grafo G cuyas aristas son dirigidas, es decir, del par ordenado de vértices (u, v), el primer vértice u es el origen de la arista y el segundo vértice v es el término (o vértice final), es decir:

$$(u, v) = (v, u)$$

Definición 2.2.3 [Grafo Plano] Es aquel grafo G que puede ser dibujado en el plano cartesiano sin cruce de aristas.

Definición 2.2.4 [Incidencia, adyacencia y grado de un vértice] Sea un grafo $G = (V, E)$, los vértices u y v pertenecientes a V, y una arista (u, v) perteneciente a E, se dice que:

- Incidencia: La arista (u, v) es incidente con los vértices u y con v.
- Adyacencia: Dos vértices u y v son adyacentes si existe una arista cuyos vértices sean u y v:

- El vértice u es adyacente a v.
- el vértice v es adyacente desde u.

- Grado: El grado de un vértice u es el número de vértices adyacentes a él y lo denotamos por $\delta(u)$. Para un grafo dirigido, el grado de salida $\delta_S(u)$ de un vértice u es el número de vértices adyacentes desde u, mientras que el grado de entrada $\delta_E(u)$ de u es el número de vértices adyacentes a u.

Definición 2.2.5 [Grafos simples y Multigrafos] Un grafo se dice simple si E es el con- junto de pares no ordenados de elementos distintos de V , es decir, un grafo simple es aquel que no tiene aristas paralelas o múltiples que una el mismo par de vértices. Un grafo que cuente con múltiples aristas entre dos vértices se denomina multigrafo.

Ahora veamos algunas familias de grafos:

Definición 2.2.6 [Trayectorias] Una trayectoria P_n consta de n vértices $v_1, v_2, v_3, \cdots, v_n$ y aristas $(v_1, v_2), (v_2, v_3), (v_3, v_4), \cdots, (v_{n-1}, v_n)$.

Definición 2.2.7 [Ciclo] Un ciclo C_n, ó n-ciclo, con $n \geq 3$, consta de n vértices $v_1, v_2, v_3, \cdots, v_n$ y aristas $(v_1, v_2), (v_2, v_3), (v_3, v_4), \cdots, (v_{n-1}, v_n), (v_n, v_1)$.

Definición 2.2.8 [Grafos Completos] Un grafo completo de n vértices que se denota por K_n, es el grafo simple que contiene exactamente una arista entre cada par de vértices, es decir hay C^n aristas de K_n.

Definición 2.2.9 [Grafos Bipartitos] Se dice que un grafo simple es bipartito si su con- junto de vértices V se puede dividir en dos subconjuntos disjuntos V_1 y V_2, tales que cada arista del grafo conecta un vértices de V_1 con uno de V_2.

Definición 2.2.10 [Grafo Bipartito Completo] Un grafo bipartito completo $K_{m,n}$ es el grafo cuyo conjunto de vértices está formado por dos conjuntos con m y n vértices respectivamente, y hay una arista entre dos vértices si y solo si, un vértice está en el primer subconjunto y el otro está en el segundo subconjunto.

Un grafo bipartito completo $K_{1,n}$ se llama estrella.

Definición 2.2.11 [Grafo Regular] Un grafo es regular de grado k si todos sus vértices tienen el mismo grado k.

Definición 2.2.12 [Grafo Conexo] Un grafo G (V, E) es conexo, si para cada $v_i, v_j \in V$ existe un $v_i - v_j$ camino.

Definición 2.2.13 [Árbol] Un árbol es un grafo conexo que no contiene ciclos.

Definición 2.2.14 [Isomorfismo] Dos grafos G_1 (V_1, E_1) y G_2 (V_2, E_2) son isomorfos si hay una función biyectiva $f : V_1 \to V_2$, tal que u y v son adyacentes en G_1 si, y solo si, f (u) y f (v) son adyacentes en G_2.

2.2.2. Matriz de Adyacencia

La matriz de adyacencia se define a continuación:

Definición 2.2.15 [Matriz de Adyacencia] Sea G (V, E) un grafo simple y finito, con $V = \{v_1, v_2, v_3, ..., v_n\}$, la matriz de adyacencia de G, denotado por A_G, es la matriz $n \times n$, donde los coeficientes a_{ij} están dados por:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } (v_i, v_j) \in E \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

El siguiente resultado relaciona la matriz de adyacencia de un grafo G con los caminos que hay entre dos vértices.

Teorema 2.2.1 Sea G un grafo cuyo conjunto de vértices es $\{v_1, v_2, v_3, \cdots, v_n\}$ y sea A_G su matriz de adyacencia. Entonces el coeficiente (i, j) de la matriz A^n_G es igual al número de caminos de longitud n que unen v_i y v_j.

Demostración:

Por inducción matemática: Para $n = 1$ el resultado no es más que la definición de la matriz de adyacencia.

Ahora supongamos que el resultado es cierto para $n - 1$ y demostrémoslo para n.

Sea entonces $B = A^{n-1}$ y $C = A^n$. Queremos probar que c_{ij} es el número de caminos de longitud n que unen v_i con v_j.

En efecto, es claro que $c_{ij} = \sum_{k=1}^{n} b_{ik} a_{kj}$. Todos los caminos de longitud n entre v_i y v_j se obtienen añadiendo a un camino de longitud $n - 1$ entre v_i y v el vértice v_j, y esto podremos hacerlo únicamente cuando tengamos un lado que incide en los vértices v y v_j. Por tanto, para contar los caminos de longitud n entre v_i y v_j necesitamos, para cada vértice v_k: $v_k = 1, 2, 3, \cdots, n$ contar los caminos de longitud $n - 1$ entre v_i y v_k, y por cada uno de éstos, contar los lados (caminos de longitud 1) entre v_k y v_j. Luego, realizar la suma de los resultantes obtenidos para cada k. Es decir, estamos diciendo que el número de caminos de longitud n entre v_i y v_j es:

$$b_{i1}a_{1j} + b_{i2}a_{2j} + b_{i3}a_{3j} + \cdots b_{in}a_{nj} = c_{ij}$$

como queríamos.

Definición 2.2.16 [Grado de un vértice] El grado de un vértice v de un grafo G es el número de aristas incidentes a v. Este número entero se denota por $\delta_G(v)$. Un vértice es aislado si su grado es igual a cero. Tratar con grados es una oportunidad de indicar el siguiente teorema

Teorema 2.2.2 En cualquier grafo G, tenemos:

$$\sum_{v \in V} \delta_G(v) = 2m$$

Donde m: número de aristas del grafo.

Demostración:

Cuando se suman los grados de cada vértice de G, cada arista se cuenta dos veces, es decir una vez para cada vértice, así el resultado de sumar los grados de cada vértice de G es, pues, dos veces el número de aristas del grafo G.

El siguiente corolario, aplicado en un contexto diferente de grafos, puede aparentar alejado de contexto:

Corolario 2.2.1 En cualquier grafo G, el número de vértices con grados impares es par.

Demostración:

La suma de los grados de los vértices de G, ya que es igual al doble del número de aristas, solo puede incluir un número par de términos impares. Por lo tanto, hay un número par de grados impares en el grafo.

El grado mínimo de un grafo G es el grado más pequeño de todos sus vértices y de denota por δ_G, asimismo el grado máximo de G es el mayor grado de todos los vértices del grafo G y se denota por Δ_G.

Proposición 2.2.1 Para un grafo G, se cumple que:

$$n\delta_G \leq 2m \leq n\Delta_G$$

Donde

m: número de aristas del grafo G.

n: número de vértices del grafo G.

Demostración:

Sea $\delta_G(v_p)$ el grado mínimo y $\Delta_G(v_q)$ el grado máximo de G, se tiene que:

$$\delta_G(v_p) \leq \delta_G(v_1) \leq \Delta_G(v_q)$$

$$\delta_G(v_p) \leq \delta_G(v_2) \leq \Delta_G(v_q)$$

$$\delta_G(v_p) \leq \delta_G(v_3) \leq \Delta_G(v_q)$$

.

$$\delta_G(v_p) \leq \delta_G(v_n) \leq \Delta_G(v_q)$$

Sumando se tiene que: $n\delta_G(v_p) \leq \sum_{v\in V} \delta_G(v) \leq n\Delta_G(v_q)$

De aquí por el teorema anterior, se tiene que:

$$n\delta_G \leq 2m \leq n\Delta_G$$

2.2.3. Matriz de Incidencia

La matriz de incidencia se define a continuación:

Definición 2.2.17 [Matriz de Incidencia] Sea $G(V, E)$ un grafo simple y finito, con $V = \{v_1, v_2, v_3, ..., v_n\}$, la matriz de incidencia de G, denotado por B_G, es la matriz $n \times n$, donde:

Las columnas de B_G representan los arcos del grafo, las filas los distintos nodos y los coeficientes b_{ij} están dados por:

$$b_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si para } v_i \text{ existe una arista} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Debido a la variedad de terminologías se ha optado por realizar un cambio terminológico en los elementos de un grafo, detallado a continuación:

Arista → Arco

vértices → Nodo

2.2.4. Medidas de Conectividad, Accesibilidad y Centralidad

2.2.4.1. Medidas de Conectividad

Definición 2.2.18 [Conectividad o Cohesión] Determina el grado de comunicación recíproca entre los nodos, y es el grado de integración o interconexión que presenta una red para su funcionamiento interno.

