



**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO**  
**FACULTAD DE CIENCIAS AGRARIAS**  
**ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL**



**RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL DE TUBÉRCULOS  
ANDINOS DE FORMAS IRREGULARES COMPLEJAS, PARA LA  
SIMULACIÓN EN LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR  
CONDUCCIÓN DURANTE EL CALENTAMIENTO**

**TESIS**

**PRESENTADA POR:**

**Bach. FLOR DE MARÍA CASTILLO PALACIOS**

**Bach. ELVIS AMERLIN CONDORI CHURA**

**PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:**

**INGENIERO AGROINDUSTRIAL**

**PUNO – PERÚ**

**2020**



## DEDICATORIA

*A mi querida Madre María, hermanos(as)  
Juan, José, Mary y Katerin, quienes me brindaron todo  
su apoyo para concluir mi formación profesional.*

*A mi hija A. B. C. C. por su afecto y  
cariño, son los detonantes de mi esfuerzo, de  
mis ganas de buscar lo mejor para ti. Aun a tu  
corta edad, me has enseñado y me seguís  
enseñando muchas cosas de la vida. Fuiste mi  
motivación más grande para concluir con éxito  
este proyecto de investigación.*

*Flor M. Castillo P.*



## DEDICATORIA

*A Dios por iluminar mi camino, darme fortaleza,  
ser el sendero de esta vida y la oportunidad de crecer como  
persona, permitiéndome seguir adelante para lograr uno  
de mis objetivos trazados.*

*A mi hija, princesa de mi corazón quien  
han estado a mi lado todo este tiempo de mi  
trabajo de investigación, con cariño.*

*A mi querido Padre Domingo, hermano Juan y  
abuelo Sebastián con cariño, quienes me brindaron todo  
su apoyo incondicional. A ellos mi gratitud.*

*Elvis A. Condori Ch.*



## AGRADECIMIENTOS

A Dios por la fortaleza, tolerancia y sabiduría que puso durante este tiempo.

A nuestra alma mater la Universidad Nacional del Altiplano de Puno, a la Facultad de Ciencias Agrarias y a la Escuela Profesional de Ingeniería Agroindustrial.

A nuestros padres y hermanos(as) quienes impulsaron a seguir adelante y dieron ánimo y fuerza en todo momento.

A los docentes de la Escuela Profesional de Ingeniería Agroindustrial, por sus enormes aportes en nuestra formación profesional.

A mi director de tesis M.Sc. Saire Roenfi Guerra Lima por haber confiado en nuestro trabajo de investigación, por su disposición y apoyo incondicional brindado.

A los miembros del jurado Ing. M.Sc. César Paul Laqui Vilca por su valioso conocimiento, acertadas sugerencias y correcciones, al Dr. Ulises Alvarado Mamani y al Dr. Luis Alberto Jimenez Monroy por su atenta lectura y correcciones de este trabajo de investigación

Al Sr. Rufino Aroni Acero por su disposición y apoyo durante la ejecución de este trabajo de investigación.



# ÍNDICE GENERAL

	Pág.
<b>DEDICATORIA</b>	
<b>AGRADECIMIENTOS</b>	
<b>ÍNDICE GENERAL</b>	
<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b>	
<b>ÍNDICE DE TABLAS</b>	
<b>ACRÓNIMOS</b>	
<b>RESUMEN .....</b>	<b>17</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>18</b>
<b>I.INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>19</b>
<b>II.REVISIÓN DE LITERATURA .....</b>	<b>22</b>
2.1. Modelo matemático .....	22
2.1.1. Ecuaciones de gobierno .....	22
2.1.2. Condiciones de frontera .....	23
2.1.3. Condiciones iniciales .....	25
2.1.4. Parámetros involucrados en la velocidad de transferencia de calor .....	25
2.1.4.1. Propiedades termofísicas .....	26
2.1.4.1.1. Conductividad térmica ( $k$ ) .....	26
2.1.4.1.2. Densidad ( $\rho$ ) .....	26
2.1.4.1.3. Calor específico ( $C_p$ ).....	27
2.1.4.1.4. Difusividad térmica ( $\alpha$ ) .....	27
2.1.4.2. Coeficiente convectivo de transferencia de calor ( $h$ ).....	28
2.1.4.2.1. Números adimensionales .....	30
2.1.4.2.2. Relaciones adimensionales .....	31
2.2. Simulación de procesos .....	32
2.2.1. Diseño asistido por computador (CAD) .....	34
2.2.1.1. Modelo geométrico .....	34
2.2.1.1.1. Geometrías regulares e irregulares .....	35
2.2.1.1.2. Ingeniería reversa.....	36
2.2.1.1.3. NURBS (B-Splines racionales no uniformes) .....	39
2.2.2. Intercambio de datos CAD/CAE .....	39



2.2.3. Ingeniería asistida por computador (CAE) .....	40
2.2.4. Método de elementos finitos (FEM) .....	41
2.2.5. Generación de la malla .....	44
2.2.6. Ventajas y desventajas del método de elementos finitos de COMSOL Multiphysics.....	45
2.3. Composición química de los tubérculos andinos.....	46
<b>III.MATERIALES Y MÉTODOS.....</b>	<b>48</b>
3.1. Lugar de ejecución.....	48
3.2. Materias primas.....	48
3.3. Materiales y equipos .....	49
3.3.1. Equipos .....	49
3.3.2. Materiales.....	49
3.3.3. Reactivo .....	50
3.3.4. Software .....	50
3.3.5. Sistema de iluminación .....	50
3.4. Metodología .....	51
3.4.1. Modelación matemática del fenómeno físico .....	51
3.4.1.1. Ecuaciones de gobierno .....	52
3.4.1.2. Condiciones iniciales .....	52
3.4.1.3. Condiciones de borde.....	53
3.4.2. Adiestramiento en el uso del software .....	54
3.4.3. Obtención del modelo digital de las muestras utilizados.....	54
3.4.3.1. Adquisición de imágenes .....	54
3.4.3.2. Procesamiento de imágenes para la construcción de los modelos en Agisoft PhotoScan.....	55
3.4.3.3. Generación del modelo digital 3D .....	58
3.4.3.4. Intercambio CAD/CAE.....	58
3.4.4. Experimentación en laboratorio .....	58
3.4.4.1. Determinación experimental y estimación .....	59
3.4.4.1.1. Determinación de humedad .....	59
3.4.4.1.2. Determinación de volumen .....	59
3.4.4.1.3. Estimación de área superficial en función al peso y volumen .....	60
3.4.4.2. Medición de la temperatura experimental .....	62
3.4.4.2.1. Calibración de termocuplas .....	62



3.4.4.2.2. Implementación del sistema de calentamiento .....	63
3.4.4.2.3. Fijación de los alimentos en la rejilla .....	65
3.4.4.2.4. Inserción de termocuplas .....	65
3.4.4.2.5. Configuración de datalogger .....	65
3.4.4.2.6. Tratamiento térmico experimental durante el calentamiento .....	65
3.4.5. Simulación computacional del proceso de conducción de calor con COMSOL Multiphysics.....	66
3.4.5.1. Cálculo de composición proximal ponderada de las materias primas .....	67
3.4.5.2. Cálculo de propiedades termofísicas del alimento .....	68
3.4.5.3. Estimación de coeficiente convectivo de transferencia de calor (h).....	69
3.4.6. Análisis estadístico .....	73
<b>IV.RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....</b>	<b>75</b>
4.1. Reconstrucción tridimensional de los alimentos .....	75
4.2. Coeficientes determinados en el proceso.....	79
4.2.1. Coeficiente convectivo de transferencia de calor (h).....	79
4.2.2. Propiedades termofísicas de los alimentos .....	81
4.3. Simulación en la transferencia de calor durante el calentamiento.....	82
4.3.1. Papa (Imilla Negra).....	82
4.3.1.1. Modelo digital 3D.....	82
4.3.1.2. Modelo mallado .....	83
4.3.1.3. Diagramas de contorno en la transferencia de calor 3D .....	83
4.3.1.4. Datos resultantes de los modelos digitales de papas en COMSOL Multiphysics .....	83
4.3.1.5. Comparación de perfiles de temperatura experimentales y simulados.....	84
4.3.1.6. Valores de Raíz cuadrada del error cuadrático medio .....	86
4.3.2. Olluco.....	94
4.3.2.1. Modelo digital 3D.....	94
4.3.2.2. Modelo mallado .....	95
4.3.2.3. Diagramas de contorno en la transferencia de calor 3D .....	95
4.3.2.4. Datos resultantes de los modelos digitales de ollucos en COMSOL Multiphysics .....	95
4.3.2.5. Comparación de perfiles de temperatura experimentales y simulados.....	96
4.3.2.6. Valores de Raíz cuadrada del error cuadrático medio .....	97
4.3.3. Isaño .....	106



4.3.3.1. Modelo digital 3D .....	106
4.3.3.2. Modelo mallado .....	107
4.3.3.3. Diagramas de contorno en la transferencia de calor 3D .....	107
4.3.3.4. Datos resultantes de los modelos digitales de isaños en COMSOL Multiphysics .....	107
4.3.3.5. Comparación de perfiles de temperatura experimentales y simulados.....	108
4.3.3.6. Valores de Raíz cuadrada del error cuadrático medio .....	109
4.3.4. Oca. ....	118
4.3.4.1. Modelo digital 3D .....	118
4.3.4.2. Modelo mallado .....	119
4.3.4.3. Diagramas de contorno en la transferencia de calor 3D .....	119
4.3.4.4. Datos resultantes de los modelos digitales de ocas en COMSOL Multiphysics .....	119
4.3.4.5. Comparación de perfiles de temperatura experimentales y simulados.....	120
4.3.4.6. Valores de Raíz cuadrada del error cuadrático medio .....	121
<b>V. CONCLUSIONES.....</b>	<b>131</b>
<b>VI. RECOMENDACIONES .....</b>	<b>132</b>
<b>VII. REFERENCIAS.....</b>	<b>133</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>140</b>

ÁREA: Ingeniería y Tecnología.

TEMA: Propiedades Físicas y Estructurales.

FECHA DE SUSTENTACIÓN 16 DE ENERO DEL 2020



## ÍNDICE DE FIGURAS

	Pág.
<b>Figura 1.</b> Elementos 3D.....	38
<b>Figura 2.</b> Un esquema del proceso de desarrollo de un producto asistido por computadora.....	40
<b>Figura 3.</b> Representación geométrica de método de elemento finito con respecto a diferencias finitas.....	42
<b>Figura 4.</b> Ejemplo de malla de un dominio 2D.....	43
<b>Figura 5.</b> Malla de dominio 3D.....	44
<b>Figura 6.</b> Tubérculos andinos.....	49
<b>Figura 7.</b> Representación esquemática para la captura de imágenes digitales.....	55
<b>Figura 8.</b> Flujo de trabajo general en Agisoft PhotoScan.....	57
<b>Figura 9.</b> Representación esquemática para adquisición de temperatura durante el calentamiento de los tubérculos.....	64
<b>Figura 10.</b> Correlación entre volumen experimental y estimado para sólidos de las muestras reconstruidos.....	77
<b>Figura 11.</b> Variación de área superficial con respecto al peso (a) y volumen (b) de las muestras. Las líneas sólidas representan la ecuación (23) y (24), en cada caso.....	78
<b>Figura 12.</b> Modelo digital 3D de papa 1 con Agisoft PhotoScan.....	87
<b>Figura 13.</b> Modelo digital 3D de papa 1 con Geomagic Design X.....	87
<b>Figura 14.</b> Modelo mallado 3D de papa 1 con COMSOL Multiphysics.....	88
<b>Figura 15.</b> Modelo 3D digital de papa 1 en simulación de transferencia de calor con COMSOL Multiphysics.....	88
<b>Figura 16.</b> Modelo digital 3D de papa 2 con Agisoft PhotoScan.....	89
<b>Figura 17.</b> Modelo digital 3D de papa 2 con Geomagic Design X.....	89
<b>Figura 18.</b> Modelo mallado 3D de papa 2 con COMSOL Multiphysics.....	90
<b>Figura 19.</b> Modelo 3D digital de papa 2 en simulación de transferencia de calor con COMSOL Multiphysics.....	90



<b>Figura 20.</b> Modelo digital 3D de papa 3 con Agisoft PhotoScan. ....	91
<b>Figura 21.</b> Modelo digital 3D de papa 3 con Geomagic Design X.....	91
<b>Figura 22.</b> Modelo mallado 3D de papa 3 con COMSOL Multiphysics. ....	92
<b>Figura 23.</b> Modelo 3D digital de papa 3 en simulación de transferencia de calor con COMSOL Multiphysics. ....	92
<b>Figura 24.</b> Perfiles de temperatura experimental y simulado durante el proceso de calentamiento de papa 1. ....	93
<b>Figura 25.</b> Perfiles de temperatura experimental y simulado durante el proceso de calentamiento de papa 2. ....	93
<b>Figura 26.</b> Perfiles de temperatura experimental y simulado durante el proceso de calentamiento de papa 3. ....	94
<b>Figura 27.</b> Modelo digital 3D de olluco 1 con Agisoft PhotoScan.....	99
<b>Figura 28.</b> Modelo digital 3D de olluco 1 con Geomagic Design X. ....	99
<b>Figura 29.</b> Modelo mallado 3D de olluco 1 con COMSOL Multiphysics.....	100
<b>Figura 30.</b> Modelo 3D digital de olluco 1 en simulación de transferencia de calor con COMSOL Multiphysics. ....	100
<b>Figura 31.</b> Modelo digital 3D de olluco 2 con Agisoft PhotoScan.....	101
<b>Figura 32.</b> Modelo digital 3D de olluco 2 con Geomagic Design X. ....	101
<b>Figura 33.</b> Modelo mallado 3D de olluco 2 con COMSOL Multiphysics.....	102
<b>Figura 34.</b> Modelo 3D digital de olluco 2 en simulación de transferencia de calor con COMSOL Multiphysics. ....	102
<b>Figura 35.</b> Modelo digital 3D de olluco 3 con Agisoft PhotoScan.....	103
<b>Figura 36.</b> Modelo digital 3D de olluco 3 con Geomagic Design X. ....	103
<b>Figura 37.</b> Modelo mallado 3D de olluco 3 con COMSOL Multiphysics.....	104
<b>Figura 38.</b> Modelo 3D digital de olluco 3 en simulación de transferencia de calor con COMSOL Multiphysics. ....	104
<b>Figura 39.</b> Perfiles de temperatura experimental y simulado durante el proceso de calentamiento de olluco 1. ....	105
<b>Figura 40.</b> Perfiles de temperatura experimental y simulado durante el proceso de calentamiento de olluco 2. ....	105



<b>Figura 41.</b> Perfiles de temperatura experimental y simulado durante el proceso de calentamiento de olluco 3. ....	106
<b>Figura 42.</b> Modelo digital 3D de isaño 1 con Agisoft PhotoScan. ....	111
<b>Figura 43.</b> Modelo digital 3D de isaño 1 con Geomagic Design X. ....	111
<b>Figura 44.</b> Modelo mallado 3D de isaño 1 con COMSOL Multiphysics. ....	112
<b>Figura 45.</b> Modelo 3D digital de isaño 1 en simulación de transferencia de calor con COMSOL Multiphysics. ....	112
<b>Figura 46.</b> Modelo digital 3D de isaño 2 con Agisoft PhotoScan. ....	113
<b>Figura 47.</b> Modelo digital 3D de isaño 2 con Geomagic Design X. ....	113
<b>Figura 48.</b> Modelo mallado 3D de isaño 2 con COMSOL Multiphysics. ....	114
<b>Figura 49.</b> Modelo 3D digital de isaño 2 en simulación de transferencia de calor con COMSOL Multiphysics. ....	114
<b>Figura 50.</b> Modelo digital 3D de isaño 3 con Agisoft PhotoScan. ....	115
<b>Figura 51.</b> Modelo digital 3D de isaño 3 con Geomagic Design X. ....	115
<b>Figura 52.</b> Modelo mallado 3D de isaño 3 con COMSOL Multiphysics. ....	116
<b>Figura 53.</b> Modelo 3D digital de isaño 3 en simulación de transferencia de calor con COMSOL Multiphysics. ....	116
<b>Figura 54.</b> Perfiles de temperatura experimental y simulado durante el proceso de calentamiento de isaño 1. ....	117
<b>Figura 55.</b> Perfiles de temperatura experimental y simulado durante el proceso de calentamiento de isaño 2. ....	117
<b>Figura 56.</b> Perfiles de temperatura experimental y simulado durante el proceso de calentamiento de isaño 3. ....	118
<b>Figura 57.</b> Modelo digital 3D de oca 1 con Agisoft PhotoScan. ....	123
<b>Figura 58.</b> Modelo digital 3D de oca 1 con Geomagic Design X. ....	123
<b>Figura 59.</b> Modelo mallado 3D de oca 1 con COMSOL Multiphysics. ....	124
<b>Figura 60.</b> Modelo 3D digital de oca 1 en simulación de transferencia de calor con COMSOL Multiphysics. ....	124
<b>Figura 61.</b> Modelo digital 3D de oca 2 con Agisoft PhotoScan. ....	125
<b>Figura 62.</b> Modelo digital 3D de oca 2 con Geomagic Design X. ....	125



