



**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL Y ARQUITECTURA**  
**ESCUELA PROFESIONAL DE CIENCIAS FÍSICO**  
**MATEMÁTICAS**



**MODELO DE FLUJO SANGUÍNEO PARA LA ARTERIA  
CORONARIA IZQUIERDA HUMANA UTILIZANDO  
HIDRODINÁMICA SUAVIZADO DE PARTÍCULAS.**

**TESIS**

**PRESENTADA POR:**

**Bach. LUIS APAZA MAMANI**

**PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:**

**LICENCIADO EN CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS**

**PUNO – PERÚ**

**2022**



## DEDICATORIA

*Mi vida y mi alma dedica este trabajo de investigación a Dios, porque Él da la sabiduría, el conocimiento y la ciencia brota de sus labios. Lo logrado en esta investigación solo pudo ser a la voluntad de Dios, porque de Él, por Él y para Él sean todas las cosas, a Él sea la gloria para siempre.*



## AGRADECIMIENTO

*A ti oh Jehová, elevaré mi vida, mi alma. Dios mío, en ti confío y cada segundo de mi vida me regocijo en tu palabra y agradezco todo lo que me das, por bendecirme en tu misericordia por el apoyo que recibí de mi familia para mi formación profesional, de mis Padres Sipriano y Clotilde; y mis hermanos Ernesto, Naty, Ana, Mauro, Edith y David,. Y a ti Dios te agradezco la culminación de esta tesis.*

*Agradezco a mi linda esposa Lucy, por acompañarme en este lindo viaje de la vida.*

*También, agradecer a la Universidad Nacional del Altiplano, por ser una institución que me permitió forjar mi formación profesional.*

*A mi facultad de Ingeniería Civil y Arquitectura, y todos los que son parte de este familia institucional.*

*A mi entrañable escuela profesional de Ciencia Físico Matemáticas, y a cada maestro que trabajan en el desarrollo y divulgación de la ciencia.*

*Agradezco al M.Sc. Roberto Augusto Del Carpio por ser una inspiración como maestro al desarrollo de mi profesión como Físico Matemático y también por los consejos brindados en la elaboración y desarrollo de esta investigación.*



# ÍNDICE GENERAL

**DEDICATORIA**

**AGRADECIMIENTO**

**ÍNDICE GENERAL**

**ÍNDICE DE FIGURAS**

**ÍNDICE DE TABLAS**

**ÍNDICE DE ACRÓNIMOS**

**RESUMEN** ..... 12

**ABSTRACT**..... 13

## **CAPÍTULO I**

### **INTRODUCCIÓN**

**1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA** ..... 15

**1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA** ..... 16

**1.3. HIPOTESIS DE LA INVESTIGACIÓN**..... 17

1.3.1. Hipótesis general..... 17

1.3.2. Hipótesis específicos..... 17

**1.4. JUSTIFICACIÓN DEL ESTUDIO** ..... 17

**1.5. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN** ..... 18

1.5.1. Objetivo general..... 18

1.5.2. Objetivos específicos ..... 19

## **CAPÍTULO II**

### **REVISIÓN DE LITERATURA**

**2.1. MARCO TEÓRICO**..... 20

2.1.1. Importancia de las simulaciones en fluidos ..... 20

2.1.2. Propiedades de los fluidos ..... 21



2.1.3. Importancia de la simulación.....	22
2.1.4. Principios de conservación. ....	25
2.1.5. Ecuaciones de Navier- Stokes para Fluidos.....	30
2.1.6. Dinámica de fluidos computacionales .....	31
2.1.7. Métodos numéricos.....	33
2.1.8. Método hidrodinámica suavizada de partículas (HSP).....	37
2.1.9. Fundamento del método HSP .....	38
2.1.10. Tipos de Kernel.....	42
<b>2.2. BIOMECÁNICA .....</b>	<b>44</b>
<b>2.3. HIDRODINÁMICA SANGUÍNEA .....</b>	<b>45</b>
2.3.1. Descripción del sistema cardiovascular .....	45
2.3.2. Teorías sobre hemodinámica .....	49
<b>2.4. LAS ARTERIAS CORONARIAS .....</b>	<b>50</b>
<b>2.5. AMBITOS DE APLICACIÓN .....</b>	<b>52</b>
2.5.1. Aterosclerosis.....	53
<b>2.6. CIRCULACIÓN Y VORTICIDAD .....</b>	<b>54</b>
<b>2.7. PERFILES DE FLUJO .....</b>	<b>55</b>
<b>2.8. ECUACIÓN DE BERNOULLI.....</b>	<b>57</b>
<b>2.9. MARCO CONCEPTUAL.....</b>	<b>58</b>
<b>2.10. ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN.....</b>	<b>60</b>

### CAPÍTULO III

#### MATERIALES Y MÉTODOS

<b>3.1. UBICACIÓN GEOGRÁFICA DEL ESTUDIO .....</b>	<b>63</b>
<b>3.2. PERIODO DE DURACIÓN DEL ESTUDIO .....</b>	<b>63</b>
<b>3.3. PRESUPUESTO .....</b>	<b>64</b>



<b>3.4. PROCEDENCIA DEL MATERIAL UTILIZADO .....</b>	<b>64</b>
<b>3.5. POBLACIÓN Y MUESTRA DEL ESTUDIO .....</b>	<b>64</b>
3.5.1. Población .....	64
3.5.2. Muestra .....	64
<b>3.6. MÉTODO DE INVESTIGACIÓN.....</b>	<b>65</b>
<b>3.7. MÉTODO HIDRODINAMICA SUAVIZADO DE PARTICULAS (HSP) IMPLEMENTADO EN ALGODOO .....</b>	<b>65</b>
<b>3.8. MÉTODO PARA LA SIMULACIÓN EN 2D .....</b>	<b>66</b>
<b>3.9. VARIABLES Y SU OPERACIONALIZACIÓN .....</b>	<b>75</b>
3.9.1. Variable independiente .....	75
3.9.2. Variable dependiente .....	75
3.9.3. Operacionalización .....	75
<b>CAPÍTULO IV</b>	
<b>RESULTADOS Y DISCUSIÓN</b>	
<b>4.1. RESULTADOS .....</b>	<b>77</b>
<b>4.1.1. EXPERIMENTO PARA 175 PARTICULAS DE 0.09cm DE RADIO .....</b>	<b>77</b>
<b>4.1.2. EXPERIMENTO PARA 714 PARTICULAS DE 0.03cm DE RADIO .....</b>	<b>79</b>
<b>4.1.3. EXPERIMENTO PARA 6700 PARTICULAS DE 0.01cm DE RADIO .....</b>	<b>84</b>
<b>4.2. DISCUSIÓN.....</b>	<b>88</b>
<b>V. CONCLUSIONES .....</b>	<b>91</b>
<b>VI. RECOMENDACIONES .....</b>	<b>93</b>
<b>VII. REFERENCIAS.....</b>	<b>94</b>



**ANEXOS**..... 101

**ÁREA :** Física

**TEMA:** Hidrodinámica Suavizada de Partículas

**LÍNEA DE INVESTIGACIÓN:** Física Aplicada

**FECHA DE SUSTENTACIÓN: 01 de julio del 2022**



## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b>	Representación de un sistema genérico de flujo. ....	28
<b>Figura 2.</b>	Diferencias entre los métodos Lagrangiano y Euleriano. ....	34
<b>Figura 3.</b>	Dominio del Kernel.....	42
<b>Figura 4.</b>	Sistema de distribución cardiovascular.....	46
<b>Figura 5.</b>	Relación entre el sistema cardiovascular y nervioso .....	49
<b>Figura 6.</b>	Arterias coronarias del corazón.....	51
<b>Figura 7.</b>	Formación y crecimiento de la aterosclerosis .....	53
<b>Figura 8.</b>	Circulación alrededor de un contorno C. ....	55
<b>Figura 9.</b>	Perfiles de flujo. (CIANCAGLINI, 2004) .....	56
<b>Figura 10.</b>	Perfil de acuerdo a la técnica doppler. (CIANCAGLINI, 2004) .....	57
<b>Figura 11.</b>	Partes de la arteria coronaria izquierda. ....	67
<b>Figura 12.</b>	Medida del tronco de la arteria coronaria izquierda. ....	68
<b>Figura 13.</b>	Medida de la arteria anterior descendente izquierda.....	69
<b>Figura 14.</b>	Medidas de la arteria circunfleja.....	69
<b>Figura 15.</b>	Estructura completa de la arteria coronaria izquierda en 2D.....	69
<b>Figura 16.</b>	Estructura completa de la arteria coronaria izquierda con acumulación de grasa. ....	70
<b>Figura 17.</b>	Pared arterial del tronco de la arteria coronaria izquierda. ....	71
<b>Figura 18.</b>	Pared arterial de la arteria anterior descendente izquierda. ....	71
<b>Figura 19.</b>	Pared arterial de la arteria circunfleja. ....	72
<b>Figura 20.</b>	Estructura completa de la pared arterial completa de la arteria coronaria izquierda.....	72
<b>Figura 21.</b>	Estructura completa de la pared arterial de la arteria coronaria izquierda con acumulación de grasa. ....	72



<b>Figura 22.</b> Flujo sanguíneo representado por 175 partículas de 0.09 cm de radio. ....	73
<b>Figura 23.</b> Flujo sanguíneo representado por 714 partículas de 0.03 cm de radio. ....	73
<b>Figura 24.</b> Flujo sanguíneo representado por 6700 partículas de 0.01 cm de radio. ....	74
<b>Figura 25.</b> Prueba del programa. ....	74
<b>Figura 26.</b> Primer experimento para observar el frente parabólico. ....	77
<b>Figura 27.</b> Distribución del flujo sanguíneo. ....	78
<b>Figura 28.</b> Parte inicial del segundo experimento. ....	79
<b>Figura 29.</b> Continuidad del flujo sanguíneo en la arteria circunfleja y anterior descendente. ....	80
<b>Figura 30.</b> Segundo experimento con acumulación de grasa. ....	81
<b>Figura 31.</b> Observación de vórtices en las arterias. ....	82
<b>Figura 32.</b> Flujo sanguíneo para tres acumulaciones de grasa. ....	83
<b>Figura 33.</b> Observación de más de un vórtice. ....	83
<b>Figura 34.</b> Inicio de tercer experimento. ....	84
<b>Figura 35.</b> Intermedio del tercer experimento. ....	84
<b>Figura 36.</b> Tercer experimento con una acumulación de grasa. ....	85
<b>Figura 37.</b> Tercer experimento en tres acumulaciones de grasas. ....	86
<b>Figura 38.</b> Tercer experimento en observación de vórtices. ....	87
<b>Figura 39.</b> Se presenta las partes principales del programa de simulación Algodo. ....	103



## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1.</b>	Propiedades de los fluidos. (ÁGUILA CHÁVEZ & SANTACRUZ YUNGA, 2018) .....	21
<b>Tabla 2.</b>	Etapas de las simulaciones .....	23
<b>Tabla 3.</b>	Contraste experimentación y simulación .....	24
<b>Tabla 4.</b>	Diferencias entre el método Euleriano y Lagrangiano .....	35
<b>Tabla 5.</b>	Tipos de Kernel .....	43
<b>Tabla 6.</b>	Características del sistema vascular, valores medios. (PLAZA, 2006) .....	47
<b>Tabla 7.</b>	Actividades durante la investigación. ....	63
<b>Tabla 8.</b>	Comparación entre los resultados obtenidos en la investigación y lo dispuesto en la literatura científica ( (PLAZA, 2006) y (SHAHRIARI et al, 2012). (Para 175 partículas).....	79
<b>Tabla 9.</b>	Comparación entre los resultados obtenidos en la investigación y lo dispuesto en la literatura científica ( (PLAZA, 2006) y (SHAHRIARI et al, 2012). (Para 714 partículas).....	81
<b>Tabla 10.</b>	Comparación entre los resultados obtenidos en la investigación y lo dispuesto en la literatura científica ( (PLAZA, 2006) y (SHAHRIARI et al, 2012). (Para 6700 partículas).....	85



## ÍNDICE DE ACRÓNIMOS

HSP	: Hidrodinámica Suavizada de Partículas
DFC	: Dinámica de Fluidos Computacional
MDF	: Método de Diferencias Finitas
MVF	: Método de Volúmenes Finitos
MEF	: Método de Elementos Finitos
ACI	: Arteria Coronaria Izquierda
ACD	: Arteria Coronaria Derecha
AC	: Arteria Circunfleja
ADAI	: Arteria Descendente Anterior Izquierda
DP	: Descendente Posterior
MO	: Marginal Oblicua



## RESUMEN

En la presente investigación se realiza un análisis al modelo del flujo sanguíneo para la arteria coronaria izquierda humana. El objetivo es establecer un modelo de flujo sanguíneo en la arteria coronaria izquierda con el método de Hidrodinámica suavizado de partículas. Para lograr este objetivo, se consideró un tratamiento cuantitativo, y una metodología en base a la implementación de la simulación y animación gráfica en 2D utilizando el programa Algodoo el cual está fundamentado en el método de simulación de fluidos HSP (Hidrodinámica Suavizada de Partículas), este método permitió la resolución numérica de las ecuaciones de Navier-Stokes del flujo sanguíneo. Por ello se construyó un laboratorio virtual en Algodoo y se realizó experimentos en 2D del flujo sanguíneo en la arteria coronaria izquierda, considerando las medidas geométricas dadas por la literatura científica de un cuerpo rígido en forma equivalente a la arteria en mención, dichas pruebas se desarrollaron para 175, 714 y 6700 partículas de radios 0,09cm, 0,03cm y 0,01cm respectivamente. Los resultados obtenidos respecto a la velocidad están en el rango de 48 cm/s en el tronco de la arteria, 41cm/s en la arteria descendente, 43 cm/s en la arteria circunfleja y la densidad considerada es de 1050 kg/m<sup>3</sup>. Estos valores desarrollaron el modelo de flujo sanguíneo, y permitió analizar el movimiento del perfil parabólico y aparición de vorticidades para el caso de arterias obstruidas por acumulación de grasas. Con todo lo expuesto se concluyó que el método de hidrodinámica suavizada de partículas implementado en Algodoo logró desarrollar el modelo del flujo sanguíneo para la arteria coronaria izquierda conformada por partículas, por ello se refirió buenas capacidades del método HSP en la simulación de fluidos sanguíneos. Finalmente se recomienda extender el estudio a 3D, con más de 100 000 partículas, y aplicarlos a distintas partes del organismo humano.

**Palabras Clave:** Algodoo, arteria coronaria, HSP y flujo sanguíneo.



## ABSTRACT

In the present investigation, an analysis is made of the blood flow model for the human left coronary artery. The objective is to establish a model of blood flow in the left coronary artery with the hydrodynamic particle smoothing method. To achieve this objective, a quantitative treatment was considered, and a methodology based on the implementation of simulation and graphic animation in 2D using the Algodoo program, which is based on the fluid simulation method HSP (Hydrodynamics Smoothed Particles), this method allowed the numerical resolution of the Navier-Stokes equations of blood flow. For this reason, a virtual laboratory was built in Algodoo and 2D experiments of blood flow in the left coronary artery were carried out, considering the geometric measurements given by the scientific literature of a rigid body equivalent to the artery in question, these tests were developed for 175, 714 and 6700 particles of radii 0.09cm, 0.03cm and 0.01cm respectively. The results obtained regarding the velocity are in the range of 48 cm/s in the trunk of the artery, 41 cm/s in the descending artery, 43 cm/s in the circumflex artery and the density considered is  $1050 \text{ kg/m}^3$ . These values developed the blood flow model, and allowed to analyze the movement of the parabolic profile and the appearance of vorticities in the case of arteries clogged by fat accumulation. With all the above, it was concluded that the smoothed hydrodynamics method of particles implemented in Algodoo managed to develop the blood flow model for the left coronary artery made up of particles, for this reason good capabilities of the HSP method in the simulation of blood fluids were referred. Finally, it is recommended to extend the study to 3D, with more than 100,000 particles, and apply them to different parts of the human body.

**Keywords:** Algodoo, coronary artery, HSP and blood flow.



# CAPÍTULO I

## INTRODUCCIÓN

Los modelos Físicos computacionales en la actualidad están tomando una importancia sustancial para el avance de las tecnologías. Es por ello que la presente investigación tiene como objeto generar un modelo de flujo sanguíneo que puede ser utilizada para analizar la dinámica que se presenta en una arteria coronaria izquierda, y proyectarse como utilidad para los usos en la rama de la medicina. Para lograr esto se implementó un fluido sanguíneo con el método de Hidrodinámica Suavizada de Partículas (HSP) y la pared arterial representada como un cuerpo rígido conformada por partículas. En el proceso del trabajo se consideraron diversos pasos que permitieron lograr dar respuesta a los objetivos de investigación. En el capítulo I se abordó la problemática de la investigación, en la que se explica la importancia de los modelos físicos para resolver problemas aplicados al flujo sanguíneo en arterias. La justificación se centró a la importancia que lleva esta investigación a los diagnósticos médicos referidos para obstrucciones en las arterias, lo cual permitirá profundizar más en estos aspectos. En el capítulo II se revisó parte de la literatura científica referida a esta área, comprendida en el marco teórico de la investigación, empezando por el fundamento hidrodinámico, lo cual permite delimitar las herramientas que se utilizarán en el modelo sanguíneo. También se consideró un desarrollo de la importancia que representa las simulaciones para nuestra actualidad. Además se desarrolló las ecuaciones y herramientas utilizada en la generación del modelo sanguíneo, como la ecuación de Navier-Stokes y el método de hidrodinámica suavizada de partículas. Posteriormente se consideró los antecedentes relacionados a los modelos de fluidos. En el capítulo III se indican los materiales empleados en la investigación sin dejar de mencionar la ubicación geográfica y periodo



de duración del estudio, presupuesto, procedencia del material utilizado, población y muestra. Se explica además la metodología que se utilizó, indicando el tipo de investigación y desarrollando los detalles de cómo se implementaron las herramientas del programa Algodoos para realizar la simulación en 2D del modelo de flujo sanguíneo en la arteria coronaria izquierda. En el capítulo IV se presentan los resultados experimentales obtenidos del modelo de flujo sanguíneo en 2D y se realiza un análisis de estas mismas, además que se pudo visualizar el perfil parabólico característico en flujos sanguíneos. Un fenómeno interesante que se resaltó son los vórtices que se generaron en las arterias con acumulación de grasas. Por ello las conclusiones al final del documento resaltan la importancia del modelo de flujo sanguíneo en 2D obtenidas por el programa Algodoos basado en el método HSP, dando lugar a recomendar la realización de futuras investigaciones en distintas arterias de interés del ser humano y aplicadas en 3D.

### **1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

Los modelos de fenómenos físicos permiten resolver problemas de la vida real, considerando su importancia para el análisis, prevención y desarrollo de la tecnología. En el ámbito de la medicina un modelo proyectado para analizar el flujo sanguíneo, permite explorar mejor la comprensión de las distintas enfermedades relacionadas a la parte del flujo sanguíneo en las arterias.

A nivel físico – matemático el flujo sanguíneo se describe por las ecuaciones de Navier-Stokes, el cual solo pueden encontrar soluciones aproximadas en la parte numérica, esto debido a que analíticamente estas ecuaciones tienen un grado de dificultad en resolverlas, siendo catalogada por la comunidad científica como una de las ecuaciones irresolubles en esta parte de la ciencia. Por ello a nivel analítico se genera un grado de



dificultad implementar la velocidad y demás propiedades del flujo sanguíneo planteado en este estudio.

Por ello los métodos numéricos juegan un papel de suma importancia en estos asuntos. De los cuales se pueden mencionar los métodos Eulerianos y Lagrangianos. En los métodos Eulerianos podemos listar a los métodos de elementos finitos, volúmenes finitos, etc. Estos métodos se caracterizan por su uso de un dominio de mallado, y su dificultad en seguir la trayectoria, así como también su difícil capacidad de poder obtener los datos de un punto del material en función del tiempo. Por otro lado, los métodos Lagrangianos utilizan una solución basada en el criterio de partículas; el método de Hidrodinámica Suavizada de Partículas es uno de los métodos que usa este principio, el cual nos permite obtener una facilidad de seguimiento de las trayectorias y de los datos de un punto material en función del tiempo. Siendo óptimo para el desarrollo de un modelo de flujo sanguíneo para la arteria coronaria izquierda.

De todo lo indicado, el método HSP es factible para dar soluciones numéricas para el modelo de flujo sanguíneo. Esto permitirá la utilidad no solamente a la comunidad científica de físicos y matemáticos, sino también a la parte aplicada que es la medicina específicamente a los cardiólogos.

## 1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

El problema de investigación lo planteamos como sigue:

### **General:**

- ¿Es posible que el método Hidrodinámica Suavizada de Partículas (HSP) logre establecer un modelo de flujo sanguíneo para la arteria coronaria izquierda humana?



### **Específicos:**

- ¿Las medidas de la densidad, presión, velocidad, vorticidad y caudal permiten el desarrollo del modelo de flujo sanguíneo?
- ¿Se puede establecer una comparación de las propiedades físicas obtenidas con los datos experimentales proporcionados en la literatura científica?

## **1.3. HIPOTESIS DE LA INVESTIGACIÓN**

### **1.3.1. Hipótesis general**

El método de Hidrodinámica Suavizado de Partículas permite establecer un modelo de flujo sanguíneo en la arteria coronaria izquierda humana.

### **1.3.2. Hipótesis específicos**

- 1.- Con el modelo de flujo sanguíneo para la arteria coronaria izquierda se logra una medida de la densidad, presión, velocidad, vorticidad y caudal del flujo sanguíneo.
- 2.- Con las propiedades físicas obtenidas en el modelo se puede establecer una comparación con los datos experimentales proporcionados en la literatura científica.

## **1.4. JUSTIFICACIÓN DEL ESTUDIO**

El trabajo de investigación realiza un estudio en el flujo sanguíneo, específicamente en la arteria coronaria izquierda del ser humano, observando las propiedades físicas que llegan a gobernar en esta área del sistema circulatorio, tales como la densidad, presión, velocidad y caudal. Interpretando además fenómenos como el perfil parabólico generado en un fluido, y surgimientos de vorticidades provocados por patologías en los conductos sanguíneos. Este trabajo presenta el proceso que se toma para



generar un modelo de flujo sanguíneo, utilizando el programa Algodoos fundamentado en el método de hidrodinámica suavizada de partículas (HSP).

Por ello se tiene un mejor análisis observacional de las propiedades físicas en este fenómeno, los cuales están expresados por las ecuaciones de Navier- Stokes. Estas ecuaciones necesitan de un método de discretización, ese trabajo lo realiza el método HSP, método desarrollado por vez primera en Astrofísica, mostrando posteriormente una gran utilidad para el estudio en geometrías muy complejas, grandes deformaciones y discontinuidades en la dinámica del fluido, lo cual permite un mejor modelo de flujo sanguíneo para la arteria coronaria izquierda humana trabajo que a comparación de los métodos de malla tales como elementos finitos, diferencias finitas, volúmenes finitos, etc. se presenta mejor (LIU & LIU, 2003).

Finalmente mencionar la gran trascendencia que el estudio tiene para el análisis e interpretación de los comportamientos de las propiedades físicas de las partículas en el flujo sanguíneo, donde la arteria coronaria del corazón es testigo de diversos fenómenos físicos, que luego interpretados en la rama de la medicina refleja las múltiples enfermedades cardiovasculares. Las arterias coronarias llegan a sufrir varias deformaciones y acumulaciones de porciones de grasa que pueden obstruir los vasos y bloquear el flujo sanguíneo al corazón, dando lugar al taponamiento los vasos sanguíneos causando así un efecto conocido como infarto al miocardio. (CIANCAGLINI, 2004)

## **1.5. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN**

### **1.5.1. Objetivo general**

Establecer un modelo de flujo sanguíneo para la arteria coronaria izquierda humana con el método de Hidrodinámica Suavizado de Partículas.



### **1.5.2. Objetivos específicos**

- 1.- Obtener medidas de la densidad, presión, velocidad y caudal del fluido sanguíneo con el modelo de flujo sanguíneo para la arteria coronaria izquierda.
- 2.- Realizar una comparación con los valores reales dados por la literatura científica versus las propiedades físicas obtenidas en el modelo.



## CAPÍTULO II

### REVISIÓN DE LITERATURA

#### 2.1. MARCO TEÓRICO

##### 2.1.1. Importancia de las simulaciones en fluidos

Desde comienzos de los años noventa, los métodos “sin malla” han experimentado un fuerte desarrollo en el ámbito de la Mecánica Computacional, permitiendo el desarrollo de grandes investigaciones en el área de la dinámica de fluidos. Los fluidos tienen dos enfoques de estudio, la primera es el enfoque Lagrangiano, y la segunda el enfoque Euleriano, ambos enfoques están fundamentados en las ecuaciones de Navier-Stokes los que permiten definir el comportamiento de un fluido. Por ello, siendo el método Lagrangiano un método sin malla, permite estudiar métodos de partículas tales como la hidrodinámica suavizada de partículas, cuyo fundamento se basa en técnicas de interpolación específicas como las de estimación de tipo kernel o de aproximaciones de mínimos cuadrados móviles. (CUETO-FELGUEROSO et al, 2004)

Los estudios realizados en la simulación de fluidos tienen aplicaciones muy diversas, destacando los juegos de ordenador, el cine, o la creación de texturas y efectos visuales para programas de dibujo y retoque fotográfico. El método numérico HSP resuelve numéricamente las ecuaciones de Navier-Stokes permitiendo la simulación de dinámica de fluidos, a pesar de ser un método que no tiene mucho tiempo de utilización a soluciones de ecuaciones numéricas, permite determinar óptimamente simulaciones con un enfoque Lagrangiano, de discretización sin mallas y determinista, permitiendo un manejo de las simulaciones gráficas. Un objeto importante del método HSP es el suavizado, ello determina la estabilidad de las partículas a través de una aproximación al

realizar un promedio pesado (ROJAS et al, 2010). Esta herramienta importante, promedio pesado o kernel, en el método hidrodinámica suavizada de partículas, llamado como media ponderada, se aplica cuando en un conjunto de mediciones cada uno de ellos adquiere una importancia relativa respecto de los demás, en estas condiciones se multiplica cada uno de las mediciones por su ponderación o peso seguidamente sumarlos obteniendo así una suma ponderada; dividiendo finalmente este entre la suma de los pesos.