Para medir esta cohesión se utilizan una serie de índices que se detalla a continuación:

Definición 2.2.19 [Índice Beta de Kansky] Expresa la relación entre los arcos y nodos de un grafo. Es decir:

$$\beta = \frac{a}{n}$$

donde a corresponde a los arcos y n a los nodos.

Este índice logra medir como aumenta la conectividad cuando se incrementa el número de arcos de un grafo. las redes de estructura muy compleja asumen valores del índice β muy elevados, mientras en redes cuya estructura es más sencilla, tendrán valores más bajos.

Proposición 2.2.2 El número de arcos de un grafo completo está dado por:

$$\frac{n\,(n-1)}{2}$$

Donde:

n: es el número de nodos del grafo.

Demostración:

La prueba es por inducción matemática: Llamaremos G_n un grafo que contiene n no- dos. Consideramos primero el caso trivial, el grafo G_1, en este caso, como existe solamente un nodo, es imposible definir un arco, en este caso se verifica, que $\frac{n(n-1)}{2}$.

Ahora, supongamos que la hipótesis es verdadera para G_n, donde $n \geq 1$. Sea ahora el grafo G_{n+1}. Nos pide probar que el número de arcos en ese grafo es: $\frac{(n+1)n}{2}$.

En efecto, sea v_{n+1} un arco adicional que se encuentra en G_{n+1} y no en G_n. el número máximo de aristas del grafo G_{n+1} es igual al número máximo del grafo G_n mas todas las posibles aristas entre v_{n+1} y cada nodo de G_n. Como ese número de arcos es igual al número de nodos de G_n, tenemos que:

$$\text{número máximo de arcos} = \frac{n(n-1)}{2} + n = \frac{(n+1)n}{2}$$

Otra manera de probar este resultado es considerando que el número de arcos en un grafo completo de n-nodos corresponde a todos los pares posibles (u, v), donde u y v son nodos; y por el principio de combinatoria se tiene que:

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

Definición 2.2.20 [Índice Gamma de Kansky] Relaciona el número de arcos existentes y el mayor número de arcos posibles. Da una idea sobre las dimensiones de los complementos que se precisan incorporar a la red. oscila entre 0 (ausencia de cohesión) y 1 (cohesión máxima). Se expresa de la siguiente manera:

$$\gamma = \frac{a}{\frac{n(n-1)}{2}}$$

Donde:

a: número de arcos del grafo.

n: número de nodos del grafo.

Definición 2.2.21 [número Ciclomatico] Determina el número de circuitos, entendiéndose como circuito las múltiples maneras de ir de un nodo al mismo sin pasar dos veces por el mismo arco. Se expresa como:

$$\mu = a - (n - 1)$$

Donde:

a: Número de arcos del grafo.

n: Número de nodos del grafo.

Definición 2.2.22 [Índice Alfa] Relaciona el número de circuitos observados en el grafo y los circuitos que existirán en caso de tratarse de un grafo completo (número máximo de circuitos). Se expresa como:

$$\alpha = \frac{\mu}{2n - 5}$$

Donde:

μ: número de ciclomático del grafo.

n: número de nodos del grafo.

2.2.4.2. Medida de Accesibilidad

Definición 2.2.23 [Accesibilidad] Permite analizar los procesos de competencia de los nodos de una red, jerarquizados según la facilidad de acceso desde cada uno en relación a los restantes nodos contenidos en la red.

Dentro de las medidas de accesibilidad topológica se puede hallar:

Definición 2.2.24 [Matriz de Conectividad o Adyacencia] Consiste de una tabla binaria de doble entrada. En donde las relaciones topológicas se representan con 1 si los nodos están conectados y 0 en caso contrario.

Sumando el número de conexiones en sentido horizontal, conocemos los nodos mejor y peor conectados.

Definición 2.2.25 [Matriz de Accesibilidad Topológica] Se genera a partir de la anterior, reemplazando los 0 por las distancias entre los nodos de la red, expresada por el número de arcos que deben atravesarse para llegar de un nodo a otro, siguiendo el camino mas corto.

Definición 2.2.26 [número Asociado de Koning] Esta medida se refiere a la distancia topológica expresada en número de arcos- para alcanzar el nodo mas distante por el camino mas corto. Representa la accesibilidad de ese nodo al mas lejano de la red, y significa que cuanto mas bajo es el número, más alto es el grado de accesibilidad.

Resulta ser el valor mayor de cada fila en la Matriz de Accesibilidad Topológica y se representa por N S.

Definición 2.2.27 [Índice de Shimbel] Se obtiene sumando los valores de cada fila de la Matriz de Accesibilidad Topológica, lo que muestra la cantidad de arcos a atravesar para ir desde un nodo a todos los demás del grafo, se expresa de la siguiente manera:

$$A_y = \sum d(x, y)$$

donde d (x, y) es el número de arcos (distancia) que separa los nodos x e y por el camino más corto.

En caso de que los nodos tengan igual N S, ser más accesible el de menor índice de Shimbel.

Definición 2.2.28 [Longitud media de la vía] Se expresa de la siguiente manera:

$$P_y = \frac{A_y}{n}$$

Donde:

A_y: Índice de Shimbel.

n: número de nodos del grafo.

Definición 2.2.29 [Índice de Accesibilidad Topológica Relativa o índice Omega] Se utiliza para evitar comparar redes con diferentes cantidades de nodos, y se define como:

$$\Omega = \frac{A_y - A_{min}}{A_{max} - A_{min}} \times 100$$

siendo A_{min} el índice de Shimbel de valor más bajo y A_{max} el de valor más alto.

Sus valores Oscilan entre 0 y 100 para los nodos de mayor a menor accesibilidad, respectivamente.

A partir de esta última medida, es posible derivar otros dos índices para evaluar la accesibilidad global de la red:

Definición 2.2.30 [índice G de Dispersión] Mide el nivel de accesibilidad para el con- junto de la red, y se obtiene de la siguiente manera:

$$G = \sum A_y$$

Donde:

A_y: índice de Shimbel del nodo y.

Si relacionamos ésta cantidad con el número total de nodos, se calcula el índice de accesibilidad media que nos permite comparar la red con otras similares características.

Definición 2.2.31 [índice de Accesibilidad Media (AM)] Determina el valor promedio de la accesibilidad en la red, y se obtiene de la siguiente manera:

$$AM = \frac{G}{n}$$

Donde
:

G: índice de dispersión.

n: número de nodos del grafo.

2.2.4.3. Medida de Centralidad

Definición 2.2.32 [Centralidad] Las medidas de centralidad buscan reconocer la posición topológica de los nodos dentro del grafo para establecer su influencia sobre el área circundante.

La centralidad puede hallarse para toda la red o bien para cada nodo. En la investigación interesa la segunda con el fin de representar cartográficamente sobre el territorio las líneas de isoaccesibilidad.

Definición 2.2.33 [Centralidad Media] La Centralidad Media de cada nodo es otro calculo que permite reconocer la posición topológica de los nodos dentro de la red, así un nodo con valores mínimos demostrará ser central y, con altos valores poco central. Su fórmula es la siguiente:

$$C = \frac{Ay}{n - 1}$$

Donde:

A_y: índice de Shimbel del nodo y.

n: número de nodos del grafo.

2.2.5. Red

Definición 2.2.34 [Red] El término genérico red hace referencia a un conjunto de entidades (objetos, personas, ciudades, etc.) conectadas entre sí. Por lo tanto, una red permite que circulen elementos materiales o inmateriales entre estas entidades, según reglas bien definidas.