<b>Figura 63.</b> Modelo mallado 3D de oca 2 con COMSOL Multiphysics. ....	126
<b>Figura 64.</b> Modelo 3D digital de oca 2 en simulación de transferencia de calor con COMSOL Multiphysics. ....	126
<b>Figura 65.</b> Modelo digital 3D de oca 3 con Agisoft PhotoScan. ....	127
<b>Figura 66.</b> Modelo digital 3D de oca 3 con Geomagic Design X. ....	127
<b>Figura 67.</b> Modelo mallado 3D de oca 3 con COMSOL Multiphysics. ....	128
<b>Figura 68.</b> Modelo 3D digital de oca 3 en simulación de transferencia de calor con COMSOL Multiphysics. ....	128
<b>Figura 69.</b> Perfiles de temperatura experimental y simulado durante el proceso de calentamiento de oca 1. ....	129
<b>Figura 70.</b> Perfiles de temperatura experimental y simulado durante el proceso de calentamiento de oca 2. ....	129
<b>Figura 71.</b> Perfiles de temperatura experimental y simulado durante el proceso de calentamiento de oca 3. ....	130



## ÍNDICE DE TABLAS

	Pág.
<b>Tabla 1.</b> Valores aproximados del coeficiente convectivo de transferencia de calor. ...	29
<b>Tabla 2.</b> Composición proximal de tubérculos andinos por cada 100 g de materia húmeda. ....	47
<b>Tabla 3.</b> Parámetros experimentales de tratamiento térmico durante el calentamiento en los alimentos estudiados. ....	66
<b>Tabla 4.</b> Promedio de composición proximal de tubérculos andinos según fuente bibliográfico. ....	67
<b>Tabla 5.</b> Composición proximal ponderada a partir de contenido de humedad de los alimentos. ....	69
<b>Tabla 6.</b> Diámetros geométricos equivalentes .....	70
<b>Tabla 7.</b> Correlaciones empíricas del número promedio de Nusselt para la convección natural sobre superficies. ....	73
<b>Tabla 8.</b> Los valores de volumen experimental y valores estimados de área superficial y volumen de las muestras. ....	76
<b>Tabla 9.</b> Valores de parámetros para análisis de regresión no lineal de ecuaciones (23) y (24) que relaciona el área superficial estimada con las mediciones de peso y volumen de los alimentos. ....	77
<b>Tabla 10.</b> Datos de propiedades termofísicas que ingresaron a COMSOL Multiphysics. ....	81
<b>Tabla 11.</b> Coeficiente convectivo de transferencia calor (h) de los alimentos, sometidos a la variación de temperatura inicial y dimensión característica. ....	79
<b>Tabla 12.</b> Datos obtenidos de los modelos digitales de papas en COMSOL Multiphysics. ....	84



<b>Tabla 13.</b> Características de coordenada espacial 3D del punto correspondiente al centro térmico en las papas digitales. ....	85
<b>Tabla 14.</b> Valores de RMSE durante el proceso de calentamiento en las papas. ....	86
<b>Tabla 15.</b> Datos de los modelos digitales de ollucos en COMSOL Multiphysics. ....	96
<b>Tabla 16.</b> Características de coordenada espacial 3D del punto correspondiente al centro térmico en ollucos digitales. ....	97
<b>Tabla 17.</b> Valores de RMSE durante el proceso de calentamiento en ollucos. ....	98
<b>Tabla 18.</b> Datos de los modelos digitales de los isaños en COMSOL Multiphysics... ..	108
<b>Tabla 19.</b> Características de coordenada espacial 3D del punto correspondiente al centro térmico de los isaños digitales. ....	109
<b>Tabla 20.</b> Valores de RMSE durante el proceso de calentamiento en los isaños. ....	110
<b>Tabla 21.</b> Datos de los modelos digitales de las ocas en COMSOL Multiphysics. ....	120
<b>Tabla 22.</b> Características de coordenada espacial 3D del punto correspondiente al centro térmico de las ocas digitales. ....	121
<b>Tabla 23.</b> Valores de RMSE durante el proceso de calentamiento en las ocas. ....	122



## ACRÓNIMOS

### Símbolos

<b>A</b>	Área (cm <sup>2</sup> , m <sup>2</sup> ).
<b>CAD</b>	Diseño asistido por computador en inglés Computer-Aided Design.
<b>CAE</b>	Ingeniería asistida por computador en inglés Computer-Aided Engineering.
<b>CAM</b>	Fabricación asistida por computador.
<b>Cp</b>	Calor específico [J/(kgK)].
<b>D</b>	Dimensión característica (cm, m).
<b>f</b>	Función.
<b>FEM</b>	Método de elementos finitos en inglés Finite Element Method.
<b>g</b>	Aceleración gravitacional (m/s <sup>2</sup> ).
<b>h</b>	Coefficiente convectivo de transferencia de calor [W/(m <sup>2</sup> K)].
<b>k</b>	Conductividad térmica [W/(mK)].
<b>L</b>	Longitud.
<b>MARE<sub>v</sub></b>	Volumen promedio de error relativo absoluto (%).
<b>NURBS</b>	B-Splines Racionales No Uniformes en inglés Non-Uniform Rational B-spline.
<b>r</b>	Coefficiente de correlación de Pearson.
<b>R<sup>2</sup></b>	Coefficiente de determinación.
<b>RE<sub>v</sub></b>	Porcentaje de error relativos del volumen (%).
<b>RMSE</b>	Raíz cuadrada del error cuadrático medio ó Error estándar de estimación en inglés Root Mean Square Error expresado en forma (absoluta °C y relativo %).
<b>SCE</b>	Suma de cuadrados de error.
<b>T</b>	Temperatura (°C, degC).
<b>t</b>	Tiempo (s, min).
<b>V</b>	Volumen medido experimentalmente (cm <sup>3</sup> , m <sup>3</sup> ).
<b><math>\tilde{V}</math></b>	Volumen estimado (cm <sup>3</sup> , m <sup>3</sup> )
<b>W</b>	Peso (g).
<b>x, y, z</b>	Sistema de coordenada cartesiana rectangular.



**3D** Tri-dimensional.

### Símbolos griegos

$\rho$	Densidad (kg/m <sup>3</sup> ).
$\alpha$	Difusividad térmica (m <sup>2</sup> /s).
$\beta$	Coefficiente de expansión volumétrica (1/K).
$\Delta$	Diferencial.
$\mu$	Viscosidad absoluta (Pa.s).

### Superíndices y subíndices

$\infty$	Medio fluido.
<b>e</b>	Experimental.
<b>f</b>	Película o film.
<b>m</b>	Muestra.
<b>o</b>	Inicial.
<b>p</b>	Predicho, estimado y/o simulado.
<b>s, sup</b>	Superficial.

### Números adimensionales

$$N_{Gr} = \frac{D^3 \cdot \rho^2 \cdot g \cdot \beta \cdot \Delta T}{\mu^2} \quad \text{Número de Grashof.}$$

$$N_{Pr} = \frac{c_p \cdot \mu}{k} \quad \text{Número de Prandtl.}$$

$$N_{Ra} = N_{Gr} \cdot N_{Pr} \quad \text{Número de Rayleigh.}$$

$$N_{Nu} = \frac{h \cdot D}{k} \quad \text{Número de Nusselt.}$$



## RESUMEN

La presente investigación tuvo por objetivo obtener la reconstrucción tridimensional de alimentos de tubérculos andinos de formas irregulares complejas que fueron papa (*Solanum tuberosum* L.), oca (*Oxalis tuberosa*), isaño (*Tropaeolum tuberosum*) y olluco (*Ullucus tuberosus*), para luego realizar la simulación mediante el método de elementos finitos para predecir la distribución de perfil de temperaturas durante el proceso de calentamiento por conducción de calor. Se realizó la reconstrucción 3D de los alimentos, aplicando la fotogrametría digital (Agisoft PhotoScan Profesional) a partir de una secuencia de imágenes digitales tomadas desde cualquier ángulo a la muestra y el uso de un software de modelado basado en NURBS (B-Splines Racionales No Uniformes) (Geomagic Design X). Esta técnica permitió recuperar la forma real de la superficie capturando puntos en 3D (x, y, z), dibujando curvas y construyendo superficies directamente de modelos físicos; en el proceso de reconstrucción se estimó un error inferior al 2 %. Luego, el modelo matemático para la conducción de calor en cuerpos irregulares complejos sujeto a condiciones de borde convectivas constantes, fue resuelto usando un software de simulación basado en el método de elementos finitos (COMSOL Multiphysics). Los resultados para el punto más lento de calentamiento para cada alimento mostraron un RMSE inferior al 5%, entre los perfiles de temperatura experimentales y simulados. El método basado en los principios de ingeniería reversa aplicando la técnica de fotogrametría digital y tecnología de intercambio de datos CAD/CAE pueden usarse para optimizar procesos térmicos de alimentos de formas irregulares complejas respecto a su temperatura y tiempo.

**Palabras Claves:** Reconstrucción 3D, Simulación, Tubérculos andinos, Forma irregular, Transferencia de calor.



## ABSTRACT

The objective of this research was to obtain the three-dimensional food reconstruction of andean tubers of complex irregular shaped what were potato (*Solanum tuberosum* L.), oca (*Oxalis tuberosa*), isaño (*Tropaeolum tuberosum*) and olluco (*Ullucus tuberosus*), then perform the simulation using the finite element method to predict the temperature profile distribution during the heat conduction heating process. The 3D reconstruction of the food was performed, applying digital photogrammetry (Agisoft PhotoScan Professional) from a sequence of digital images taken from any angle to the sample and the use of a modeling software based on NURBS (Non-Uniform Rational B-spline) (Geomagic Design X). This technique allowed to recover the real shape of the surface capturing points in 3D (x, y, z), drawing curves and constructing surfaces directly from physical models; in the reconstruction process an error of less than 2% was estimated. Then, the mathematical model for heat conduction in complex irregular bodies subject to constant convective boundary conditions, was solved using a simulation software based on the finite element method (COMSOL Multiphysics). The results for the slowest heating point for each feed showed a RMSE of less than 5%, between the experimental and simulated temperature profiles. The method based on the principles of reverse engineering applying the technique fo digital photogrammetry and data exchange technology CAD/CAE can used to optimize thermal processes of complex irregular shapes foods with respect to temperature and time.

Keywords: 3D Reconstruction, Simulation, Andean Tubers, Irregular shape, Heat transfer.



## I. INTRODUCCIÓN

El creciente desarrollo agroexportador de nuestro país está impulsando al correcto diseño y optimización de los procesos alimentarios. Materias primas conocidas como la papa (*Solanum tuberosum* L.), oca (*Oxalis tuberosa*), isaño (*Tropaeolum tuberosum*) y olluco (*Ullucus tuberosus*), son tubérculos andinos potenciales para ser procesados y expandidos en diferentes formas y bajo diferentes procesos térmicos (escaldado, cocción, la deshidratación, la congelación entre otros), para optimizar la calidad del producto final, ha impulsado el correcto modelamiento y simulaciones computacionales capaces de simular el fenómeno de transferencia de calor por conducción en productos alimenticios sólidos presente en los diversos procesos térmicos, será útil para estudiar el efecto de las variables del proceso sobre la seguridad y los atributos relacionados con los alimentos el cual permitirá así identificar los parámetros críticos de procesamiento sin tener que llevar a cabo numerosos experimentos, logrando una reducción considerable de tiempo, dinero y esfuerzo durante las etapas de diseño y optimización de los procesos, maximizando la eficiencia de los procesos térmicos para la calidad final del producto.

Los problemas de transferencia de calor por conducción están gobernados por ecuaciones diferenciales sujetos a ciertas condiciones de frontera, y las soluciones de estas ecuaciones proporcionarían una solución aproximada al problema físico particular estudiado. Sin embargo, las complejidades en la geometría, propiedades y condiciones de frontera el cual se ven en la mayoría de los productos alimenticios y procesos térmicos, usualmente significan que no se puede obtener una solución sin realizar gruesas simplificaciones del problema físico.

Uno de los métodos numéricos actualmente utilizados en el campo de la ingeniería aplicada para la obtención de soluciones aproximadas a los problemas reales de



transferencia de calor por conducción, es el FEM (Método de elementos finitos). El método de elementos finitos es utilizado para aproximar las ecuaciones diferenciales de gobierno de un sistema continuo convirtiéndolo en un sistema discreto. Normalmente, la cantidad de ecuaciones generadas hace imposible una solución manual, haciéndose imprescindible el uso de la tecnología computacional, hardware y software apropiados, para los cálculos. Es así que surgió el desarrollo de aplicaciones ingenieriles asistidas por computador, sistemas conocidos con el término CAE (Ingeniería asistida por computador).

Por otro lado, para el caso de la representación y definición del modelo matemático en 3 dimensiones (3D) así como la visualización de los resultados, el FEM requiere de interfaces gráficas especiales. Esto no se debe a la naturaleza del modelo, sino a la forma compleja a la cual dichos modelos matemáticos se aplican, sobre todo en dominios irregulares complejos 3D. Es así, las tecnologías CAD/CAE (Diseño asistido por computador / Ingeniería asistida por computador) se han extendido en su uso, especialmente por la interfaz gráfica y su orientación al usuario. La aplicación de la tecnología CAD/CAE ha sido ampliamente demostrada en otras áreas de la Ingeniería, física, aeroespacial, la industria automotriz, entre otros.

Recientes investigaciones han demostrado que la utilización de los métodos numéricos como el de elementos finitos, simulan correctamente la transferencia de calor (Goñi, Purlis, & Salvadori, 2008; Goñi & Salvadori, 2010; Lespinard, Goñi, Salgado, & Mascheroni, 2009; Rezagah, Ishida, Tanaka, Hamanaka, & Uchino, 2013; Uyar & Erdoğan, 2009, 2012).



Por tanto, la presente investigación tuvo como objetivo general:

- Obtener la reconstrucción tridimensional de cuatro tubérculos andinos de formas irregulares para la simulación en la conducción de calor durante el calentamiento.

Objetivos específicos fueron:

- Obtener representaciones en 3D de la geometría real de cuatro tubérculos andinos de formas irregulares, mediante la técnica de fotogrametría digital basado en el procesamiento de imágenes, construcción de curvas y superficies a modelos geométricos NURBS.
- Simular mediante el método de elementos finitos el calentamiento por conducción de calor en dominios 3D, considerando condiciones de isotropía y borde constantes.
- Contrastar los resultados de la simulación con los experimentales considerando las condiciones de calentamiento.

## II. REVISIÓN DE LITERATURA

### 2.1. MODELO MATEMÁTICO

Para estudiar la transferencia de calor de un alimento, se hace uso de la ecuación de difusión de calor, la cual se obtiene mediante un balance de calor ya sea en coordenadas cartesianas, cilíndricas o esféricas (Bergman & Lavine, 2017; Çengel & Ghajar, 2015; Datta, 2017).

La transferencia de calor en los alimentos, es un fenómeno de transporte estudiado con la finalidad de evaluar por ejemplo reducción de la actividad enzimática y degradación de ciertos componentes de interés (Fellows, 2017).

La solución de la ecuación diferencial de difusión del calor, se puede desarrollar mediante técnicas analíticas o numéricas (Datta, 2017; Farid, 2010; Yanniotis, 2008).

#### 2.1.1. ECUACIONES DE GOBIERNO

La ecuación tridimensional no lineal para la conducción de calor transiente en un material anisotrópico y no homogéneo, con propiedades termofísicas dependientes de la temperatura y orientación, puede ser descrita por la siguiente ecuación diferencial el cual en este caso está expresada en coordenadas rectangulares (Carslaw & Jaeger, 1959):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y(T) \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \rho(T) C_p(T) \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

Es necesario mencionar que en parte de la literatura especializada los modelos anisotrópicos son referidos como modelos ortotrópicos. De hecho, la ortotropía es un caso de anisotropía en donde se puede encontrar uno o más planos de simetría (Comsol, 2017).

Para el caso de considerar anisotropía (ortotropía) con propiedades termofísicas constantes con respecto a la temperatura, se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2)$$

Para el caso particular de un sólido homogéneo e isotrópico ( $k = k_x = k_y = k_z$ ), con propiedades dependientes de la temperatura se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y(T) \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \rho(T) C_p(T) \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3)$$

La ecuación anterior, para un producto isotrópico e homogéneo se simplifica considerando propiedades termofísicas constantes con respecto a la temperatura y orientación, la ecuación diferencial (4) expresado en coordenadas rectangulares (Çengel & Ghajar, 2015; Geankoplis, 2006; Holman, 2010; Kreith, Manglik, & Bohn, 2011; Kutz, 2013; Singh & Heldman, 2014; Toledo, Singh, & Kong, 2018):

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4)$$

Siendo:  $\alpha = [k/(\rho \cdot C_p)]$  la difusividad térmica del producto,  $\rho$  = densidad,  $C_p$  = calor específico y  $k$  = conductividad térmica.