El proyecto de investigación al estudiar el fenómeno del flujo sanguíneo permitirá que este establezca la importancia de las simulaciones con métodos sin malla para el análisis de estos sistemas físicos y en esto se destaca el método HSP.

### 2.1.2. Propiedades de los fluidos

Los líquidos tienen la propiedad de fluir, sin rigidez ni elasticidad; estas propiedades se pueden clasificar como: de movimiento (Cinemáticas) describiendo la trayectoria del fluido a través de cada instante tiempo, así también pueden ser descritas por sus propiedades de calor (termodinámicas) el cual describe el estado del punto de equilibrio; finalmente se tiene a las propiedades de transporte termodinámicas orientado al estudio del transporte de masa, energía, etc.

Tabla 1. Propiedades de los fluidos. (ÁGUILA CHÁVEZ & SANTACRUZ YUNGA, 2018)

<b>Cinemáticas</b>	<b>Termodinámicas</b>	<b>Termodinámicas de Transporte</b>
Velocidad Desplazamiento Aceleración Caudal	Presión Densidad Temperatura Energía interna	Coefficiente de viscosidad



	Entropía Entalpía Calor específico	Conductividad Térmica
--	--	--------------------------

Para una investigación en física los fluidos desempeñan un papel muy importante debido a su amplio rango de aplicaciones, siendo una fuente de estudio que permite obtener nuevos conocimientos y herramientas para el estudio académico, las ingenierías y aplicaciones médicas. En los centros académicos permiten estudiar, describir, comprender y replicar un evento de líquidos en movimiento prediciendo lo que le sucederá a lo largo de su trayecto, en las ramas de las ingenierías permiten generar infraestructuras capaces de lidiar con el comportamiento de un fluido, y en rubro de la ciencias médicas permite establecer modelos de flujos sanguíneos los cuales permiten describir patologías relacionadas. En general, cada aspecto de la vida común, observable y sensorial está relacionado a la acción de un fluido, sea en el ámbito del clima, sitios de ventilación, sitios contaminados, y muchos lugares más.

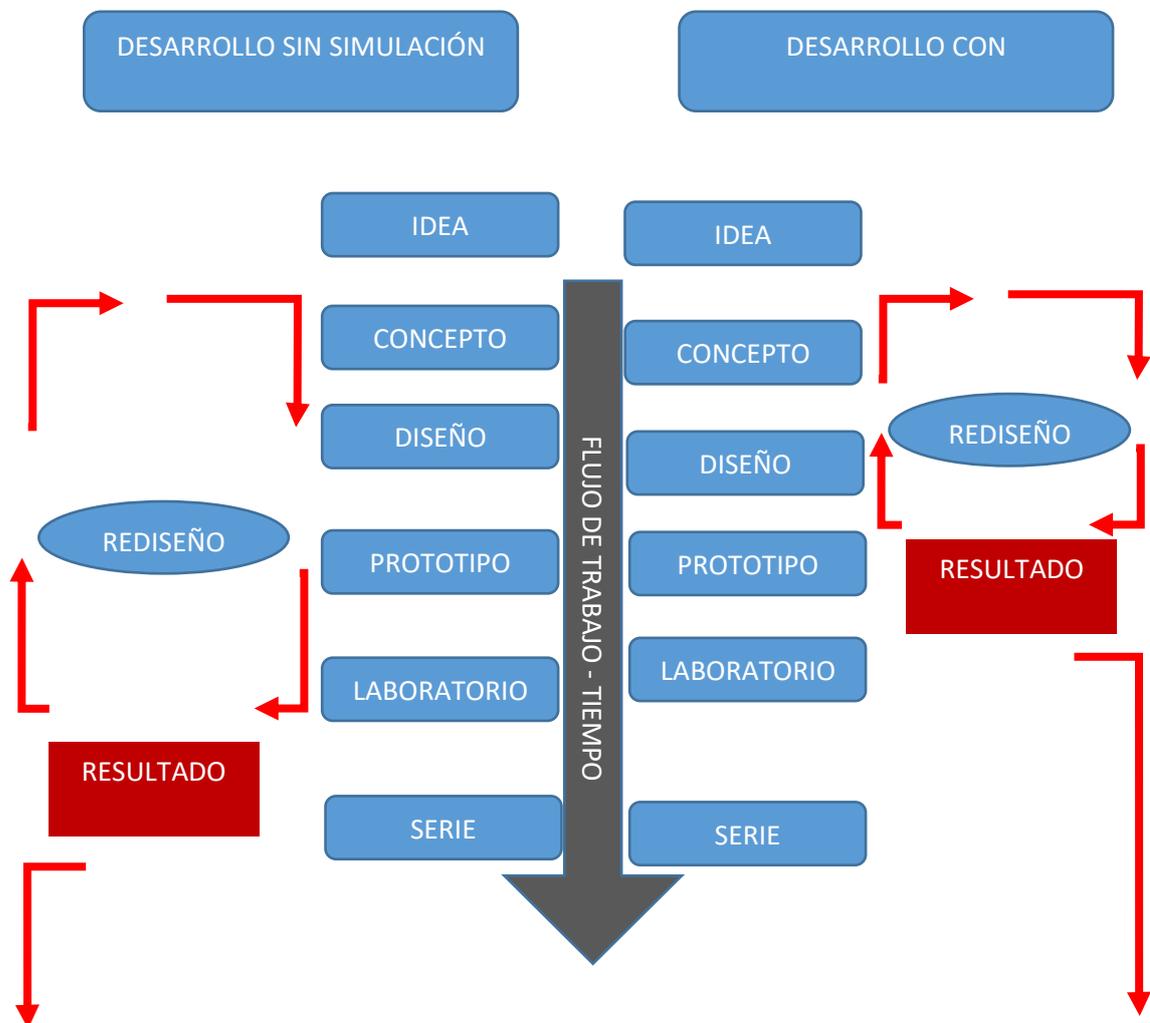
### **2.1.3. Importancia de la simulación**

Implementar un entorno virtual y simulado de la vida cotidiana permite generar conocimiento de prevención y de pronóstico. Para analizar un evento o suceso existe varias formas de realizarlo puesto se construyen métodos, técnicas y entornos; de los cuales se tiene que considerar cual es la herramienta más óptima, llegando a considerar y justificar a la simulación en forma computacional una o la mejor manera en describir un evento físico.

En una simulación se debe tener en consideración la base teórica adecuada y también el objeto de estudio a desarrollar. Cuando la simulación se realiza de forma física en un laboratorio, el prototipo diseñado generará un grupo de base de datos, donde es demasiado complejo el desarrollo del contraste de resultados, puesto que se requerirá de

más de un experimentó para encontrar los resultados adecuados, todas estas acciones generan pérdidas económicas. Por otro lado, se tiene una opción antes de poder crear el prototipo adecuado, esta opción es la simulación computacional, siendo esta opción la que permite generar varias opciones de contraste de resultados, donde se pueden realizar cambios de datos en varios aspectos de la simulación, generando el ambiente adecuado para la simulación, evitando gastos económicos, todo ello permitirá llevar con cierta precisión la construcción del prototipo adecuado para el estudio.

Tabla 2. Etapas de las simulaciones



Por ello, es una gran herramienta el desarrollo de las simulaciones computacionales previo a la construcción de un prototipo, siendo un paso adecuado para

cualquier investigación que desee optimizar tiempos y gastos. Muchas de las investigaciones que se elaboran en la actualidad están orientadas a implementar entornos que faciliten el uso de simulaciones computacionales. Las investigaciones médicas son las áreas donde debería de incrementarse las investigaciones en simulación computacional, siendo una de las ramas de la ciencia que demanda de bastante construcción de prototipos. En la tabla 3 se realiza un contraste entre lo que denominaríamos como experimentación directa, simulación computacional.

Tabla 3. Contraste experimentación y simulación

<b>EXPERIMENTACIÓN DIRECTA</b>	<b>SIMULACIÓN COMPUTACIONAL</b>
Solo una cantidad	Todas las cantidades
Limitado instantes de tiempo	Amplia manejo de las dimensiones
Abarca eventos limitados	Desarrolla cualquier evento
El modelo debe estar a escala de laboratorio	Se implementa a un flujo real
Demasiados costosos, difícil de repetirlos.	Económica, flexible a cambios, rápida.
Desenvolvimiento en un solo lugar de los equipos y personal	Los programas y modelos, se adaptan, siendo portables
El resultado depende de la precisión del investigador	Los resultados son producto de un método numérico implementado



Al encontrar en partes del estudio de la física y matemática, ecuaciones y situaciones complejas que para generar una solución analítica es un desarrollo complicado, se construyeron paralelamente entornos y métodos de simulación, aumentando su uso significativamente y en forma más confiable a través de un software. Uno de los aspectos que al inicio genera complicaciones es la carga computacional, pero “esto ya no es un problema debido a que con el paso del tiempo se implementan nuevos métodos para disminuir esta carga y así lograr simulaciones más eficientes” (ÁGUILA CHÁVEZ & SANTACRUZ YUNGA, 2018).

#### **2.1.4. Principios de conservación.**

Para el estudio del movimiento de un fluido ya sea sanguíneo u otra referencia, existen dos formas en describirlas, Lagrangiano y Euleriano. El Lagrangiano, es un desarrollo elaborado por el matemático francés Joseph Louis Lagrange, el cual describe a los fluidos en movimiento con asignación de partículas a lo largo del tiempo, con el caso de que el estudio se hará más complejo a medida que incremente la cantidad de partículas. Y el Euleriano, está referido a la construcción que propuso el matemático suizo Leonard Euler, indicando que un fluido se puede estudiar a partir de la formación de un volumen de control a lo largo del tiempo.

Para la explicación didáctica de estos dos enfoques Eulerianos y Lagrangianos, podríamos considerar el hecho de querer estudiar el desplazamiento del agua a través de un río, si consideramos el caso Euleriano sería como analizar desde el borde del río las propiedades respecto del tiempo, en un tramo determinado. En cambio, si consideramos el punto de vista Lagrangiano, sería como tomar un bote y ser parte del fluido, evaluando las propiedades hidrodinámicas en función del tiempo y el espacio.

Para cualquier fluido se deben considerar las leyes de conservación, ya sea la conservación de la masa descrita por la ecuación de la continuidad, también tenemos la conservación de la cantidad de momento y finalmente la conservación de la energía, estas son las tres leyes físicas que describen el comportamiento de cada fluido:

- Primera ley de conservación, conservación de la masa.

Es uno de los principios que se pueden describir con cierta claridad, la masa o la cantidad de materia es una propiedad que solo sufre transformaciones, sin tener una creación ni destrucción. Siendo que la cantidad de materia no puede aumentar ni disminuir cuando se considera un sistema. Ahora bien, si tomamos un diferencial de volumen Lagrangiano representado por  $\delta V$ , la cantidad de materia o masa asociada es:

$$\delta m = \rho \delta V \dots (1)$$

Siendo  $\rho$  densidad del líquido en movimiento, y considerando la conservación de la masa, por el cual dicho incremento es cero, entonces se tiene:

$$\frac{D(\delta m)}{Dt} = \frac{D(\rho \delta V)}{Dt} = \delta V \left( \frac{D\rho}{Dt} \right) + \rho \frac{D(\rho \delta V)}{Dt} = 0 \dots (2)$$

Reescribiendo la expresión (2), diferenciando, por la diferencial del volumen

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \left( \frac{1}{\delta V} \right) \left( \frac{D(\rho \delta V)}{Dt} \right) = 0 \dots (3)$$

En esta última ecuación el segundo sumando es conocido como el producto entre la densidad y la divergencia de la velocidad, si acomodamos el segundo término al lado derecho de la ecuación obtenemos la llamada forma Lagrangiana de la conservación de la materia (LIU & LIU, 2003).

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \nabla \cdot v \dots (4)$$



- Segunda ley de conservación, conservación de la cantidad de momento

Considerando la dinámica de un cuerpo, se tiene la segunda ley de Newton el cual explica la relación de proporcionalidad existente entre las fuerzas aplicadas (o fuerza resultante) y la aceleración (cambio de velocidad) producida en un cuerpo, teniendo en cuenta la constante de proporcionalidad que es la masa. En su descripción vectorial tendremos como sigue:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \dots (5)$$

Si generalizamos la ecuación (5) de tal manera lo expresamos en función del momento lineal tenemos:

$$\vec{F}_{neta} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} \dots (6)$$

Sabiendo que la masa es constante a lo largo del recorrido. Pero si consideramos estudiar un caso donde la masa cambie de acuerdo al tiempo, se ajusta la ecuación por la cantidad de momento  $p$ , definido como:

$$p = m\vec{v} \dots (7)$$

A partir de esta expresión en la ecuación (6), la fuerza total  $\vec{F}_{neta}$  refleja el ritmo de cambio de la cantidad de movimiento en función de cada instante de tiempo.

$$\vec{F}_{neta} = \frac{dp}{dt} \dots (8)$$

Si se tiene un sistema donde la interacción (o fuerzas) con el sistema o entorno exterior es nulo, esto da a conocer la segunda ley de la conservación, conservación de la cantidad de movimiento.

$$\frac{dp}{dt} = 0 \dots (9)$$

- Tercera ley de conservación, conservación de la energía

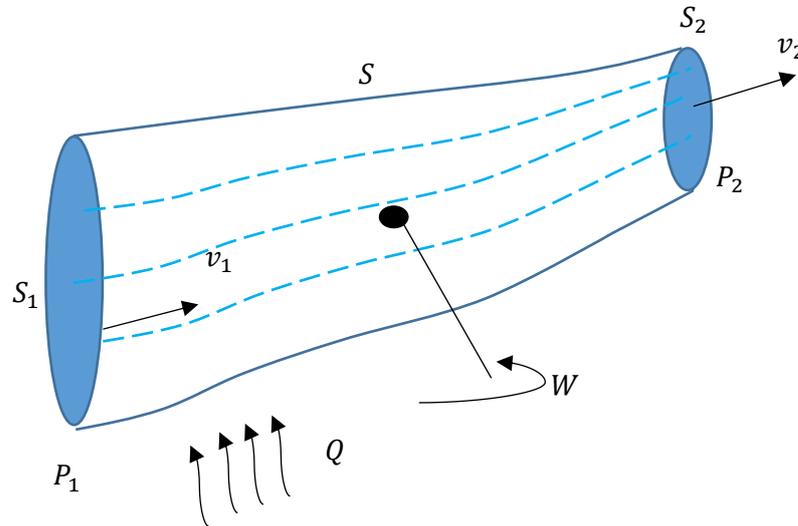


Figura 1. Representación de un sistema genérico de flujo.

Si consideramos un sistema donde las propiedades del movimiento respecto al tiempo, permanecen invariantes, obtenemos a partir de la Figura 1 que:

$$\frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2) + g(z_2 - z_1) + (U_2 - U_1) + \frac{1}{\rho}(P_2 - P_1) = Q + W \dots (10)$$

Siendo esta ecuación la descripción de la conservación de la energía. Donde las variaciones pertenecen a los intercambios con el entorno del sistema. Una manera de expresar las variaciones son:

$$\Delta E_c + \Delta E_p + \Delta U + \frac{\Delta P}{\rho} = Q + W \dots (11)$$

Donde la entropía del universo aumenta, esto según la segunda ley de la termodinámica. Siendo la variación de energía calorífica dividido entre la temperatura, como:



$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T} \dots (12)$$

Si tenemos la variación de calor, y despejando este incremento, tendremos:

$$\Delta Q = T\Delta S \dots (13)$$

Si reemplazamos esta ecuación (13) en la formulación de la conservación de la masa, tendremos:

$$\Delta U = T\Delta S + W \dots (14)$$

Ahora bien, si consideramos el trabajo realizado por la presión aplicada al fluido contenido en un cilindro, tendremos la relación entre fuerza aplicada en un área de sección transversal, expresado como:

$$W = PAdx$$

$$dV = Adx$$

Siendo el trabajo expresado, como el producto entre lo que es la presión y el cambio de volumen en el sistema:

$$W = PdV \dots (15)$$

Considerando esta igualdad en la ecuación (14):

$$T\Delta S = \Delta U + PdV \dots (16)$$

$$TdS = dU - \frac{P}{\rho^2}d\rho \dots (17)$$

Si tenemos un sistema con temperatura constante, la expresión  $TdS = 0$ . La ecuación (17) quedará expresada como la ecuación de la conservación de la energía en su descripción Lagrangiana.

$$\frac{dU}{dt} = \frac{P}{\rho^2} \left( \frac{d\rho}{dt} \right) = -\frac{P}{\rho^2} \nabla \vec{v} \dots (18)$$

### 2.1.5. Ecuaciones de Navier- Stokes para Fluidos

Las ecuaciones de Navier-Stokes permiten describir el comportamiento dinámico de cualquier líquido en movimiento, descritas en base a las leyes de conservación, las tres leyes descritas en la sección anterior, sean de la conservación de la masa, conservación de la cantidad de movimiento y la conservación de la energía. Las ecuaciones (4), (9) y (18) que representan a las tres leyes de conservación, son ecuaciones diferencias parciales no lineales, que para determinar una solución analítica se torna un caso muy difícil y complejo, siendo expresada de manera general, y unificando estas descripciones se obtiene la ecuación de Navier Stokes para el caso donde  $\rho$  y  $\eta$  son la densidad y la viscosidad respectivamente del fluido, y al aplicar un gradiente de presión constante obtenemos la siguiente expresión:

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\nabla P + \eta \frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial y^2} \dots (19)$$

Generalmente estas ecuaciones pueden desarrollarse a través de dos métodos, uno es el método analítico y el otro es el método estadístico. Si consideramos una solución orientada a la parte estadística podemos mencionar las ecuaciones de Boltzman, Lattice Gas, y así mismo las matrices de mapeo reticular. Pero para el desarrollo analítico, se tiene métodos como elementos de diferencias finitas, o el caso de las dinámicas



moleculares, así mismo el método utilizado en este estudio denominado hidrodinámica suavizada de partículas es un método que es de gran utilidad para el caso de fluidos.

Al mismo ritmo del avance tecnológico se obtienen grandes progresos acerca de las soluciones numéricas de las ecuaciones descritas para las tres leyes de conservación, y en consecuencia se tienen mejoras en las precisiones en simulaciones de distintos aspectos del comportamiento de un fluido complejo. Esta evolución en los métodos y precisiones en la simulación de fluidos, permite investigar en varios aspectos de la dinámica sanguínea, por ello “determinar una solución de una representación del comportamiento de un fluido a través de las ecuaciones de Navier Stokes llega a ser algo familiar el procedimiento de su desarrollo” (COSTARELLI, 2011).

#### **2.1.6. Dinámica de fluidos computacionales**

La Dinámica de fluido computacional (DFC) es una herramienta que reemplaza las ecuaciones de derivadas parciales a ecuaciones algebraicas, este mecanismo permite la discretización de un fluido y de sus ecuaciones que llegan a describirlas de forma conservativa, siendo como un medio de realización de experimentos que permiten obtener valores relacionados a las propiedades cinemáticas y termodinámicas del sistema. La gran mayoría de aplicaciones de simulación computacional para discretizar el dominio de flujo continuo, “utilizan métodos conocidos y frecuentes, sean el método de diferencias finitas (MDF), volúmenes finitos (MVF) y el de elementos finitos (MEF)” (CARBALLAL et al. 2014).

Para el caso del método de diferencias finitas, se indica que es uno de los primeros métodos en ser utilizado para ser considerado en la solución numérica de las descripciones del comportamiento de movimiento de fluidos descritas por las ecuaciones de Navier Stokes. El punto principal de este forma de trabajo, está enfocado al desarrollo de mallas



estructuradas en el sistema cartesiano, esta construcción llega a ser más complicado su elaboración cuando el sistema a estudiar es más complejo, siendo uno de sus desventajas, por ello, su uso suele restringirse a geometrías sencillas.

En el caso del método de volúmenes finitos, se desarrollaron algunas mejores al caso del método anterior, puesto que la discretización lo realiza en forma directa a partir de la expresión integral de las ecuaciones de conservación, evitando los complejos manejos de cambios de coordenadas. A diferencia del método MDF su trabajo no se limita a la elaboración de mallas estructuradas, sino puede prescindir de esa herramienta permitiendo el desarrollo a geometrías más complicadas. Muchas de las áreas de ingenierías suelen utilizar este tipo de métodos.

Finalmente se considera el método de elementos finitos, este método puede dar solución a las ecuaciones de Navier Stokes y Euler, puesto que en su estructura de desarrollo se hizo mejoras a los dos primeros métodos presentados anteriormente. Este método sigue utilizando la geometría de mallado, solo que la construcción lo fundamenta en los elementos triangulares para soluciones en dos dimensiones, y también se tiene el caso de figuras tetraédricas cuando el estudio se realiza en tres dimensiones, estas mallas son denominadas como no estructurada permitiendo la aplicación a situaciones con geometría compleja y fluidos no newtonianos. “Cuando se desarrolla sistemas complejos de solución numérica, el problema que presenta es la carga computacional, llegando a ser un trabajo ineficiente a nivel computacional” (COSTARELLI, 2011).

Hoy en día existen varios programas ya desarrollados en base a cada uno de los métodos numéricos expuestos, estos permiten determinar soluciones en los ámbitos de la enseñanza y también de las aplicaciones en ingenierías, entre ellos podríamos mencionar a ANSYSFLUENT, PHOENICS, etc. Estos programas son de uso comercial, que llegan

a tener un costo monetario. Pero existen los denominados softwares libres tal como: FENICS, FREEFEM++, OPENFOAM, y muchos más, estas herramientas se descargan sin costo alguno con todos los permisos a disposición. La otra opción es de “generar códigos propios con lenguajes de programación adecuados, sean PYTHON, MATLAB, etc. muchas investigaciones realizan modificaciones y mejoras a códigos ya desarrollados” (CUMMNS & RUDMAN, 1999).

### **2.1.7. Métodos numéricos**

En la sección anterior se describió los métodos tradicionales para determinar la solución de las ecuaciones de Navier Stokes, de esos métodos se tienen tres enfoques de estudio, está el enfoque Euleriano, también el enfoque Lagrangiano y algunos estudios generan un enfoque híbrido entre ambos, siendo el tercer enfoque Euleriano-Lagrangiano. Para el primer enfoque se tienen que evaluar de las propiedades físicas a partir de la interacción entre celdas construidas. Por otro lado, para el caso del enfoque Lagrangiano se estudia el fluido a partir de un sistema móvil de coordenadas, representadas cada material de estudio por partículas, siendo las interacciones entre las partículas el punto de estudio. Y para el caso híbrido, unifica conocimiento de los conceptos Eulerianos y Lagrangianos. En la figura 2 se representa cada uno de los elementos de cada enfoque, en el lado izquierdo se presenta el caso del enfoque Lagrangiano aplicado al método hidrodinámica suavizada de partículas, notando la construcción de partículas interaccionando alrededor de uno; para el lado izquierdo de la imagen se presenta el desarrollo de un trabajo Euleriano, donde se observa la construcción del mallado característico para este enfoque, y el recorrido de los elementos representados como partículas a través de la transmisión de información entre mallas. En esta imagen podemos notar las diferencias principales que existen entre estos dos enfoques que permiten

escoger con ciertos criterios el caso de estudiar el flujo sanguíneo en cualquier parte del cuerpo humano.

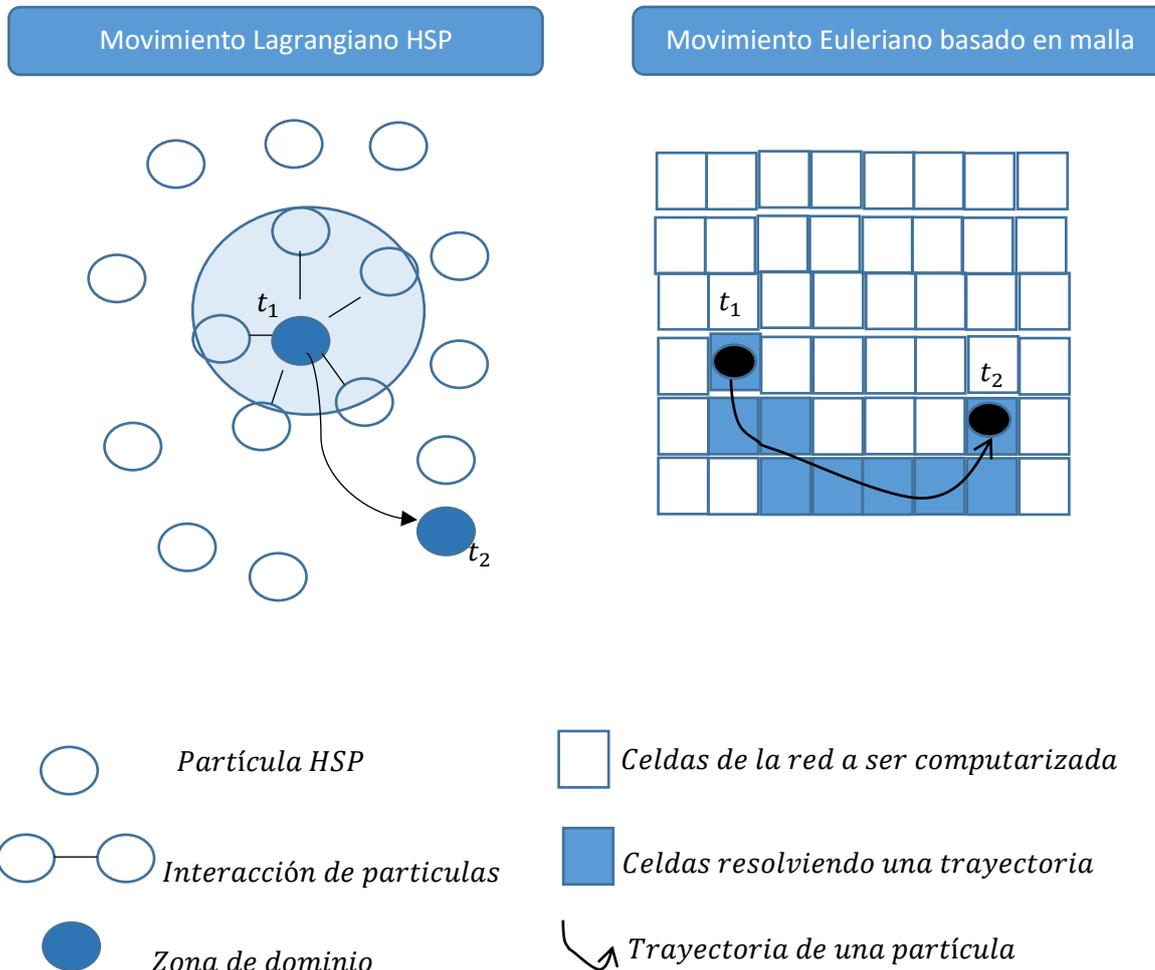


Figura 2. Diferencias entre los métodos Lagrangiano y Euleriano.