2.2.6. Red de carreteras

Definición 2.2.35 [Red de carreteras] Una carretera o ruta es una vía asfaltada de do- minio y uso público, proyectada y construida fundamentalmente para la circulación de vehículos automóviles. Las carreteras se clasifican en función de los carriles que la componen, las distintas calzadas, si tienen o no cruces al mismo nivel o el tipo de tráfico que soportan. Los gobiernos suelen tener un departamento que se encarga de numerar y catalogar las carreteras de su territorio. Una red de carreteras es un conjunto de ciudades unidos por sus carreteras.

Capítulo 3

La Región Puno

3.1. Ubicación Geográfica

La región Puno, se encuentra ubicada al Sureste de la república del Perú, entre las coordenadas geográficas 13°00’00” y 17°17’30” latitud sur y los 71° 06’57” y 68°48’46” longitud oeste del meridiano de Greenwich, con una altitud promedio de 3 827 msnm.; sus límites son:

- Por el norte, con el Región de Madre de Dios.
- Por el sur, con la Región de Tacna.
- Por el este, con la república de Bolivia.
- Por el oeste, con las regiones de Cusco, Arequipa y Moquegua.

Según los datos del INEI, tiene una extensión de 71 999.00 km^2, que representa el 5.6 % de la superficie nacional, incluido 14.5 km^2 del área insular lacustre y 4 996.28 km^2 del lago Titicaca que pertenece al lado peruano.

3.2. División Política

Políticamente está conformada por 13 provincias y 109 distritos, las provincias de Carabaya (18.31 %), Sandia (17.7 %) y Puno (9.69 %) son las más extensas y de menos extensión Yunguyo (0.43 %).

Tabla N• 3.1: Nodos de la red de Carreteras de la región Puno

Provincia	Superficie (%)	Ciudad Capital	N• Distritos
Azángaro	7.42	Azángaro	15
Carabaya	18.31	Macusani	10
Chucuito	5.94	Juli	7
El Collao	8.36	Ilave	5
Huancané	4.19	Huancané	8
Lampa	8.65	Lampa	10
Melgar	9.62	Ayaviri	9
Moho	1.49	Moho	4
Puno	9.69	Puno	15
San Antonio de Putina	4.79	Putina	5
San Román	3.40	Juliaca	4
Sandi	17.71	Sandia	10
Yunguyo	0.43	Yunguyo	7

Fuente: Directorio Nacional de Municipalidades INEI 2015.

En la tabla N• 3.1 se muestra la relación de todas las provincias de la en orden alfabético, la superficie de cada una de ellas según el INEI, además de las respectivas ciudades capitales, y por último el número de distritos de cada provincia.

Figura N° 1: Mapa Político de la Región Puno

Fuente: Plan Anual Regional Puno 2015.

En la figura N° 1 se muestra la región Puno y sus provincias, es decir su ubicación espacial, están mencionados en dicha figura las ciudades capitales de cada provincia, los cuales son los nodos de los grafos desarrollados en el siguiente capítulo.

3.3. Red de Carreteras de la Región Puno

Los elementos fundamentales que conforman el sistema espacial son los núcleos urbanos y las conexiones entre ellos, o sea, en términos topológicos, los nodos y arcos del grafo.

Para fines de la presente investigación, los nodos están constituidos por los municipios provinciales puneños superiores a 2 000 habitantes (Censo de Población y Vivienda 2007), por otra parte los arcos se define como el trazado de la carretera, distinguiendo entre ellos tres tipos: Nacional, Regional y Vecinal, y para fines de la presente investigación se toman en cuenta los dos primeros, nacional y regional.

Un enfoque macro nos permite indicar que la longitud de la red vial total nacional a nivel de todo el país, según sistema y tipo de superficie de rodadura alcanza a 78,079.64 kms de carretera, de los cuales, 16,857.19 kms (21.60 %) corresponden a la red vial nacional, en tanto que 14,313.10 Kms (18.33 %) corresponde a la red vial departamental y 46,909.35 kms (60.07 %) a la red vecinal.

Ahora, en cuanto a la red vial a nivel del país, el departamento de Puno, se ubica en el tercer lugar en lo que respecta a extensión o longitud después de los departamentos de Cusco y Arequipa respectivamente, la red vial de la región Puno, alcanza una longitud de 5,082.35 Kms, de los cuales, 1,258.45 Kms (24.76 %) corresponde a la Red Vial Nacional; 1,200.28 Kms. (23.62 %) a la Red Departamental, y 2,623.62 Kms. (51.62 %) corresponden a la red Vecinal llamada también Caminos Rurales. En cuanto al tipo de superficie

646.97 Kms. (12.73 %) son carreteras asfaltadas; 1,426.83 Kms. (28.07 %) son afirmadas; 598.48 Kms. (11.78 %) son sin afirmar; y 2,410.07 Kms. (47.42 %) son trochas carrozables.

Capítulo 4

Resultados de la Investigación

4.1. Grafo de la Red Vial de la Región Puno

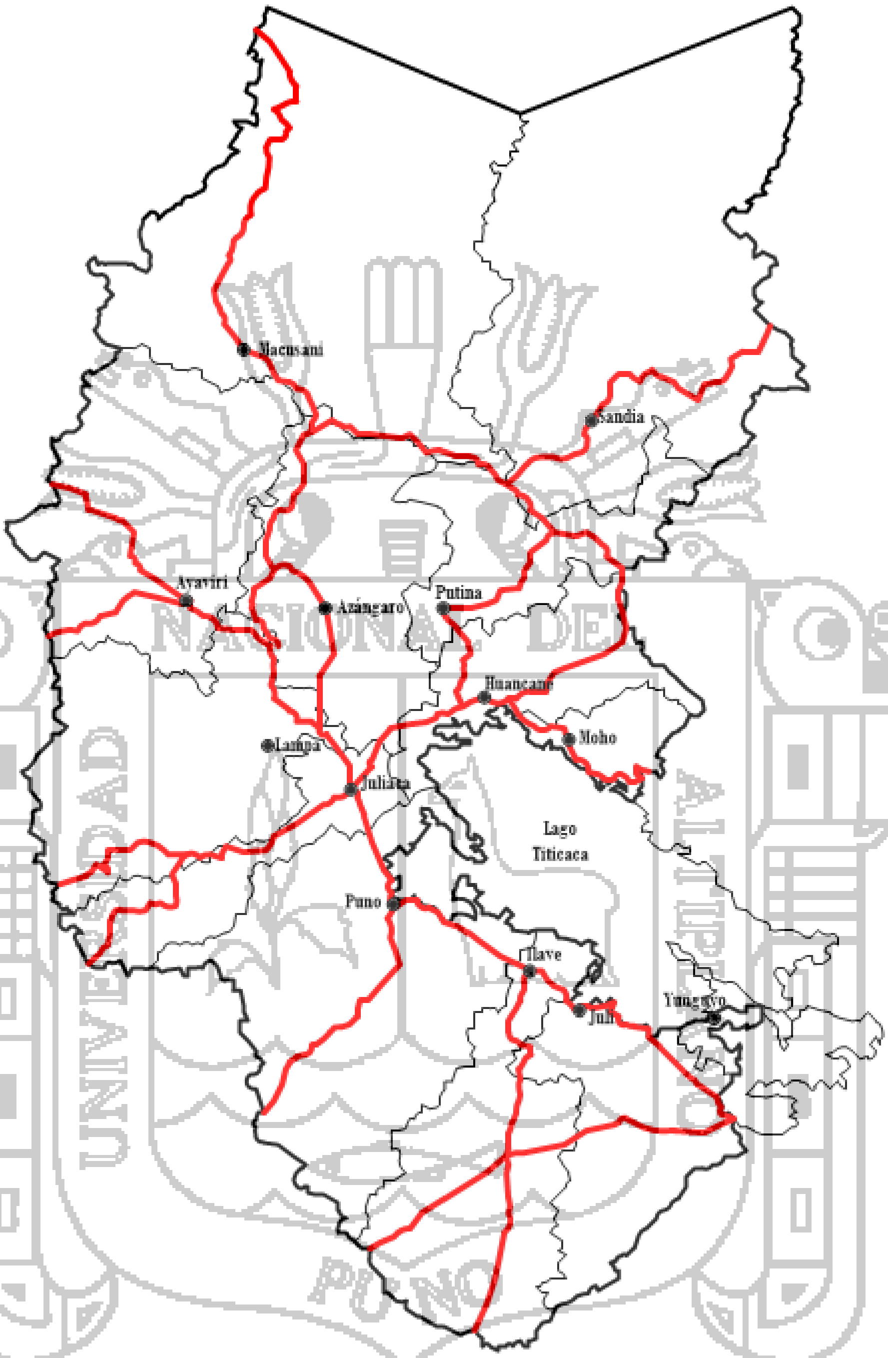
Ya que un grafo G en sí, por la definición 2.2.1 está compuesto por un conjunto de nodos y arcos, para fines de la presente investigación se considera lo siguiente:

Nodo = Los municipios provinciales de la región Puno.