### 2.1.2. CONDICIONES DE FRONTERA

Las ecuaciones diferenciales de conducción de calor en estado transiente presentadas anteriormente pueden tener numerosas soluciones a menos que se defina un conjunto de condiciones de frontera y una condición inicial. La condición inicial específica la distribución de temperaturas en el sistema, para el inicio del proceso ( $t = 0$ ), y las condiciones de frontera especificarán la temperatura y/o el flujo de calor en el límite entre el producto y el medio, ya sea en calentamiento (Kutz, 2013).



**a. Primera condición.** Este caso establece una temperatura superficial ( $T_s$ ) fija igual a la temperatura del medio ( $T_\infty$ ), esto es:

$$T_s = T_\infty \quad ; t > 0$$

para todo  $x, y, z$  sobre la superficie límite  $S$  (5)

**b. Segunda condición.** Establece un flujo de calor fija desde la superficie, durante el calentamiento (Datta, 2017).

$$q = -kA \frac{\partial T}{\partial n} \quad ; t > 0$$

para todo  $x, y, z$  sobre la superficie límite  $S$  (6)

**c. Tercera condición.** Conocida también como la Ley de Newton del enfriamiento, establece una condición de transferencia de calor por convección entre la superficie del objeto y el medio circundante. Esta condición límite se define de la siguiente forma (Datta, 2017; Kutz, 2013):

$$k \frac{\partial T}{\partial n}(x, y, z, t) = h[T_\infty - T_s] \quad ; t > 0$$

$x, y, z$  sobre la superficie límite  $S$  (7)

**d. Cuarta condición límite de simetría.** La cual es aplicable en los casos de una superficie perfectamente aislada o sobre un eje de simetría (Bergman & Lavine, 2017; Datta, 2017; Kutz, 2013):

$$k \frac{\partial T}{\partial n}(0,0,0, t) = 0 \quad ; t > 0$$

sobre el centro geométrico (8)

De las condiciones de frontera citadas, la segunda y cuarta tienen aplicaciones poco prácticas. La primera puede tratarse como un caso especial de la tercera con  $h \approx \infty$ , y el caso de simetría puede considerarse como la condición límite de tercera clase con  $h \approx 0$ . Por lo tanto, la condición de frontera de tercera es la más importante en la práctica.



Esta condición es aplicable a diversas situaciones prácticas industriales donde un producto es enfriado o calentado por convección pura, como son los casos del calentamiento de alimentos (Datta, 2017).

### **2.1.3. CONDICIONES INICIALES**

La condición inicial para un proceso de calentamiento se define la distribución de temperaturas en el objeto antes de iniciar el proceso. Existen dos posibilidades que se detallan a continuación. La primera establece una condición inicial uniforme, la cual indica una temperatura uniforme en todos los puntos del objeto, como sigue (Bergman & Lavine, 2017; Kutz, 2013):

$$T(x, y, z, 0) = T_0 \quad ; \text{ para todo } x, y, z, \quad t = 0 \quad (9)$$

La segunda establece una condición inicial no uniforme, la cual indica que la temperatura depende de la posición en el interior del objeto. Matemáticamente se define como:

$$T(x, y, z, 0) = f(x, y, z) \quad ; \text{ para todo } x, y, z, \quad t = 0 \quad (10)$$

### **2.1.4. PARÁMETROS INVOLUCRADOS EN LA VELOCIDAD DE TRANSFERENCIA DE CALOR**

La velocidad de transferencia de calor está determinada en el interior del objeto por sus propiedades termofísicas, y en el exterior por las características de medio circundante, temperatura y velocidad del fluido que tendrá efecto directo en la magnitud del coeficiente convectivo (Singh & Heldman, 2014).



#### **2.1.4.1. PROPIEDADES TERMOFÍSICAS**

Las propiedades termofísicas son dependientes de la temperatura según sea el alimento en estudio, lo que provoca un efecto directo en la velocidad de transferencia de calor dentro de él. Por lo anterior para lograr un estudio exitoso de la transferencia de calor en estado transiente, su identificación y magnitud serán muy importantes, así como la forma en la cual se expresan. Choi y Okos, desarrollaron correlaciones matemáticas para calcular las propiedades termofísicas a partir de la composición proximal y temperatura (Vassilis, 1992).

##### **2.1.4.1.1. CONDUCTIVIDAD TÉRMICA ( $k$ )**

La conductividad térmica de un producto no es constante y depende de la temperatura. Hay una estrecha relación entre el contenido de agua y esta propiedad, excepto para aquellos productos vegetales considerablemente menos densos que el agua. Sin embargo, cuando el rango de temperatura es limitado, esta dependencia puede ser despreciada, y se asume que la conductividad no varía con la temperatura (Singh & Heldman, 2014).

La conductividad térmica de alimentos con un alto contenido de humedad tiene valores cercanos al de la conductividad térmica del agua (Singh & Heldman, 2014).

##### **2.1.4.1.2. DENSIDAD ( $\rho$ )**

El comportamiento de la densidad de un alimento se ve afectada directamente por la temperatura, ya que ella produce una disminución en los valores de densidad a medida que su magnitud es mayor. La densidad por otra parte guarda directa relación con su contenido de agua, por definirse como la masa de partículas dividida por su volumen, lo

cual nos señala que cualquier variación en el contenido de agua provocará un efecto en su magnitud (Rao, Rizvi, Datta, & Ahmed, 2014).

#### **2.1.4.1.3. CALOR ESPECÍFICO ( $C_p$ )**

El calor específico depende de la composición del alimento, su contenido de humedad, temperatura y presión. Sin embargo, en muchas aplicaciones de procesamiento de alimentos, normalmente se considera que esta propiedad permanece constante en el intervalo de temperatura de trabajo (Singh & Heldman, 2014). En el proceso de calentamiento y enfriamiento transiente sin cambio de fase, el calor específico de un material establece la capacidad de absorber o remover calor, según sea calentamiento o enfriamiento, respectivamente (Ibarz & Barbosa, 2014).

#### **2.1.4.1.4. DIFUSIVIDAD TÉRMICA ( $\alpha$ )**

Esta propiedad puede ser expresada en término de las tres propiedades anteriores según la siguiente ecuación (Singh & Heldman, 2014):

$$\alpha = \frac{k}{C_p \cdot \rho} \quad (11)$$

Donde:

- $\alpha$  : Difusividad térmica,  $m^2/s$
- $\rho$  : Densidad,  $kg/m^3$
- $C_p$  : Calor específico,  $J/kg^\circ C$
- $k$  : Conductividad térmica,  $W/m^\circ C$

Al igual que las propiedades mencionadas anteriormente, la difusividad térmica juega un rol importantísimo en el diseño y análisis de procesos de alimentos e incluso en el diseño de los equipos utilizados en ellos (Berk, 2018).



El significado físico de esta propiedad es determinado como la habilidad que posee el material para conducir el calor a moléculas adyacentes (Singh & Heldman, 2014), y su expresión matemática guarda relación directa con las tres propiedades mencionadas anteriormente. En productos no homogéneos el valor de la difusividad térmica puede variar según la posición, por la sencilla razón de que las otras tres variables involucradas no podrían ser consideradas constantes. Singh & Heldman (2014) establece que el efecto que produce el agua y la temperatura sobre el valor de la difusividad térmica es tal que deben ser considerados al momento de comenzar a establecer una metodología para su cálculo. En estudios realizados por Choi y Okos (1986) se guarda esta relación (contenido de agua y temperatura), para establecer los modelos propuestos para predecir estas propiedades termofísicas.

#### **2.1.4.2. COEFICIENTE CONVECTIVO DE TRANSFERENCIA DE CALOR ( $h$ )**

El coeficiente convectivo es uno de los parámetros más importantes a ser determinado para lograr establecer cuantitativamente un proceso de transferencia de calor transiente. El sistema en el cual está inmerso el objeto se relaciona directamente con el coeficiente convectivo, en lo que respecta a su geometría, velocidad de flujo, magnitud de la diferencia de temperatura que existe entre el producto y el medio circundante, así como de la distribución superficial de la temperatura (Bird, Stewart, Lightfoot, & Klingenberg, 2015).

El coeficiente convectivo representa la resistencia a la transferencia de calor entre el fluido de calentamiento y la superficie de un producto inmerso en él. Por ello, controla la velocidad de intercambio de calor entre el medio y el producto. Representa el factor proporcional entre el calor transferido por convección hacia el cuerpo inmerso en el líquido y la diferencia de temperatura entre la superficie de este y el fluido. Su magnitud

está definida por el grosor de la capa límite. Al disminuir esta capa, aumentará el valor del coeficiente convectivo ( $h$ ) y mejorará la velocidad de transferencia de calor. La disminución de esta capa se logra al aumentar la velocidad del fluido por sobre el objeto en tratamiento. Este aumento se denomina convección forzada en el cual los valores de  $h$  están muy por sobre los obtenidos por una convección natural (Singh & Heldman, 2014; Toledo et al., 2018). En Tabla 1 se muestra algunos rangos del valor del coeficiente  $h$  para diferente sistemas y fluidos.

**Tabla 1.** Valores aproximados del coeficiente convectivo de transferencia de calor.

Sistema	$h^{\diamond}$ (W/[m <sup>2</sup> ·K])	Fluido	$h^*$ (W/[m <sup>2</sup> ·K])
Convección natural			
Gases	3 — 20	Aire	
Líquidos	100 — 600	Convección natural	5 — 25
Agua en ebullición	1000 — 20,000	Convección forzada	10 — 200
Convección forzada			
		Agua	
Gases	10 — 100	Convección natural	20 — 100
Líquidos	50 — 500	Convección forzada	50 — 10,000
Agua	500 — 10,000	Agua en ebullición	3000 — 100,000
Vapores de condensación	1000 — 100,000	Condensación de vapor de agua	5000 — 100,000

FUENTE:  $\diamond$ Bird et al. (2015) y  $*$ Singh & Heldman (2014).

El valor del coeficiente convectivo es influenciado por la magnitud de las variables que están involucradas en un proceso de transferencia de calor, tales como la velocidad de flujo, el tamaño del objeto, y las propiedades del objeto y del fluido (Toledo et al., 2018).

### 2.1.4.2.1. NÚMEROS ADIMENSIONALES

Los siguientes números adimensionales han sido identificados y utilizados en correlaciones para determinar el coeficiente **h** en problemas de transferencia de calor por convección (Geankoplis, 2006; Singh & Heldman, 2014; Toledo et al., 2018).

**a. Número de Nusselt ( $N_{Nu}$ )**, que involucra el coeficiente convectivo (**h**), la dimensión característica del cuerpo (**D**) y la conductividad térmica del fluido (**k**). Esta expresión adimensional puede considerarse como la razón de la dimensión característica del sistema y el grosor de la capa límite del fluido, la cual transmitirá calor por conducción en la misma razón que la calculada usando el coeficiente convectivo de transferencia de calor (Pletney, 2007; Singh & Heldman, 2014; Vassilis, 1992).

$$N_{Nu} = \frac{h \cdot D}{k} = C \cdot N_{Ra}^n = \frac{q \text{ convectiva}}{q \text{ conductiva}} = \frac{\text{Dimensión característica}}{\text{Grosor de capa límite}} \quad (12)$$

Las correlaciones de transferencia de calor por convección natural suelen expresarse en términos de número de Rayleigh elevado a una constante **n** y multiplicado por una constante **C**, las cuales se determinan en forma experimental (Çengel & Ghajar, 2015).

**b. Número de Prandtl ( $N_{Pr}$ )**, que involucra el calor específico (**C<sub>p</sub>**), la viscosidad (**μ**) y la conductividad térmica (**k**) del fluido. Puede considerarse como la razón que relaciona el componente cortante de la difusividad (**μ/ρ**), a la difusividad de calor [**k/(ρC<sub>p</sub>)**] y correlaciona físicamente el espesor de la capa límite hidrodinámica con la capa límite térmica (Vassilis, 1992).

$$N_{Pr} = \frac{C_p \cdot \mu}{k} = \frac{\text{Difusividad molecular de momento}}{\text{Difusividad molecular de calor}} \quad (13)$$

c. **Número de Grashof ( $N_{Gr}$ )**, que relaciona la dimensión característica del sistema ( $D$ ), la aceleración de gravedad ( $g$ ), el coeficiente de expansión térmica ( $\beta$ ), la densidad ( $\rho$ ) y la viscosidad absoluta ( $\mu$ ) del fluido, y la diferencia de temperaturas ( $\Delta T$ ) entre la superficie y la temperatura del fluido al otro lado de la capa límite. Este número puede ser considerado como la razón de las fuerzas de gravedad y las fuerzas viscosas, producto del cambio de temperaturas en el fluido. Este número se utiliza en la convección natural y su papel es similar al número de Reynolds en la convección forzada (Singh & Heldman, 2014).

$$N_{Gr} = \frac{D^3 \cdot \rho^2 \cdot g \cdot \beta \cdot \Delta T}{\mu^2} = \frac{\text{Fuerzas de flotabilidad}}{\text{Fuerzas viscosas}} \quad (14)$$

d. **Número de Rayleigh ( $N_{Ra}$ )**, es el producto de dos números adimensionales, el número de Grashof y el de Prandtl (Singh & Heldman, 2014).

#### 2.1.4.2.2. RELACIONES ADIMENSIONALES

Los números adimensionales anteriormente descritos se relacionan de diferentes formas entre sí, dependiendo si la transferencia de calor se presenta como convección natural o forzada (Çengel & Ghajar, 2015; Ibarz & Barbosa, 2014; Singh & Heldman, 2014; Vassilis, 1992).

a. **Convección natural.** En la convección natural, el movimiento del fluido se debe a la diferencia de densidades entre el fluido caliente con respecto al frío. Por ello existen fuerzas de gravedad y flotación, las cuales van marcando el patrón de flujo en el sistema. Este tipo de convección está representada por relaciones adimensionales de la siguiente forma (Bergman & Lavine, 2017; Holman, 2010):

$$N_{Nu} = f(N_{Gr}, N_{Pr}) \quad (15)$$



- b. Convección forzada.** En la convección forzada, el movimiento del fluido se debe a sistemas externos como bombas o ventiladores. El patrón de flujo que presente el fluido va a depender de la relación entre las fuerzas de inercia y viscosas (Holman, 2010; Singh & Heldman, 2014).

$$N_{Nu} = f(N_{Re}, N_{Pr}) \quad (16)$$

- c. Convección natural y forzada combinadas.** En los problemas de transferencia de calor por convección forzada, algo de convección natural toma lugar; pero cuando el campo de velocidad externa es dominante, los efectos de la convección natural son despreciables. Inversamente, si los campos de velocidad generados por los efectos de flotación son dominantes, los efectos de convección forzada, si los hay, son despreciables y el problema es tratado como convección puramente natural. Existen también numerosas situaciones prácticas en las cuales la convección forzada y la natural son del mismo orden de magnitud y ninguna de ellas puede ser despreciada. Estos casos se dan cuando la velocidad de flujo es baja, lo que permite que subsistan los dos tipos de convección (Bergman & Lavine, 2017; Holman, 2010).

$$N_{Nu} = f(N_{Re}, N_{Pr}, N_{Gr}) \quad (17)$$

## 2.2. SIMULACIÓN DE PROCESOS

Como se vio en la sección anterior, una representación matemática del proceso físico es desarrollada en términos de un conjunto de ecuaciones llamadas ecuaciones de gobierno, condición inicial y condiciones de frontera. Las ecuaciones de gobierno son simplemente expresiones de conservación de energía. El software CAE típicamente



pueden resolver un conjunto muy general de ecuaciones de gobierno, condición inicial y condiciones de frontera para cubrir un amplio rango de procesos. Estos conjuntos de ecuaciones son bastante extensos y varían de un software a otro. La simulación de procesos es una de las más grandes herramientas de la ingeniería industrial, la cual se utiliza para representar un proceso mediante otro que hace su entendimiento más simple. Esta simulación es en algunos casos casi indispensable, y en otros casos no lo es tanto, pero sin este procedimiento su entendimiento se hace más complicado. La simulación es la representación de un proceso o fenómeno mediante otro más simple, que permite analizar sus características. La simulación, hoy en día, puede encontrarse en la producción de prototipos de textiles, alimentos, juguetes, en la construcción de infraestructuras por medio de maquetas, hasta en el entrenamiento virtual de los pilotos de combate. Las grandes demandas del mercado han obligado en los últimos años a implantar en las empresas todas aquellas tecnologías que puedan hacer realidad los tres grandes objetivos del diseño moderno (Hitzmann, 2017).

- Diseñar para conseguir una fabricación a un costo competitivo.
- Diseñar en orden la utilización real en servicio.
- Diseñar bien al primer intento.

En este sentido la introducción del CAD está ya representando un gran avance en la etapa del diseño conceptual de nuevos productos. Por el contrario, el CAE se encuentra en una etapa mucho más primaria. Sin embargo, la verdadera reducción del bucle diseño-desarrollo se produce cuando ambas técnicas actúan conjuntamente (CAD/CAE). La primera para definir el producto y la segunda para simular su comportamiento en las condiciones de servicio. Solo la conjunción de ambas técnicas haría posible alcanzar los tres objetivos antes mencionados (Chen & Liu, 2019).