De estos dos enfoques el Lagrangiano frecuentemente es utilizado con el método de elementos finitos, y para el enfoque Euleriano se asocia el método de volúmenes finitos. En la figura presentada podemos notar como se utilizan las propiedades de solución numérica para la construcción de la representación de un fluido. Para el caso Lagrangiano se tienen tres aspectos importantes, la representación de una partícula, interacción de partículas y la zona de dominio. En cambio para el caso Euleriano se tiene la representación de celdas de la red, las mismas celdas resolviendo trayectorias y la trayectoria que seguiría una partícula. Hasta el momento se indicó varias características

de cada uno de los métodos, por ello es necesario realizar una comparación entre los aspectos que se consideraría como partes de discusión entre ambos enfoques. Ahora, en la tabla 4, se presenta algunos puntos importantes en los cuales se observa puntos de diferencias entre los dos enfoques de estudio:

Tabla 4. Diferencias entre el método Euleriano y Lagrangiano

<b>Método</b>	<b>Método Lagrangiano</b>	<b>Método Euleriano</b>
<b>Característica</b>		
<b>Volumen de control</b>	Unido al material en movimiento	Inmóvil espacialmente
<b>Trayecto</b>	El trayecto del flujo es descrito en cualquier punto e instante	Se implementa el flujo de masa, momento y energía en los nodos de la cuadrícula y se implementa el límite de la celda
<b>instantes de tiempo</b>	Los datos del movimiento se pueden obtener con facilidad en cada instante de tiempo	Complicado obtener los datos para cada instante de tiempo
<b>Alcances en seguimiento e interfaz</b>	Accesible al seguimiento	Difícil para el seguimiento
<b>Construcción geométrica</b>	Construcción del modelo sencillo	Dificultad en la construcción del ,modelo

La tabla 4 presenta las diferencias así como las facilidades que ambos enfoques tienen como sus propiedades de funcionamiento. En varios aspectos el enfoque



Lagrangiano podemos notar grandes ventajas en los aspectos del trayecto, instantes de tiempo, alcances en seguimiento y la construcción de la geometrías, en esta última cualquier sistema irregular puede ser representado sin mucha dificultad, puesto no se hace uso de la construcción de malla. En el caso del enfoque Euleriano presenta dificultad para la construcción de geometrías irregulares, y también no permite la facilidad del seguimiento de un dato para una partícula, de manera que los datos que uno desea obtener en cada instante es difícil de obtener. El caso en el que el enfoque Euleriano es compacto, se presenta cuando se realizan estudios de grandes deformaciones obteniendo datos con amplios rangos de precisión.

Muchas investigaciones que en la actualidad se están promoviendo y desarrollando indican que el uso de hidrodinámica suavizada de partículas libre de malla basado en el método Lagrangiano permite tener un amplio rango de herramientas para modelar problemas hidrodinámicos complejos como es el caso de los fluidos sanguíneos puesto que es un modelo que tiene muchas ventajas para la solución numérica en fluidos representados por partículas que permite añadir propiedades físicas en cualquier momento del volumen de control, propiedades como la densidad, viscosidad etc. Las aplicaciones son múltiples que se pueden derivar de este método, ya sea en el rubro de las ciencias fundamentales, ingenierías y ciencias biomédicas, sin desdeñar el método Euleriano, este presenta también aplicaciones importantes en varias áreas de la investigación, puesto que en el mercado ya tiene cierta familiaridad en su utilización.

Cada vez más son los rubros de investigación que permite la dinámica de fluidos computacional, ya sea en su presentación con métodos en malla; sin embargo el método de hidrodinámica suavizada de partículas libre de estructura enmallado ha obtenido avances a pasos agigantados, siendo las principales aplicaciones el rubro de la aeronáutica, astrofísica, meteorología, por mencionar algunas ramas que ya vienen



utilizando su implementación de solución numérica. Una de las ramas que está siendo beneficiada en la implementación en su estudio es la parte de los estudios de flujo sanguíneo pertenecientes al rubro médico, por ello, uno de los objetos del método HSP es llegar a ser uno de los métodos pilares en las investigaciones científicas, por el momento lo está logrando.

### **2.1.8. Método hidrodinámica suavizada de partículas (HSP)**

El método HSP es un método o técnica de solución numérica fundamentado en el enfoque Lagrangiano sin el desarrollo de malla, siendo uno de sus grandes ventajas la facilidad de implementar investigaciones de geometrías complejas mediante partículas, donde cada partícula utilizada en la representación geométrica interaccionan mutuamente, desplazándose juntamente con el fluido y llevando en su movimiento la información que describe a un fluido. Este método fue utilizado y desarrollado por primera vez para estudiar problemas de “evolución de galaxias, interacción de estrellas, agujeros negros, fragmentación de nubes, etc.” (GINGOLD & MONAGHAN, 1997). Para utilizar su fundamento físico matemático se debe considerar que el fin principal es transformar las ecuaciones (EDP) en (EDO), guiándose en la discretización utilizada en el enfoque Lagrangiana para los fluidos u otros sistemas que son representadas por las ecuaciones de Navier Stokes, prebendo el uso de una función de núcleo o peso.

#### Áreas que están empleando HSP

- Astrofísica
- Mecánica de sólidos
- Dinámica de fluidos
- HSP incompresible
- Meteorología y HSP multifásicos

### 2.1.9. Fundamento del método HSP

En método HSP podemos notar que su estructura parte de la teoría de interpolación, para lo cual las tres leyes de conservación presentadas en EDP que se describió en secciones anteriores, son generadas a una transformación con ecuaciones sencillas como las ecuaciones integrales, para lograr esta transformación es necesario de prescindir de la utilidad de la llamada función de interpolación o kernel, que es estudiada alrededor de un punto. Cuando se implementa las integrales en su aplicación computacional, están se reducen a sumatorias para cada una de las partículas que se encuentran alrededor de un radio  $h$ . Asignaremos a  $A(\vec{r})$  como un campo variable, expresado como:

$$A(\vec{r}) = \int A(\vec{r}')\delta(\vec{r} - \vec{r}')d\vec{r}' \dots (20)$$

En este punto, ya se debe buscar soluciones 'por ello se utiliza una función de interpolación o también llamado como función de suavizado kernel ( $W$ ), con cierto radio de interacción o influencia  $h$ .

$$\int W(\vec{x}, h)d\vec{x} = 1 \dots (21)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} W(\vec{x}, h) = \delta(\vec{x}) \dots (22)$$

Aplicando esta función kernel en la ecuación (20) se obtiene el siguiente arreglo:

$$\langle A(\vec{r}) \rangle = \int A(\vec{r}')W(|\vec{r} - \vec{r}'|, h)d\vec{r}' \dots (23)$$

Podemos analizar para el caso del radio  $h \rightarrow 0$ , entonces podemos notar que  $\langle A(\vec{r}) \rangle \rightarrow A(\vec{r})$ . Ahora, si consideramos la densidad  $\rho(\vec{r})$  en el caso de un líquido en movimiento, dividimos y multiplicamos  $\rho(\vec{r})$  a toda la ecuación (23):

$$\langle A(\vec{r}) \rangle = \int \frac{A(\vec{r})}{\rho(\vec{r})} W(|\vec{r} - \vec{r}'|, h) \rho(\vec{r}) d\vec{r}' \dots (24)$$

Ahora la integral que se presenta en la ecuación (24) se discretiza en sumatoria, para ello consideramos una cantidad de  $N$  pequeñas partículas o volumen de control de masa “ $m$ ”, por lo tanto, se divide el espacio en  $N$  pequeños volúmenes de control de masa “ $m$ ”, para un elemento del volumen de control  $k$  con centro de masa  $\vec{r}_k$  obtenemos:

$$\frac{A(\vec{r}_k)}{\rho(\vec{r}_k)} W(|\vec{r} - \vec{r}_k|, h) \rho(\vec{r}_k) d\vec{r}_k \dots (25)$$

Las masas quedan representados como  $m_k = \rho(\vec{r}_k) d\vec{r}_k$  siendo  $d\vec{r}_k$  una diferencial de volumen puesto que para el caso de  $r$  le asignamos una dependencia de las componentes de  $x, y, z$ ; por lo cual:

$$\frac{A(\vec{r}_k)}{\rho(\vec{r}_k)} W(|\vec{r} - \vec{r}_k|, h) m_k \dots (26)$$

Entonces la aproximación de  $\langle A(\vec{r}) \rangle$  toma la forma:

$$\langle A(\vec{r}) \rangle = \sum_{k=1}^N m_k \frac{A(\vec{r}_k)}{\rho(\vec{r}_k)} W(|\vec{r} - \vec{r}_k|, h) \dots (27)$$

De manera muy similar se obtienen el gradiente  $\nabla A$  como aproximación representado por las sumatorias:

$$\langle \nabla A(\vec{r}) \rangle_i = \nabla_i A_i = \sum_{k=1}^N m_k \frac{A(\vec{r}_k)}{\rho(\vec{r}_k)} \nabla_i W_{ik} \dots (28)$$

Si consideramos como propiedad de análisis el caso de la densidad ( $\vec{r}$ ), tenemos que la función adopta dicha propiedad  $A(\vec{r}) = \rho(\vec{r})$ , en consecuencia:

$$\langle \rho(\vec{r}) \rangle = \sum_{k=1}^N m_k \frac{\rho(\vec{r}_k)}{\rho(\vec{r}_k)} W(|\vec{r} - \vec{r}_k|, h)$$

$$\langle \rho(\vec{r}) \rangle_a = \sum_{k=1}^N m_k W(|\vec{r}_a - \vec{r}_k|, h) \dots (29)$$

De la ecuación (29) si es implementada para fluidos como el agua, con densidades discontinuas, entonces se debe realizar una aproximación al ritmo de cambio de densidad; cada partícula iniciará con valor inicial asignado, en sí este valor es aplicado para todas las partículas, llegando a cambiar cuando se establezca el movimiento del líquido, para estas situaciones la ecuación de continuidad se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot \vec{v} = -\nabla \cdot (\rho \vec{v}) + \vec{v} \cdot (\nabla \rho) \dots (30)$$

Considerando la teoría de interpolación de HSP de la ecuación (28), se tendrá que la tasa de cambio para el caso de la densidad de una partícula a es:

$$\frac{d\rho_a}{dt} = - \sum_{b=1}^N \frac{m_b}{\rho_b} \rho_b \vec{v}_b \nabla_a W_{ab} + \vec{v}_a \sum_{b=1}^N m_b \nabla_a W_{ab}$$

Con  $W_{ab} = W(|\vec{r}_a - \vec{r}_b|, h)$ , por lo cual:

$$\frac{d\rho_a}{dt} = \sum_{b=1}^N m_b (\vec{v}_a - \vec{v}_b) \nabla_a W(|\vec{r}_a - \vec{r}_b|, h) \dots (31)$$

Considerando las ecuaciones (30) y (31) se calcula la divergencia  $(\nabla \cdot \vec{v})$

$$-\rho_a (\nabla \cdot \vec{v})_a = \sum_{b=1}^N m_b (\vec{v}_a - \vec{v}_b) \nabla_a W_{ab}$$

$$(\nabla \cdot \vec{v})_a = \frac{1}{\rho_a} \sum_{b=1}^N m_b (\vec{v}_a - \vec{v}_b) \nabla_a W_{ab}$$

En cambio si deseamos el gradiente del tiempo de velocidad en el caso de una partícula “a” se utiliza la igualdad de la ecuación (30)

$$\rho \nabla \cdot \vec{v} = \nabla \cdot (\rho \vec{v}) - \vec{v} \cdot (\nabla \rho)$$

$$\nabla \cdot \vec{v} = \frac{1}{\rho} [\nabla \cdot (\rho \vec{v}) - \vec{v} \cdot (\nabla \rho)]$$

Tomando un fluido no viscoso para lo cual la presión solo está en función de la densidad, la ecuación de movimiento sin la aplicación de fuerzas externas toma la siguiente forma

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho(\nabla \cdot \vec{v}) = -\rho \frac{\partial v^k}{\partial x^k}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P \dots (32)$$

Para aproximar la variación de la velocidad con respecto al tiempo (aceleración) para la partícula se debe tener en cuenta:

$$\nabla \left( \frac{P}{\rho} \right) = \frac{1}{\rho} \nabla P + P \nabla \left( \frac{1}{\rho} \right) = \frac{1}{\rho} \nabla P - \frac{P}{\rho^2} \nabla \rho$$

$$\frac{1}{\rho} \nabla P = \nabla \left( \frac{P}{\rho} \right) + \frac{P}{\rho^2} \nabla \rho \dots (33)$$

De la teoría de interpolación de HSP se puede reescribir la ecuación de la siguiente manera

$$\nabla \left( \frac{P}{\rho} \right)_a = \sum_{b=1}^N \frac{m_b}{\rho_b} \left( \frac{P_b}{\rho_b} \right) \nabla_a W_{ab} = \sum_{b=1}^N m_b \left( \frac{P_b}{\rho_b^2} \right) \nabla_a W_{ab} \dots (34)$$

$$\left(\frac{P}{\rho^2} \nabla \rho\right)_a = \left(\frac{P_a}{\rho_a^2}\right) \sum_{b=1}^N m_b \nabla_a W_{ab} \dots (35)$$

Por lo tanto reemplazando la ecuación (34 y 35) en la ecuación (32), se tiene la ecuación de aceleración de la partícula a en forma HSP: (Monaghan, 1988)

$$\frac{d\vec{v}_a}{dt} = - \sum_{b=1}^N m_b \left(\frac{P_b}{\rho_b^2}\right) \nabla_a W_{ab} - \left(\frac{P_a}{\rho_a^2}\right) \sum_{b=1}^N m_b \nabla_a W_{ab}$$

$$\frac{d\vec{v}_a}{dt} = - \sum_{b=1}^N m_b \left(\frac{P_b}{\rho_b^2} + \frac{P_a}{\rho_a^2}\right) \nabla_a W_{ab} \dots (36)$$

### 2.1.10. Tipos de Kernel

Los términos más importantes con los que se trabaja en HSP los podemos observar en la figura 3. Donde, se muestra de color negro la partícula de nuestro interés la cual se encuentra a una distancia  $r$  con respecto a las partículas vecinas. El círculo es el dominio de influencia o dominio donde se evaluará la función kernel (núcleo) la cual tiene mayor influencia en la cercanía de la partícula de interés mientras que en los bordes su influencia es mínima. (MONAGHAN J. , 2005)

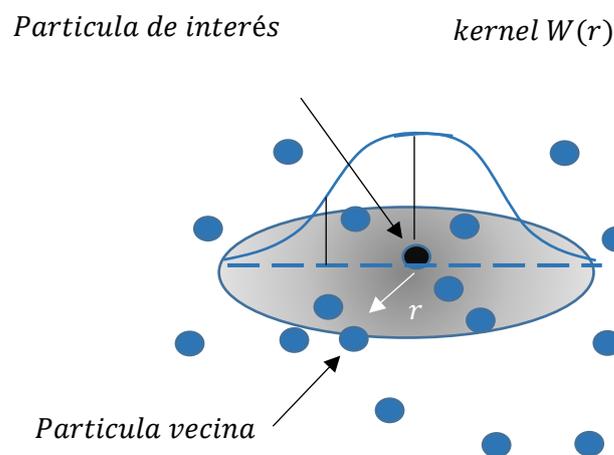


Figura 3. Dominio del Kernel

Al trabajar con HSP se debe tener en cuenta cuál es la función de suavizado (kernel) que se ajusta mejor a la solución para obtener buenas aproximaciones. Debido a que el kernel depende de algunos factores como:  $h$  (radio del dominio de influencia), la dimensión del espacio (2D o 3D),  $r$  (distancia entre las partículas  $a$  y  $b$ ). Se han desarrollado una infinidad de kernels conforme avanzan las investigaciones y los que comúnmente se utilizan son:

Tabla 5. Tipos de Kernel.

Gaussiano

$$W_{ab}(r, h) = \alpha_D e^{-\frac{r_{ab}^2}{h^2}} \quad 0 \leq r/h \leq 2$$

Donde el factor  $\alpha_D$  depende de la dimensión en que se trabaje;

Cúbico

$$W(r, h) = \alpha_D \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}q^2 + \frac{3}{4}q^3 & 0 \leq q \leq 1 \\ \frac{1}{4}(2 - q)^3 & 1 \leq q \leq 2 \\ 0 & q \geq 2 \end{cases}$$

Donde el factor  $\alpha_D$  :



## 2.2. BIOMECÁNICA

La biomecánica es una de las ciencias multidisciplinaria, puesto que aplica las leyes físicas y desarrolla las matemáticas necesarias para la construcción de modelos físico matemáticos que describen el comportamiento de las funciones biológicas. Por mencionar, el caso de las fibras musculares, los fluidos sanguíneos, la dinámica del flujo pulmonar, u otros lugares de análisis de un ser vivo. Al agrupar varias ramas del conocimiento para su estudio y análisis, la biomecánica se nutre de métodos que permiten un mejor desarrollo investigativa, para ello la física y matemáticas comparte todos los aspectos de la sección teórica, los modelos y métodos matemáticos. (CIANCAGLINI, 2004)

En el caso de la Biología, su gran aporte es su experimentación, puesto que provee de valores reales a los distintos parámetros que poseen una representación física comparado con la base de los desarrollos teóricos, permitiendo así tener un patrón de valores, que pueden ser utilizados para la calibración y otros aspectos.

Lo interesante de esta unión de áreas del conocimiento humano, es que se pueden construir simulaciones que representen a cualquier situación o parte del ser humana, ya sea en su estructura líquida o sólida, siendo un punto de partida para realizar predicciones de característica del estado de funcionamiento orgánico estudiado.

La mecánica aplicada a los aspectos biológicos fueron estudiados desde tiempos muy remotos, uno de los primeros en dar aportes a esta rama del conocimiento fue Aristóteles en su trabajo de la *Motu Animalium* (acerca del movimiento de animales). Posteriormente a la era de la Grecia Clásica no hubo grandes avances en estos estudios, hasta que en la etapa del Renacimiento se dieron diversos estudios, implementaron la parte experimental y propusieron varias teorías cualitativas. En la actualidad, en



agradecimiento al avance tecnológico, en caso especial al avance del cálculo numérico que pueden desarrollarse en las computadoras.

### **2.3. HIDRODINÁMICA SANGUÍNEA**

La hidrodinámica sanguínea es la rama de la biomecánica, en donde se puede realizar estudios del comportamiento del flujo sanguíneo a lo largo de las arterias consideradas, así también, analizar aspectos y propiedades físicas como la velocidad y presión, como las fuerzas que genera el movimiento de la sangre al interactuar con los conductos representados por los vasos sanguíneos que conectan con partes del cuerpo, en especial con el corazón.

#### **2.3.1. Descripción del sistema cardiovascular**

Este sistema es constituido especialmente por el corazón y sus respectivos conductos denominados vasos sanguíneos. El objetivo principal de este sistema es de distribuir continuamente nutrientes y oxígeno a todos los órganos del cuerpo humano. (CIANCAGLINI, 2004)

Para el suministro de propiedades nutricionales y de oxigenación hacia los distintos órganos existen dos formas de circulación, que toman características en su trayectoria de manera distinta en dos sistemas de vasos separados.

- **La circulación sistémica**, es aquella circulación que nace del ventrículo izquierdo del corazón, el cual permite el paso de sangre limpia llena de oxígeno, y se desplaza a través de arterias, arteriolas y capilares llegando a cada parte de los tejidos humanos para poder nutrirlos. En su retorno utiliza las venas para llegar al corazón ingresando por la aurícula derecha.

- **La circulación pulmonar**, este sistema se origina en el ventrículo derecho del corazón, llevando sangre con oxígeno escaso hacia los pulmones, donde se eliminan los gases de desecho y se cambia por un nuevo oxígeno. Finalmente la sangre enriquecida de oxígeno se dirige al corazón ingresando por la aurícula izquierda.

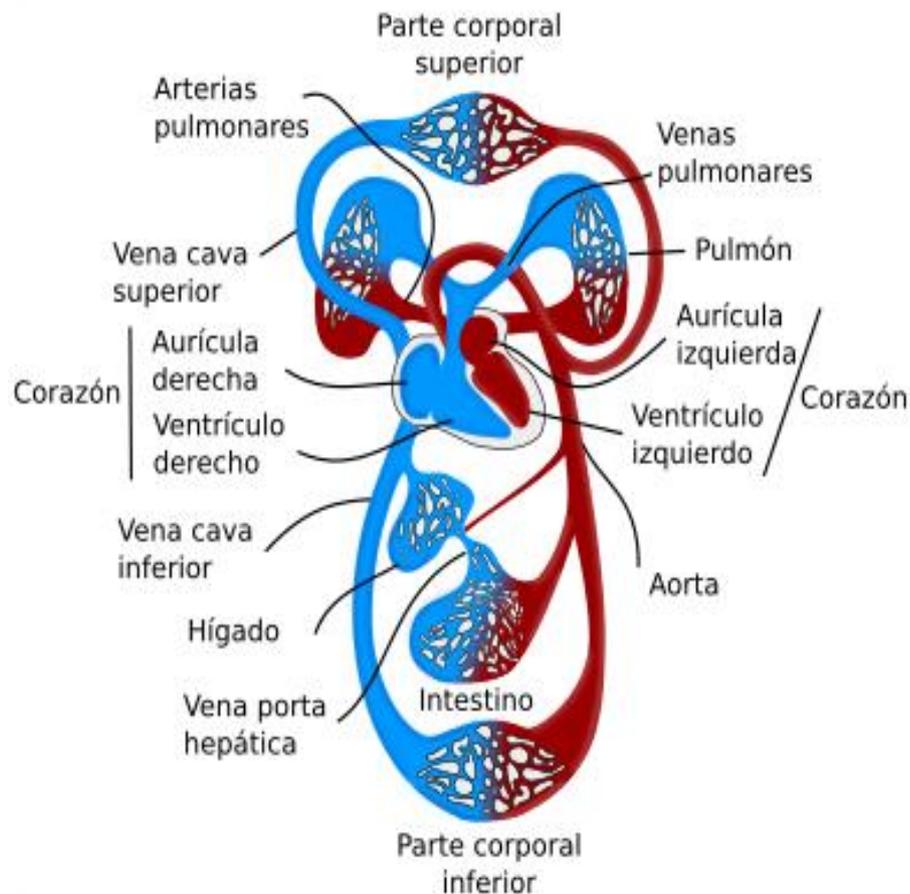


Figura 4. Sistema de distribución cardiovascular.

En el caso del recorrido de la circulación sistémica es más prolongada y tienen más ramificaciones a comparación de la pulmonar. Debido a todo ello, las presiones son muy distintas, Para el caso de la sistémica se tienen valores mayores, que en condiciones normales, llegan a tomar el valor de unos 1200 mmHg en valor promedio.

En este trabajo de investigación se establecerá valores normales de parámetros fisiológicos a los valores medios de una población en estudio, siendo que cada persona tiene una característica propia acerca de las propiedades físicas y geométricas de sus conductos sanguíneos.

En la siguiente tabla 6 se presenta las dimensiones físicas que se presentan en cada uno de los conductos, siendo el que mayor número se tiene es el número de capilares. Estas cantidades numerosas impiden la construcción de un modelo completo de todo el sistema circulatorio, puesto que presenta diversos aspectos y detalles en cada parte de sus componentes.

Tabla 6. Características del sistema vascular, valores medios. (PLAZA, 2006)

Vaso	Número	Diámetro (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )	Espesor de la pared (cm)	Velocidad (cm/s)
Aorta	1	$25 * 10^{-1}$	4,5	$2 * 10^{-1}$	48
Arterias	159	$4 * 10^{-1}$	20	$1 * 10^{-1}$	45
Arteriolas	$5,7 * 10^7$	$5 * 10^{-3}$	400	$2 * 10^{-3}$	5
Capilares	$1,6 * 10^{10}$	$8 * 10^{-4}$	4500	$1 * 10^{-4}$	0.1
Vénulas	$1,3 * 10^9$	$2 * 10^{-3}$	4000	$2 * 10^{-4}$	0.2
Venas	200	$5 * 10^{-1}$	40	$5 * 10^{-2}$	10
Vena cava	1	$30 * 10^{-1}$	18	$15 * 10^{-2}$	38

Varios de los capilares abiertos no siempre son de la misma cantidad, y es de vital importancia tener en consideración esta información para el caso de describir un sistema circulación específicamente vascular. De modo que existen distintas distribuciones del flujo sanguíneo debido a la dependencia de los esfuerzos que están experimentando cada musculo u órgano. El funcionamiento de cada órgano fluctúa de acuerdo a su intensidad



de trabajo, debido a que si en el caso la intensidad de trabajo disminuye los capilares asociados se cierran , y se vuelven a abrir cuando la intensidad de trabajo aumenta generando así el paso de sangre. Por ello el estudio no se realiza para una red de vasos sanguíneos, más bien el análisis se desarrolla en una red de vasos asociados a cada entorno.

Lo descrito en el párrafo anterior solo se da en el caso de los capilares, lo que en esta investigación se hace, es no tomar en cuenta la intervención de los capilares al funcionamiento de la red arterial, por ello el desarrollo de la simulación del flujo sanguíneo en la arteria coronaria izquierda no se verá afectada.