Arco = Carretera que une dos municipios provinciales de la región Puno.

A partir del mapa vial de la red nacional de carreteras de la región Puno (Figura N° 2) se elabor el grafo correspondiente a dicha red (Figura N° 4), lo mismo sucedió con la inclusión de la red departamental de carreteras de la región Puno (Figura N° 3), logrando así,el grafo más real (Figura N° 5).

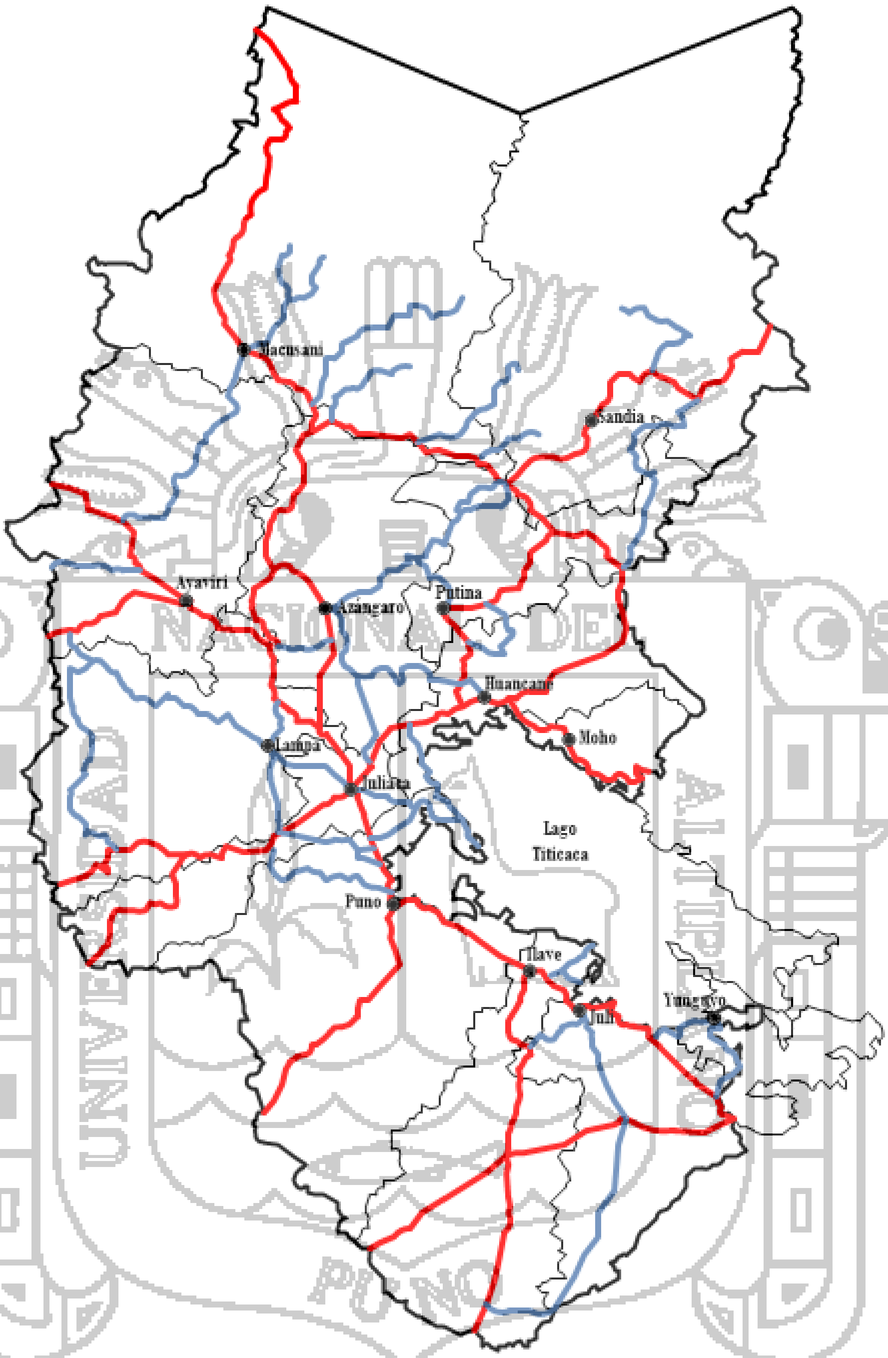
Figura N° 2: Mapa vial de la red nacional de carreteras



Fuente: Ministerio de Transportes y Comunicaciones MTC Puno 2015.

En la Figura N° 2 se muestra la región Puno y su red de carreteras del tipo Nacional representada por la línea de color rojo, según el ministerio de transportes y comunicaciones del Perú.

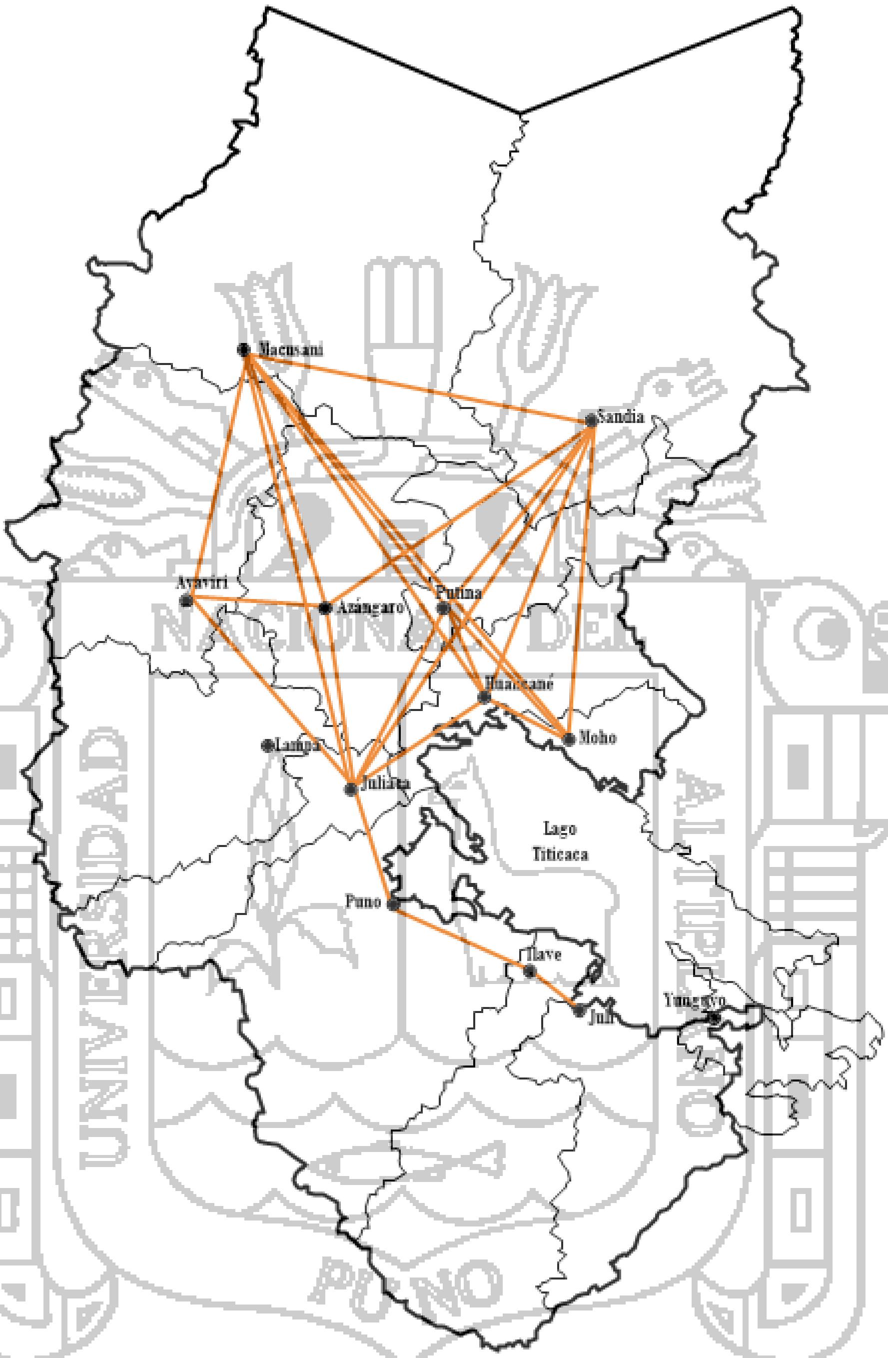
Figura N° 3: Mapa vial de la red nacional y regional de carreteras



Fuente: Ministerio de Transportes y Comunicaciones MTC Puno 2015.