### **2.2.1. DISEÑO ASISTIDO POR COMPUTADOR (CAD)**

El término CAD es el acrónimo del inglés Computer-Aided Design, Diseño Asistido por Computador. Se refiere al uso de computadores para diseñar cosas. Un sistema CAD es una combinación de hardware y software que permite a ingenieros y arquitectos diseñar todo desde muebles hasta aviones. El software CAD (como AutoCAD) generalmente consumen muchos recursos, requiriendo procesadores rápidos, mucha memoria y un monitor grande y claro para conseguir mejores resultados. El CAD ha permitido a la gente fácilmente modelar, crear y recorrer o ver diseños de objetos 3D desde diferentes ángulos en un computador sin siquiera tomarse el tiempo de fabricar un prototipo físico. Es una gran herramienta que ahorra tiempo y ha revolucionado el diseño en general (Chen & Liu, 2019).

#### **2.2.1.1. MODELO GEOMÉTRICO**

El modelado geométrico consiste en crear un diseño en el computador, es decir, una descripción de la geometría del objeto. Esta representación permite manipular y visualizar la imagen del objeto en el computador a través de órdenes mediante teclado y/o mouse. Las superficies definen la forma interna y externa del modelo, mientras que el sólido representa el volumen del objeto. La geometría paramétrica utiliza ecuaciones definidas por el usuario para cambiar la geometría asociada. En el campo de la Ingeniería en alimentos el CAD es usado en muchas áreas, como diseño de envases, diseño de equipos y diseño de productos con diversas formas no tradicionales (Özgün & Kuzuoglu, 2019).



### 2.2.1.1.1. GEOMETRÍAS REGULARES E IRREGULARES

Un cuerpo geométrico se define como una figura geométrica tridimensional, es decir, que se proyecta en tres dimensiones: largo, ancho y alto. Debido a esta característica existe en el espacio, pero se halla limitado por una o varias superficies. También se le denomina sólido. Los diferentes sólidos se pueden clasificar en poliedros y cuerpos redondos (Pérez, 1997):

**a. Poliedros:** Son aquellos que tienen todas sus caras planas. Se clasifican en regulares e irregulares:

- **Regulares:** Son aquellos cuyas caras son polígonos regulares y todas son iguales.

Estos son:

Tetraedro; 4 caras en forma de triángulo equilátero.

Hexaedro; 6 caras en forma de cuadrado (cubo)

Octaedro; 8 caras en forma de triángulo equilátero.

Dodecaedro: doce caras en forma de pentágono

Icosaedro; 20 caras en forma de triángulo equilátero.

- **Irregulares:** Son aquellas cuyas bases son polígonos diferentes a las caras laterales. Estos son los prismas y las pirámides.

**b. Cuerpos redondos:** Son los cuerpos limitados, parcial o totalmente, por superficies curvas. Se tienen cilindros, esfera y cono.

Como podemos ver en la naturaleza no siempre encontramos estos tipos de formas geométricas; los objetos del mundo real no presentan una regularidad en su forma, es decir, no están constituidos por caras planas, ni presentan ejes de simetría, sino que presentan una irregularidad estructural que tiene que ver con su estructura orgánica, es



decir, forman un elemento integral de un todo con coordinación sistemática de sus partes, teniendo las características de un organismo, desarrollándose en la forma de una planta o animal viviente. Estos objetos “orgánicos” presentan entonces una irregularidad y asimetría que lo hacen ser complejos y no calzan en las definiciones comunes de geometrías regulares o irregulares (Pérez, 1997).

#### **2.2.1.1.2. INGENIERÍA REVERSA**

Hasta este punto se ha hablado de diseño en 3D, es decir, la creación de un modelo en el computador. Pero, ¿Qué pasa si se quiere obtener un modelo que reproduzca con exactitud la complejidad de un objeto orgánico del mundo real? El CAD, como “diseño”, muchas veces no es la solución más adecuada en estos casos, pues el diseño de objetos “reales” es de alta complejidad y toma gran cantidad de tiempo y muchas veces el modelo digital no reproduce fielmente el modelo físico. Es por esto que actualmente se ha recurrido a la obtención de manera digital de la forma física exacta de un objeto, mediante la llamada Ingeniería Reversa. Para comprender el término de ingeniería reversa consideraremos que mientras la ingeniería convencional transforma conceptos y modelos en partes reales, la ingeniería reversa es aquella disciplina que toma esas partes reales y las transforma en conceptos y modelos (Messler, 2014).

Esta metodología realiza el análisis de un objeto, cuya superficie puede deducirse en un modelo digital idéntico mediante la tecnología CAD y el uso del computador, viéndose aumentada la eficiencia, calidad de diseño, fabricación y análisis del objeto a ser estudiado. Por consiguiente, la finalidad de esta metodología es producir una copia íntegra o de solo una parte del objeto, cuando no hay disponible modelos o documentación que se ajusten de manera exacta a los requerimientos que se necesiten, o cuando se vea imposibilitado el obtener de manera precisa una copia del objeto existente cuando es



necesario realizar un análisis o alguna modificación para su estudio o evaluación (Wang, 2011).

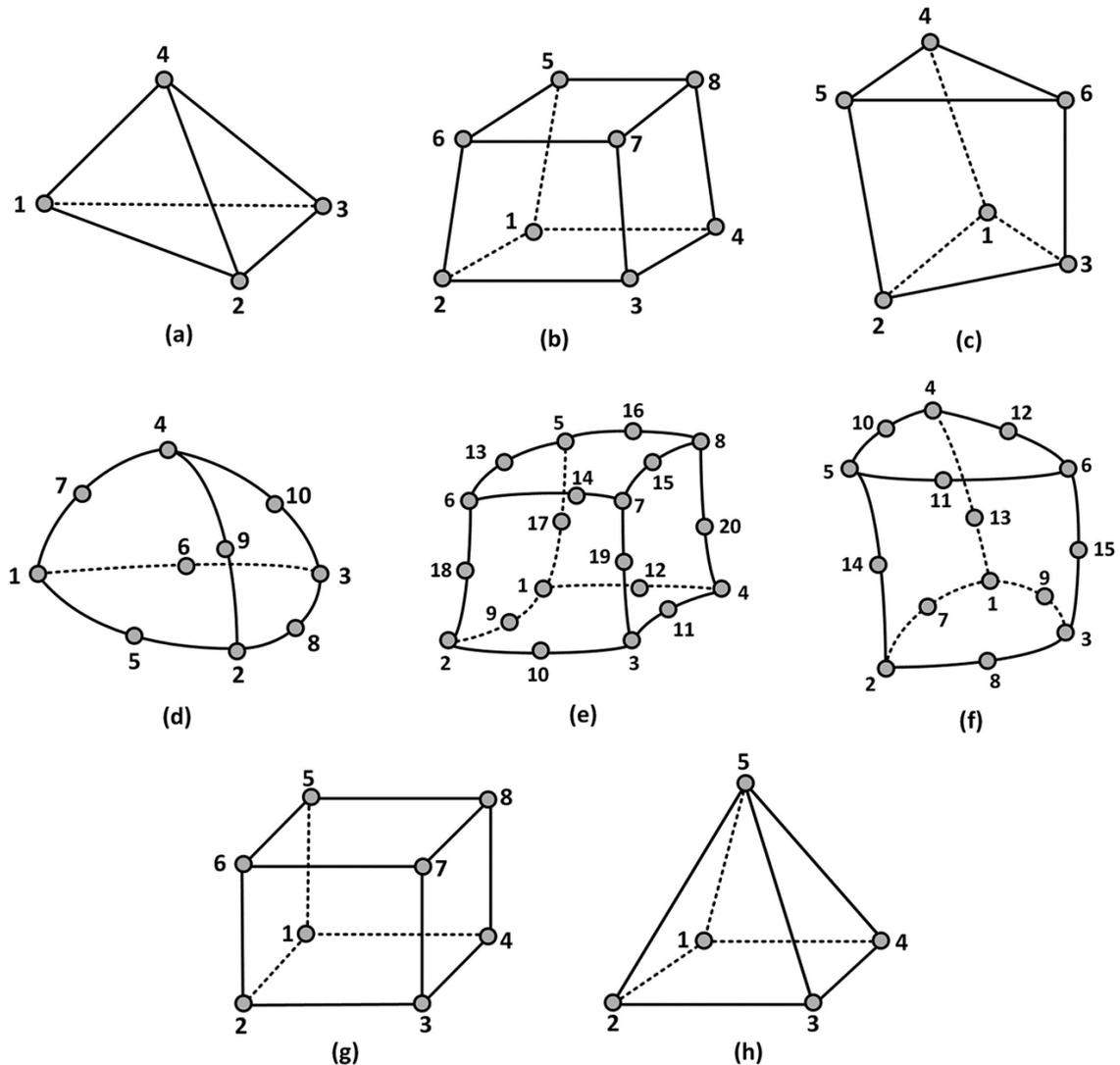
El procedimiento de Ingeniería reversa se puede caracterizar por 4 pasos: los cuales son captura de datos, pre procesamiento, segmentación y adecuación de superficie, y creación del modelo CAD (Messler, 2014; Wang, 2011):

**a. Captura de datos:** se realiza mediante la interacción con la superficie o volumen del objeto en estudio, y para ello existen métodos sin contacto (ópticos, acústicos y magnéticos) y métodos táctiles o de contacto. En estos últimos, utilizados en la presente investigación, la superficie del objeto es capturado usando técnica de fotogrametría digital. Este método es ideal para superficies irregulares.

**b. Preprocesamiento:** Este procedimiento entrega como resultado una conexión de puntos que conforman un conjunto de datos, resultando una unión entre estos puntos cercanos de manera tal que constituyan una estructura ordenada para el establecimiento de la superficie como tal.

**c. Segmentación y adecuación de superficie:** Una vez ordenado el conjunto de puntos se procede a una segmentación que los divide en subconjuntos donde cada subdivisión incluye aquellos puntos que contienen los datos que forman la superficie en particular, procediendo a clasificarlos y decidir qué tipo de superficie corresponde a cada subdivisión; por ejemplo, una cilíndrica, plana, etc., para luego adecuar la mejor superficie que se ajuste a todos aquellos puntos dados por cada subconjunto.

**d. Creación del modelo CAD:** Una vez finalizadas las etapas anteriores, se obtiene el modelo digital tridimensional, que corresponde a una superficie denotada por todos aquellos puntos o conjunto de datos capturados, la cual permite realizar los análisis programados o los objetivos estimados con su creación.



**Figura 1.** Elementos 3D.

(a) Elemento tetraédrico lineal, (b) Elemento hexaedro lineal, (c) elemento prisma triangular lineal, (d) elemento tetraédrico cuadrático, (e) elemento hexaédrico cuadrático, (f) elemento prisma triangular cuadrático, (g) elemento ladrillo, (h) elemento piramidal lineal.

FUENTE: Özgün & Kuzuoğlu (2019).

Una vez obtenido el modelo digital final, es posible realizarle análisis y actualizaciones, lo cual permite una mayor flexibilidad, ya que dicho modelo se puede mantener en espera hasta que sea necesaria su utilización en análisis posteriores (Messler, 2014).

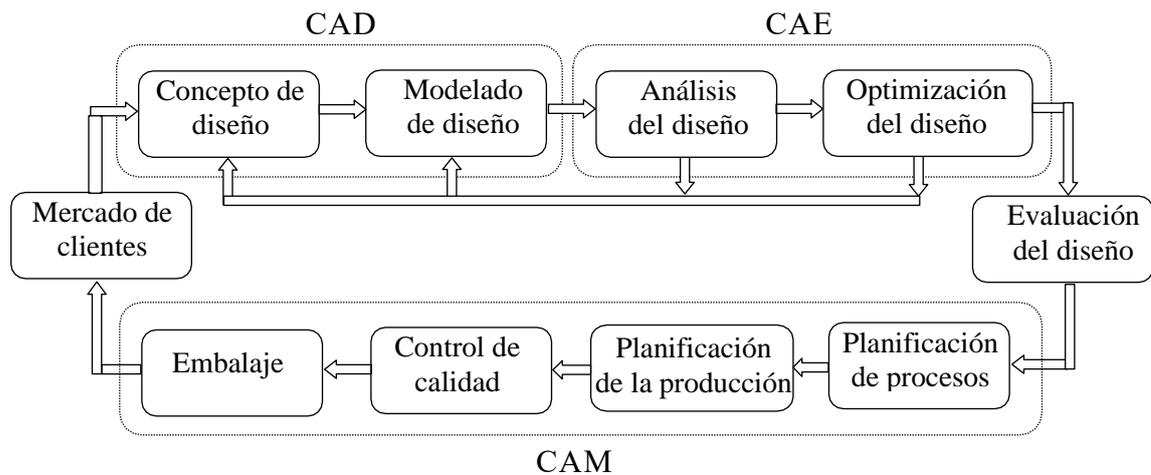


### 2.2.1.1.3. NURBS (B-Splines racionales no uniformes)

NURBS es el acrónimo de B-Splines racionales no uniformes (Non-Uniform Rational B-Splines). Las NURBS son representaciones matemáticas de geometría en 3D capaces de describir cualquier forma con precisión, desde simples líneas en 2D, círculos, arcos o curvas, hasta los más complejos sólidos o superficies orgánicas de formas libres en 3D. Gracias a su flexibilidad y exactitud las NURBS se utilizan extensivamente en la industria del CAD y más extensamente en computación para la generación de geometrías 3D. Los modelos NURBS pueden usarse en cualquier proceso, desde la ilustración y animación hasta la fabricación. Una curva NURBS se define mediante tres elementos: puntos de control, grados y nodos (Geomagic, 2018; Wang, 2011).

### 2.2.2. INTERCAMBIO DE DATOS CAD/CAE

Hasta antes de los años 80 los usuarios se encontraban abrumados por la imposibilidad de compartir datos de un sistema CAD (de diseño) a un CAM (fabricación) ó CAE (ingeniería). Se hizo así evidente la necesidad de intercambio de datos que posibilitaran la integración y automatización CAD/CAM/CAE. En el desarrollo de formatos de intercambio se han preocupado varias organizaciones internacionales, como **ISO** (Organización Internacional de Estandarización), **ANSI** (Instituto Nacional Estadounidense de Estándares) y **DIN** (Instituto Alemán para la Normalización). En la actualidad existen numerosos formatos de intercambio de datos, algunos de ellos son normas internacionales y otros son normas nacionales. Así, nos encontramos con formatos orientados a diseño tales como IGES, VDA, SET; formatos orientados a fabricación, como APT, CLDATA, código ISO, etc; formatos orientados a inspección, como DEAPL, DMIS, NDF, etc. (Chen & Liu, 2019).



**Figura 2.** Un esquema del proceso de desarrollo de un producto asistido por computadora.

FUENTE: Chen & Liu (2019).

En la actualidad, los paquetes de software incluyen herramientas que posibilitan el intercambio de datos desde un software CAD a uno CAE, sin necesidad de exportar el archivo en un formato universal, sino que los archivos CAD en su forma nativa pueden ser abiertos directamente en el software CAE de análisis, asegurando de esta forma la integridad de los datos del modelo que a veces se sacrifica cuando se traduce la geometría a formatos universales como IGES o ACIS (Chen & Liu, 2019).

### 2.2.3. INGENIERÍA ASISTIDA POR COMPUTADOR (CAE)

CAE es el acrónimo en inglés de Computer-Aided Engineering, Ingeniería Asistida por Computador. El CAE es un sistema que permite a los ingenieros analizar y simular en un computador los modelos que se piensan poner en práctica con el objetivo de apreciar su validez sin incurrir en costos de fabricación. Esto es muy importante, ya que una simulación ahorra muchos costos, tanto en dinero como en tiempo, que significa construir prototipos físicos y realizar pruebas de laboratorio y planta piloto. Es necesario



mencionar que en una etapa final un modelo debe ser siempre validado experimentalmente con un prototipo físico llevado a condiciones reales (Messler, 2014).

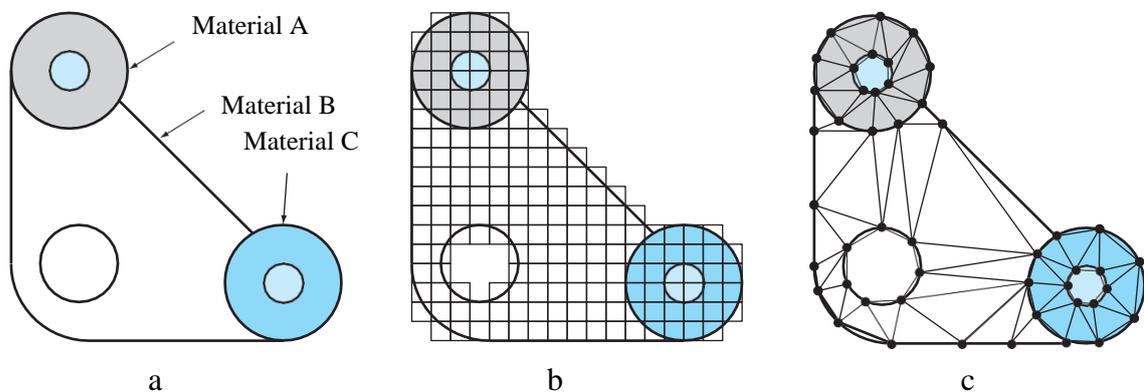
Con la ayuda de un software adecuado se pueden llevar a cabo diferentes tipos de análisis de ingeniería, tales como análisis de transferencia de calor, análisis estructural, análisis de circuitos electrónicos, etc. El CAE se define como una herramienta que combina información geométrica (dibujos orientados a la ingeniería) con información funcional (cálculos matemáticos) para realizar análisis de ingeniería. Las herramientas CAE ayudan al ingeniero a analizar, optimizar, y documentar diseños de productos. Incluyen análisis de tensiones, de frecuencias, térmicos, cinemáticos, y otras opciones de análisis (Wang, 2011).