Para el caso de las propiedades en la pared de la aorta y en el de las arterias con diámetros de mayor valor son distintas a las arterias de diámetros de menor diámetro. Existiendo una relación entre mayor elasticidad de la pared arterial para diámetros de valor mayor. En caso se analice a diámetros de menor valor sed presenta un aumento en la rigidez muscular, mientras la propiedad elástica disminuye.

Las arterias de menor diámetro en sí, sufren deformaciones en menor escala, puesto que sus fibras musculares obedecen a los estímulos nerviosos generando contracturas por ende disminuye el paso de luz del vaso, luego existe una relajación en su forma muscular permitiendo nuevamente el paso de. El proceso mencionado permite regular las propiedades físicas del sistema vascular como el caudal y la presión, notando que la interacción de la pared arterial es que no solo reacciona debido al flujo sanguíneo, sino también a los impulsos nerviosos. Se presenta a continuación una descripción de la interacción entre el corazón con el sistema nervioso. “Esta interacción nace en las fibras musculares en sus paredes, los cuales obtienen los impulsos nerviosos” (PLAZA, 2006).

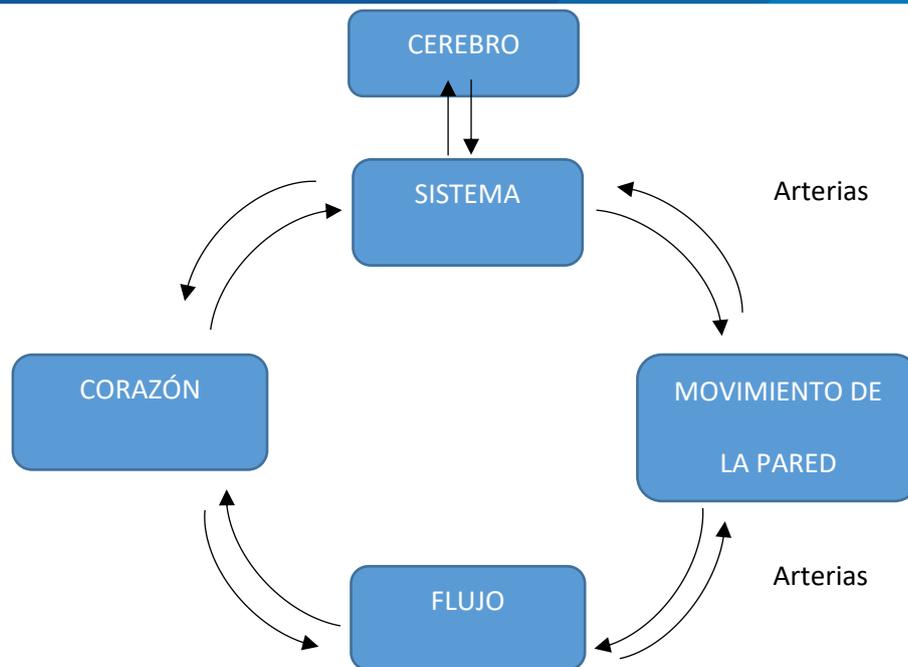


Figura 5. Relación entre el sistema cardiovascular y nervioso (PLAZA, 2006)

### 2.3.2. Teorías sobre hemodinámica

A lo largo de la historia se hicieron esfuerzos que pudieran explicar al desplazamiento de la sangre alrededor de nuestros organismos, por el momento existen dos líneas teóricas muy distintas que pretenden establecer una interpretación coherente al evento del flujo sanguíneo. La que se presenta como teoría de Windkessel considera como punto de partida la elasticidad de las arterias, indicando que “el corazón es el que genera un impulso de una cantidad determinada de volumen de sangre durante el proceso de sístole, donde gran parte de este fluido llega a almacenarse en las arterias producto a la presión” (PLAZA, 2006)

Todo hace mencionar, la flexibilidad que poseen las arterias permitiendo el aumento de sus diámetros. En cuanto sucede la diástole, el corazón deja de bombear sangre, cortando el flujo sanguíneo, pero realmente la arteria da un impulso de la sangre almacenada anteriormente en cada arteria, este impulso es debido a la energía elástica acumulada en la sístole, permitiendo la continuidad del fluido.



La segunda teoría está referido a los mecanismos que permiten el movimiento del fluido, así también describe la forma en cómo se transmite la presión, indicando que la velocidad de transmisión y de flujo es finito, a diferencia de la primera teoría el cual considera a la velocidad de transmisión en términos infinitos. Este segundo planteamiento es más cercano a la realidad, por ello es un estudio a tomar en consideración.

La primera teoría en sí, es una buena simplificación para el desarrollo de un modelo más global y simple del sistema, asumiendo como parte del estudio las distintas propiedades mecánicas en los vasos. Al implementarse las matemáticas en la biomecánica, permitió no solo realizar análisis descriptivos, o estudios cualitativos del sistema cardiovascular, sino, se pudo ampliar a un análisis riguroso en forma cuantitativa mediante la representación de ecuaciones matemáticas.

#### **2.4. LAS ARTERIAS CORONARIAS**

Las arterias coronarias suministran sangre al músculo cardiaco. Al igual que los demás tejidos del cuerpo, el músculo cardiaco necesita sangre rica en oxígeno para funcionar, y la sangre a la que se ha extraído el oxígeno debe ser expulsada. Y están formadas por dos arterias principales: las arterias coronarias derecha e izquierda, y sus dos ramas, la arteria circunfleja y la arteria descendente anterior izquierda.

La arteria coronaria izquierda (ACI) que se divide en las ramas descendentes anterior y circunfleja, lleva la sangre a los ventrículos del corazón y al atrio izquierdo. La arteria coronaria derecha (ACD) que se divide en ramas descendente posterior y marginal, lleva la sangre a los ventrículos, el atrio derecho y el nódulo sinoatrial - grupo de células localizado en la pared del atrio derecho que regula el ritmo de los latidos del corazón. La figura muestra un esquema de las principales arterias. (PLAZA, 2006)

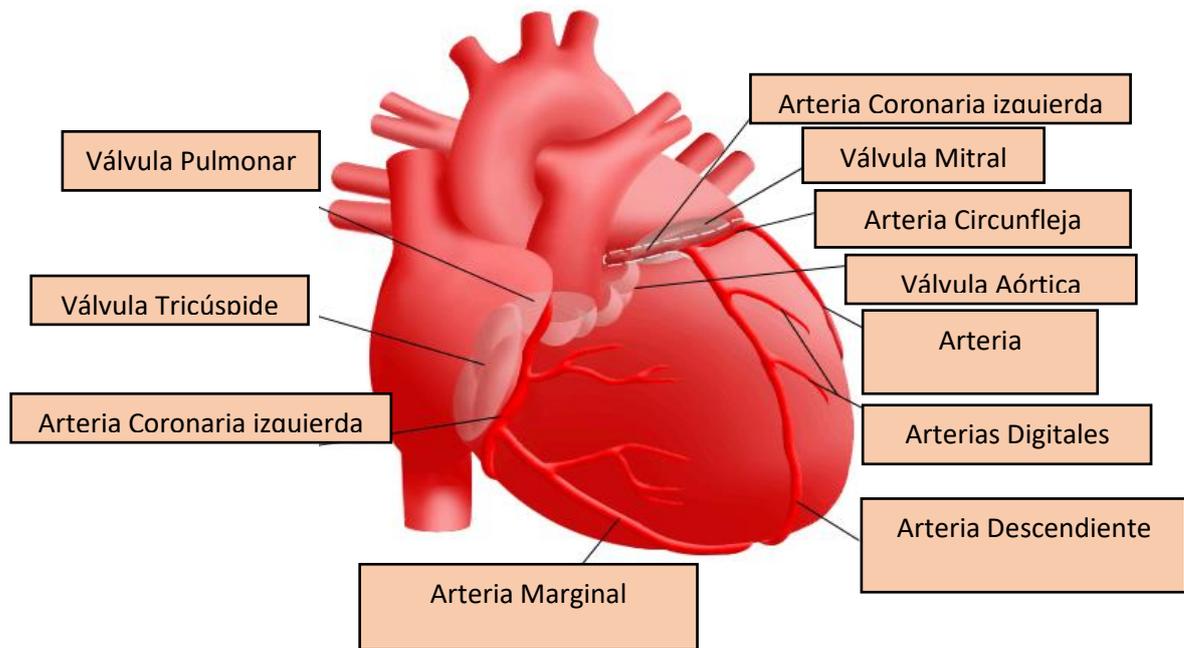


Figura 6. Arterias coronarias del corazón.

Las dos arterias coronarias principales tienen ramas adicionales para llevar sangre al músculo cardíaco. Entre éstas se incluyen las siguientes:

- **Arteria circunfleja (AC).** La arteria circunfleja sale de la arteria coronaria izquierda y rodea el músculo cardíaco. Esta arteria suministra la sangre a la parte trasera del corazón.
- **Arteria descendente anterior izquierda (ADAI).** La arteria descendente anterior izquierda sale de la coronaria izquierda y lleva sangre a la parte delantera del corazón.

Entre las ramas más pequeñas de las arterias coronarias se incluyen las siguientes: marginal aguda, descendente posterior (DP), marginal oblicua (MO) y diagonales.

Dado que las arterias coronarias suministran la sangre al músculo cardíaco, cualquier desorden o enfermedad de una arteria coronaria puede tener graves



consecuencias, ya que al disminuir el flujo de nutrientes y de oxígeno que llegan al corazón se podría producir un ataque al corazón o incluso la muerte.

Las arterias más grandes del sistema llevan la sangre del corazón a los órganos periféricos. En los humanos, la aorta se origina en el ventrículo izquierdo en la válvula aórtica y, casi inmediatamente se curva aproximadamente  $180^\circ$  ramificándose hacia la cabeza y los miembros superiores. Después lleva un curso casi recto hacia abajo a través del diafragma al abdomen y las piernas. El arco aórtico se curva, es decir la lineal central no se encuentra en un plano, en cambio otras arterias tienen un diámetro constante entre las ramas, pero toda vez que una rama hija se ramifica del tronco principal, el diámetro de éste se reduce. (PLAZA, 2006)

## 2.5. AMBITOS DE APLICACIÓN

Las áreas donde se pueden generar y mejorar los modelos computacionales referidos al flujo sanguíneo están en los recintos clínicos como prevención de enfermedades vasculares, diagnóstico de enfermedades vasculares e intervención quirúrgica, los cuales se detallan a continuación:

- **Prevención de enfermedades vasculares.** Para el caso de una persona que se encuentre en revisión clínica se pone a disposición la simulación de su flujo sanguíneo, al ser analizado se detecta anomalías lo cual permitiría saber cómo realizar las respectivas correcciones a lo largo del tiempo. Para ello se puede medir la tensión tangencial a través de una simulación numérica en zonas de bifurcación, en caso el resultado sea un valor tangencial bajo, podría referirse a la aparición de las placas ateroscleróticas.
- **Diagnóstico de enfermedades vasculares.** A través del desarrollo de una simulación del flujo sanguíneo para un paciente, se obtiene una serie de

informaciones para así poder visualizar las enfermedades relacionadas a las propiedades mecánicas

- **Intervención quirúrgica en el sistema cardiovascular.** Se pueden desarrollar modelos sanguíneos computacionales que permiten realizar experimentos en la introducción de catéteres o la implantación de stents, etc. Donde estudios que se enfocaron en estos aspectos indicaron el ángulo óptimo para la inserción de un by-pass; así como también estudios relacionados a la fístula. Por ello, determinar una simulación de flujo sanguíneo permitirá una serie de aplicaciones adecuadas, puesto que se tendrá las acciones mecánicas consideradas para cada situación.

### 2.5.1. Aterosclerosis

Es una enfermedad relacionada al endurecimiento de las arterias. Siendo un caso de la obstrucción parcial de una de las secciones en un vaso sanguíneo producto de la aglomeración de sustancias de origen lípido, a esta acumulación se le denomina placa de ateroma, el cual impide el paso del flujo sanguíneo a lo largo de la sección arterial. Normalmente este depósito se localiza en los bordes de las bifurcaciones, cuya variable relacionada a este fenómeno es la tensión tangencial sobre la pared relacionada, siendo la tensión tangencial la fuerza que se ejecuta sobre la superficie representada para cada vaso sanguíneo.

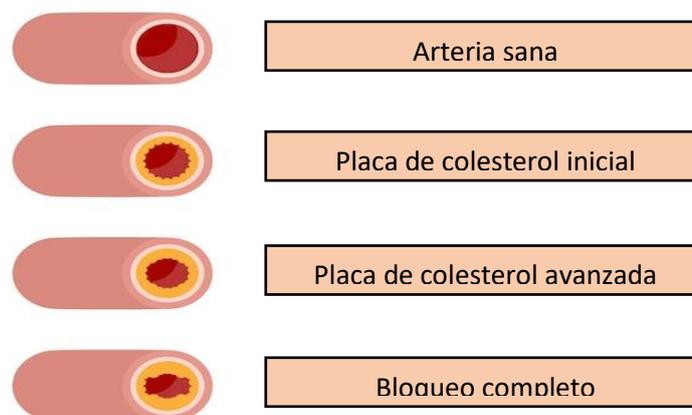


Figura 7. Formación y crecimiento de la aterosclerosis

## 2.6. CIRCULACIÓN Y VORTICIDAD

La circulación contenida (PASINATO, 2008) en una curva cerrada dentro del flujo, como en se presenta en la figura 8, se define la integral alrededor de la curva, de la componente de la velocidad tangente a la curva.

Sí  $ds$  representa un elemento de un contorno  $C$  y  $U$  la velocidad en ese punto, la circulación es

$$\Gamma = \oint_C U \cdot ds \dots (37)$$

Por convención esta integral se hace en sentido contrario a las manecillas del reloj. Aplicando el teorema de Stokes

$$\Gamma = \int_A (\nabla \times U) \cdot n dA \dots (38)$$

Donde  $A$  es una superficie de la cual  $C$  es la frontera,  $n$  es el vector unitario normal al elemento  $dA$  de la superficie.

La vorticidad se define como el rotacional del vector velocidad, o

$$\omega = \nabla \times U \dots (39)$$

$$\omega_i = \epsilon_{jki} \frac{\partial U_j}{\partial x_k}$$

$$\omega_i = \frac{\partial U_k}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_k}$$

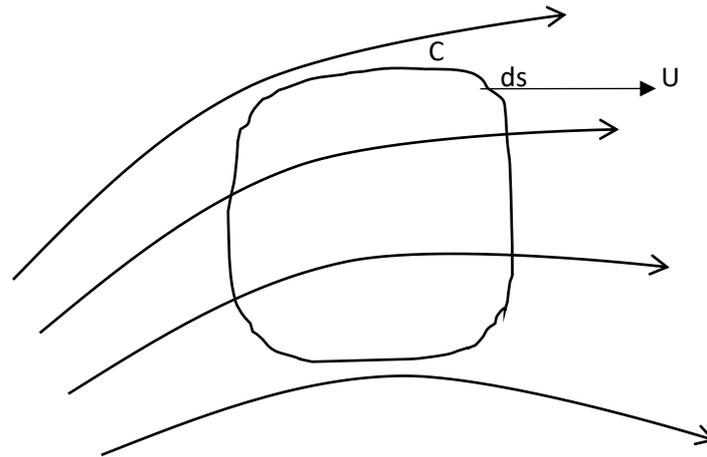


Figura 8. Circulación alrededor de un contorno C.

De la ecuación (39) en (38)

$$\Gamma = \int_A \omega \cdot ndA \dots (40)$$

En el caso especial, en que  $\omega = 0$ , el flujo se llama irrotacional. En este caso la circulación para cualquier contorno arbitrario es también cero.

## 2.7. PERFILES DE FLUJO

Para la construcción del modelo computacional del flujo sanguíneo es necesario para comprender los distintos comportamientos patológicos cardiovasculares y para ello saber implementar métodos de diagnóstico es de gran importancia.

El flujo de un fluido está relacionado al área de su sección transversal multiplicado por la velocidad instantánea.

$$Q = A \cdot v \dots (41)$$

Siendo  $Q$  es el llamado flujo o caudal, donde  $A$  es el área de la sección transversal y  $v$  es la velocidad promedio.

- **Aceleración:** Esta propiedad física es una parte de la explicación de la formación de los llamados perfiles de flujo (Figura 9-A), siendo la principal causa del perfil plano respecto a las arterias periféricas. Para órganos nobles los cuales se alimentan de un flujo constante, existe una reducida aceleración, tornando a ser el perfil en forma parabólica (CIANCAGLINI, 2004)

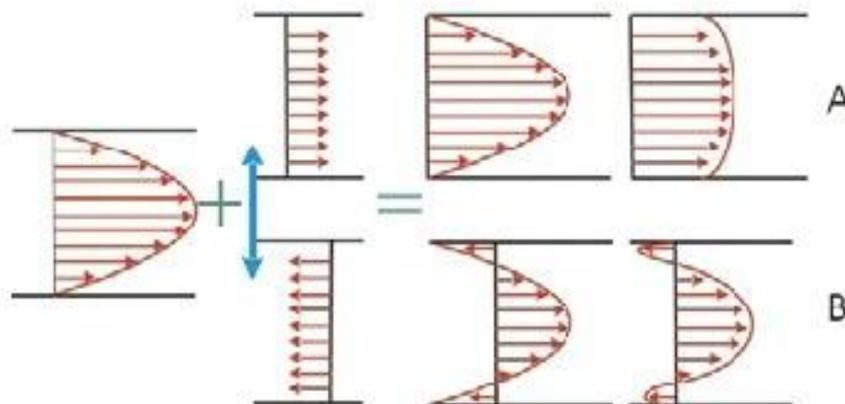


Figura 9. Perfiles de flujo. (CIANCAGLINI, 2004)

Para casos de desaceleración en la sístole tardía se quita un componente plano, generando reversión en las paredes vasculares, con velocidades cada vez llegando a ser nulas. (Figura 9-B)

Lo anterior genera turbulencias en la diástole tardía debido a que desaparece la propiedad de estabilizador de aceleración, así como también, durante el proceso de la diástole, se puede generar valores menores de velocidad obteniendo una relaminización del flujo; estos efectos que parecen paradójicos muestran la gran complejidad que llega ser las aplicaciones de las leyes estáticas a la simulación del flujo sanguíneo. (CIANCAGLINI, 2004)

- **Diagnóstico del tipo de perfil con el doppler:** En el caso del perfil parabólico (Figura 10-A), la onda de Doppler permite medir la pendiente de las velocidades

que progresivamente fueron decrecientes hacia la periferia, aunque el volumen de muestra haya sido colocado correctamente y sea lo más pequeño posible; como consecuencia, la rampa de ascenso Doppler se ensancha.

En el flujo plano (Figura 10-B), se considera la existencia de la misma velocidad a lo largo de la sección del vaso; siendo muy similares las velocidades que se hallaron, la onda de “Doppler pulsado es de ascenso limpio y angosto, esto sucede en la caso de la sistólica inicial de las grandes arterias periféricas” (CIANCAGLINI, 2004).

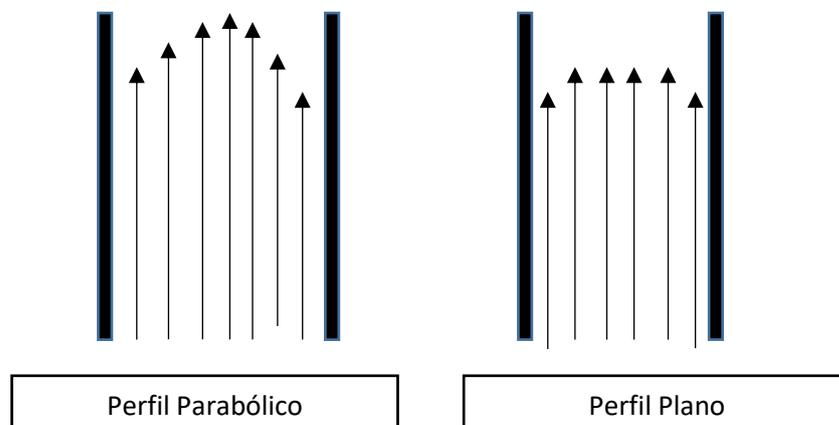


Figura 10. Perfil de acuerdo a la técnica doppler. (CIANCAGLINI, 2004)

## 2.8. ECUACIÓN DE BERNOULLI

El principio de conservación de energía (PASINATO, 2008) tiene como consecuencia la ecuación de Bernoulli en un flujo ideal, el cual se supone incompresible, irrotacional, no viscoso y estacionario.

$$P + \rho gh + \frac{1}{2}(\rho v^2) = constante \dots (42)$$

Donde  $P$  es la presión,  $\rho$  densidad,  $g$  aceleración gravitacional,  $h$  profundidad y  $v$  la velocidad. La ecuación posee la siguiente expresión  $P + \rho gh$  que representa la



presión potencial; por otro lado, la expresión  $\frac{1}{2}(\rho v^2)$  corresponde a la presión dinámica del flujo.

A la vez, la suma de estos elementos conforma la presión total del flujo que, en el caso de un flujo confinado al cual no se le transfiere energía extra, es constante a lo largo de una línea de corriente. Para un flujo ideal (cuya densidad es  $\rho$ ) a través de un tubo horizontal, la ecuación de Bernoulli adopta la forma:

$$P + \frac{1}{2}(\rho v^2) = \text{constante} \dots (43)$$

## 2.9. MARCO CONCEPTUAL

La simulación numérica permite obtener resultados de producción matemática para cualquier problema en menos tiempo, siendo una alternativa para la experimentación en físico y natural, iniciando su construcción a partir de las ecuaciones diferenciales relacionadas, aplicando métodos numéricos para determinar su resolución (GONZALES et al, 2020).

Los fluidos tienen dos formas de estudio, una de ellas es el enfoque Lagrangiano, y la segunda el Euleriano. Este método se desarrolla en el seguimiento de partículas materiales, básicamente identifica una masa de fluido en un flujo en pequeña dimensión, describiendo el movimiento en cada instante descrita por las ecuaciones de Navier-Stokes, esta formulación es llamada también formulación ‘sin malla’, está fundamentada en técnicas de interpolación específicas como las de estimación de tipo kernel que se utilizan en el método de hidrodinámica suavizado de partículas (CUETO-FELGUEROSO et al, 2004).



Las soluciones a las ecuaciones de Navier-Stokes es representado por el método numérico Hidrodinámica Suavizada de Partículas (HSP). La formulación del método HSP resuelve numéricamente las ecuaciones de Navier-Stokes permitiendo la simulación de dinámica de fluidos con un trabajo Lagrangiano, de discretización sin mallas y determinista, siendo un mejor manejo de las simulaciones gráficas (ROJAS et al, 2010).

Se debe considerar que el promedio pesado o kernel es conocido también como media ponderada, el cual se aplica cuando en un conjunto de mediciones cada uno de ellos adquiere una importancia relativa respecto de los demás, en este contexto se multiplica cada uno de las mediciones por su ponderación o peso enseguida sumarlos obteniendo así una suma ponderada; finalmente se divide esta entre la suma de los pesos. Esta densidad de partículas alrededor de una partícula localizadas a un radio de interacción con se denominada función de peso (LIU & LIU, 2003).