En la Figura N° 3 se muestra la región Puno y su red de carreteras de tipo nacional representada por la línea de color rojo, además del tipo regional, representada por la línea de color azul, según el ministerio de transportes y comunicaciones del Perú.

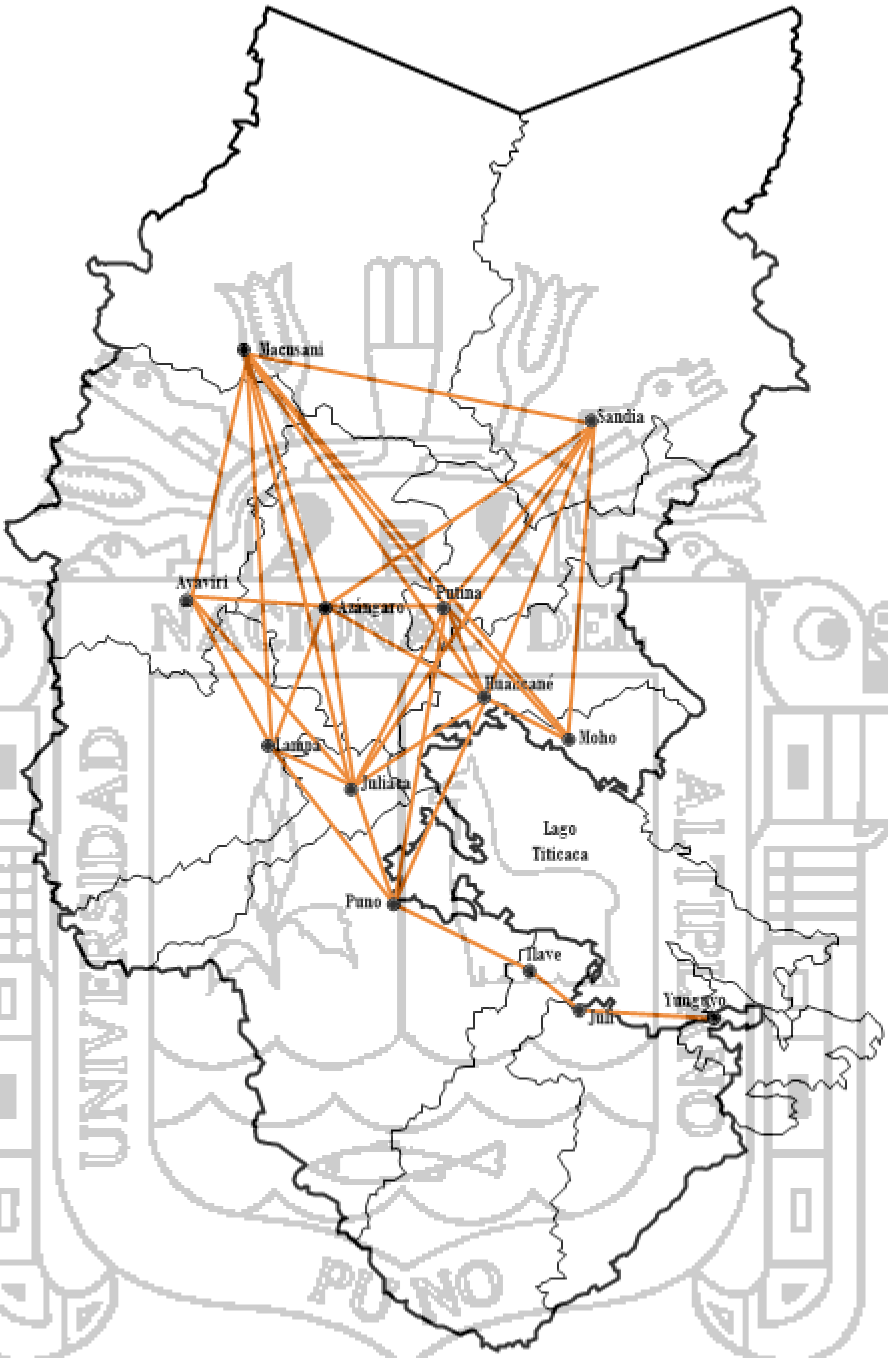
Figura N• 4: Grafo de la red nacional de carreteras



Fuente: Elaboración propia del autor

En la Figura N• 4 se muestra el grafo correspondiente a la red nacional de carreteras de región Puno descrito en la Figura N• 3, los arcos están representados por las líneas naranjas y los nodos por puntos que representan las ciudades capitales provinciales de la región Puno.

Figura N° 5: Grafo de la red nacional y regional de carreteras



Fuente: Elaboración propia del autor

En la Figura N° 5 se muestra el grafo correspondiente a la red nacional y regional de carreteras de región Puno descrito en la Figura N° 2, los arcos están representados por las líneas naranjas, y los nodos por puntos que representan las ciudades capitales provinciales de la región Puno.

Para cada caso se consideró como nodo a las ciudades capitales de cada provincia de la región Puno el cual se detalla a continuación:

Tabla N• 1: Nodos de la red de Carreteras de la región Puno

Provincia	Ciudad	Nodo
Azangaro	Azangaro	N1
Carabaya	Macusani	N2
Chucuito	Juli	N3
El Collao	Ilave	N4
Huancané	Huancané	N5
Lampa	Lampa	N6
Melgar	Ayaviri	N7
Moho	Moho	N8
Puno	Puno	N9
San Antonio de	Putina	N10
San Román	Juliaca	N11
Sandi	Sandia	N12
Yunguyo	Yunguyo	N13

Fuente: Elaboracion propia del autor.

En la tabla N• 1 se muestran en orden alfabético las provincias de la región Puno, sus respectivas ciudades capitales, y por último de la representación de éstas mediante nodos, por ejemplo, la ciudad de Puno capital de la provincia Puno está representada por el nodo N9.

A partir del grafo (Fig. 4) se generó la siguiente matriz de adyacencia:

Tabla N° 2: Matriz de Adyacencia de la Red Nacional de Carreteras de la región Puno

Nod	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8	N9	N10	N11	N12	N13	Grad
N1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	4
N2	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	7
N3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
N4	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2
N5	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	5
N6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N7	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	3
N8	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	4
N9	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	2
N10	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	5
N11	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	7
N12	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	6
N13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
													Total	46 =

Fuente: Elaboración propia del autor.

En la figura N° 4 se muestra que cada ciudad capital provincial de la región Puno como un nodo (vértice) y los arcos (aristas) representan las carreteras que unen dichas ciudades. Estos nodos y arcos resultan ser un grafo no conexo según la definición 2.2.12, pues existe un nodo no conectado, éste grafo tiene su matriz de adyacencia según la definición 2.2.15, representada en la tabla N° 2, en ésta tabla, por el teorema 2.2.2 se muestra que hay un total de 23 arcos, que representan a las carreteras que unen a las ciudades capitales provinciales de la región Puno.

Similarmente a partir del grafo (Fig. 5) se generó la siguiente matriz de adyacencia:

Tabla N• 3: Matriz de Adyacencia de la Red Nacional y Regional de Carreteras de la región Puno

Nod	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8	N9	N10	N11	N12	N13	Grad
N1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	7
N2	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	8
N3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2
N4	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2
N5	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	7
N6	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	5
N7	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	4
N8	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	4
N9	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	5
N10	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	7
N11	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	8
N12	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	6
N13	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
												Total		$\frac{66}{33}$ =

Fuente: Elaboración propia del autor.

La figura N• 5 muestra el grafo conexo de la red nacional y regional de carreteras según la definición 2.2.12, cuya matriz de adyacencia por la definición 2.2.15, de éste grafo está representado en la tabla N• 3, similarmente a la tabla N• 2, se muestra que hay un total de 33 arcos, que representan a las carreteras de la red nacional y regional de la región Puno.