#### **2.2.4. MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS (FEM)**

Muchos de los fenómenos que suceden en la naturaleza y en la vida cotidiana pueden ser descritos mediante modelos matemáticos. La complejidad de dicho modelo depende del fenómeno que se desea describir. Algunos de estos modelos se pueden escribir en términos de EDP (Ecuaciones diferenciales parciales), y en la gran mayoría la solución exacta a estas ecuaciones no existe hasta nuestros días. La alternativa es usar métodos numéricos para aproximar la solución. Dados los avances en la tecnología de los computadores digitales, muchos problemas, cuya solución analítica no se conoce, han podido ser simulados mediante métodos numéricos con bastante precisión (Datta & Rakesh, 2009; Pepper, Kassab, & Divo, 2014; Rao, 2018).

El proceso computacional del FEM típicamente consiste en tres pasos (Chen & Liu, 2019; Özgün & Kuzuoğlu, 2019):

- **Pre-procesamiento**, o preparación del modelo, involucra la generación de la geometría, la malla, y los elementos y se especifican los datos necesarios para el análisis, incluyendo el tipo de análisis, tipo de elementos, definición de los elementos, propiedades del material, cargas y parámetros de análisis y se le dicen al computador las ecuaciones de gobierno, condiciones de frontera, propiedades, y métodos de solución a utilizarse;
- **Procesamiento**, en el cual el computador resuelve el problema; y
- **Post-procesamiento**, o revisión de los resultados, que involucra visualizar la solución, usando diagramas de contorno (“contours”) en color o sombreados, cortes sobre el modelo, listados de máximos y mínimos, archivos de imágenes (JPEG, GIF, BMP, etc.) y creando películas de los acontecimientos virtuales.

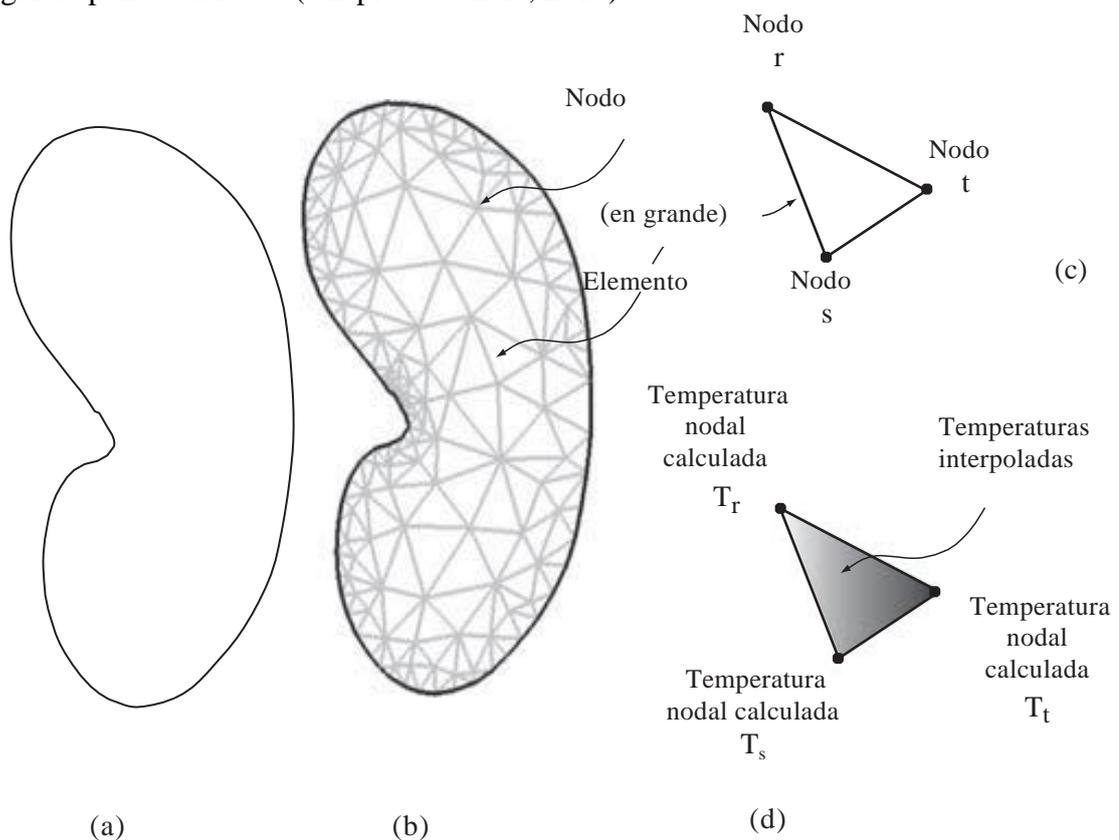


**Figura 3.** Representación geométrica de método de elemento finito con respecto a diferencias finitas.

Figura 3.a Un empaque con geometría irregular y composición no homogénea. Figura 3.b Un sistema así es muy difícil de modelar con la técnica por diferencias finitas. Esto se debe al hecho de que se necesitan aproximaciones complicadas en las fronteras del sistema y en las fronteras entre las regiones de diferente composición. Figura 3.c Una discretización por elementos finitos es mucho más adecuada para tales sistemas.

FUENTE: (Chapra & Canale, 2015).

El método del elemento finito ofrece una alternativa que es más adecuada para tales sistemas. A diferencia de las técnicas por diferencias finitas, la técnica del elemento finito divide el dominio de la solución en regiones con formas sencillas o “elementos” (figura 3.c). Se puede desarrollar una solución aproximada de la EDP para cada uno de estos elementos. La solución total se genera uniendo, o “ensamblando”, las soluciones individuales, teniendo cuidado de asegurar la continuidad de las fronteras entre los elementos. De este modo, la EDP se satisface por secciones. Como se observa en la figura 3.c, el uso de elementos, en lugar de una malla rectangular, proporciona una mejor aproximación para sistemas con forma irregular. Además, se pueden generar continuamente valores de las incógnitas a través de todo el dominio de la solución en lugar de puntos aislados (Chapra & Canale, 2015).



**Figura 4.** Ejemplo de malla de un dominio 2D.

Ilustración de (a) una región 2D; (b) cómo se puede dividir la región 2D usando elementos triangulares; (c) vista ampliada de un elemento con tres nodos en los tres vértices del triángulo donde se calculan las temperaturas; (d) temperaturas calculadas

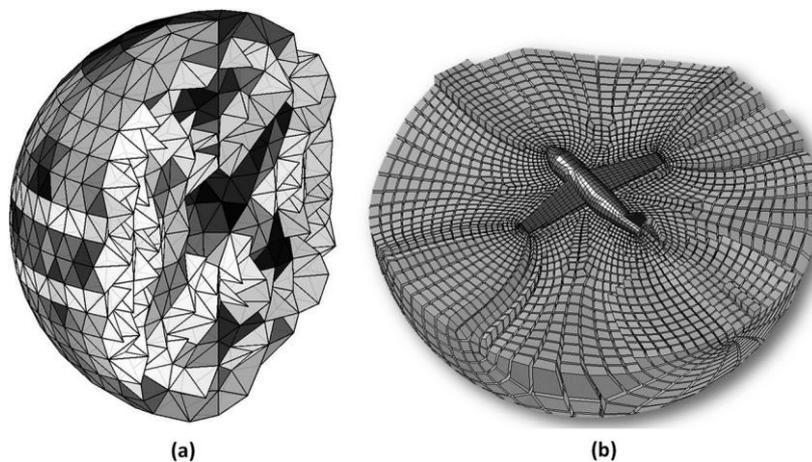
(niveles de gris) dentro del elemento, obtenidas por interpolación de temperaturas calculadas en los nodos.

FUENTE: Datta & Rakesh (2009).

En estos métodos, el dominio de la solución se divide en una malla con puntos discretos o nodos (figura 3.b). Entonces, se aplica la EDP en cada nodo, donde las derivadas parciales se reemplazan por diferencias finitas divididas. Aunque tal aproximación por puntos es conceptualmente fácil de entender, tiene varias desventajas. En particular, es difícil de aplicar a sistemas con una geometría irregular, con condiciones de frontera no usuales o de composición heterogénea (Chapra & Canale, 2015).

### 2.2.5. GENERACIÓN DE LA MALLA

En este paso de pre-procesamiento, la geometría ya definida necesita ser dividida en piezas más pequeñas, los elementos, para una solución numérica. La colección de elementos es llamada malla (Mesh). Mientras en más partes es dividida la geometría, más exacta es la solución final, pero el tiempo computacional aumenta (a veces dramáticamente) y puede eventualmente hacerlo irrealista de calcular. Así, este paso es un balance cuidadoso entre proveer suficientes elementos (o nodos) tal que todas las físicas esenciales sean capturadas, pero no demasiadas (Pepper et al., 2014).



**Figura 5.** Malla de dominio 3D.

(a) Elementos tetraédricos, (b) Elementos hexaedros.

FUENTE: Özgün & Kuzuoğlu (2019).



## 2.2.6. VENTAJAS Y DESVENTAJAS DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS DE COMSOL Multiphysics

El Método de Elementos Finitos ofrece muchas ventajas importantes al ingeniero (Chen & Liu, 2019; Comsol, 2017; Pepper et al., 2014; Rao, 2018):

- Es fácilmente aplicable a objetos de formas irregulares, cuerpos no homogéneos (compuestos de varios materiales diferentes y con diferentes propiedades), cuerpos de materiales no isotrópicos (ortotrópicos, anisotrópicos) y con condiciones de frontera complejas.
- Condiciones de frontera tales como cargas superficiales discontinuas, no presentan dificultad para el método. Condiciones de frontera mezcladas pueden ser manejadas fácilmente.
- El tamaño de los elementos se puede variar, permitiendo que la malla se pueda expandir o refinar, según se requiera.
- Aplicable a problemas de estado estacionario y transiente.
- Aplicable a problemas lineales y no lineales.
- Un solo método puede resolver una amplia variedad de problemas además de transferencia de calor, como mecánica de sólidos, mecánica de fluidos, reacciones químicas, electromagnetismo, biomecánica y acústica, por nombrar sólo algunos.
- El FEM puede acoplarse a programas CAD para facilitar el modelado de sólidos y la generación de mallas.
- Muchos paquetes de software incluyen interfaces GUI (Interfaz Gráfica de Usuario), generadores automáticos de malla y sofisticados post-procesadores y gráficos para agilizar el análisis y hacer el pre y post-procesamiento más amigable al usuario.



Entre las desventajas que se podrían mencionar de este método estarían:

- Se obtiene un resultado numérico específico para un problema específico. No se produce una solución general cerrada, la cual permitiría examinar la respuesta del sistema a cambios en diversos parámetros.
- El FEM se aplica a una aproximación del modelo matemático de un sistema (fuente de los llamados errores heredados).
- Se necesita experiencia y juicio con el fin de construir un buen modelo de elementos finitos.
- Un computador poderoso y un software FEM confiable son esenciales.
- Los datos de entrada y salida pueden ser muy grandes y tediosos de preparar e interpretar.
- Problemas numéricos: los computadores trabajan con un número finito de dígitos significativos. Hay acumulación de errores de truncamiento numérico y redondeo. Se puede solucionar evitando unir elementos pequeños con grandes.
- Es susceptible a errores de modelado introducidos por el usuario. Pobre elección de tipos de elementos, elementos distorsionados, geometría mal modelada.

### **2.3. COMPOSICIÓN QUÍMICA DE LOS TUBÉRCULOS ANDINOS**

En la literatura existen algunas diferencias con respecto al contenido de humedad de los tubérculos andinos, como se muestra en la Tabla 2, donde se describe la composición proximal detallada, según lo reportado por diferentes autores.

Según Gould (1999), la composición y la cantidad de nutrientes almacenados dependen de la temporada de crecimiento, temperatura y la humedad, el suelo y los nutrientes en el suelo, y la composición genética del cultivar o variedad. La composición

es de especial importancia y trascendencia para el procesamiento de los tubérculos andinos.

**Tabla 2.** Composición proximal de tubérculos andinos por cada 100 g de materia húmeda.

Alimento	N°	Agua (g)	Proteína (g)	Grasa (g)	Carbohidrato (g)	Fibra (g)	Ceniza (g)	Fuente
Papa	1	77.90	1.37	0.08	18.96	0.59	1.10	Chávez et al. (2014)
	2	83.29	2.57	0.10	12.44	2.50	1.61	Menchú & Méndez (2007)
	3	73.20	2.00	0.40	23.30	0.70	1.10	Collazos et al. (1996)
Olluco	1	83.70	1.10	0.10	14.30	0.80	0.80	Collazos et al. (1996)
	2	84.20	0.80	0.10	14.20	0.90	0.70	Pietilla & Tapia (1991)
	3	86.00	1.60	0.10	12.50	0.60	0.60	PIPS-RT (2014a)
Isaño	1	87.40	1.50	0.70	9.80	0.90	0.60	(Collazos et al., 1996; Reyes et al., 2009)
	2	88.00	0.70	0.10	10.60	2.90	0.50	Reyes, Gómez, & Espinoza (2013)
	3	86.00	1.60	0.60	11.60	0.80	0.80	PIPS-RT (2014b)
Oca	1	83.00	0.70	0.00	15.60	2.40	0.70	Reyes et al. (2013)
	2	84.10	1.00	0.60	13.30	1.00	1.00	(Collazos et al., 1996; Reyes et al. 2009)
	3	86.79	0.77	0.47	10.41	0.78	0.78	León, Villacorta, & Pagador (2011)
	4	83.80	1.60	0.60	13.80	0.80	0.80	PIPS-RT (2014a)

La amplia gama de nutrientes indica que muchas variables pueden afectar la composición, como las condiciones climáticas, suelos, época del año de cosecha, etc. Todos estos factores pueden explicar por qué los tubérculos son muy diferentes (Sullivan, 2016).

### III. MATERIALES Y MÉTODOS

#### 3.1. LUGAR DE EJECUCIÓN

El presente trabajo de investigación se desarrolló en Laboratorio de Ingeniería de la Escuela Profesional de Ingeniería Agroindustrial de la Universidad Nacional del Altiplano Puno ubicado a una altitud de 3824 m.s.n.m. en la ciudad de Puno.

#### 3.2. MATERIAS PRIMAS

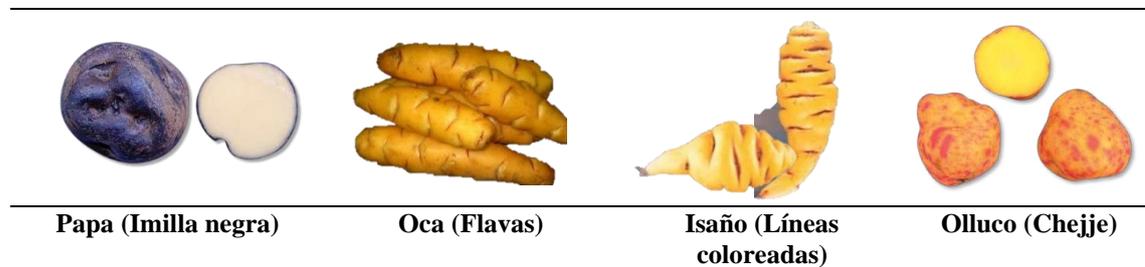
Los alimentos fueron adquiridos en el Mercado Central de abastos de la ciudad de Puno, con un estado de conservación y frescura. Los alimentos estudiados fueron cuatro tipos, son los siguientes:

**Papa (*Solanum tuberosum* L.):** La papa nativa variedad (Imilla negra), se seleccionó ajustándose a las especificaciones (NTP 011.119, 2010) en una relación entre el peso (264 – 56 gramos) y los diámetros; mayor (87 – 60 mm) / menor (62 – 45 mm) de los tubérculos de papa. Se ajustó al tipo de calibre Primera de forma general esféricas, el peso fue de  $66.4362 \pm 0.1659$  g los datos se puede observar en ANEXO 1 y ANEXO 7 los valores y parámetros de caracterización.

**Oca (*Oxalis tuberosa*):** La oca de variedad flavas que son ocas amarillas claras, pigmentadas, de pigmentos o flavonas de color amarillo intenso (Tapia & Fries, 2007). Se procedió a seleccionar tubérculos de forma cilíndricas de peso  $30.8332 \pm 1.164$  g.