El flujo sanguíneo es el movimiento de la sangre en el sistema cardiovascular. La cantidad de sangre eyectada es regulado por el corazón en la aorta por cada minuto, y además depende de la variación del diámetro de las pequeñas arterias y arteriolas, cuyo músculo liso se relaja o se contrae, lo que da lugar a la disminución o aumento de la resistencia al flujo. (PLAZA, 2006)

La aterosclerosis es una enfermedad frecuente originada por la acumulación en el interior de las arterias de una sustancia pegajosa denominada placa. Esta enfermedad se desarrolla lentamente, mientras se acumulan el colesterol, la grasa, las células sanguíneas y demás sustancias, provocando un estrechamiento de las arterias; por ello es catalogada como una de las principales causas de muertes en nuestro país. (MINSA, 2013)



## 2.10. ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

Existen grandes investigaciones que incorporan en sus estudios el método de hidrodinámica suavizada de partículas (HSP), investigaciones que permiten la mejora del método señalado, entre ellas tenemos al desarrollo de Adami en el año 2012 donde implementa una condición de contorno de pared generalizada para la HSP, esto permitió que el método mejore en sus rango de aplicación (ADAMI et al, 2012). Además de este tipo de investigaciones, existen aplicaciones directas del método, tales como la investigación del comportamiento de un líquido newtoniano a través de una tubería, en esta investigación se empleó el método de HSP usando fronteras periódicas, lo que permitió el desarrollo de la simulación (ÁGUILA & SANTACRUZ, 2018). Y una investigación alusiva al flujo sanguíneo es presentada por Polwaththe – Gallage, donde realiza una simulación de la deformación de un glóbulo rojo en un espacio tridimensional en el entorno de un micro capilar estenosado. Para ello utiliza una red tridimensional de resortes para modelar la membrana de glóbulos rojos, donde los fluidos internos y externos se discretizan en un número finito de masas, este estudio fue realizado por el método de hidrodinámica suavizada de partículas, cuyos resultados permiten indicar que los glóbulos rojos están sujetos a una mayor deformación cuando se mueven a través de la parte estenosada del capilar. (POLWATHTHE-GALLAGE et al, 2016)

Las propiedades físicas que se analizarán en este trabajo de investigación son la densidad, presión, velocidad y el caudal. Para ello existen investigaciones que establecen ciertos valores para estas propiedades, tal es el caso del desarrollo, evaluación de la acumulación de tensión de cizallamiento en los componentes sanguíneos en válvulas cardíacas mecánicas normales y disfuncionales, para ello utiliza el método de hidrodinámica suavizada de partículas, donde se considera propiedades del flujo sanguíneo un caudal de 5,5 L/min, así como también una densidad de  $1056 \text{ kg/m}^3$ . Estos



valores permitieron el desarrollo de la simulación, cuyos resultados muestran la capacidad del método hidrodinámica suavizada de partículas para simular flujos complejos. (SHAHRIARI et al, 2012)

Así como también el estudio de la simulación del flujo sanguíneo y su interacción con la pared arterial mediante modelos de elementos finitos, sigue un desarrollo de enfoque Euleriano, las ecuaciones se resuelven numéricamente con el método de elementos finitos, y también considera propiedades del flujo sanguíneo donde la densidad es de  $1,05 \text{ g/cm}^3$ , el caudal es de  $5 \text{ L/min}$  variando hasta valores de máximos esfuerzos de  $35 \text{ L/min}$ , Así también la velocidad de la sangre en promedio considera sobre los  $48 \text{ cm/s}$ , este valor cambia de acuerdo a los vasos posteriores a pesar del menor diámetro de estos, en la arteria circunflejo cuya velocidad de  $42 \text{ cm/s}$ , y la arteria descendente  $40 \text{ cm/s}$ . La causa de este decaimiento del valor de velocidad es debido al número de ramificaciones, esto hace que el caudal que le corresponde a cada vaso decrezca más rápidamente que el área de dicho vaso. (PLAZA, 2006)

Agregando una investigación más, referido a las propiedades físicas del flujo sanguíneo se tiene el trabajo, evaluación computacional de suavizado hidrodinámica de partículas para implementar modelo del flujo sanguíneo a través de TC arterias reconstruidas, en esta investigación también se utilizaron una densidad de  $1050 \text{ kg/m}^3$ , velocidad media de  $25 \text{ cm/s}$  y con una presión nula. Con estos datos el método hidrodinámica suavizado de partículas permite una determinación bastante precisa de la distribución de la velocidad en modelos arteriales. (Yi et al, 2017)

Finalmente el estudio realizado acerca de la Hidrodinámica de la circulación vascular periférica normal y patológica, investigó los métodos de diagnósticos para los fenómenos del aparato circulatorio, donde el estudio del flujo sanguíneo permite



determinar el perfil de cada flujo en tres factores. La aceleración es la causa principal del perfil plano de flujo en las arterias periféricas, en caso de que se necesiten flujos constantes durante todo el ciclo cardíaco existe muy poca aceleración de modo que el perfil se torna parabólico. Según el factor geométrico un flujo convergente aplanará el perfil, esto ocurre en el nacimiento de la carótida luego eventualmente se transformará en perfil parabólico, por otro lado el flujo divergente agudiza el perfil. Lo que sucede en las ramificaciones es de importancia, puesto que el área de cada una de las ramas hijas es menor que la arteria originaria, por ello existe una caída de la velocidad proporcional a cada una de las ramificaciones, en el caso de que sean dos ramas hijas iguales el flujo impacta contra el divisor de flujo, creándose remolinos o vorticidades en la zona interna de ambas ramas. Y el tercer factor es el aumento de la viscosidad sanguínea, el cual estabiliza el patrón laminar del fluido y produce un perfil parabólico inmediatamente y más marcado. (CIANCAGLINI, 2004)

## CAPÍTULO III

### MATERIALES Y MÉTODOS

#### 3.1. UBICACIÓN GEOGRÁFICA DEL ESTUDIO

El presente estudio de investigación, se realizó en la Universidad Nacional del Altiplano en el área de la Física Computacional y Métodos Numéricos. Enfocado en el flujo de sangre en la Arteria Coronaria Izquierda.

#### 3.2. PERIODO DE DURACIÓN DEL ESTUDIO

Tabla 7. Actividades durante la investigación.

Actividad	Trimestres (2020-2021)											
	N	D	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O
Recolección de Información.	X											
Elaboración del marco teórico.		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	
Desarrollar la operacionalización de variables.		X	X	X								
Determinación las propiedades geométricas y físicas de la arteria coronaria izquierda.				X	X							
Establecer las ecuaciones matemáticas que describan al fluido en la arteria coronaria izquierda.				X	X	X	X					
Determinar las ecuaciones de Navier-Stokes.						X	X	X	X			
Utilizar el método SPH para simular la dinámica sanguínea a través del programa Algodoo.							X	X	X	X		
Construcción de la geometría de la arteria coronaria izquierda, a través del programa Algodoo.								X	X	X	X	
Toma de medidas de la velocidad del flujo sanguíneo en diversas configuraciones.										X	X	
Análisis de los resultados.											X	X
Presentación final de los resultados.												X



### **3.3. PRESUPUESTO**

Los recursos utilizados para el avance de este proyecto de investigación se han considerado a cuenta propia.

### **3.4. PROCEDENCIA DEL MATERIAL UTILIZADO**

1. Física Computacional.
2. Datos de la arteria coronaria izquierda y el flujo sanguíneo.
3. Programa Algoodo.

Además que la herramienta principal es un equipo computacional CORE i7. También es indispensable hojas de cálculo, hojas para impresión, lapiceros, USBS, Internet, Libros y artículos. Donde los programadas utilizados son de uso gratuito. (GREGORICIC & BODIN, 2009)

### **3.5. POBLACIÓN Y MUESTRA DEL ESTUDIO**

#### **3.5.1. Población**

Comprende a todas las arterias del cuerpo humano desde las coronarias hasta las cerebrales.

#### **3.5.2. Muestra**

El presente estudio se enfocará en la arteria coronaria izquierda, específicamente entre el tronco de la arteria coronaria izquierda, arteria anterior descendente izquierda y la arteria circunfleja.

### 3.6. MÉTODO DE INVESTIGACIÓN

El proyecto de investigación tiene un tratamiento cuantitativo, el cual se basa en buscar soluciones numéricas a las ecuaciones de Navier-Stokes mediante el método numérico de discretización sin malla denominado HSP (Hidrodinámica suavizado de partículas).

### 3.7. MÉTODO HIDRODINAMICA SUAIVIZADO DE PARTICULAS (HSP) IMPLEMENTADO EN ALGODOO

Es necesario establecer que cada partícula del modelo tiene asociado un grupo de ecuaciones de HSP discretas que se derivan de las ecuaciones Lagrangianas de los fluidos:

Las ecuaciones para este estudio fueron descritas detalladamente en la parte del marco teórico, siendo la construcción de la ecuación que representa la conservación de energía en su forma Lagrangiana (ecu. 18), la ecuación de Navier Stokes (ecu. 19), que implementando una función de interpolación (ecu. 21) y la descripción del gradiente de, se expresa las siguientes funciones:

Ecuación de la continuidad.

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \sum_{j=1}^N m_j (v_i - v_j) \cdot \nabla_i W_{ij} \quad \dots (44)$$

Ecuación del momento.

$$\frac{dv_i}{dt} = - \sum_{j=1}^N m_j \left( \frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{\rho_j^2} \right) \nabla_i W_{ij} \quad \dots (45)$$

Ecuación de la energía.

$$\frac{dU_i}{dt} = \frac{P_i}{\rho_i^2} \sum_{j=1}^N m_j (v_i - v_j) \cdot \nabla_i W_{ij} \dots (46)$$

Donde:  $W_{ij}$  es denominado como función de interpolación;  $P_i$  es la presión;  $U_i$  es la energía interna del sistema.

Para ello se utiliza la programación descrita en Algodoos, el cual es una herramienta de aprendizaje, una herramienta de animación y además de ello una herramienta de ingeniería que permite generar investigaciones. La parte medular de su construcción de física de Algodoos es la utilización del solucionador de restricciones lineales denominado SPOOK construido por Claude Lacoursiere, en base del método computacional de hidrodinámica suavizada de partículas.

Las ecuaciones (44), (45) y (46) están implementadas en la programación de Algodoos, esto permite generar el modelo del flujo sanguíneo en la arteria coronaria izquierda el cual está descrita por las ecuaciones ya formuladas en la sección del marco teórico. De los experimentos en la simulación se obtiene los valores de velocidad promedio a lo largo del trayecto, permitiendo obtener a partir de la ecuación (41) medidas del caudal.

Posteriormente se realiza una comparación de los datos del modelo con los reales proporcionados por la comunidad científica.

### **3.8. MÉTODO PARA LA SIMULACIÓN EN 2D**

Describiremos las diferentes etapas que permiten determinar la geometría de la arteria coronaria izquierda, luego para el fluido sanguíneo:

**a. Determinación de la ubicación de la arteria coronaria izquierda**

La arteria coronaria izquierda parte de la base de la arteria aorta y junto con sus posteriores ramificaciones se encarga de suministrar sangre aproximadamente a la mitad del corazón. De ahí su importancia, ya que un taponamiento en una de sus ramificaciones puede provocar la muerte de parte de las células musculares del corazón, lo que viene a llamarse infarto de miocardio. La importancia de esto es enorme, ya que es una de las principales causas de muerte en los países desarrollados.

La primera ramificación ocurre a 3 cm de su comienzo. La parte principal sigue descendiendo por el surco interauricular y se llama arteria anterior descendente izquierda, mientras que a casi 90° se bifurca en la arteria circunfleja, como se ve en la figura.

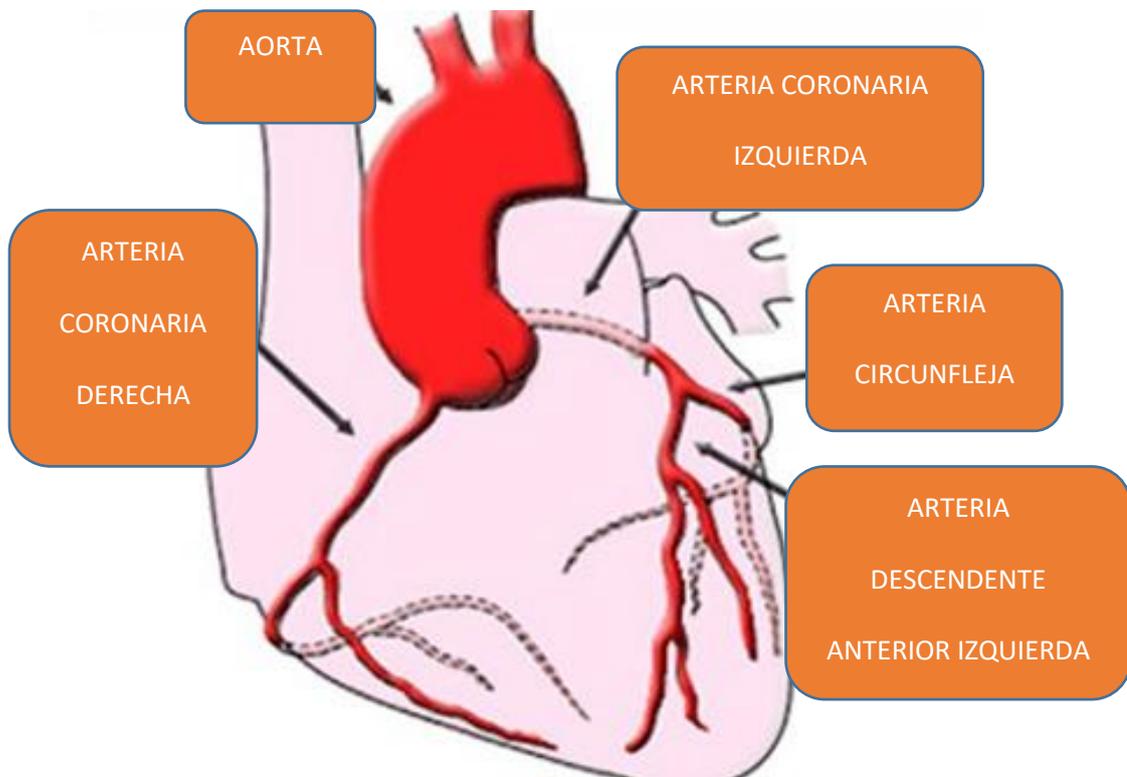


Figura 11. Partes de la arteria coronaria izquierda.

Este estudio desarrolla simulaciones de la arteria coronaria izquierda en estado normal y con un grado de acumulación de grasa, así como un modelado de los vórtices debido a la acumulación de grasa presentada en cada una de sus partes.

#### **b. Implementación del laboratorio virtual en ALGODOO**

Las dimensiones de la arteria coronaria izquierda, así mismo el flujo sanguíneo, fueron implementados en un simulador de 2D llamado ALGODOO (ANEXO 1). Este software posee varias herramientas, los cuales permiten determinar el desarrollo de estructuras físicas complejas, así como características de velocidad, presión y densidad (LORA & FERNANDEZ, 2014). Además, “ALGODOO permite realizar simulaciones de fluidos muy reales utilizando el método SPH en su código” (DEL CARPIO, 2018). Los pasos que se realizaron para la implementación de un laboratorio virtual utilizando ALGODOO en la simulación del flujo sanguíneo en la arteria coronaria izquierda fueron:

#### **c. Implementación de la longitud y diámetro de la arteria coronaria izquierda mediante ALGODOO**



Figura 12. Medida del tronco de la arteria coronaria izquierda.

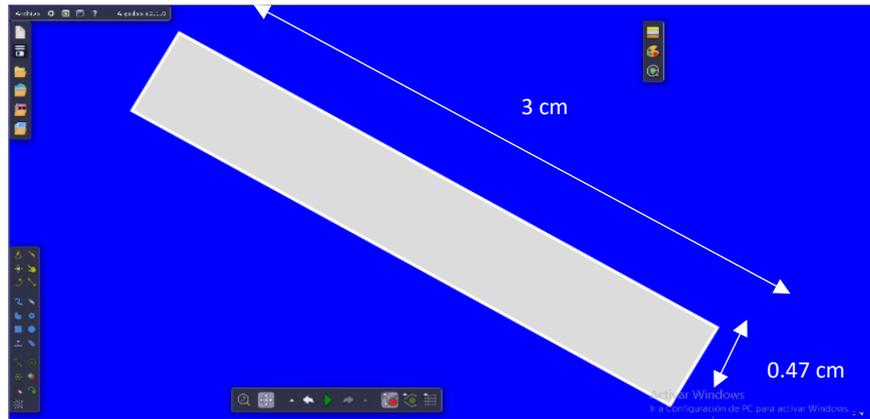


Figura 13. Medida de la arteria anterior descendente izquierda.

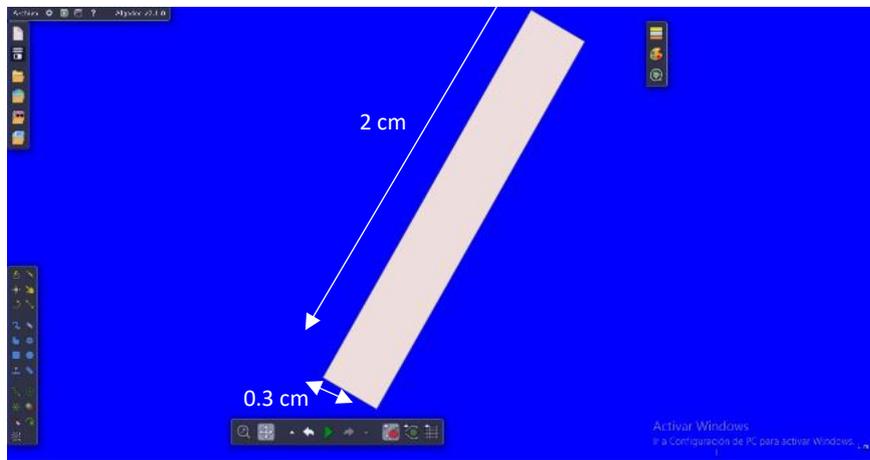


Figura 14. Medidas de la arteria circunfleja.



Figura 15. Estructura completa de la arteria coronaria izquierda en 2D.

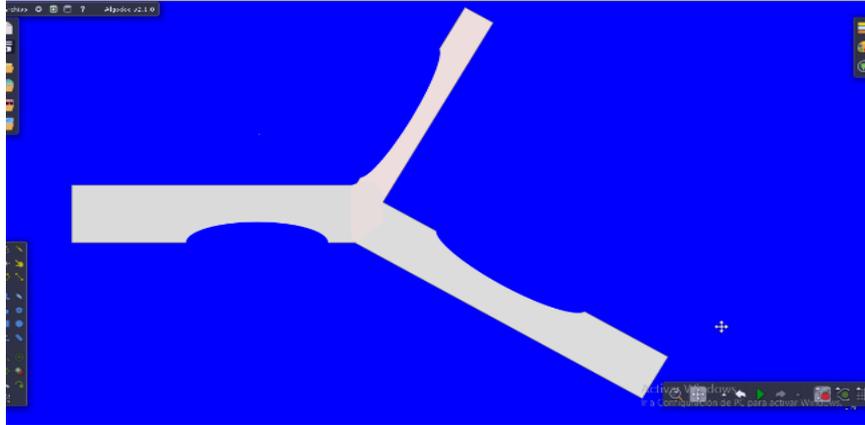


Figura 16. Estructura completa de la arteria coronaria izquierda con acumulación de grasa.

Las figuras del 12 al 16 muestran las medidas que se consideran en la estructura de la arteria coronaria izquierda, estas medidas están basados en los registros de la investigación de (PLAZA, 2006). Para la arteria coronaria izquierda notamos tres estructuras, el tronco que es de 2.50 cm de largo y un radio de 0.56 cm (figura 12), la arteria anterior descendente que es de 3cm de largo y un radio de 0.47 cm (figura 13), y finalmente tenemos las medidas de la arteria circunfleja que es de 2cm de largo y 0.3cm de radio (figura 14). Las figuras 15 y 16 muestran las estructuras completas en caso de la primera es una arteria sana, y la segunda una arteria que tiene acumulación de grasa.

**d. Implementación de la pared arterial, de la arteria coronaria izquierda a través de Partículas**

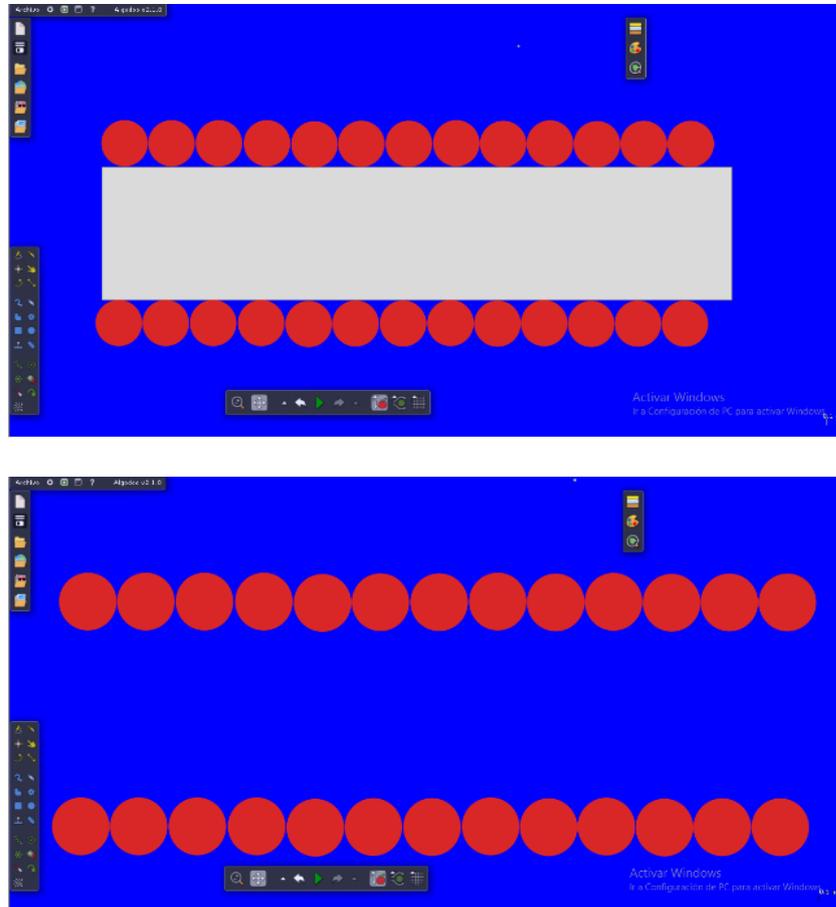


Figura 17. Pared arterial del tronco de la arteria coronaria izquierda.

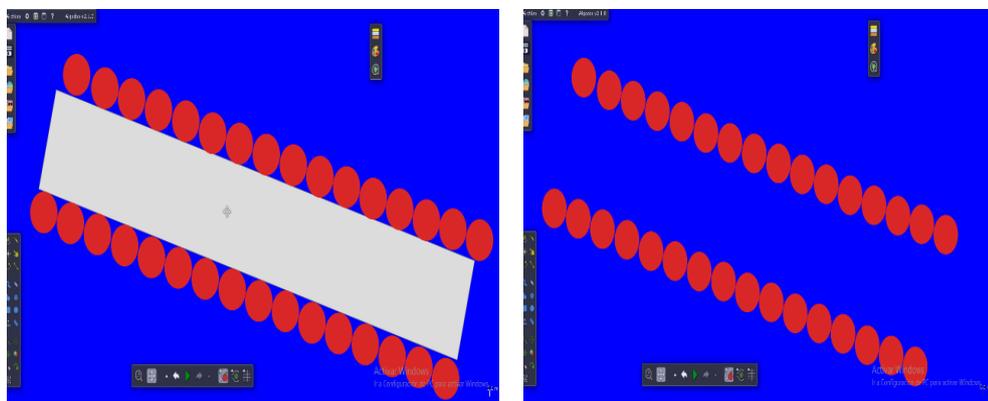


Figura 18. Pared arterial de la arteria anterior descendente izquierda.

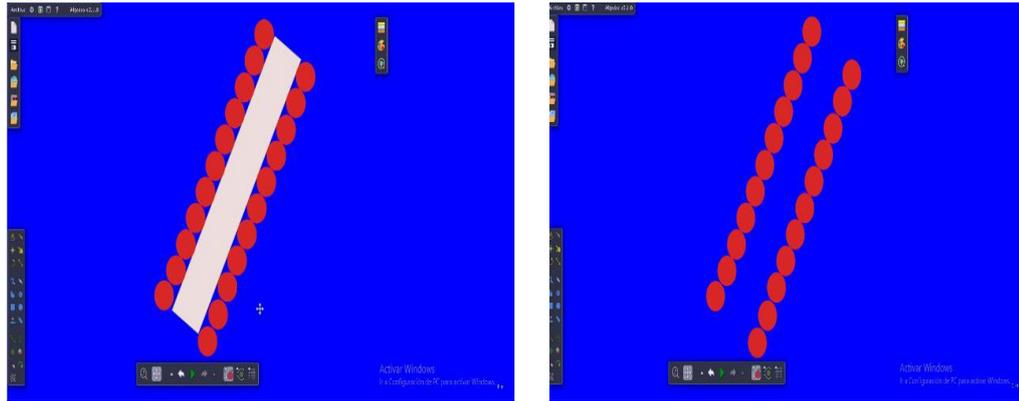


Figura 19. Pared arterial de la arteria circunfleja.

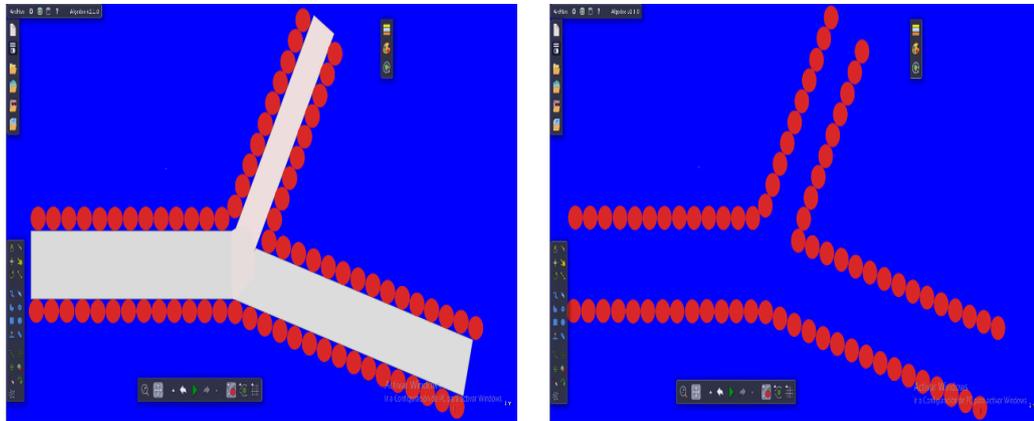


Figura 20. Estructura completa de la pared arterial completa de la arteria coronaria izquierda

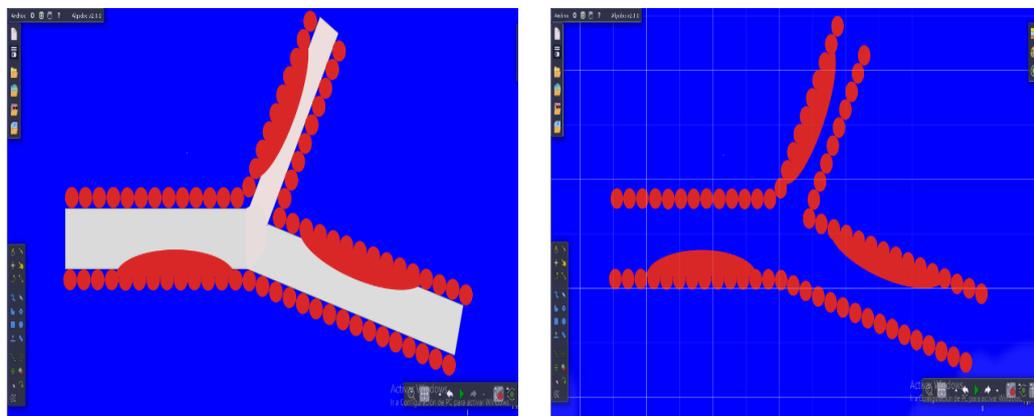


Figura 21. Estructura completa de la pared arterial de la arteria coronaria izquierda con acumulación de grasa.

Para la pared arterial se considera un espesor de 0.19 cm de diámetro de acuerdo a (Yi et al, 2017) y (PLAZA, 2006). La figura 17 muestra la estructura del tronco de la arteria coronaria izquierda, la figura 18 presenta la distribución de las partículas que representan la pared de la arteria anterior descendente izquierda, y la figura 19 muestra la pared arterial de la arteria circunfleja. Siendo la figura 20 y 21 la presentación final de la estructura.