4.2. Medidas de Conectividad

Como se ha definido anteriormente, el análisis de la conectividad permite conocer el grado de comunicación e integración recíproca entre los vértices de la estructura de la red. A partir de la Tabla N• 2 y Tabla N• 3, se encuentra la Tabla N• 4, en donde se reflejan los resultados de los diferentes índices, tanto a escala de la red vial Nacional, como la red vial Departamental y Nacional en conjunto.

Tabla N° 4: Índices de Conectividad de la red Nacional y Regional de Carreteras de la región Puno

Tip	Nodos	Arcos	$\beta =$	$\gamma =$	$\mu = a - (n$	$\alpha =$
Red vial	1	2	1.77	0.2	1	0.52
Red Vial Nac.	1	3	2.54	0.4	2	1

Fuente: Elaboración propia del autor.

A la vista de los resultados obtenidos, se observa que en la región Puno el valor de los índices β (definición 2.2.19) yγ (definición 2.2.20) es más alto a nivel nacional y regional juntos, el cual es consecuencia a que la cohesión es más alta cuando las red sea más tupida.

La cantidad máxima de circuitos que se pueden hallar en un grafo representada por el Número ciclomático μ por la definición 2.2.21, aumenta en casi al doble cuando se trata de ambas redes juntas.

Gracias al índice α de la definición 2.2.22, la red vial nacional y departamental juntas es un grafo completamente relacionado, mientras que la red nacional solo lo está medianamente relacionado.

4.3. Medidas de Accesibilidad y Centralidad

En relación con los conceptos, se acepta que un nodo es tanto más accesible cuanto mayor es el número de arcos que lo unen con el grafo, así pues a partir de la tabla N° 3 y de la definición 2.2.25, se genera lo siguiente:

Tabla N° 5: Matriz de Accesibilidad de la Red Nacional y Regional de Carreteras de la región Puno

Nod	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8	N9	N10	N11	N12	N13
N1	0	1	4	3	1	1	1	2	2	1	1	1	5
N2	1	0	4	3	1	1	1	1	2	1	1	1	5
N3	4	4	0	1	3	3	4	4	2	3	3	4	1
N4	3	3	1	0	2	2	3	3	1	2	2	3	2
N5	1	1	3	2	0	2	2	1	1	1	1	1	4
N6	1	1	3	2	2	0	1	2	1	2	1	2	4
N7	1	1	4	3	2	1	0	2	2	2	1	2	5
N8	2	1	4	3	1	2	2	0	2	1	2	1	5
N9	2	2	2	1	1	1	2	2	0	1	1	2	3
N10	1	1	3	2	1	2	2	1	1	0	1	1	4
N11	1	1	3	2	1	1	1	2	1	1	0	1	4
N12	1	1	4	3	1	2	2	1	2	1	1	0	5
N13	5	5	1	2	4	4	5	5	3	4	4	5	0

Fuente: Elaboración propia del autor.

A partir de la tabla N° 3 se ha generado la tabla N° 5, de la siguiente manera:

Se han reemplazado los ceros de la tabla N° 3 (excepto de la diagonal principal) por el número mínimo de arcos que unen a dos nodos, por ejemplo: el cero de la primera fila y la tercera columna ha sido reemplazado por el número cuatro, esto es del nodo N1 (Azángaro) hay cuatro arcos como mínimo para llegar al nodo N3 (Juli), es decir, según la figura N° 5, éstos cuatro arcos son: De N1 (Azángaro) a N11 (Juliaca), de N11 (Juliaca) a N9 (Puno), de N9 (Puno) a N4 (Ilave) y finalmente de N4 (Ilave) a N3 (Juli). Esto significa la accesibilidad a cada ciudad mediante las carreteras de la red nacional y regional de la región Puno.

Luego, a partir de ésta, se generó la tabla N° 6 de índices de accesibilidad y centralidad de red Nacional y Regional de carreteras de la región Puno, el cual se detalla a continuación:

Tabla N° 6: índices de Accesibilidad y Centralidad

Nod	Köning	Shimbe	Long.	Acces. Top.	Centralidad
N1	5	23	1.77	14.29	1.92
N2	5	22	1.69	10.71	1.83
N3	4	36	2.77	60.71	3
N4	3	27	2.08	28.57	2.25
N5	4	20	1.54	3.57	1.67
N6	4	22	1.69	10.71	1.83
N7	5	26	2	25	2.17
N8	5	26	2	25	2.17
N9	3	20	1.54	3.57	1.67
N10	4	20	1.54	3.57	1.67
N11	4	19	1.46	0	1.58
N12	5	24	1.85	17.86	2
N13	5	27	3.62	100	3.92

Fuente: Elaboración propia del autor.

Esta tabla ha sido generado a partir de la tabla N° 5, el número asociado de Koning resulta ser el mayor valor de cada fila de la matriz de accesibilidad, esto por la definición 2.2.26; el índice de Shimbel se obtiene sumando todos los valores de cada fila de la matriz de accesibilidad, esto por la definición 2.2.27; la longitud media de la vía se calcula dividiendo el índice de Shimbel entre el número total de nodos, esto por la definición 2.2.28; el índice de accesibilidad topológica relativa se calcula mediante la fórmula de la definición 2.2.29; La centralidad media se calcula dividiendo el índice de Shimbel entre el número total de nodos menos uno, ésto por la definición 2.2.34.

Así pues se ha calculado el número de Koning, resultando que los nodos Puno (3) e Ilave (3) son las más accesibles seguidas por Juli (4), Huancané (4), Lampa (6), Putina (4) y Juliaca (4).

El índice de Shimbel o accesibilidad absoluta presenta la ventaja, respecto al anterior, de obtenerse en función de todos los nodos del grafo, por lo que ofrece resultados más precisos y fiables, resultando que, el nodo de mayor accesibilidad absoluta es Juliaca (19), en cambio Yunguyo (47) es el peor accesibilidad.

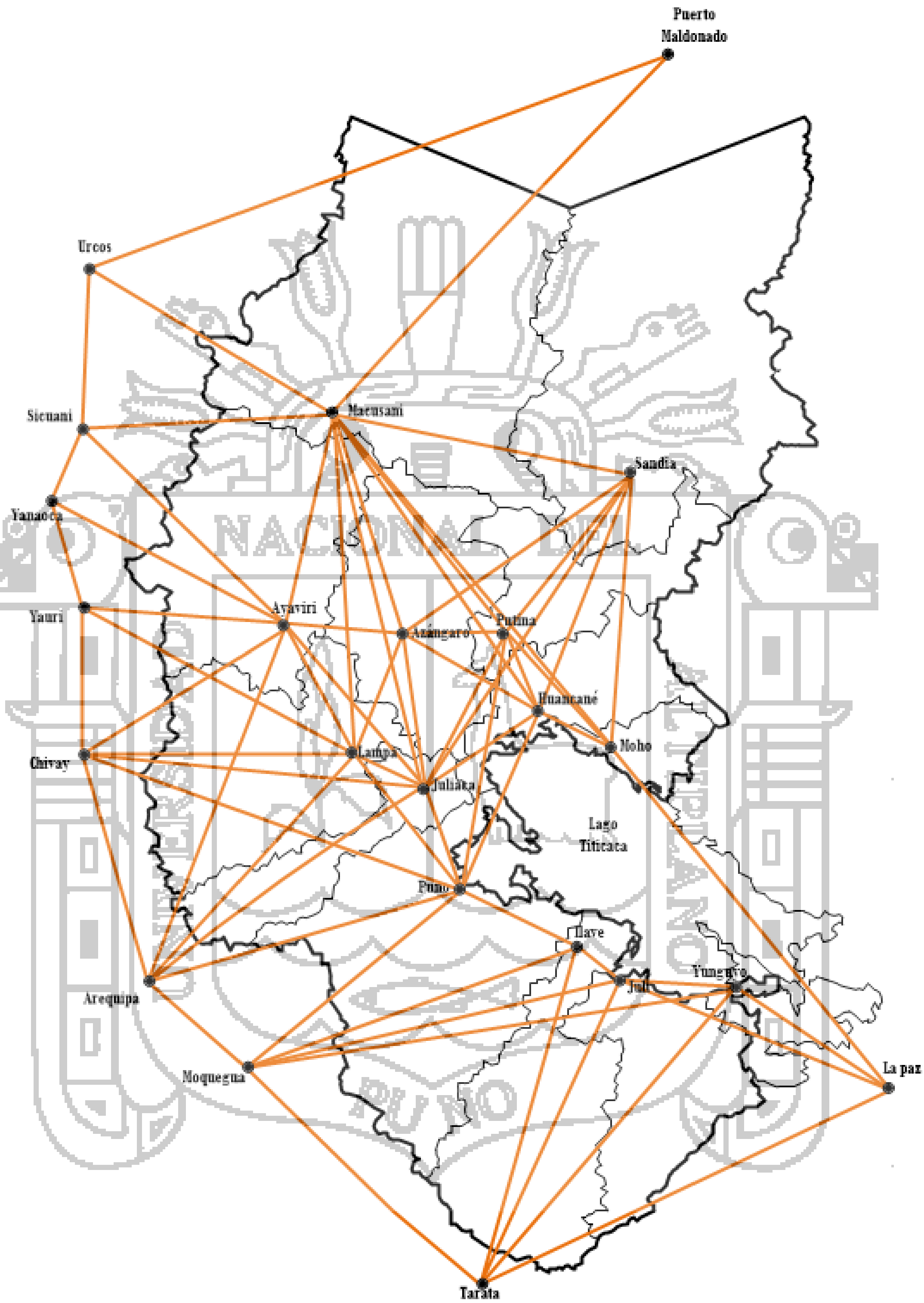
Por otra parte la longitud media de la vía no modifica la jerarquía anterior, pero si es interesante el resultado de la accesibilidad topológica relativa, pues indica que el nodo central es el mayor accesibilidad, en este caso es Juliaca que coincide con el cero, y mientras más alejado del centro menor accesibilidad, en este caso Yunguyo (100).