**Isaño (*Tropaeolum tuberosum*):** Isaño de color amarilla profusamente manchados de líneas coloreadas (Tapia & Fries, 2007). Se procedió a seleccionar tubérculos de forma cilíndricas de peso  $29.0127 \pm 1.47$  g.

**Olluco (*Ullucus tuberosus*):** Olluco de variedad chejje es una de las cuatro variedades más comunes de Puno (Tapia & Fries, 2007). Se procedió a seleccionar con un peso alrededor a  $23.1972 \pm 0.72$  g de forma general esféricas.



**Figura 6.** Tubérculos andinos.

FUENTE: Elaboración propia.

### 3.3. MATERIALES Y EQUIPOS

#### 3.3.1. EQUIPOS

- Termocuplas tipo K, de 1500 mm de longitud.
- National instruments NI USB - 6008 multifunción.
- Balanza analítica, de 4 cuatro dígitos (Modelo SP602).
- Estufa MEMMERT a  $100 \pm 2$  °C.
- Termómetro marca AMARELL 300 mm. Largo x 30 mm diámetro -30 a 100 °C.
- Cámara fotográfica digital DSC-W570 25 mm marca Sony.
- Computador personal Intel (R) Core (TM) i5-6200U CPU @ 2,30 GHz.
- Cronometro digital.

#### 3.3.2. MATERIALES

- Recipientes de lavado.
- Olla de cocción.
- Cocina eléctrica (Cole-Parmer).



- Tela negra y blanca.
- Pañuelos.
- Rejilla metal.
- Crisoles de porcelana.
- Cinta adhesiva de teflón.
- Buretas graduadas de 500 y 1000 ml.
- Vernier digital de 6'' (150 mm) marca Stanley.
- Trípode.

### **3.3.3. REACTIVO**

- Agua destilada.

### **3.3.4. SOFTWARE**

- LabVIEW 17.0.0.
- Agisoft PhotoScan Professional v1.2.5.
- Geomagic Design X.
- SOLIDWORKS 2018 SP5.0.
- COMSOL Multiphysics 5.3.
- SigmaPlot 14.0 (Exact Graphs and Data Analysis).
- Planilla de cálculo Microsoft® Excel® 2016.

### **3.3.5. SISTEMA DE ILUMINACIÓN**

- 4 LEDs ALGU103WCW de 3,1W 220-240V.
- 4 Fluorescentes.
- Soportes y conexión eléctrica a la red de 220V.



### 3.4. METODOLOGÍA

En presente investigación se puede dividir en las siguientes etapas:

- Modelación matemática del fenómeno físico.
- Adiestramiento en el uso del software.
- Obtención del modelo digital de los alimentos de tubérculos andinos utilizados.
- Experimentación en laboratorio.
- Simulación computacional de la transferencia de calor durante el calentamiento.
- Análisis estadístico.

#### 3.4.1. MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL FENÓMENO FÍSICO

La solución numérica por elementos finitos del modelo matemático requiere de las siguientes suposiciones (Comsol, 2017; Fabbri et al., 2011; Lespinard et al., 2009; Rezagah et al., 2013; Yanniotis, 2008):

- La transferencia de calor ocurre sólo por conducción en el interior del alimento.
- Las condiciones del medio, temperatura y coeficiente convectivo es constante sobre la superficie irregular del alimento.
- El alimento es considerado isotrópico y de composición uniforme. La composición del producto no varía durante la etapa de calentamiento.
- Las propiedades termofísicas ( $k$ ,  $C_p$ ,  $\rho$ ) del producto son constantes con respecto a la temperatura.
- No hay contra difusión del agua y la pérdida de sólidos solubles se considera despreciable.

El modelo apropiado para representar el proceso de la transferencia de calor durante el calentamiento de tubérculos andinos de formas irregulares es aquella que

considera un proceso de conducción de calor transiente con propiedades termofísicas constantes con la temperatura (Rezagah et al., 2013). Dónde el calor se transfiere desde los alrededores del medio de calefacción a la superficie del producto por convección y dentro del producto por conducción (Chamorro & Vidaurreta, 2012). El modelo completo se sustenta en la siguiente ecuación de gobierno, condiciones iniciales y de borde.

#### 3.4.1.1. ECUACIONES DE GOBIERNO

La ecuación tridimensional para la conducción de calor transiente en un material isotrópico y homogéneo, con propiedades termofísicas constantes con la temperatura y orientación, puede ser descrita por la siguiente ecuación diferencial (18), expresado en coordenadas rectangulares (Çengel & Ghajar, 2015; Geankoplis, 2006; Holman, 2010; Kreith et al., 2011; Kutz, 2013; Singh & Heldman, 2014; Toledo et al., 2018):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (18)$$

Donde:

$\alpha$  : Difusividad térmica,  $m^2/s$

Para completar el modelo matemático, la condición inicial y borde del dominio irregular de superficie es como sigue (Pepper et al., 2014).

#### 3.4.1.2. CONDICIONES INICIALES

La distribución de temperatura inicial es uniforme en todos los puntos del dominio, como sigue en la ecuación (19) (Pepper et al., 2014).

$$T(x, y, z, t = 0) = T_0 \quad (19)$$

Donde:

- $T_0$  : Temperatura inicial, °C  
 $t = 0$  : Tiempo inicial.

### 3.4.1.3. CONDICIONES DE BORDE

Establece una condición de transferencia de calor por convección entre la superficie  $S$  del objeto y el medio circundante. Esta condición límite se define de la siguiente forma, en ecuación (20) (Datta, 2017; Fabbri et al., 2011).

$$k \frac{\partial T}{\partial n}(x, y, z, t) = h[T_\infty - T_s] \quad ; \quad t > 0 \quad (20)$$

$x, y, z$  sobre la superficie límite  $S$

Donde:

- $h$  : Coeficiente conectivo de transferencia de calor,  $[W/(m^2\text{°C})]$ .  
 $T_\infty$  : Temperatura del medio, °C.  
 $T_s$  : Temperatura de la superficie del alimento, °C.  
 $\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial n}$  : Gradiente de temperatura normal a la superficie.  
 $S$  : Porción de la superficie límite del dominio irregular expuesto a las condiciones convectivas.  
 $k$  : Conductividad termal,  $W/m\text{°C}$

Si  $S$  es la porción de la superficie límite del dominio irregular expuesto a las condiciones convectivas, la cual puede ser más de una porción superficial en el problema a resolver ( $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$ ) si así lo amerita; además  $\frac{\partial T}{\partial n}$  es la gradiente de temperatura normal a la superficie.

El conjunto de ecuaciones de gobierno, inicial y de borde, fue solucionado mediante el método de elementos finitos. Para el cual se utilizó el software COMSOL Multiphysics por su versatilidad de trabajo también lo utilizaron (Goñi et al., 2008; Goñi & Salvadori, 2010; Lespinard et al., 2009; Rezagah et al., 2013, 2014).



### **3.4.2. ADIESTRAMIENTO EN EL USO DEL SOFTWARE**

Poniendo en conocimiento que se destinó un periodo importante de tiempo (aproximadamente más de diez meses) para el aprendizaje y adquisición de destreza en el uso del software, para obtener datos de registro de temperaturas experimentales por computador programado (LabVIEW 17.0.0), para procesar imágenes digitales mediante la combinación de técnicas de fotogrametría digital y visión por computador (Agisoft PhotoScan Profesional 1.2.5), diseño geométrico 3D NURBS (Geomagic Design X), la comunicación intermedia entre dos softwares de ingeniería (SOLIDWORKS 2018 SP5.0) y con la simulación (COMSOL Multiphysics 5.3). En este periodo se procedió a la lectura de manuales, guías de usuario y tutoriales en Web, y luego puesta en práctica la programación, técnicas de procesamiento de imágenes digitales, técnicas de diseño, edición de modelos 3D y la ejecución de diversos análisis de prueba de geometrías regulares, aumentando progresivamente su complejidad hasta trabajar con modelos digitales existentes. Se mantuvo constante actualización del software a lo largo de esta etapa de investigación.

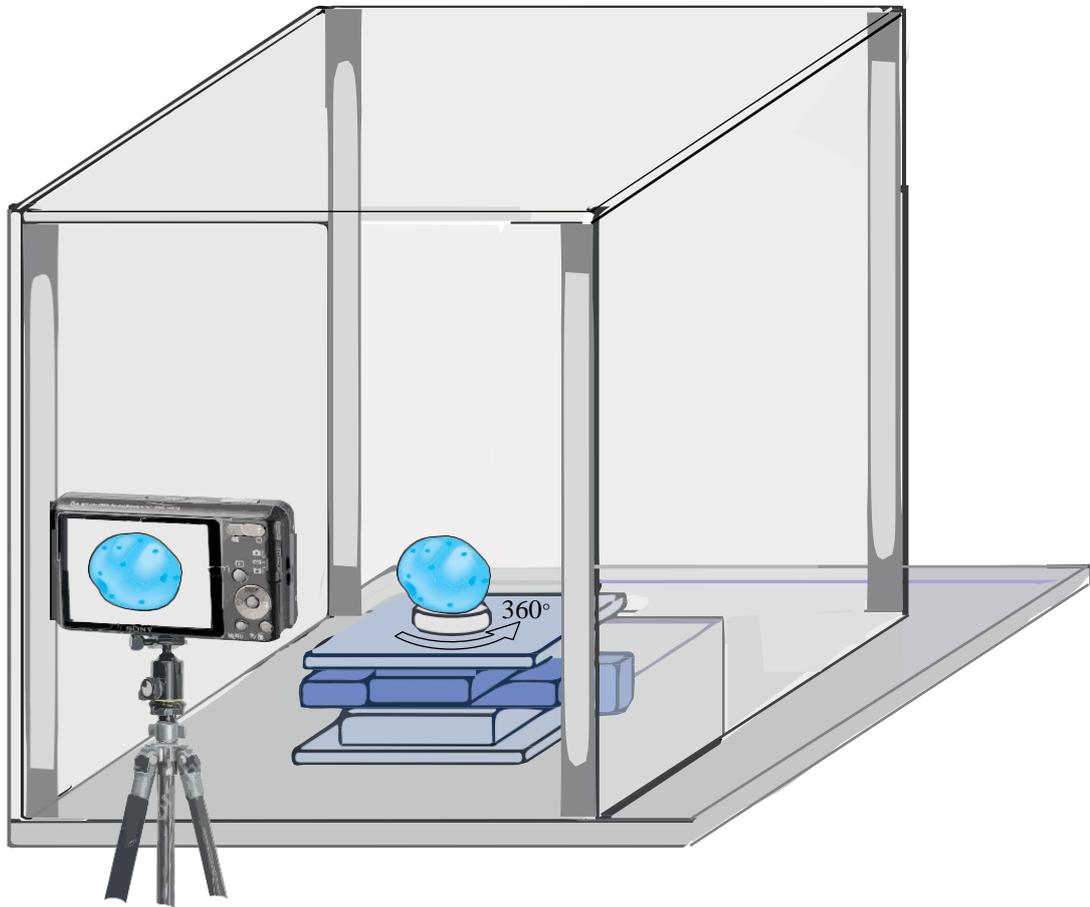
### **3.4.3. OBTENCIÓN DEL MODELO DIGITAL DE LAS MUESTRAS UTILIZADOS**

El modelo geométrico consistió en obtener una representación computacional de la geometría real del alimento. La reconstrucción tridimensional fue implementada en Agisoft PhotoScan luego exportado a software Geomagic Design X.

#### **3.4.3.1. ADQUISICIÓN DE IMÁGENES**

Se empleó la técnica de fotogrametría digital a partir de una secuencia de imágenes digitales, tomado por una cámara digital luego cargada a una PC (Computador

Personal) portátil. Tomadas desde cualquier ángulo. Teniendo en cuenta que la cámara digital está ubicada en posición fijo, mientras que la muestra gira dando una vuelta de 360°; tomando alrededor de 33 imágenes digitales en promedio.



**Figura 7.** Representación esquemática para la captura de imágenes digitales.

FUENTE: Adaptado de Sun (2016).

### 3.4.3.2. PROCESAMIENTO DE IMÁGENES PARA LA CONSTRUCCIÓN DE LOS MODELOS EN AGISOFT PHOTOSCAN

Se realizó un registro computacional de las imágenes digitales a través del Agisoft PhotoScan mediante cuatro pasos esenciales (Agisoft, 2016):

**Paso 1:** Se cargaron un registro computacional mediante imágenes digitales en el Agisoft PhotoScan.



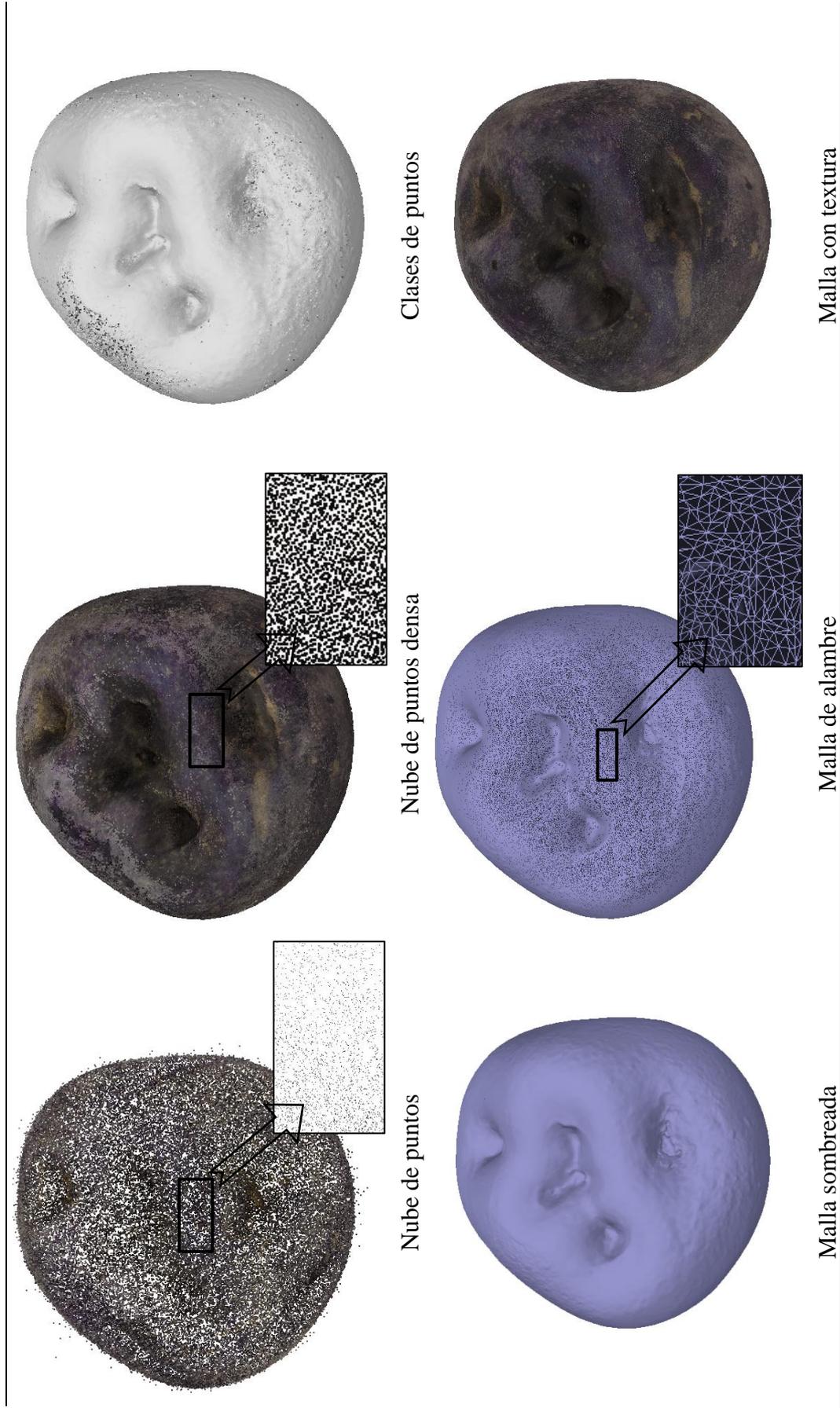
**Paso 2:** Se alineó las imágenes digitales por los puntos comunes.

**Paso 3:** Tras la detección de puntos comunes de las imágenes digitales, mediante una tercera acción se desencadenó la creación de la nube de puntos en 3D. Tras finalizar este proceso, dependiendo del número de imágenes usadas, y puntos creados, se pudo observar el modelo.

**Paso 4:** El cuarto proceso consistió en crear lo que se conoce como “nube de puntos densa”; por lo que el resultado final fue una nube de puntos cuyo aspecto es el de una imagen 3D más o menos realista de cada muestra utilizada.

A través, de los marcados conocido como puntos de control se utilizó para agrupar imágenes y manipular fácilmente los datos, como también insertar en el software las medidas de distancia entre los puntos de control ver ANEXO 9 y Figura 8.

Agisoft PhotoScan es un software de escritorio para procesar imágenes digitales y, mediante la combinación de técnicas de fotogrametría digital y visión por computador, generan una reconstrucción 3D del entorno (Agisoft, 2016).