**e. Implementación de la sangre de la arteria coronaria izquierda a través de Partículas**

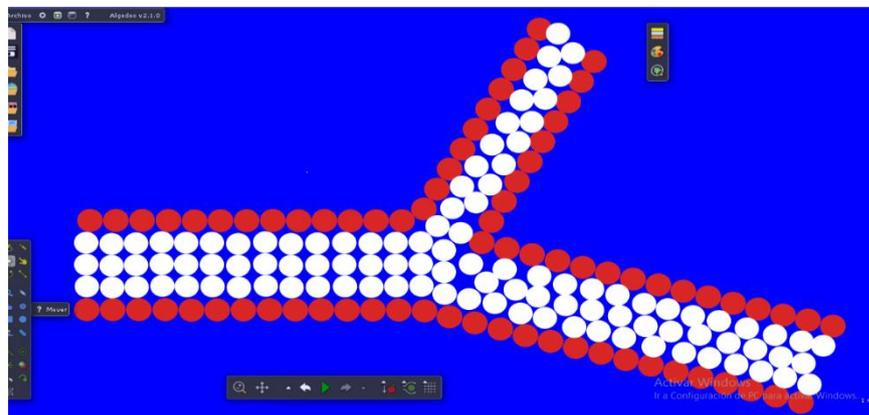


Figura 22. Flujo sanguíneo representado por 175 partículas de 0.09 cm de radio.

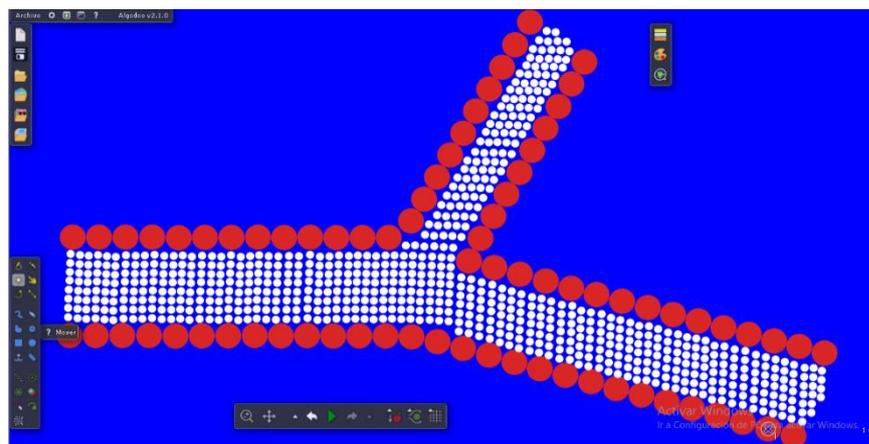


Figura 23. Flujo sanguíneo representado por 714 partículas de 0.03 cm de radio.

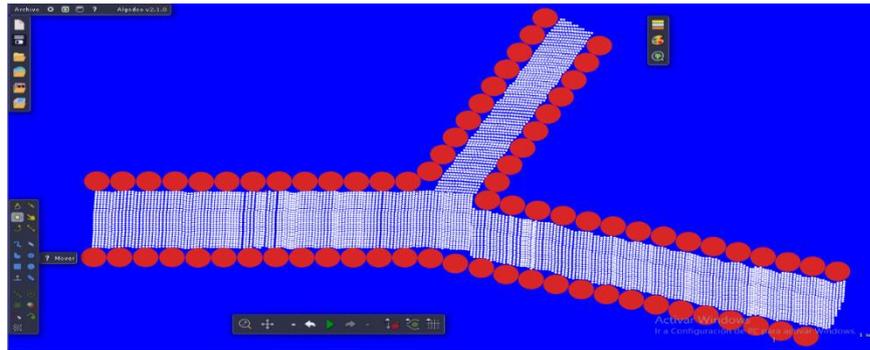


Figura 24. Flujo sanguíneo representado por 6700 partículas de 0.01 cm de radio.

Se establece el flujo sanguíneo a partir de partículas implementados en Algodoo aplicados en el sustento de la hidrodinámica suavizada de partículas. En este estudio se experimentaran en tres casos. La figura 22 presenta al flujo sanguíneo representado por 105 partículas de 0.09cm, la figura 23 muestra el flujo sanguíneo por 714 partículas de 0.03 cm de radio, y la figura 24 muestra una representación por 6700 partículas de 0.01cm de radio.

**f. Pruebas de flujo sanguíneo en una estructura recta con obstrucción.**

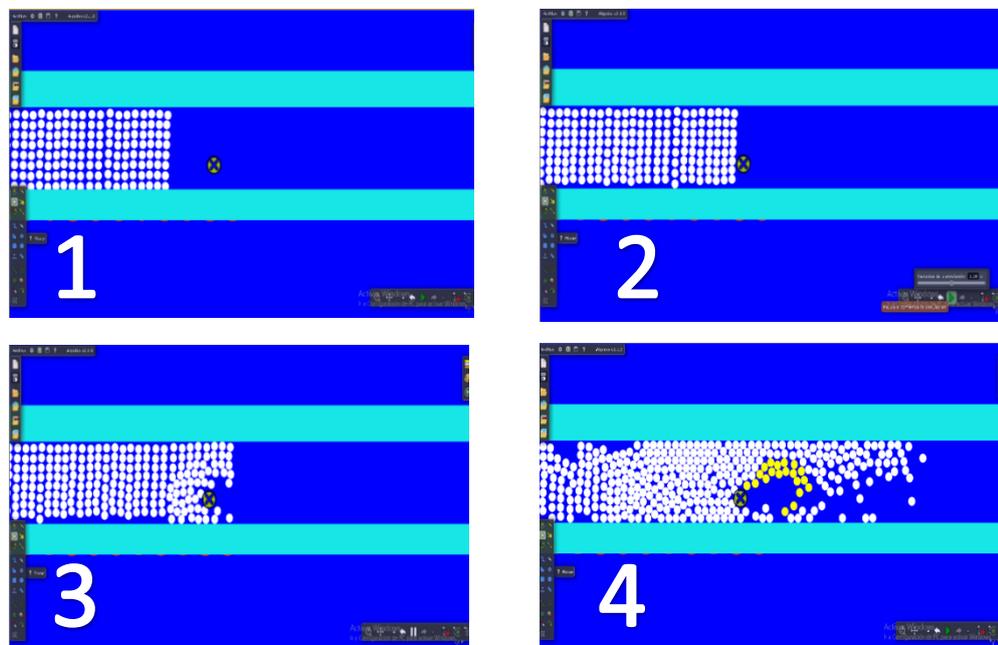


Figura 25. Prueba del programa.

En esta presentación se realizan pruebas del desarrollo de Algodoos para líquidos.

En la figura 25 -1 se muestra el inicio de la simulación, en la figura 25 – 2 se muestra el momento de la interacción del líquido con el sólido rígido arbitrario, la figura 25 -3 presentado la interacción entre líquido y sólido observando un desplazamiento semejante a líquidos reales, y finalmente la figura 25 – 4 presenta la finalización del flujo presentando vorticidades.

### 3.9. VARIABLES Y SU OPERACIONALIZACIÓN

#### 3.9.1. Variable independiente

Teoría de Hidrodinámica Suavizada de Partículas.

#### 3.9.2. Variable dependiente

Modelado del flujo sanguíneo para la arteria coronaria izquierda humana.

#### 3.9.3. Operacionalización

VARIABLE	DEFINICION CONCEPTUAL	DIMENSIONES	INDICADORES
<p><b>INDEPENDIENTE</b> :</p> <p><b>HIDRODINÁMICA SUAVIZADA DE PARTÍCULAS (HSP)</b></p> <p>Hidrodinámica suavizada de partículas, es un método de entorno computacional que se utiliza para la</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ecuación de Navier Stokes</li> <li>• Métodos Numéricos</li> <li>• Métodos Lagrangianos</li> <li>• Método HSP</li> <li>• Algodoos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Simulación gráfica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Formulación de las ecuaciones de Navier Stokes para el flujo sanguíneo</li> <li>• Representación de las ecuaciones de Navier Stokes mediante el método HSP.</li> <li>• Simulación gráfica mediante Algodoos, fundamentado en el método HSP.</li> </ul>



simulación de fluidos sanguíneos.			
<b>DEPENDIENTE:</b>  <b>MODELO DE FLUJO SANGUÍNEO PARA LA ARTERIA CORONARIA IZQUIERDA HUMANA</b>  El modelo de flujo sanguíneo es una representación computacional del flujo sanguíneo producido por la variación del diámetro de las pequeñas arterias	<ul style="list-style-type: none"><li>• Arteria coronaria izquierda humana</li><li>• Medidas de la arteria coronaria izquierda</li><li>• Flujo Sanguíneo</li><li>• Propiedades del flujo sanguíneo</li><li>• Modelo de flujo sanguíneo</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Flujo sanguíneo en la arteria coronaria izquierda humana</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Definición de la arteria coronaria izquierda</li><li>• Definición del flujo sanguíneo en condiciones normales y patológicas</li><li>• Definición de velocidad, caudal, densidad y presión en un flujo sanguíneo</li><li>• Representación del flujo sanguíneo mediante Algodoo</li></ul>

## CAPÍTULO IV

### RESULTADOS Y DISCUSIÓN

#### 4.1. RESULTADOS

Aquí presentamos el modelo de flujo sanguíneo de la arteria coronaria izquierda. Se presentan todos los experimentos que se realizaron, para partículas de 0.09 cm de radio, de 0.03 cm de radio y 0,01 cm. Consignando en cada una de las partes sus propiedades físicas.

##### 4.1.1. EXPERIMENTO PARA 175 PARTICULAS DE 0.09cm DE RADIO

a. Observación del perfil parabólico.

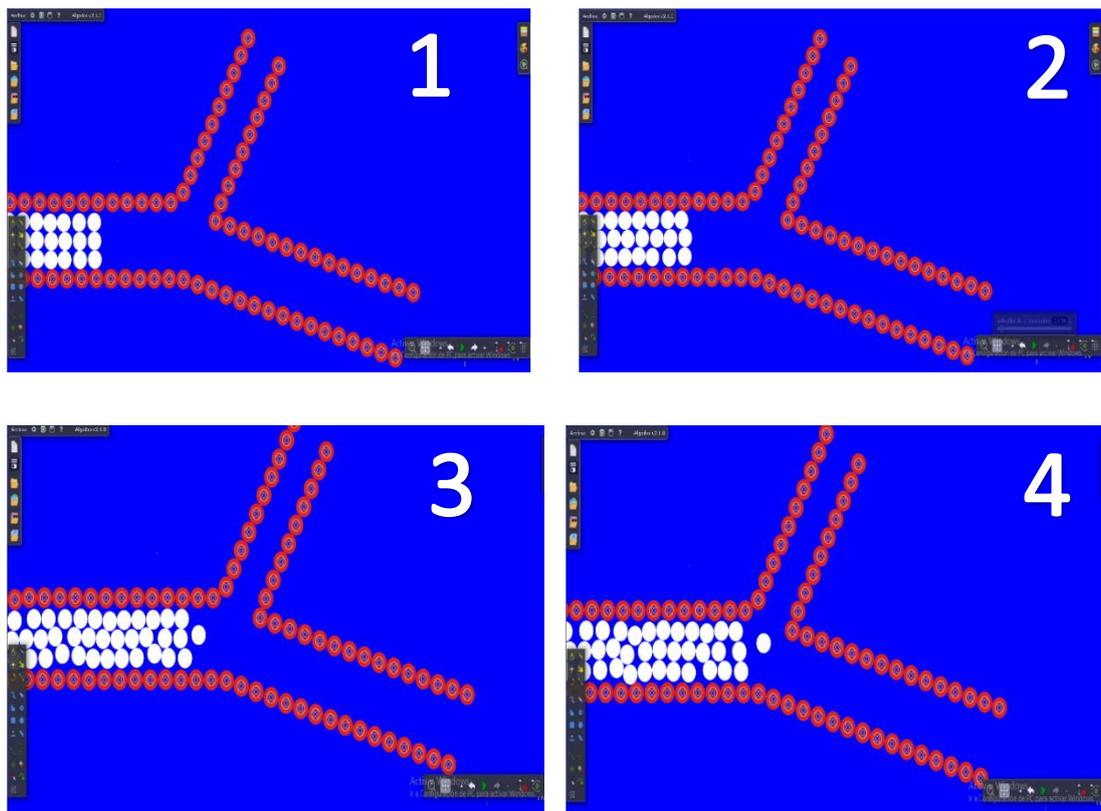


Figura 26. Primer experimento para observar el frente parabólico.

En la imagen 1 se presenta al flujo sanguíneo con una velocidad de 50cm/s, posterior a esos instante en la imagen 2 se observa que el flujo sanguíneo central mantiene

la velocidad de 50cm/s, mientras la velocidad del flujo cercano a la pared disminuye a 40cm/s. Finalmente la imagen 3 y 4 el flujo sanguíneo central aumenta la velocidad a 60cm/s, mientras que la velocidad del flujo cercano a la pared se mantiene en 40cm/s. Además, podemos notar la aparición del perfil parabólico generado por las diferencias de velocidades.

b. Distribución del flujo sanguíneo en la arteria circunfleja y anterior descendente izquierda.

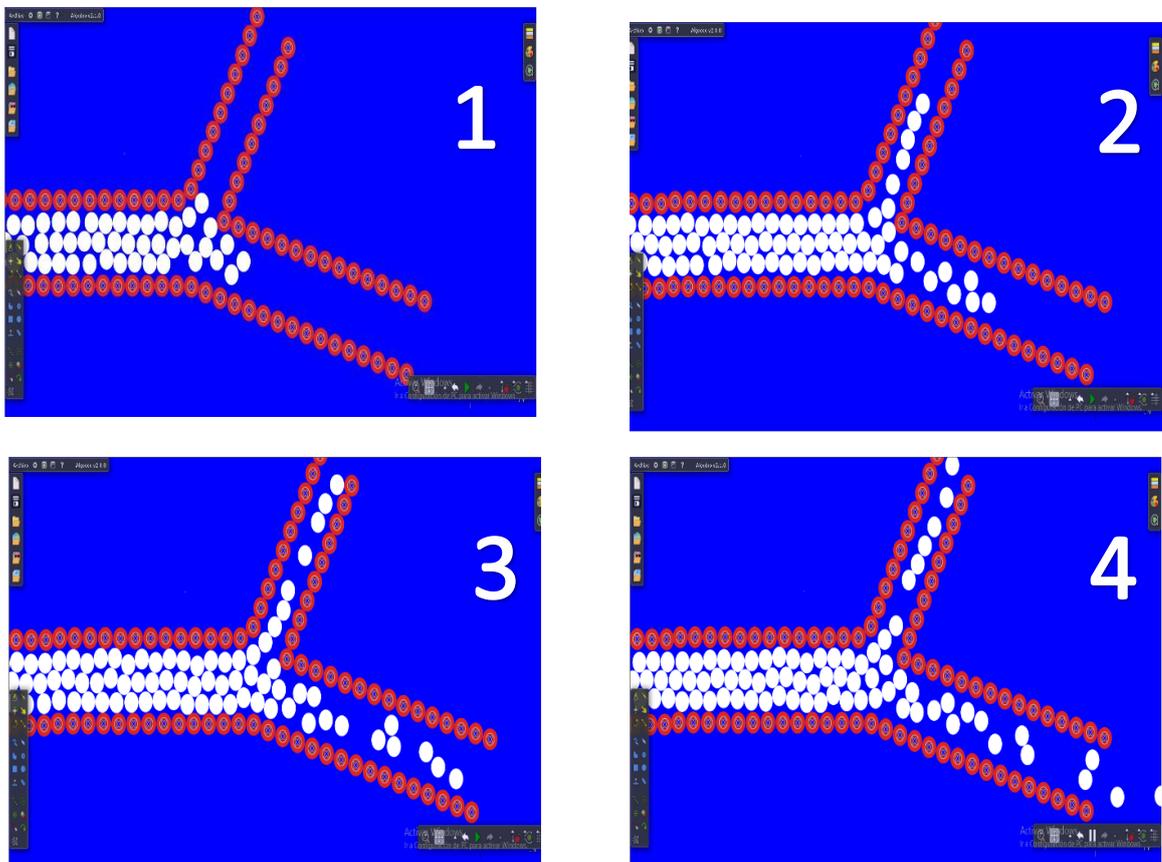


Figura 27. Distribución del flujo sanguíneo.

En la imagen 5 el flujo sanguíneo dirigido hacia la circunfleja toma una velocidad de 5cm/s, mientras que la velocidad de flujo direccionado en la anterior descendente ingresa con 40cm/s. posteriormente en las imágenes 6,7 y 8 desenlace final en la arteria anterior descendente izquierda y la arteria circunfleja.

Tabla 8. Comparación entre los resultados obtenidos en la investigación y lo dispuesto en la literatura científica ( (PLAZA, 2006) y (SHAHRIARI et al, 2012). (Para 175 partículas)

	Valores de la literatura científica	Valor Obtenido
Velocidad en el Tronco	45 cm/s	60 cm/s
Velocidad en la descendente	40 cm/s	40 cm/s
Velocidad en la circunfleja	42 cm/s	50 cm/s
Caudal en el Tronco	5 L/min	3.5 L/min

#### 4.1.2. EXPERIMENTO PARA 714 PARTICULAS DE 0.03cm DE RADIO

a. Observación del perfil parabólico.

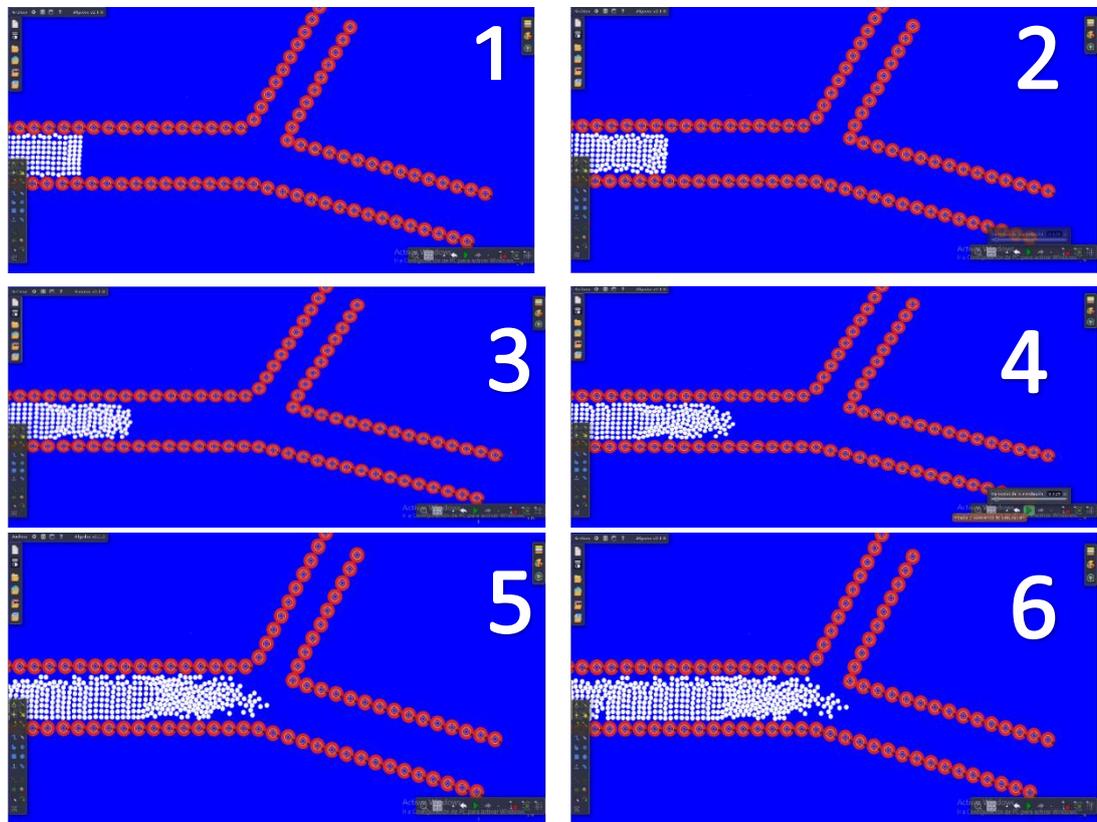


Figura 28. Parte inicial del segundo experimento.

En la imagen 1 se presenta el inicio del flujo sanguíneo con velocidad de partículas 50 cm/s, en la imagen 2 el flujo sanguíneo central mantiene la velocidad de 50cm/s, mientras la velocidad del flujo cercano a la pared disminuye a 40 cm/s. También observamos en la imagen 3 y 4 el flujo sanguíneo central aumenta la velocidad a 65 cm/s, mientras que la velocidad del flujo cercano a la pared se mantiene en 35 cm/s. finalmente se puede notar la forma del perfil parabólico que se obtiene en el desplazamiento del fluido, esto es lo que muestra en las imágenes 4,5 y 6.

b. Distribución del flujo sanguíneo en la arteria circunfleja y anterior descendente izquierda.

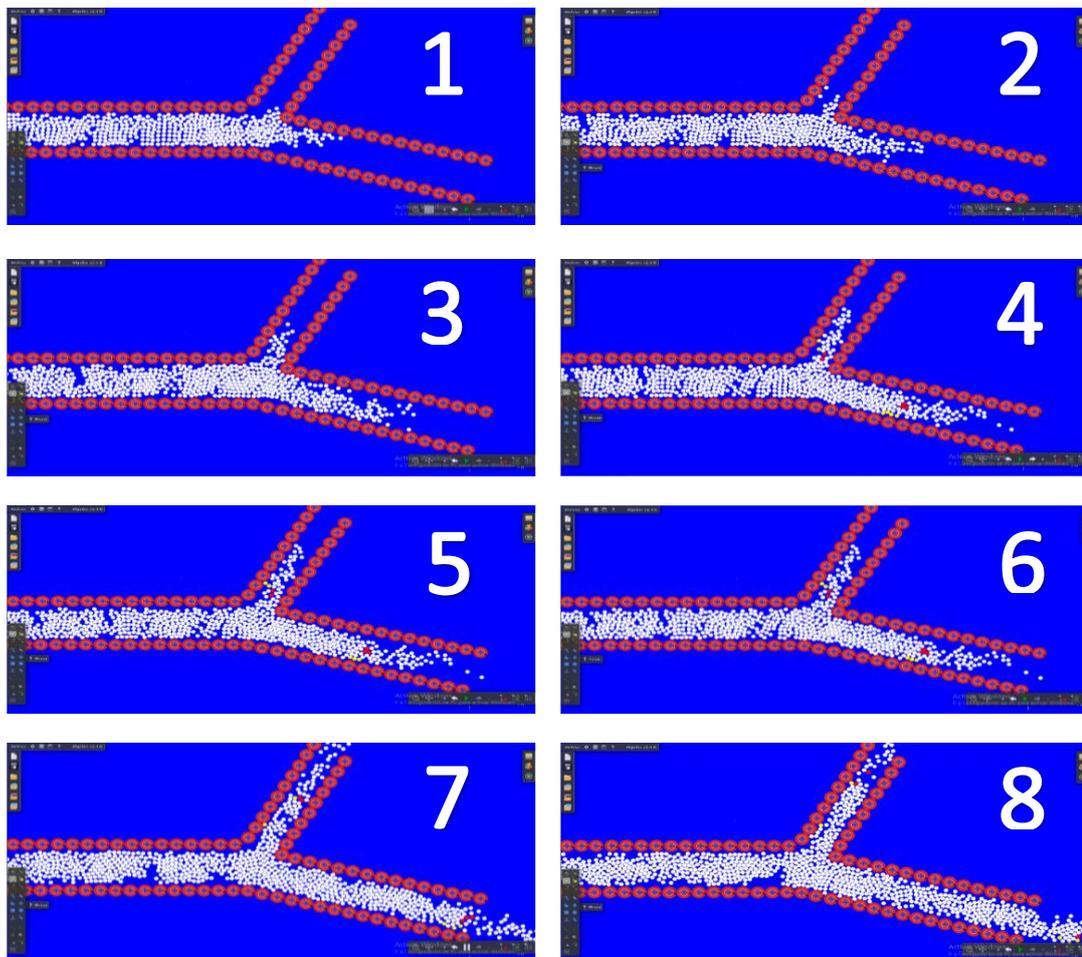


Figura 29. Continuidad del flujo sanguíneo en la arteria circunfleja y anterior descendente.

En las imágenes 7,8 y 9 el flujo sanguíneo dirigido hacia la circunfleja toma una velocidad de 40 cm/s, mientras que la velocidad de flujo direccionado en la anterior descendente ingresa con 44 cm/s. Y en las imágenes 10,11 y 12 se observa que el flujo central es mayor que los laterales.

Tabla 9. Comparación entre los resultados obtenidos en la investigación y lo dispuesto en la literatura científica ( (PLAZA, 2006) y (SHAHRIARI et al, 2012). (Para 714 partículas)

	Valores de la literatura científica	Valor Obtenido
<b>Velocidad en el Tronco</b>	45 cm/s	65 cm/s
<b>Velocidad en la descendente</b>	40 cm/s	44 cm/s
<b>Velocidad en la circunfleja</b>	42 cm/s	40 cm/s
<b>Caudal en el Tronco</b>	5 L/min	4 L/min

c. Observación de vórtices con una acumulación de grasa en el tronco de la arteria coronaria izquierda

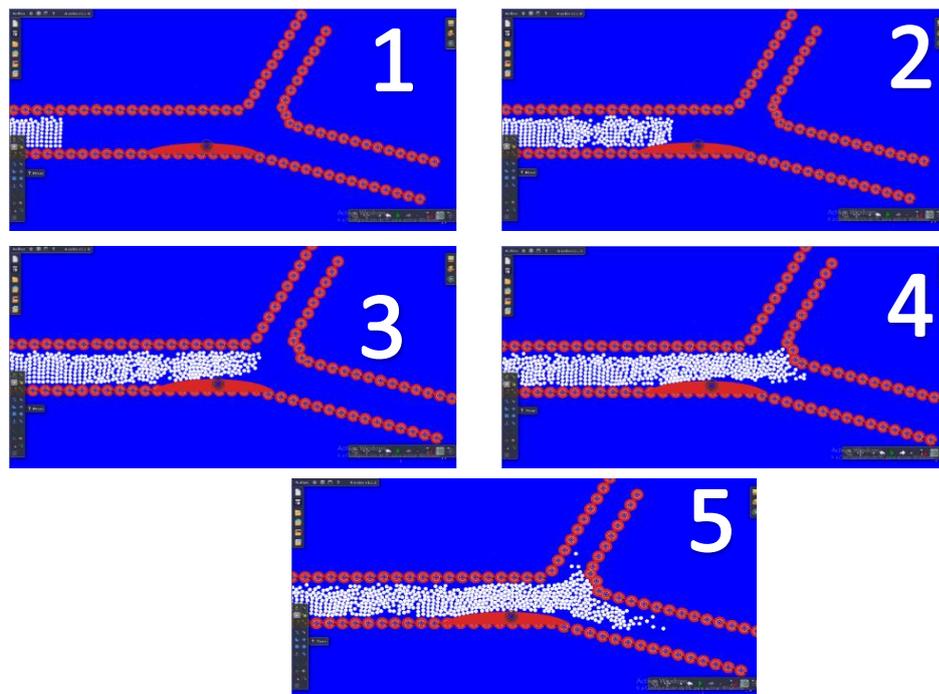


Figura 30. Segundo experimento con acumulación de grasa.