La centralidad espacial media, obtenida a partir del índice de Shimbel, posibilita conocer la posición de los nodos en el grafo, el valor mínimo evidencia el nodo mas central, el cual para tal caso la ciudad de Juliaca se encuentra en el centro seguida de Huancané (1.67), Puno (1.67) y Putina (1.67), y en la periferia esta Yunguyo (3.92).

4.4. Variaciones de Accesibilidad y Centralidad al Considerar las Relaciones con las Provincias Limítrofes

En el grafo de la Figura Nº 6 se muestran las relaciones de los nodos y arcos del grafo de la región Puno vinculados con el exterior de la región, esto es, se han relacionado los nodos y arcos de las provincias limítrofes que se conectan con la región Puno a través de la red nacional y regional de la región Puno.

Figura N• 6: Grafo de la red nacional y regional de carreteras considerando las provincias limítrofes



Fuente: Elaboración propia del autor.

A partir de éste, se genera la siguiente matriz (Tabla N° 7):

Tabla N° 7: Matriz de Accesibilidad de la Red de Carreteras de la región Puno y sus limítrofes

Nod	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8	N9	N10	N11	N12	N13	Köning
N1	0	1	4	3	1	1	1	2	2	1	1	1	4	4
N2	1	0	3	3	1	1	1	1	2	1	1	1	3	3
N3	4	3	0	1	3	3	3	2	2	3	3	3	1	4
N4	3	3	1	0	2	2	3	3	1	2	2	3	2	3
N5	1	1	3	2	0	2	2	1	1	1	1	1	3	3
N6	1	1	3	2	2	0	1	2	1	2	1	2	3	3
N7	1	1	3	3	2	1	0	2	2	2	1	2	3	3
N8	2	1	2	3	1	2	2	0	2	1	2	1	2	3
N9	2	2	2	1	1	1	2	2	0	1	1	2	2	2
N10	1	1	3	2	1	2	2	1	1	0	1	1	3	3
N11	1	1	3	2	1	1	1	2	1	1	0	1	3	3
N12	1	1	3	3	1	2	2	1	2	1	1	0	3	3
N13	4	3	1	2	3	3	3	2	2	3	3	3	0	4

Fuente: Elaboración propia del autor.

En la tabla N° 7 se muestra la matriz de accesibilidad correspondiente al grafo de la figura N° 6 gracias a la definición 2.2.25, además se integra el número de Köning correspondiente a cada nodo, por la definición 2.2.26.

A continuación se muestra la tabla N° 8 de índices de accesibilidad y centralidad (definiciones 2.2.27, 2.2.29 y 2.2.33) de la red Nacional y Regional de carreteras de la región Puno y sus limítrofes y su comparación con la tabla N° 6, el cual se detalla a continuación:

Tabla N° 8: Variaciones de Accesibilidad y Centralidad

Nod	Shimbe	Variació	Acces. Top.	Variació	Cent.	Variación
N1	22	-1	28.57	+14.28	1.83	-0.09
N2	19	-3	7.14	-3.57	1.58	-0.25
N3	31	-5	92.86	+32.15	2.58	-0.42
N4	27	0	64.29	+35.72	2.25	0
N5	19	-1	7.14	+3.57	1.58	-0.09
N6	21	-1	21.43	+10.72	1.75	-0.08
N7	23	-3	35.71	+10.71	1.92	-0.25
N8	21	-5	21.43	-3.57	1.75	-0.42
N9	19	-1	7.14	+3.57	1.58	-0.09
N10	19	-1	7.14	+3.57	1.58	-0.09
N11	18	-1	0	0	1.50	-0.08
N12	21	-3	21.43	+3.57	1.75	-0.25
N13	32	-15	100	0	2.67	-1.25

Fuente: Elaboración propia del autor.

Al considerar las provincias limítrofes a la región Puno, el índice de Shimbel aumenta en todos los nodos siendo el más beneficiado Yunguyo (-15) seguido por Juli (-5) y Moho (-5) (índice de Shimbel), pero aun sigue siendo el de menor accesibilidad en comparación con los demás nodos (accesibilidad topológica relativa).

Macusani y Moho mejoraron su accesibilidad (-3.57) en relación a los demás nodos, además de que Juliaca (0) sigue siendo el centro nodo de mayor accesibilidad del grafo.

En referencia a la centralidad, todos mejoraron en menor grado, a excepción de Ilave (0) que no vario, y Yunguyo (-1.25) que mejor más que los demás nodos.

En consecuencia, la accesibilidad de los nodos mejora ligeramente, pero como un con- junto jerárquico de los nodos apenas modifican su posición, visto esto en la tabla N° 8 de variación de índices de accesibilidad y centralidad.

4.5. Relación de Accesibilidad y el Desarrollo de la Región Puno

La relación entre la variable de accesibilidad con la de la población y el Índice de Desarrollo Humano (IDH) demuestra que la red de carreteras de no estar relacionado de forma lineal (Fig. 7 y 8), pues la correlación de pearson entre la accesibilidad (índice omega) y la población es -0.29 y con el Índice de Desarrollo Humano (IDH) es de -0.28, ambos cercanos a cero.

Tabla N° 9: Población e IDH de la región Puno

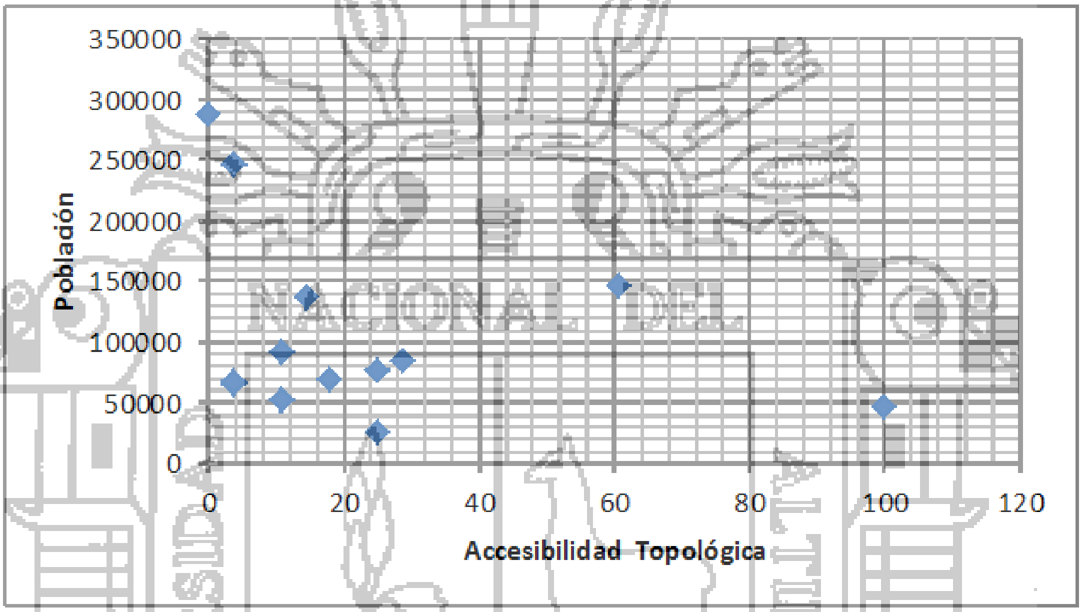
Provincia	Ciudad Capital	Poblacion	IDH
Azangaro	Azangaro	137 579	0.2808
Carabaya	Macusani	92 801	0.2648
Chucuito	Juli	147 694	0.3162
El Collao	Ilave	85 011	0.3455
Huancané	Huancané	65 782	0.2848
Lampa	Lampa	52 366	0.3465
Melgar	Ayaviri	77 111	0.35
Moho	Moho	25 907	0.2687
Puno	Puno	247 151	0.4712
San Antonio de	Putina	66 836	0.4034
San Román	Juliaca	287 823	0.497
Sandi	Sandia	69 777	0.3359
Yunguyo	Yunguyo	47 658	0.326

Fuente: PNUD Perú 2012.