**Figura 8.** Flujo de trabajo general en Agisoft PhotoScan

FUENTE: Elaboración propia, imágenes procesados con software Agisoft PhotoScan.



### **3.4.3.3. GENERACIÓN DEL MODELO DIGITAL 3D**

Una vez capturados los límites de las muestras, el software modelador Geomagic Design X reconstruyó la superficie que se adecua a todos los puntos en coordenadas cartesianas 3D (x, y, z), y realizó su representación geométrica digital. La representación para todas las formas y objetos que se realizó en el software modelador Geomagic Design X ver ANEXO 10, es en base a curvas NURBS lo cual hace que el modelo generado fuese fácil de analizar por algoritmos que dicho software posee, pudiéndose obtener datos como el volumen y área superficial del modelo, los datos de adjuntan en ANEXO 7.

### **3.4.3.4. INTERCAMBIO CAD/CAE**

Esto fue una etapa intermedia de comunicación entre dos softwares de ingeniería, mediante el software SOLIDWORKS. Se realizó el siguiente procedimiento para transferir el modelo CAD del alimento representado digitalmente en Geomagic Design X a COMSOL Multiphysics mediante la función exportar LiveTransfer de Geomagic Design X para SOLIDWORKS e importar LiveLink de COMSOL Multiphysics de SOLIDWORKS.

Lo anterior se realizó para evitar la pérdida de información del modelo CAD geométrico al modelo CAE para el análisis de transferencia de calor (Comsol, 2017).

### **3.4.4. EXPERIMENTACIÓN EN LABORATORIO**

Los alimentos seleccionados (papa, olluco, isaño y oca) fueron sometidos a pruebas experimentales a nivel de laboratorio para la determinación de humedad y volumen, también se obtuvo historial de temperatura experimentales, las condiciones experimentales se detallan a continuación:



### 3.4.4.1. DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL Y ESTIMACIÓN

Se determinó la humedad y el volumen experimentalmente. También fue necesario correlacionar el área superficial estimada de los tubérculos andinos en función al peso y volumen, mediante la ecuación no lineal (23) y (24). Ya que, el área superficial estimada se determinó mediante representación 3D irregular con software Geomagic Design X.

#### 3.4.4.1.1. DETERMINACIÓN DE HUMEDAD

Se determinó el contenido de humedad de los alimentos en estudio mediante método gravimétrico, (AOAC, 1990).

$$\% \text{Humedad} = \frac{\text{Peso inicial} - \text{Peso final}}{\text{Peso de la muestra}} \cdot 100 \quad (21)$$

#### 3.4.4.1.2. DETERMINACIÓN DE VOLUMEN

En esta investigación se determinó por el método de desplazamiento de líquido, utilizando como fluido agua destilada a temperatura de 13 °C y densidad respectiva 999.34 kg/m<sup>3</sup>. Utilizando un frasco que se pesó de forma precisa y se llena con el líquido. Se coloca la tapa en el frasco a fin de que se vea forzado salir el líquido. Enseguida, el líquido que escapo por la pared del frasco se secó y se pesó de nuevo. Después el frasco se vacía y se seca, mientras se alista la muestra sólida para colocar en el frasco y se pesa de nuevo. Luego el frasco se llena completamente con el líquido con el fin de que el líquido se vea forzado a salir cuando se coloque la tapa. El frasco se pesa de nuevo y se determina el volumen de las partículas a partir de siguiente formula:

$$V_m = \frac{\text{Peso del líquido desplazado por el sólido}}{\text{Densidad del líquido}} = \frac{(W_{pl} - W_p) - (W_{pls} - W_{ps})}{\rho_l} \quad (22)$$



Donde:

- $V_m$  : Volumen del sólido,  $\text{cm}^3$   
 $W_{pl}$  : Peso del frasco lleno de líquido, g  
 $W_p$  : Peso del frasco vacío, g  
 $W_{pls}$  : Peso del frasco conteniendo la muestra de sólido y lleno con el líquido, g  
 $W_{ps}$  : Peso del conteniendo la muestra de sólido sin líquido, g  
 $\rho_l$  : Densidad del líquido,  $\text{g}/\text{cm}^3$

El método se basa en el principio de Arquímedes, que establece que un cuerpo sumergido en un fluido experimentará una pérdida de peso en una cantidad igual al peso del líquido que desplaza. Es decir, la fuerza de flotación hacia arriba ejercida sobre un cuerpo sumergido en un líquido es igual al peso del líquido desplazado (Sahin & Gülüm, 2006).

#### **3.4.4.1.3. ESTIMACIÓN DE ÁREA SUPERFICIAL EN FUNCIÓN AL PESO Y VOLUMEN**

Revisando el trabajo de investigación de Clayton, Amos, Banks, & Hugh (1995) en la estimación de la superficie de manzanas de cuatro cultivares diferentes. Aplicaron varios métodos: analogías de esferas y elipsoides, correlación entre el área de superficie real (estimada por el método de cinta) con la masa y el volumen de la fruta; y el método de elementos finitos (MEF).

En presente trabajo de investigación ningún procedimiento experimental fue aplicado para obtener valores reales de área superficial, ya que hay dificultad para medir manualmente este parámetro. Sin embargo, se determinó mediante representación 3D irregular de la forma real de los alimentos, mediante la modelación geométrica obtenidas por la técnica de ingeniería reversa.



Por el cual fue necesario, correlacionar área superficial entre peso y volumen de las muestras, los datos obtenidos están en ANEXO 1. Los valores de peso, volumen medido y área superficial estimada de las muestras.

ANEXO 2. Panel frontal de configuración en programa LabVIEW para obtener datos de registro de temperaturas

ANEXO 3. Ejemplo de cálculo de composición proximal ponderada a partir del contenido de humedad.

ANEXO 4. Propiedad del agua en función de la temperatura.

ANEXO 5. Correlaciones de Choi y Okos (1985) para estimar propiedades de alimentos la conductividad térmica ( $k$ ), densidad ( $\rho$ ), calor específico ( $C_p$ ) con respecto a la composición y temperatura (0 a 150°C) de los alimentos.

ANEXO 6. Ejemplo de cálculo del coeficiente convectivo de transferencia de calor ( $h$ ).

ANEXO 7. Parámetros de caracterización de los alimentos evaluados.

ANEXO 8. Parámetros calculados para determinar el coeficiente convectivo de transferencia de calor  $h$  para cada alimento evaluado.

ANEXO 9. Interfaz gráfica de usuario en ventana de aplicación Agisoft PhotoScan con vista general.

ANEXO 10. Interfaz gráfica de usuario en ventana de aplicación Geomagic Design X con vista general.

ANEXO 11. Interfaz gráfica de usuario en ventana de aplicación COMSOL Multiphysics con vista general.

ANEXO 12. Diagramas de simulación en la transferencia de calor 3D en papa cada 200 segundos.

ANEXO 13. Diagramas de simulación en la transferencia de calor 3D en olluco cada 100 segundos.

ANEXO 14. Diagramas de simulación en la transferencia de calor 3D en isaño cada 200 segundos.

ANEXO 15. Diagramas de simulación en la transferencia de calor 3D en oca cada 180 segundos.

ANEXO 16. Diagramas de simulación en la transferencia de calor 2D del corte plano longitudinal cada 100 segundos para muestras seleccionadas.

ANEXO 17. Historial de temperaturas experimentales y simuladas durante el calentamiento de alimentos en centro térmico.

## **ANEXO 1.**

Eifert et al. (2006) reportó ecuaciones para predecir la superficie de cuatro alimentos de formas irregulares en función al peso. Además, Clayton et al. (1995) utilizó ecuaciones no lineales para la predicción de área superficial de las manzanas en función al peso y volumen, las ecuaciones (23) y (24) fueron:

$$A_s = a \cdot W^b \quad (23)$$

$$A_s = n \cdot V^m \quad (24)$$

Donde:

- $A_s$  : Área superficial,  $m^2$
- a, b, n y m : Parámetros de la ecuación no lineal.
- W : Peso, g
- V : Volumen,  $cm^3$

#### **3.4.4.2. MEDICIÓN DE LA TEMPERATURA EXPERIMENTAL**

Los alimentos seleccionados (papa, oca, isaño y olluco) fueron sometidos a pruebas experimentales, tres muestras por cada tubérculo a nivel de laboratorio en las cuales se realizó un tratamiento térmico durante el calentamiento, con fin de obtener perfil de temperatura evaluado en el centro térmico. Las condiciones experimentales se detallan a continuación:

##### **3.4.4.2.1. CALIBRACIÓN DE TERMOCUPLAS**

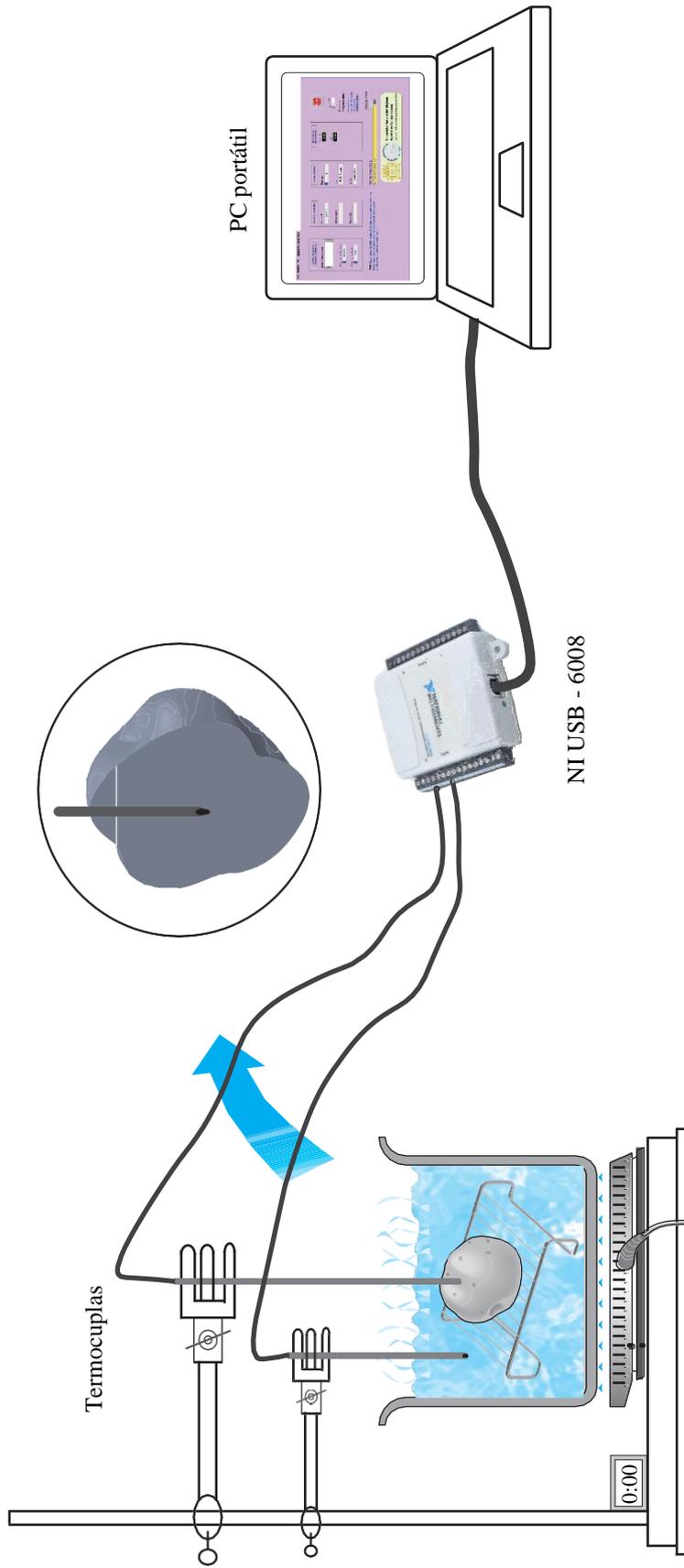
Las termocuplas tipo K se conectaron a datalogger NI USB – 6008, para su lectura se desarrolló un algoritmo en software LabVIEW, obteniéndose lectura de temperatura por cada segundo, los datos experimentales se pueden ver en ANEXO 17. La calibración de termocuplas se realizó mediante un termómetro patrón a la temperatura ambiente del



laboratorio y al medio de calentamiento (Sun, 2012). El procedimiento de calibración se realizó previo a cada ensayo experimental de los cuatro tubérculos andinos.

#### **3.4.4.2.2. IMPLEMENTACIÓN DEL SISTEMA DE CALENTAMIENTO**

Para el proceso de calentamiento térmico se montó en un sistema ver Figura 9. El sistema de calentamiento consistió en llenar agua hasta aproximadamente  $\frac{3}{4}$  partes de su volumen en una olla de cocción, conectada a una cocina eléctrica y a una temperatura constante de proceso  $84 \pm 2$  °C. Una termocupla fue insertada en la olla para el registro de temperatura del medio de calentamiento.



**Figura 9.** Representación esquemática para adquisición de temperatura durante el calentamiento de los tubérculos.  
FUENTE: Elaboración propia.



#### **3.4.4.2.3. FIJACIÓN DE LOS ALIMENTOS EN LA REJILLA**

Los alimentos seleccionados fueron codificados (numerados) con marcador y luego fijados a una rejilla de metal para poder lograr una penetración uniforme del calor en toda su superficie.

#### **3.4.4.2.4. INSERCIÓN DE TERMOCUPLAS**

Una vez fijado el alimento en la rejilla, se procedió a insertar la termocupla hasta el punto céntrico geométrico de más lento calentamiento de cada alimento: en la papa al centro de cuadrícula rectangular en dirección axial desde su base hasta 2.5 cm de profundidad, en olluco al centro de cuadrícula rectangular en dirección axial desde su base hasta 1.5 cm de profundidad, en isaño desde la parte superior hacia al centro de cuadrícula rectangular a 2.5 cm de profundidad y en la oca desde la parte superior hacia al centro de cuadrícula rectangular a 3.5 cm de profundidad.

#### **3.4.4.2.5. CONFIGURACIÓN DE DATALOGGER**

El datalogger NI USB - 6008, al cual fue conectada las dos termocuplas, se configuró para registrar datos de temperatura a través del software LabVIEW ver ANEXO 2, el cual se encarga de recolectar todos los datos registrados por cada segundo en un archivo Excel para su posterior análisis.

#### **3.4.4.2.6. TRATAMIENTO TÉRMICO EXPERIMENTAL DURANTE EL CALENTAMIENTO**

Una vez insertada la termocupla en el alimento. La rejilla con la muestra del alimento fue sumergida completamente en agua caliente a temperatura de  $84 \pm 2$  °C, al mismo tiempo se activó el registro de datos de temperatura del medio calentamiento y en

el centro térmico del alimento; se guardó los datos en el PC a través de la conexión de datalogger NI USB – 6008 y el software LabVIEW. Se cronometró un tiempo de tratamiento para cada alimento, se detallan en Tabla 3.

**Tabla 3.** Parámetros experimentales de tratamiento térmico durante el calentamiento en los alimentos estudiados.

Alimento	Temperatura (°C)	Tiempo (min.)
Papa	$84 \pm 2$	35
Olluco	$84 \pm 2$	17
Isaño	$84 \pm 2$	20
Oca	$84 \pm 2$	22

\*  $\pm$  desviación estándar.

FUENTE: Elaboración propia.

### 3.4.5. SIMULACIÓN COMPUTACIONAL DEL PROCESO DE CONDUCCIÓN DE CALOR CON COMSOL Multiphysics

En este último proceso, el modelo digital de los alimentos fue sometido al proceso de simulación de transferencia de calor en el software COMSOL Multiphysics ver ANEXO 11. El método que utilizó este software para la resolución de los problemas fue el método de elementos finitos. Este método se divide en los pasos pre-procesamiento, procesamiento y post-procesamientos los cuales se realizaron en COMSOL Multiphysics como sigue (Comsol, 2017):

- Configurar el entorno del modelo.
- Importar geométrico modelo CAD.
- Especificar las propiedades termofísicas del alimento y material isotrópico.
- Definición física.
- Mallado.
- Ejecutar la simulación.

- Resultados de postprocesado.
- Agregar complejidad a un modelo.

Para el proceso simulación se necesitó los datos de propiedades termofísicas del alimento y coeficiente convectivo de transferencia de calor del medio de calentamiento, de este último su estimación se muestran a continuación.

### 3.4.5.1. CÁLCULO DE COMPOSICIÓN PROXIMAL PONDERADA DE LAS MATERIAS PRIMAS

A partir del contenido de humedad determinado en laboratorio, se calculó la composición proximal ponderada de los alimentos ver ANEXO 3, se tomó como ejemplo el contenido de fibra de isaño. Los componentes de composición proximal de varias fuentes bibliográficas de Tabla 2 de los alimentos se promedió, se puede observar en Tabla 4. Por tanto, la composición proximal ponderada se detalla en Tabla 5.