En la imagen 1 se muestra el inicio del desplazamiento del flujo sanguíneo en el tronco de la arteria coronaria izquierda, las imágenes 2 y 3 presentan la evolución del flujo sanguíneo, que viene adquiriendo una velocidad de 6cm/s al pasar por la grasa acumulada, mientras las imágenes 4 y 5 se muestran que la velocidad del flujo sanguíneo en la arteria circunfleja es de 10 cm/s, y en la anterior descendente es de 15 cm/s. Finalmente las imágenes del 6 al 11 se muestra la formación de vórtices en las entradas de las arteria descendente izquierda y la circunfleja.

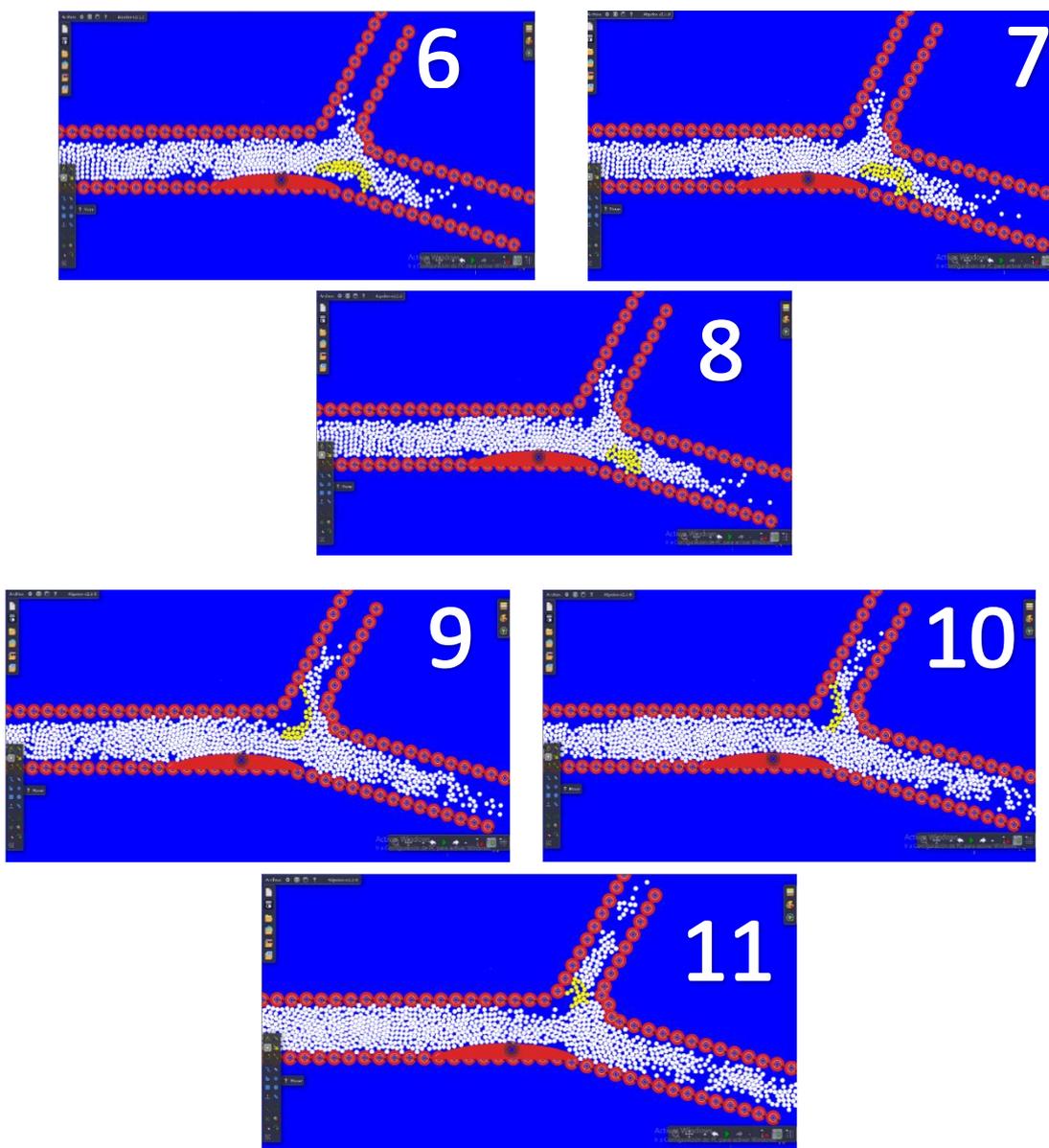


Figura 31. Observación de vórtices en las arterias.

- d. Observación de vórtices con tres acumulaciones de grasa, entre el tronco coronario izquierdo, la arteria anterior descendente izquierda y la arteria circunfleja.

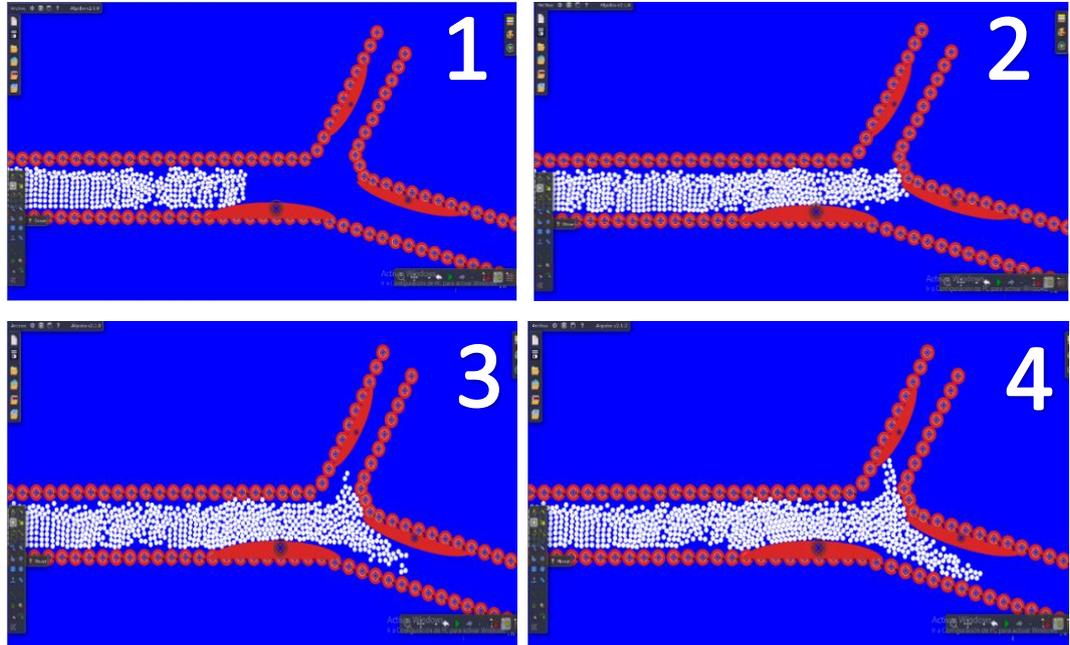


Figura 32. Flujo sanguíneo para tres acumulaciones de grasa.

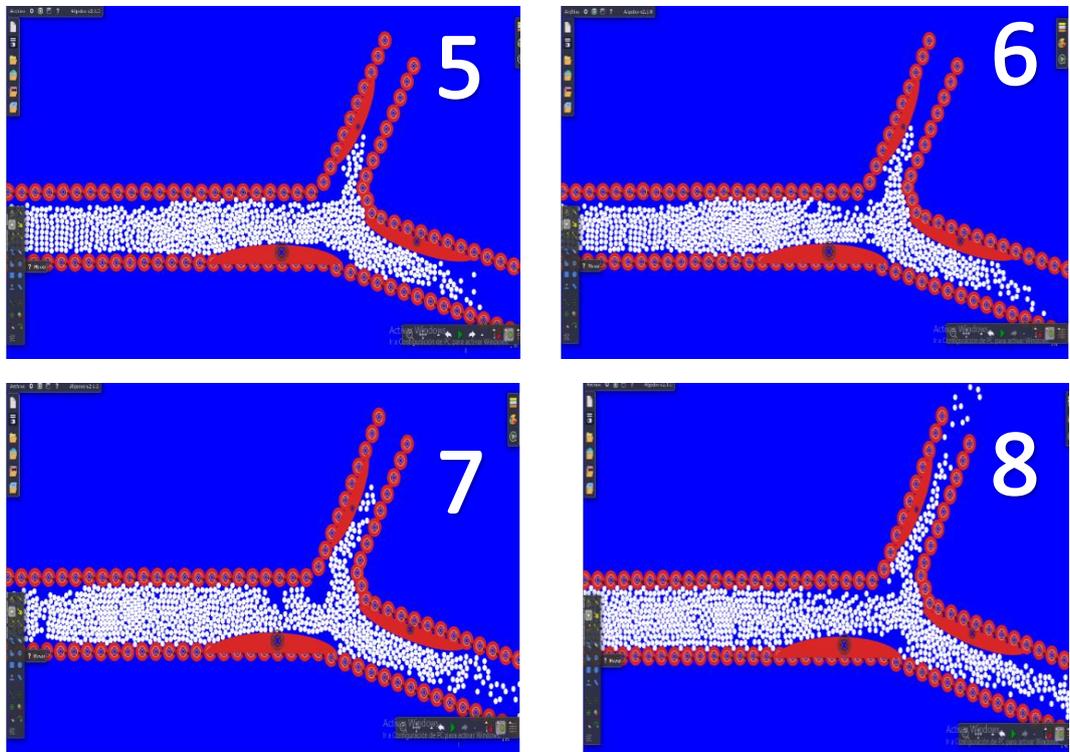


Figura 33. Observación de más de un vórtice.

#### 4.1.3. EXPERIMENTO PARA 6700 PARTICULAS DE 0.01cm DE RADIO

a. Observación del perfil parabólico.

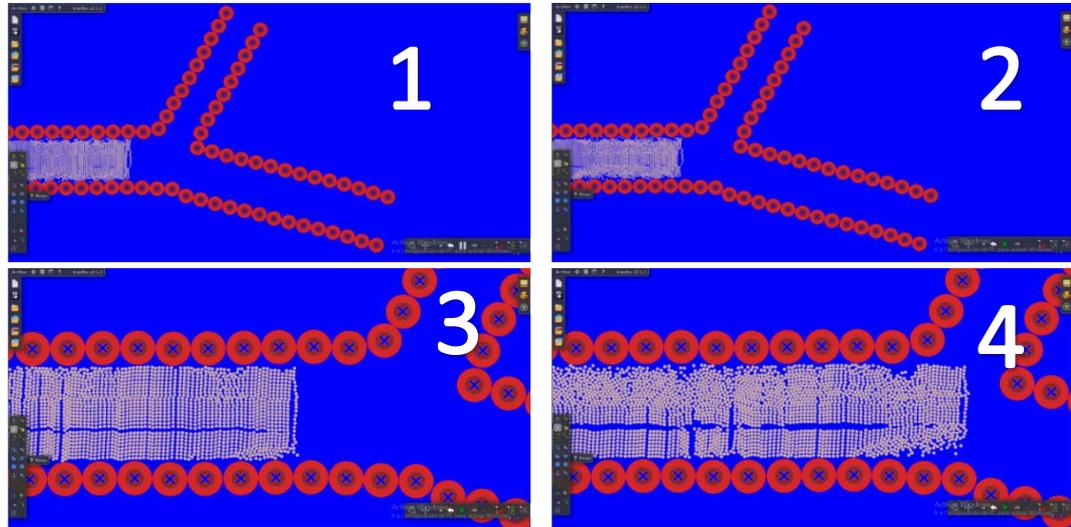


Figura 34. Inicio de tercer experimento.

En esta sucesión de imágenes de la figura 34 podemos notar al igual que los anteriores experimentos la formación del frente parabólico donde la parte central obtiene una velocidad de 48 cm/s y la parte lateral tiene una velocidad de 39cm/s

b. Distribución del flujo sanguíneo en la arteria circunfleja y anterior descendente izquierda.

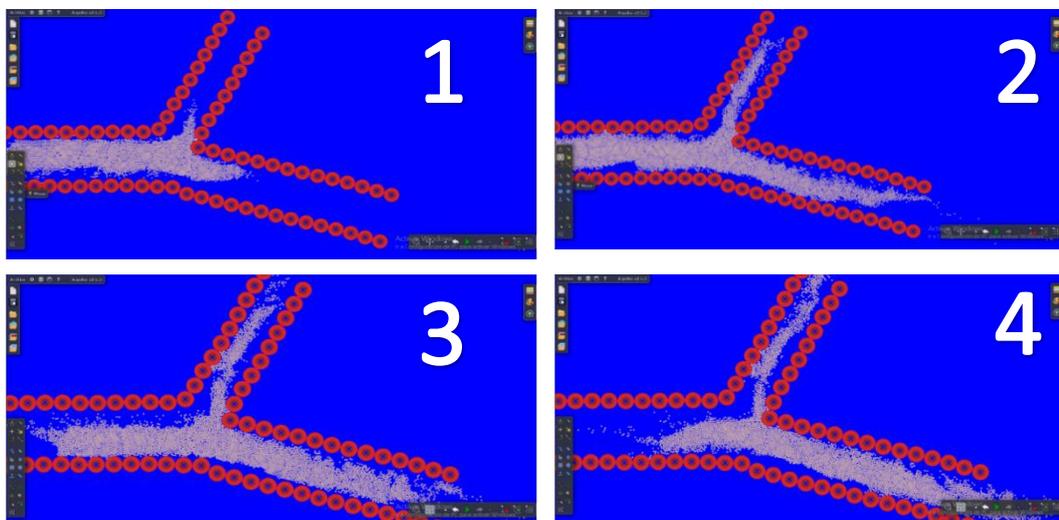


Figura 35. Intermedio del tercer experimento.

Según la figura 35 se considera que la distribución de flujo sanguíneo en la arteria descendente izquierda y la arteria circunfleja son de velocidades 41 cm/s y 43 cm/s respectivamente.

Tabla 10. Comparación entre los resultados obtenidos en la investigación y lo dispuesto en la literatura científica ( (PLAZA, 2006) y (SHAHRIARI et al, 2012). (Para 6700 partículas)

	Valores de la literatura científica	Valor Obtenido
Velocidad en el Tronco	45 cm/s	48 cm/s
Velocidad en la descendente	40 cm/s	41 cm/s
Velocidad en la circunfleja	42 cm/s	43 cm/s
Caudal en el Tronco	5 L/min	3 L/min

c. Observación de vórtices con una acumulación de grasa en el tronco de la arteria coronaria izquierda

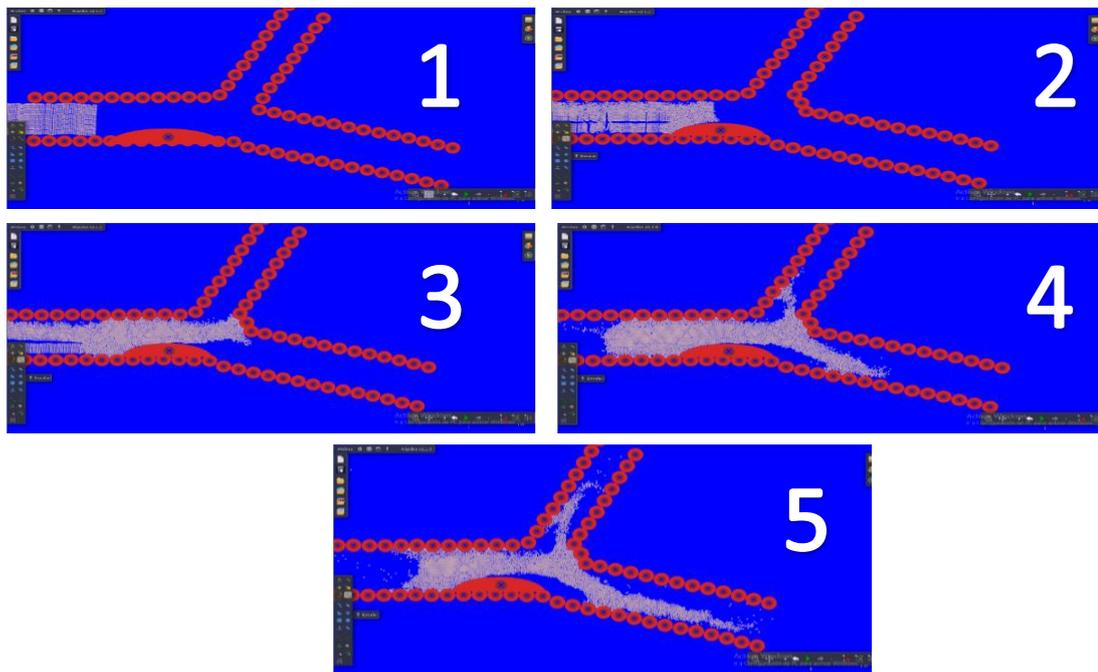


Figura 36. Tercer experimento con una acumulación de grasa.

- d. Observación de vórtices con tres acumulaciones de grasa, entre el tronco coronario izquierdo, la arteria anterior descendente izquierda y la arteria circunfleja.

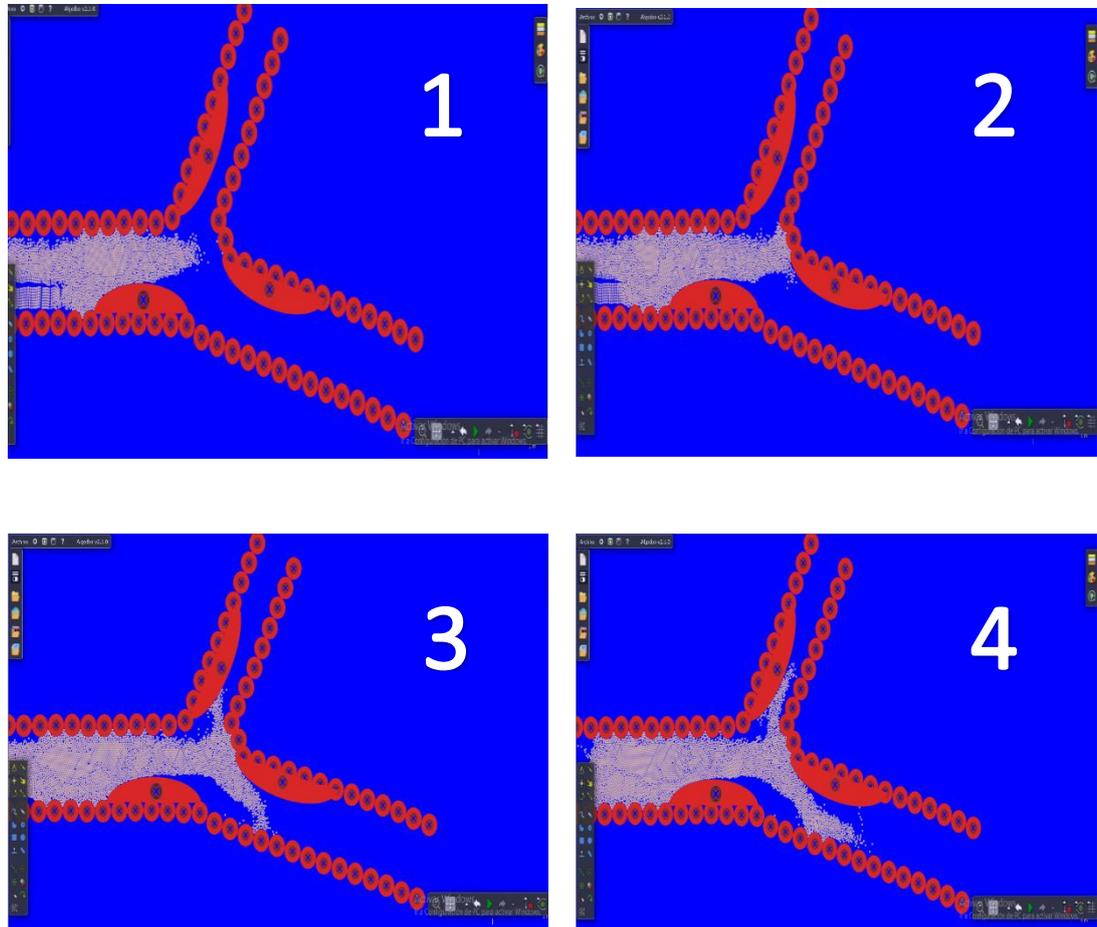


Figura 37. Tercer experimento en tres acumulaciones de grasas.

Las imágenes del 1 al 4 de este apartado inicial muestra que la formación de vórtices se da entre los inicios de la arteria circunfleja y la arteria descendente izquierda. La velocidad con la que inicia con 50 cm/s en el tronco coronario izquierdo, luego la velocidad en la anterior descendente es 9 cm/s y en la arteria circunflejo es de 11 cm/s.

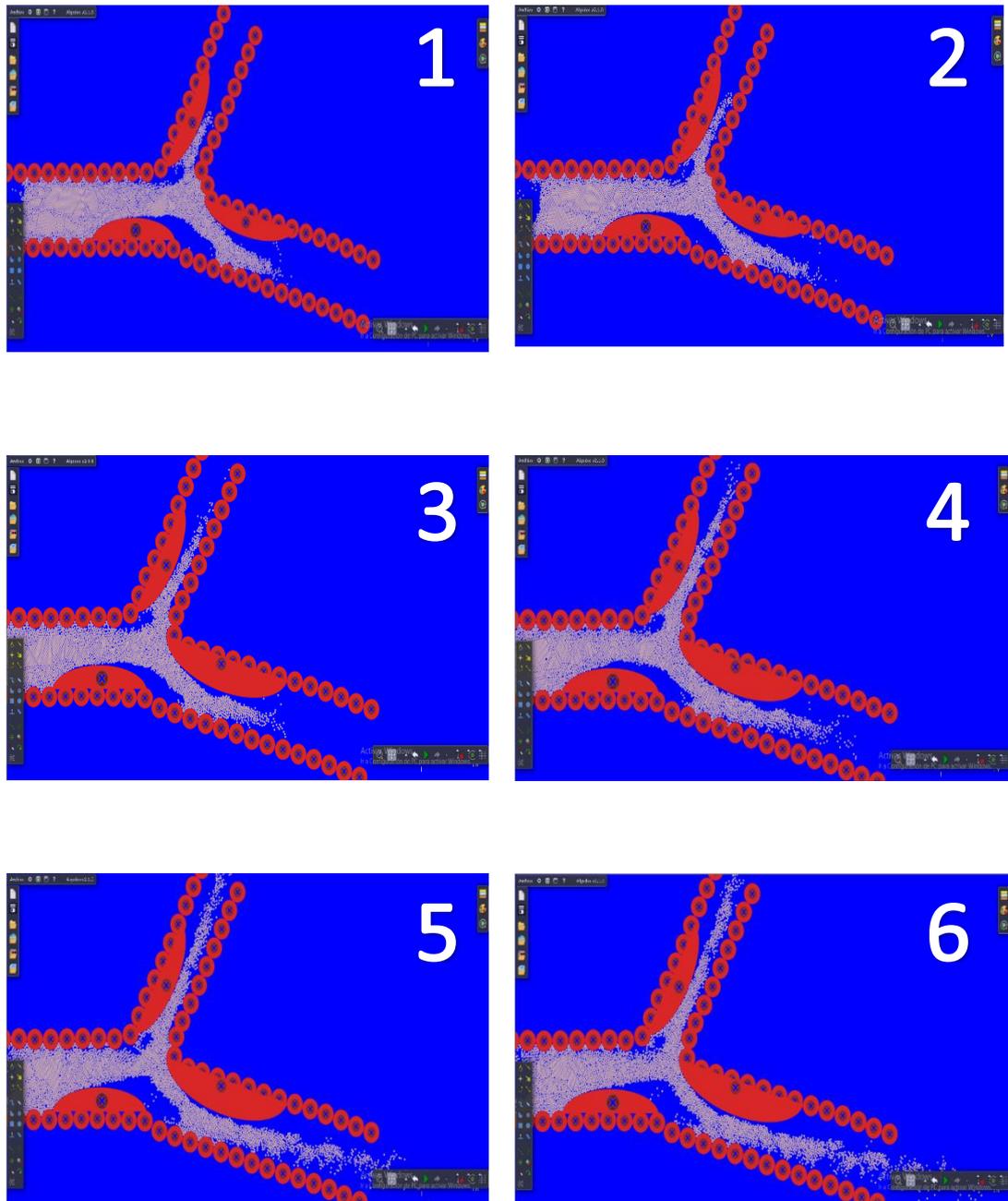


Figura 38. Tercer experimento en observación de vórtices.

En esta sucesión de imágenes se refleja la construcción de vórtices. De la figura 38 (1 al 3), se tiene el flujo sanguíneo ingresando en las arterias circunfleja y anterior descendente, donde se puede visualizar zonas no acumuladas por la sangre. Esto lleva a la generación de vórtices, notándose en las figuras 38 (4 al 6). Esto es debido a la acumulación de grasas en las arterias.