En la tabla N° 9 se muestra las provincias en orden alfabético de la región Puno, además de sus ciudades capitales, población de cada ciudad según el Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI) y su respectivo Índice de Desarrollo Humano (IDH), según el Programa de Desarrollo de las Naciones Unidas (PNUD) año 2012.

Al considerar el coeficiente de determinación, la asociación de accesibilidad con la variable población es 0.09 y con el IDH es 0.09, este resultado argumenta que no existe una relación lineal entre el grado de accesibilidad de la red de carreteras y el desarrollo de la región Puno.

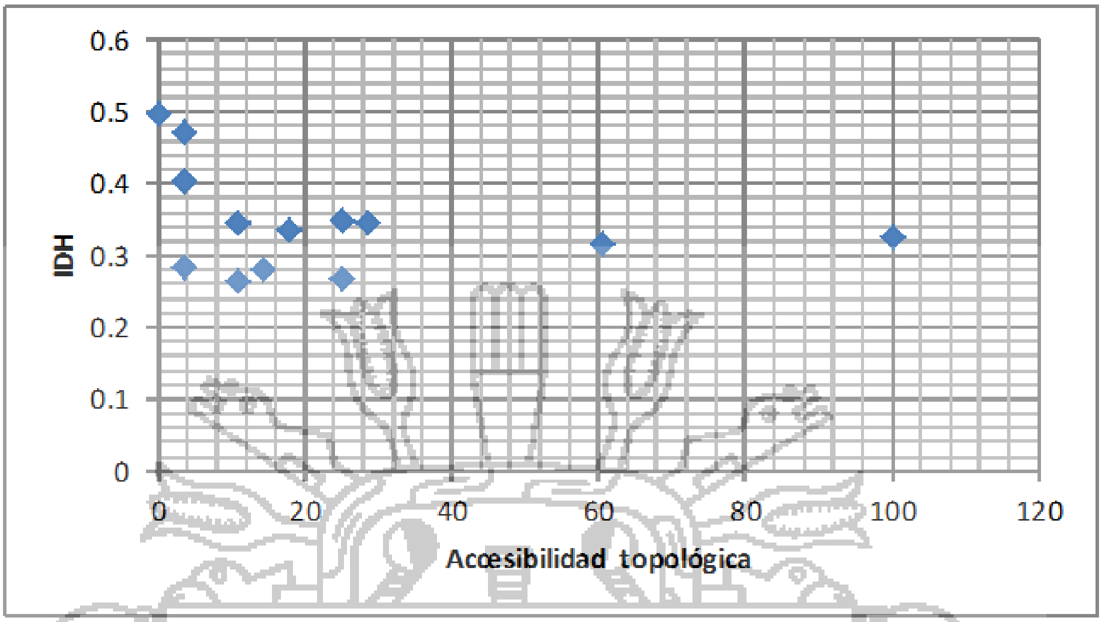
Figura N• 7: Accesibilidad vs Población



Fuente: Elaboración propia del autor.

En la figura N• 7 se muestra la relación entre la accesibilidad topológica de la red de carreteras de la región Puno mostrado en la tabla N• 6, y la población mostrada en la tabla N• 9.

Figura N° 8: Accesibilidad vs IDH



Fuente: Elaboración propia del autor.

En la figura N° 7 se muestra la relación entre la accesibilidad topológica de la red de carreteras de la región Puno mostrado en la tabla N° 6, y el IDH mostrada en la tabla N°

9.

Conclusiones

- El cálculo matemático de los diferentes índices de conectividad accesibilidad y centralidad propios de la teoría de grafos si contribuyen en la organización espacial de la red de carreteras a escala nacional y regional de la región Puno, como se muestran en las tablas 1 al 8.

- El análisis de la red de carreteras de la región Puno, mediante la aplicación de la teoría de grafos, ha puesto de manifiesto la alta conectividad de la red cuando se considera la integración de todas las infraestructuras viarias, mientras que el grado de cohesión se reduce notablemente con la desagregación a solo la red nacional como se muestra en la tabla N° 4; la accesibilidad, por su parte, corrobora que los nodos mas accesibles se encuentran localizados en el centro del grafo, siendo decreciente a medida que aumenta la distancia; mientras que la centralidad se refleja en torno al nodo central Juliaca, siendo la periferia sur la más desfavorable como se muestra en la tabla N° 6.

- La integración de nodos exteriores a la región Puno en el grafo supone un ligero aumento de accesibilidad en los nodos de Yunguyo, Macusani y Moho, mientras que en la centralidad Juliaca no deja de ser claramente el centro del grafo, mientras que Yunguyo mejora más que los demás nodos en este aspecto como se muestra en la tabla N° 8.

- La relación entre el índice de accesibilidad y las variables socioeconómicas (población e IDH) pone de manifiesto también que no existe o es casi nula el grado de correlación entre ellas como se muestra en la tabla N° 9 y Figuras 7 y 8.

Recomendaciones

- La teoría de grafos es un área de las matemáticas que tiene muchas aplicaciones en la vida real como en la economía, ciencias sociales, red de comunicaciones, investigación operativa, ingeniería, etc. Por lo que se recomienda a los estudiantes de la Escuela Profesional de Ciencias Físico Matemáticas de la Universidad Nacional del Altiplano Puno, realizar trabajos de investigación en ésta área.

- La organización espacial de la red de carreteras de la región Puno mediante la teoría de grafos se puede generalizar para la organización de la red de carreteras a nivel macro, es decir integrando todas las redes de carreteras nacional, regional y vecinal de todo nuestro país.

Bibliografía

[1] Biggs, Norman. (1974), Algebraic Graph Theory, Cambrige University Prees.

[2] Binimelis Sebastián, J. (1989): Evolución de la Red Viaria de la Isla de Mallorca. Aplicación Metodológica de la Teoría de Grafos, XI Congreso Nacional de Geografía, pp.118-130, AGE, Madrid.

[3] Cardozo, Osvaldo Daniel. (2006). Medidas Estadísticas Aplicadas al Estudio de la Distribución Espacial de la Población, Revista de la Facultad de Humanidades. Serie Docencia. Resistencia, Universidad Nacional del Nordeste. Argentina

[4] Dirección Regional de Transportes, Comunicaciones , Vivienda y Construcción Puno. (2008). Plan de Desarrollo Concertado a Mediano Plazo 2008-2012 Gobierno Regional de Puno.

[5] Gillham, O. (2002). The limitless city. A primer on the urban sprawl debate. Wa- shington: Island Press.

[6] Harary, Frank.(1972), Graph T heory, Addison Wesley.

[7] Instituto Nacional de Estadística e Informática (2015). Directorio Nacional de Municipalidades Provinciales, Distritales y Centros Poblados. Perú

[8] Martellato, D. Nijkamp, P. y Reggiani, A. (1995): Measurement and measures of network accesibility: economic perspectives, Conference European Transport and Comunications Networks, Espinho, Portugal.

[9] Ministerio de Transportes y Comunicaciones. (2010), Resumen ejecutivo de transportes. Gobierno Nacional del Perú.

[10] Ministerio de Transportes y Comunicaciones.(2012), Plan Estratégico Multianual Sector Transportes y Comunicaciones 2012 - 2016 , Gobierno Nacional del Perú.

[11] Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo Humano PNUD. (2012), Informe Anual. ONU. Perú.

[12] Rosen Kenneth, H. (2004), Matemática Discreta y sus Aplicaciones, McGraw Hill.

[13] Seguí Pons, Joana María y Martínez Reynés, María Rosa. (2004). Geografía de los Transportes, Palma de Mallorca: Universidad de les Illes Balears.