## 4.2. DISCUSIÓN

Las simulaciones numéricas son de vital importancia para el avance de conocimientos en la física y matemáticas, puesto que existen aún muchas ecuaciones que de forma analítica no pueden encontrarse soluciones, por ello se opta por soluciones numéricas que ofrecen resultados aproximados. Además de ello, considerar métodos nuevos, distintos es de gran aporte, este es el caso de método hidrodinámica suavizado de partículas HSP que provee una solución numérica con tratamiento sin malla a diferencia de otros métodos numéricos.

El modelo de flujo sanguíneo desarrollado por el programa Algodoos basado en el método hidrodinámica suavizada de partículas se implementó para la simulación de la arteria coronaria izquierda, para ello se realizó tres grupos de experimentos, para partículas dispuestas de un radio de 0.09cm, 0.03cm y 0.01cm. Se obtuvo variadas configuraciones que permiten indicar la importancia del estudio de investigación, los resultados respecto a cada configuración realizada para 175, 714 y 6700 partículas generaron valores que permitieron estudiar el comportamiento del fluido sanguíneo. Semejantemente Águila Chávez en el año 2018 estudia un líquido newtoniano a través de una tubería, para ello utilizó el método de hidrodinámica suavizada de partículas lo que permitió el desarrollo de la simulación usando fronteras periódicas. Y por parte Polwaththe – Gallage en el año 2016, y Plaza en el año 2006 donde realiza una simulación de la deformación de un glóbulo rojo en un espacio tridimensional en el entorno de un micro capilar, para ello el método de hidrodinámica suavizada de partículas, permitió indicar que los glóbulos rojos están sujetos a una mayor deformación cuando se mueven a través de la parte estenosada.



La investigación se dividió en tres experimentos el primero fue para el caso en que las partículas del flujo sanguíneo fueran representadas por un radio de 0.09cm de 175 partículas. Se observó que la velocidad del flujo sanguíneo en la parte central es mayor que la parte lateral, esta diferencia de velocidad dio origen a observar el perfil parabólico característico en líquidos sanguíneos, En la tabla 8,9 y 10 se presenta los valores obtenidos acerca de la velocidad promedio en el tramo de la arteria coronaria izquierda, estos resultados los podemos constatar entre las figuras del 28 al 38, siendo la velocidad del fluido sanguíneo respecto a 175 partículas en el tronco coronario 60 cm/s y disminuyendo sus velocidades en las arterias hijas, arteria descendente 40 cm/s y circunflejo 50 cm/s, logrando un caudal de 3.5 L/min; para el caso de 714 partículas se obtienen valores 65 cm/s, 44 cm/s, 40 cm/s y 4L/min para el tronco, descendente, circunfleja de una arteria y el caudal. Además en el caso de 6700 partículas se obtienen valores de 48 cm/s para el tronco, 41cm/s para la arteria descendente, 43 cm/s de la arteria circunfleja y 3L/min de caudal. Estos resultados tienen similitud con las investigaciones de Plaza en el año 2006, y Yi & Wong en el año 2017, puesto que en estas investigaciones obtuvieron valores de 45 cm/s en el tronco coronario izquierdo, 40 cm/s y 42 cm/s en la arteria descendente y circunfleja.

Para los valores utilizados en las propiedades físicas sean la densidad y la presión fueron tomados respecto a la información provista en las investigaciones de Shahriari en el año 2012, Plaza en el año 2006 y Yi & Wong en el año 2017 donde la densidad del flujo sanguíneo consideraron del orden de  $1050 \text{ kg/m}^3$  y una presión de 70 mmHg. Estos valores son considerados como parte de la implementación de Algodo del modelo de flujo sanguíneo en la arteria coronaria izquierda, los cuales permitieron obtener una buena representación del perfil de flujo sanguíneo. Según Ciancaglini estudio realizado en el año 2004 acerca de la hidrodinámica de la circulación vascular periférica y patológica,



este estudio describe la aparición del perfil parabólico es debido a un flujo convergente, en cambio el flujo divergente agudiza el perfil. Nuestro estudio permite visualizar parte del perfil de fluido, lo que indicaría que la aceleración es la causa principal del perfil plano del fluido en las arterias, en caso de que se necesiten flujos constantes durante todo el ciclo cardiaco, existe muy poca aceleración de modo que se vuelve parabólico. Además cada área de una rama disminuye al dividirse y proporcionalmente cae la velocidad en las ramificaciones, y el flujo impacta contra el divisor, creándose remolinos o vorticidades en la zona interna de ambas ramas.



## V. CONCLUSIONES

- El presente estudio logró desarrollar la simulación del modelo de flujo sanguíneo para la arteria coronaria izquierda humana, mediante la implementación de Algodoo a partir del método de hidrodinámica suavizada de partículas.
- Los resultados obtenidos de la velocidad del flujo sanguíneo para la simulación de 175 partículas son de 60cm/s, 40 cm/s 50 cm/s en las partes del tronco, descendente y circunflejo de la arteria coronaria izquierda respectivamente. Para partículas de 714, los resultados fueron de 65 cm/s, 44cm/s y 40 cm/s en las partes del tronco, descendente y circunflejo respectivamente. El último experimento se realizó para 6700 partículas obteniéndose 48 cm/s para el tronco, 41 cm/s para la arteria descendente y 43 cm/s en la arteria circunflejo. Estos resultados indican que la velocidad del flujo sanguíneo decae cuando pasa de una arteria principal a sus divisiones.
- El desarrollo del flujo sanguíneo mejora cuando se implementa más partículas en la simulación, por ello el estudio evaluó distintos procesos comenzando con 175 partículas de 0.09 cm de radio, prosiguiendo con 714 partículas de 0.03 cm de radio, y llegando a considerar 6700 partículas de 0.01cm de radio. Estas implementaciones mejora la simulación morfológicamente y numéricamente el flujo sanguíneo, debido a la mayor cantidad de partículas que se emplean en el experimento.
- Para el experimento de las arterias con acumulación de grasas se obtuvo que al inicio del flujo sanguíneo la velocidad en el tronco coronario izquierdo es de 50 cm/s, luego la velocidad en la anterior descendente es 12 cm/s y en la arteria circunflejo es de 14 cm/s. Este decaimiento brusco generó la creación de vórtices en las entradas de las arterias circunfleja y descendente izquierda, los vórtices más



prolongados se dan en el caso de partículas de 0.01 cm de radio. La presencia de vórtices indica un comportamiento anómalo y es señal de una inadecuada funcionalidad, que ayudaría al médico a detectar una posible patología cardíaca.

- La acumulación de grasa en las paredes arteriales de las arterias coronarias impiden el paso libre de la sangre, generando estrechamiento de las arterias, y a la vez disminuye el flujo de sangre al corazón, lo que podría generar dolor de pecho (angina de pecho), falta de aliento u otros signos y síntomas de enfermedad. Cuando se tienen acumulaciones completas en las arterias pueden generar un ataque cardíaco.
- Se obtuvo el perfil de flujo en cada uno de los experimentos, esto permite identificar las velocidades de las partículas de sangre en la parte central y lateral del fluido. Con todos estos resultados obtenidos es de considerar al método SPH adecuado en el desarrollo de fenómenos físicos relacionados a la simulación del flujo sanguínea en la arteria coronaria izquierda humana.



## VI. RECOMENDACIONES

- El método HSP es optimo para modelos de flujo sanguíneo, por ello se recomienda extender el estudio para flujos en 3D.
- Para lograr mejores resultados en el modelo de flujo sanguíneo se recomienda considerar partículas con radios menores a 0.004 cm, juntando una cantidad de más de 100 000 partículas.
- Establecer convenios con centros de investigación relacionados a la medicina, para abrir campos de estudio con respecto de modelos físicos matemáticos que apoyen al análisis del funcionamiento de partes del ser humano, dando utilidad al método HSP.
- Estudiar las vorticidades a mayor profundidad, analizando su parte numérica y sus características en su origen.
- Aplicar el método HSP en distintas áreas del cuerpo humano, impulsando al uso de “nuevos” métodos de solución numérica.



## VII. REFERENCIAS

1. ADAMI, S., HU, X., & ADAMS, N. (2012). A generalized wall boundary condition for smoothed particle hydrodynamics. *Journal of Computational Physics*, 7057-7075.
2. ÁGUILA CHÁVEZ, D. K., & SANTACRUZ YUNGA, E. J. (2018). Simulación del comportamiento de un líquido newtoniano a través de una tubería utilizando el método SPH con fronteras periódicas. Guayaquil: Escuela Superior Politécnica del Litoral.
3. AL-SAAD, M. (2017). Blood FLOW Simulation using Smoothed Particle Hydrodynamics. Cardiff: School of Engineering.
4. AL-SAAD, M., SUAREZ, C., OBEIDAT, A., BORDAS, S., & KULASEGARAM, S. (2020). Application of Smooth Particle Hydrodynamics Method for Modelling Blood Flow with Thrombus Formation. *Computer Modeling in Engineering and Sciences*, 831-862.
5. BARREIRO, A., CRESPO, A., DOMINGUEZ, J., & GÍMEZ-GESTEIRA, M. (2012). Aplicación del modelo SPH. *EPhysLab, Facultad de Ciencias*, 1-16.
6. CABALLERO, A., MAO, W., LIANG, L., OSHINSKI, J., PRIMIANO, C., MCKAY, R., . . . SUN, W. (2017). Modeling left ventricular blood flow using Smoothed Particle Hydrodynamics. *Cardiovascular Engineering and Technology*, -.



7. CARBALLAL , S., CRESPO, A., DOMINGUEZ, J., BARREIRO, A., & GÓMEZ-GESTEIRA, M. (2014). Validación del modelo SPH para problemas de ingeniería. Environmental Physics Laboratory, 110-117.
8. CIANCAGLINI, C. (2004). Hidrodinámica de la circulación vascular periférica normal y patológica. Revista Costarricense de Cardiología.
9. COSTARELLI, S. (2011). Resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes usando CUDA. REPOSITORIO DE DOCUMENTOS.
10. CUETO-FELGUEROSO, L., COLOMINAS, I., MOSQUEIRA, G., NAVARRINA, F., & CASTALEIRO, M. (2004). Sobre la formulación de Galerkin del método de hidrodinámica de partículas suavizadas. Revista internacional de métodos numéricos en ingeniería Volumen 60, Número 9, 1475-1512.
11. CUMMINS, S. J., & RUDMAN, M. (1999). An SPH Projection Method. Journal of Computational Physics, 584-607.
12. DEL CARPIO MINAYA, R. A. (09 de 10 de 2018). REPOSITORIO INSTITUCIONAL. Obtenido de REPOSITORIO INSTITUCIONAL: <http://repositorio.unap.edu.pe/handle/UNAP/11323>
13. DIEZ MINGUITO, M. (2004). Smoothed Particle Hydrodynamics. Granada: Grupo de Dinámica de Flujos Ambientales.
14. DOMINGO, A. M. (2011). Apuntes de Mecánica de Fluidos. España: Creative Commons.



15. FONTANA , H., BELZITI, H., & BURATTI, S. (2008). La circulación cerebral en condiciones normales y patológicas V. El aneurisma, aspectos dinámicos. REV ARGENT NEUROCI, 91.
16. FONTANA, H., BELZITI, H., REQUEJO, F., BURATTI, S., & RECCHIA, M. (2007). La circulación cerebral en condiciones normales y patológicas. Parte III el flujo sanguíneo en los vasos de la base. Buenos Aires: REV ARGENT NEUROCI.
17. GALLAGE, P., SAHA, S. C., & GU, Y. (2014). Deformation of a three-dimensional red blood cell in a stenosed micro-capillary. Australasian Congress on Applied Mechanics, 1-7.
18. GINGOLD, R., & MONAGHAN, J. (1997). Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars. Royal Astronomical Society, 375-389.
19. GONZALES SANCHEZ, O., AGUILA CHAVEZ, D., & SANTACRUZ YUNGA, E. (2020). Simulación del comportamiento de un líquido newtoniano a través de una tubería utilizando el método sph con fronteras periódicas. ESPOL.FCNM.
20. GRAHN, A. (2008). Interactive Simulation of Contrast Fluid using Smoothed Particle Hydrodynamics. Sweden: Department of Computing Science.
21. GUO, J., YUAN, Z., LIAO, X., BAI, Y., & LAI, Q. (2015). GPU-assisted real-time coupling of blood flow and vessel wall. Computer animation and virtual worlds, 337-345.



22. KARIMI, A., & RAZAGHI, R. (2019). Interaction of the blood components and plaque in a stenotic coronary artery. *Artery Research*, 47-61.
23. LIEDEKERKE, P. V., SMEETS, B., ODENTHAL, T., TIJSKENS, E., & RAMON, H. (2013). Solving microscopic flow problems using Stokes equations in SPH. France: Preprint submitted to *Computer Physics Communications*.
24. LIU, G., & LIU, M. (2003). *Smoothed Particle Hydrodynamics a meshfree particle method*. Singapore: World Scientific Publishing.
25. LLUCH, E., DE CRAENE, M., BIJNENS, B., SERMESANT, M., NOAILLY, J., CAMARA , O., & MORALES, H. G. (2019). Breaking the state of the heart: meshless model for cardiac mechanics. *Biomechanics and Modeling in Mechanobiology*, -.
26. MAO, W., LI, K., & SUN, W. (2016). Fluid-Structure Interaction Study of Transcatheter Aortic Valve Dynamics Using Smoothed Particle Hydrodynamics. *Cardiovascular Engineering and Technology*, 374-388.
27. MARTIN-LORA, C., & GARCIA-FERNANDEZ, I. (2014). CLISKA - An application for physics education in secondary school. *CEIG - Spanish Computer Graphics Conference* .
28. MERO BARCIA, M. G. (2014). *Métodos sin Mallas*. Carabobo: Facultad Experimental de Ciencias y Tecnología.
29. MINSA. (24 de setiembre de 2013). Ministerio de Salud. Obtenido de Ministerio de Salud: <https://www.gob.pe/institucion/minsa/noticias/33357-enfermedades-cardiovasculares-son-unas-de-las-principales-causas-de-mortalidad-en-peru>



30. MONAGHAN, J. (1992). Smoothed Particle Hydrodynamics. *Rev. Astron. Astrophys*, 543-574.
31. MONAGHAN, J. (2005). Smoothed particle hydrodynamics. *Reports on Progress in Physics*, 1703-1759.
32. MONTELEONE, A. (2019). SPH modeling of blood flow in cerebral aneurysms. Palermo: Universidad Degli Studi Di Palermo.
33. MULLER, M., & TESCHNER, M. (2004). Interactive Blood Simulation for Virtual Surgery Based on Smoothed Particle Hydrodynamics. *Tecnología y atención médica*, 25-31.
34. MULLER, M., CHARYPAR, D., & GROSS, M. (2003). Particle-Based Fluid Simulation for Interactive Applications. *Symposium on Computer Animation*, -.
35. NAYANAJITH, P., GU, Y., SAHA, S., SENADEERA, W., & OLOYEDE, A. (2012). Numerical Simulation of Red Blood Cell's Deformation using SPH Method. *International Conference on Computational Methods*.
36. PASINATO, H. D. (2008). *Fundamentos de mecanica de fluidos*. Plaza Huincul: Editorial de la Universidad Tecnológica Nacional.
37. PLAZA, F. J. (2006). *Simulación del flujo sanguíneo y su interacción con la pared arterial mediante modelos de elementos finitos*. Madrid: Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoria de Estructuras.
38. POLWATHTHE-GALLAGE, H.-N., SAHA, S. C., SAURET, E., FLOWER, R., SENADEERA, W., & GU, Y. (2016). SPH-DEM approach to numerically



- simulate the deformation of three-dimensional RBCs in non-uniform capillaries.  
Biomedical Engineering, -.
39. QIN, Y., WU, J., HU, Q., GHISTA, D. N., & WONG, K. K. (2017). Computational evaluation of smoothed particle hydrodynamics for implementing blood flow. *Journal of X-Ray Science and Technology*, 213-232.
40. ROJAS, F., PABLO, S., & LIMACHE, A. (2010). Simulación de Fluidos en Tiempo Real Usando SPH. *Asociacion Argentina de Mecanica Computacional*.
41. SHAHRIARI, S., KADEM, L., ROGERS, B., & HASSAN, I. (2012). Smoothed particle hydrodynamics method applied to pulsatile flow inside a rigid two-dimensional model of left heart cavity. *International journal for numerical methods in biomedical engineering*, 1121-1143.
42. SHAHRIARI, S., MALEKI, H., HASSAN, I., & KADEM, L. (2012). Evaluation of shear stress accumulation on blood components in normal and dysfunctional bileaflet mechanical heart valves using smoothed particle hydrodynamics. *Journal of Biomechanics*, 2637-2644.
43. SIGALOTTI, L. D., KLAPP, J., PEDROZA, K., NATHAL, E., & ALVARO-RORÍGUEZ, C. E. (2018). Numerical Simulation of the Blood Flow through a Brain Vascular Aneurysm with an Artificial Stent Using the SPH Method. *Scientific research publishing*, 891-912.
44. SINNOTT, M. D., CLEARY, P. W., HARRISON, S. M., & CUMMINS, S. J. (2015). How arterial pressures affect the consideration of internal carotid artery angle as a risk factor for carotid arteriosclerotic disease. *Progress in Computational Fluid Dynamics*, -.



45. SINNOTT, M., CLEARY, P. W., & PRAKASH, M. (2006). An investigation of pulsatile blood flow in a bifurcation artery using a Grid-Free Method . Fifth international Confer on CFD in the Process Industries, 13-15.
46. SINNOTT, M., CLEARY, P., ARKWRIGHT, J., & DINNING, P. (2012). Investigating the relationships between peristaltic contraction and fluid transport in the human colon using Smoothed Particle Hydrodynamics. Computers in Biology and Medicine, 492-503.
47. TANAKA, N., & TATSUO TAKANO. (2005). Microscopic-scale simulation of blood flow using SPH method. International of Computational Methods, 555-568.
48. TING, T. S., & PRAKASH, M. (2005). Simulation of high Reynolds number flow over a backward facing step using SPH. Australia: Mathematical and Information Sciences.
49. VÁZQUEZ, J. L. (2004). La ecuación de Navier-Stokes. Un reto físico-matemático para el siglo XXI. Monografías de la Real Academia de Ciencias de Zaragoza, 31-56.
50. WRÓBLEWSKI, P., BORYCZKO, K., & KOPEC, M. (2008). Modeling Incompressible Fluids by Means of the SPH Method: Surface Tension and Viscosity. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 600-609.
51. Yi, Q., Jianhuang, W., Dhanjoo, G., & Wong , K. (2017). Computational evaluation of smoothed particle hydrodynamics for implementing blood flow modelling through CT reconstructed arteries. Journal of X-Ray Science and Technology, 213-232.



## ANEXOS

## Anexo 1. Descarga e instalación del software Algodoo

### • DESCARGA

No es seguro [algodoo.com/download/](http://algodoo.com/download/) 1

Download

Download for Mac

Download for iPad

Free downloads

Download for Windows

Download for Mac

### • INSTALACIÓN

Advertencia de seguridad de Abrir archivo

Setup - Algodoo

Se presenta el proceso de descarga e instalación del software de Algodoo.

Enlace: <http://www.algodoo.com/download/>

## Anexo 2. Entorno del Software Algodoo

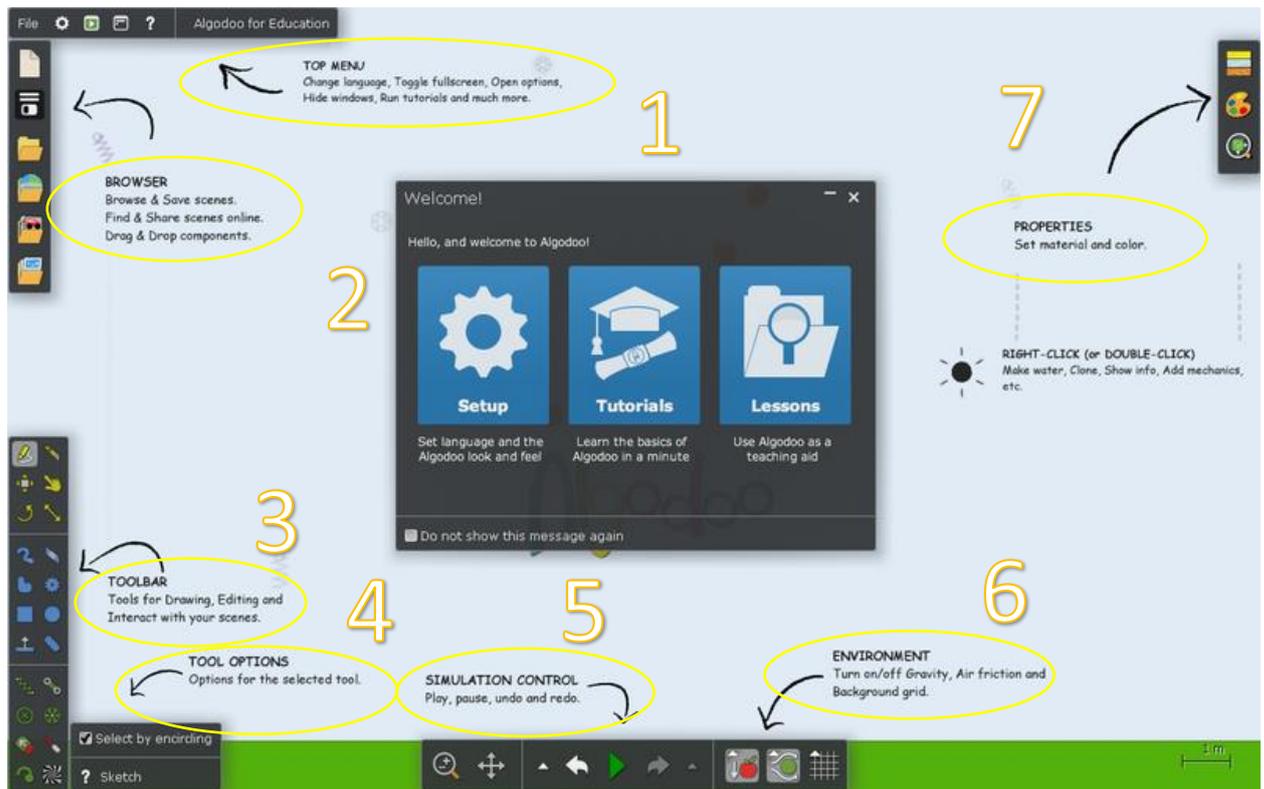


Figura 39. Se presenta las partes principales del programa de simulación Algodoo.

Algodoo es un software de simulación 2D exclusivo de Algorix Simulation. Algodoo está diseñado de manera lúdica y caricaturesca, lo que lo convierte en una herramienta perfecta para crear escenas interactivas. Explore la física, construya inventos increíbles, diseñe juegos geniales o experimente con Algodoo. (<http://www.algodoo.com/what-is-it/>). En este entorno se observa las principales partes del software Algodoo:

- 1: Menú principal.
- 2: Navegador.
- 3: Barra de herramientas.
- 4: Opciones de herramientas.
- 5: Control de simulación, Ambiente y propiedades.

### Anexo 3. Algunas



Finalmente, la herramienta dibujo te ofrece la ventaja de combinar la funcionalidad de muchas otras herramientas. Si quieres saber más hay una guía dedicado exclusivamente a está herramienta.



La herramienta polígono dibuja objetos con formas arbitrarias. Solo dibuja una línea cerrada para ver los resultados.



La herramienta círculo crea círculos.



La herramienta para mover permite desplazar objetos a distintos lugar. Selecciona y arrastra cualquier objeto para que pruebes. Para seleccionar objetos puedes encerrarlos en un rectángulo utilizando esta herramienta.



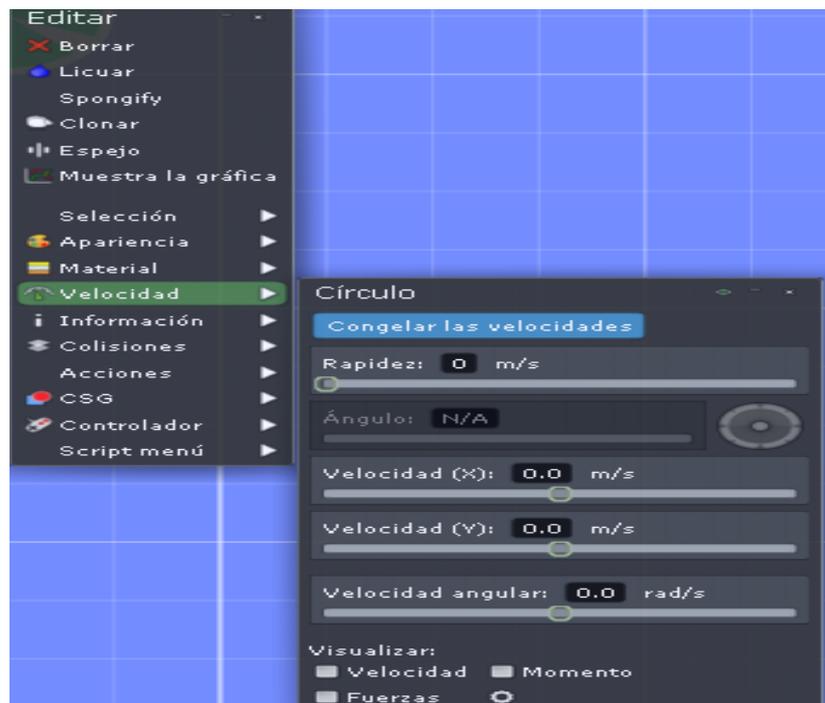
La herramienta rotar gira los objetos cuando los arrastras. Intentalo!



Fijar. Da un clic con esta herramienta en una geometría y la fijas con lo que sea que este debajo. Si no hay algo debajo entonces el objeto quedará estacionario.

Estas herramientas son las que se utilizan con frecuencia en el desarrollo del modelo de flujo sanguíneo y de la arteria coronaria izquierda.

#### Anexo 4. Propiedades que presenta el software Algodoos.



Para establecer propiedades físicas específicas a las partículas generadas en ALGODOO, este programa presenta varias opciones de edición, para la velocidad, densidad, etc.