**Tabla 4.** Promedio de composición proximal de tubérculos andinos según fuente bibliográfico.

Componente	Papa* (g)	Olluco* (g)	Isaño* (g)	Oca♦ (g)
Agua	78.13 ± 5.05	84.63 ± 1.21	87.13 ± 1.03	84.42 ± 1.65
Proteína	1.98 ± 0.60	1.17 ± 0.40	1.27 ± 0.49	1.02 ± 0.41
Grasa	0.19 ± 0.18	0.10 ± 0	0.47 ± 0.32	0.42 ± 0.29
Carbohidrato	18.23 ± 5.47	13.67 ± 1.01	10.67 ± 0.90	13.28 ± 2.15
Fibra	1.26 ± 1.07	0.77 ± 0.15	1.53 ± 1.18	1.25 ± 0.78
Ceniza	1.27 ± 0.29	0.70 ± 0.10	0.63 ± 0.15	0.82 ± 0.13

\* n=3, ± desviación estándar.

♦ n=4, ± desviación estándar.

FUENTE: Elaboración propia a partir de datos bibliográficos de Tabla 2.

### 3.4.5.2. CÁLCULO DE PROPIEDADES TERMOFÍSICAS DEL ALIMENTO

Para calcular las propiedades termofísicas del alimento: Densidad ( $\rho$ ), conductividad térmica ( $k$ ) y calor específico ( $C_p$ ). Los cuales se determinó por el método de Choi y Okos que presenta un modelo que predice en función a la composición y de la temperatura.

Por consiguiente, se realizó los siguientes pasos (Ibarz & Barbosa, 2014; M. A. Rao et al., 2014; Singh & Heldman, 2014; Toledo et al., 2018):

**Paso 1.** Una vez obtenido la composición proximal ponderada de los alimentos ver Tabla 5, a partir del contenido de humedad.

**Paso 2.** Se calculó los coeficientes de las ecuaciones de Choi y Okos reemplazando el valor de la temperatura en evaluación a 20°C, para luego utilizar para estimar las propiedades termofísicas de los alimentos; las ecuaciones se pueden observar en ANEXO 5.

**Paso 3.** La composición proximal ponderada de cada alimento, se expresó en fracción másica ( $X_i^m$ ) para luego calcular la fracción volumétrica ( $X_i^v$ ) de cada componente mediante la ecuación (25).

$$X_i^v = \frac{\frac{X_i^m}{\rho_i}}{\sum_i \left( \frac{X_i^m}{\rho_i} \right)} \quad (25)$$

**Paso 4.** Con los datos de pasos anteriores se procedió a calcular las propiedades termofísicas con las siguientes ecuaciones (26, 27, 28 y 29):

$$k = \sum_i k_i X_i^v \quad (\text{W/m}^\circ\text{C}) \quad (26)$$

$$\alpha = \sum_i \alpha_i X_i^v \quad (\text{m}^2/\text{s}) \quad (27)$$

$$\rho = \frac{1}{\sum_i (X_i^m / \rho_i)} \quad (\text{kg}/\text{m}^3) \quad (28)$$

$$C_p = \sum_i C_{pi} X_i^m \quad \left( \frac{\text{KJ}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \right) \quad (29)$$

Las propiedades termofísicas calculadas de los alimentos se detallan en Tabla 11, son los datos que ingresaron a COMSOL Multiphysics.

**Tabla 5.** Composición proximal ponderada a partir de contenido de humedad de los alimentos.

Componente	Papa (%)	Olluco (%)	Isaño (%)	Oca (%)
Agua	80.20 ± 0.422	84.34 ± 0.461	88.70 ± 0.324	77.73 ± 0.545
Proteína	1.79	1.19	1.11	1.45
Grasa	0.18	0.10	0.41	0.60
Carbohidrato	16.51	13.93	9.37	18.98
Fibra	1.14	0.78	1.35	1.78
Ceniza	1.15	0.71	0.56	1.17

\* n=3, ± desviación estándar.

FUENTE: Elaboración propia.

### 3.4.5.3. ESTIMACIÓN DE COEFICIENTE CONVECTIVO DE TRANSFERENCIA DE CALOR (h)

Los valores de los coeficientes convectivos de calentamiento de cada uno de los alimentos evaluados totalmente sumergidos, se determinó a partir a las ecuaciones adimensionales, Numeros de Nusselt, Grashof, Prandtl y Rayleigh bajo régimen de convección natural ejemplo de cálculo ver ANEXO 6. El valor de coeficiente convectivo

de transferencia de calor ( $h$ ) se obtiene despejando la ecuación de Nusselt ( $N_{Nu}$ ), obteniendo de la siguiente forma (Erdođdu et al., 2014; Fabbri et al., 2011):

$$h = \frac{N_{Nu} \cdot k}{D} \quad (30)$$

Donde:

$k$  : Conductividad térmica, W/m°C

$D$  : Dimensión característica y/o diámetro equivalente, m

Para cualquier partícula de forma irregular existe una hipotética partícula esférica que tiene el mismo volumen. El diámetro de esta esfera hipotética es un diámetro equivalente a la partícula real y se denomina diámetro de esfera equivalente en volumen. Éste es quizás el tipo de diámetro equivalente más frecuentemente utilizado para la mayoría de las aplicaciones de ingeniería (Figura & Teixeira, 2007).

**Tabla 6.** Diámetros geométricos equivalentes

Diámetro de	Fórmula	a ser medido es:
Volumen esfera equivalente	$D_v = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot V}{\pi}}$	Volumen
Superficie de esfera equivalente	$D_A = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$	Área superficial

FUENTE: Figura & Teixeira (2007).

Para el cálculo de dimensión característica ( $D$ ), fue necesario hacer el supuesto de que el área superficial del alimento de forma irregular (dada por el modelo digital 3D) fue equivalente al área superficial de una geometría regular similar. Los despejes de dimensión característica ( $D$ ) para ambos casos (cilindro infinito y esfera) se muestra a continuación:



### Para cilindro infinito:

$$\begin{aligned} A_{\text{superficial alimento}} &\equiv A_{\text{superficial cilindro infinito}} \\ &= 2 \cdot \pi \cdot r \cdot L \\ &= \pi \cdot D \cdot L \\ D &= \frac{A_{\text{superficial alimento}}}{\pi \cdot L} \end{aligned} \quad (31)$$

### Para esfera:

$$\begin{aligned} A_{\text{superficial alimento}} &\equiv A_{\text{superficial esfera}} \\ &= 4 \cdot \pi \cdot r^2 \\ &= \pi \cdot D^2 \\ D &= \sqrt{\frac{A_{\text{superficial alimento}}}{\pi}} \end{aligned} \quad (32)$$

Las propiedades físicas del agua (medio de calentamiento) se evaluaron a la temperatura de la película o film ( $T_f$ ) ecuación (33).

$$T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2} \quad (33)$$

Donde:

- $T_s$  : Temperatura de la superficie del material, °C
- $T_\infty$  : Temperatura del medio, °C

Los coeficientes de  $\beta$ ,  $k$ ,  $\rho$ ,  $\mu$  y  $N_{Pr}$ , se calculó de la tabla de propiedades físicas del agua en función de la temperatura de película o film ver ANEXO 4.

Luego se procedió calcular el número de Grashof ( $N_{Gr}$ ) ecuación (34), se define como:

$$N_{Gr} = \frac{D^3 \cdot \rho^2 \cdot g \cdot \beta \cdot \Delta T}{\mu^2} \quad (34)$$



Donde:

- D : Dimensión característica, m
- $\rho$  : Densidad, kg/m<sup>3</sup>
- g : Aceleración gravitacional, 9.80665 m/s<sup>2</sup>
- $\beta$  : Coeficiente de expansión volumétrica, K<sup>-1</sup>
- $\Delta T$  : La diferencia de temperaturas entre la superficie y el medio circundante, °C
- $\mu$  : Viscosidad absoluta, Pa · s

El número de Rayleigh es el producto de dos números adimensionales, el número de Grashof y el de Prandtl.

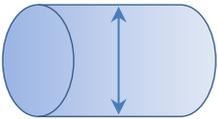
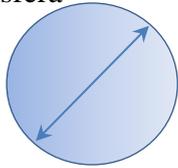
$$N_{Ra} = N_{Gr} \cdot N_{Pr} \quad (35)$$

Teniendo los números adimensionales de Rayleigh y Prandtl, luego se calculó el número de Nusselt utilizando la Tabla 7 correlaciones empíricas del número promedio de Nusselt para la convección natural sobre superficies para configuración geométrica. Para alimento papa y olluco se utilizó la ecuación de correlación empírica del número promedio de Nusselt de forma geométrica esfera y cilindro horizontal para isaño y oca.

Finalmente, con los valores de los coeficientes  $N_{Nu}$ ,  $k$ , y  $D$  se reemplazó en la ecuación (30), se obteniendo el coeficiente convectivo de transferencia de calor ( $h$ ).

Los parámetros calculados para determinar el coeficiente convectivo de transferencia de calor  $h$  para cada alimento evaluado en resumen en ANEXO 8.

**Tabla 7.** Correlaciones empíricas del número promedio de Nusselt para la convección natural sobre superficies.

Geometría	Dimensión característica	Rango de $N_{Ra}$	Ecuación
Cilindro horizontal 	D	$10^{-5} - 10^{12}$	$N_{Nu} = \left\{ 0.6 + \frac{0.387 \cdot N_{Ra}^{\frac{1}{6}}}{\left[ 1 + \left( \frac{0.559}{N_{Pr}} \right)^{\frac{9}{16}} \right]^{\frac{8}{27}}} \right\}^2$
Esfera 	D	$N_{Ra} \leq 10^{11}$ $N_{Pr} \geq 0.7$	$N_{Nu} = 2 + \frac{0.589 \cdot N_{Ra}^{\frac{1}{4}}}{\left[ 1 + \left( \frac{0.469}{N_{Pr}} \right)^{\frac{9}{16}} \right]^{\frac{4}{9}}}$

FUENTE: (Bergman & Lavine, 2017; Çengel & Ghajar, 2015; Singh & Heldman, 2014).

### 3.4.6. ANÁLISIS ESTADÍSTICO

Para fijar la calidad de los alimentos reconstruidos, se evaluó mediante la comparación de valores entre el volumen de la muestra medido experimentalmente ( $V$ ) y volumen estimado ( $\tilde{V}$ ). Para este fin los parámetros utilizados fueron el porcentaje de error relativo del volumen ( $RE_v$ ), el volumen promedio de error relativo absoluto ( $MARE_v$ ) y el coeficiente de correlación de Pearson ( $r$ ).

$$RE_v(\%) = 100 \frac{\tilde{V} - V}{V} \quad (36)$$

$$MARE_v(\%) = \frac{100}{N} \sum_i \left\| \frac{\tilde{V} - V}{V} \right\| \quad (37)$$

El  $RE_v$  y  $MARE_v$  se utilizó tal y como sugiere (Goñi, Purlis, & Salvadori, 2007).

Para fijar la calidad de las simulaciones realizadas, se utilizó los ajustes entre las curvas simuladas y experimentales fueron expresadas mediante el estadístico, como: suma de cuadrados de error (SCE) ecuación (36) y RMSE (Raíz cuadrada del error cuadrático medio) llamado también error estándar de estimación expresado en forma

absoluta (°C) y en forma relativa (%) ecuación (37) y (38) respectivamente, utilizando el programa Excel (Microsoft, 2016) como sigue (Erdoğdu, 2008; Steel & Torrie, 1980):

$$SCE = \frac{1}{N} \sum_i^N (T_{e_i} - T_{p_i})^2 \quad (38)$$

$$RMSE(^{\circ}C) = \sqrt{\frac{\sum_i^N (T_{e_i} - T_{p_i})^2}{N}} \quad (39)$$

$$RMSE(\%) = \sqrt{\frac{\sum_i^N \left[ \frac{(T_{e_i} - T_{p_i})}{T_{e_i}} \right]^2}{N}} * 100 \quad (40)$$

Donde:

$T_{p_i}$  : Valor de temperatura predicho por la simulación, °C.

$T_{e_i}$  : Valor de temperatura experimental, °C.

$N$  : Número de datos de temperatura.

Además, se adoptó como criterio ingenieril un RMSE (%) máximo de 5%.

El RMSE se utilizó tal y como sugieren (Fabbri et al., 2011; Rezagah et al., 2014; Scheerlinck et al., 2004; Uyar & Erdoğdu, 2009, 2012).

## IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este capítulo se presenta la verificación de la metodología propuesta para la reconstrucción tridimensional mediante la comparación de los resultados de volumen estimado y determinado experimentalmente; como también por la correlación no lineal de área superficial estimada con el peso y volumen. Por tanto, la simulación del proceso de conducción de calor de alimentos de formas irregulares complejas, se verifica mediante la comparación de los resultados simulados con los experimentales generados en el presente trabajo. Ya que cada alimento evaluado constituye una forma irregular única, la evaluación de los resultados se presenta por separado para cada tipo de alimento.

### 4.1. RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL DE LOS ALIMENTOS

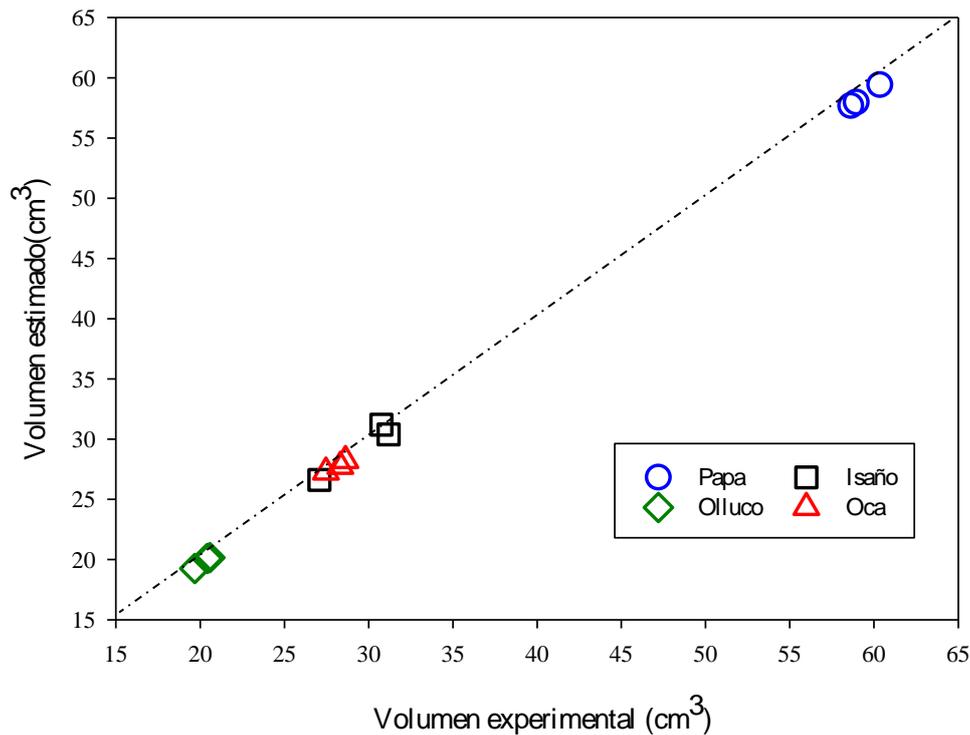
Cuando se compara el volumen estimado obtenido en el software Geomagic Design X con los resultados experimentales se encontró correlación alta para todas las muestras, se muestra en la Figura 10. Todos los resultados están sometidos en la Tabla 8. Como puede verse que el porcentaje de volumen promedio de error relativo es menos de 2% en términos absolutos. Además, se calculó el promedio de error relativo encontrando hasta valores negativos: -1.60% para papa, -1.93% para olluco, -0.95% para isaño y -1.42% para oca. Los resultados indican una subestimación en el volumen estimado. La subestimación puede ser debido a dos hechos: (i) la técnica de reconstrucción por método de fotogrametría que utiliza un número finito de número de puntos extraído de las imágenes, por lo tanto, el sólido reconstruido es una aproximación al verdadero alimento; (ii) a pesar de la utilización de curvas NURBS, estos no pueden ser altamente distorsionados a fin de conseguir exactamente la curvatura de la geometría real, por lo tanto, una parte pequeña de la geometría de mayor irregularidad no está lleno de elementos finitos.

**Tabla 8.** Los valores de volumen experimental y valores estimados de área superficial y volumen de las muestras.

Alimento	N°	Volumen medido (cm <sup>3</sup> )	Volumen estimado (cm <sup>3</sup> )	Error relativo absoluto (%)	Área superficial estimada (cm <sup>2</sup> )
Papa	1	60.35	59.43	1.54	77.0040
	2	58.63	57.68	1.61	75.8983
	3	58.95	57.97	1.66	76.1791
			MARE <sub>v</sub>	1.604	
			<i>r</i>	0.9998	
Olluco	1	19.68	19.26	2.13	35.2525
	2	20.57	20.16	1.99	36.2269
	3	20.42	20.08	1.65	36.2171
			MARE <sub>v</sub>	1.926	
			<i>r</i>	0.9970	
Isaño	1	31.18	30.39	2.55	60.6194
	2	30.76	31.20	1.43	59.0929
	3	27.08	26.61	1.72	51.6168
			MARE <sub>v</sub>	1.903	
			<i>r</i>	0.9666	
Oca	1	28.32	27.74	2.06	52.4493
	2	28.62	28.22	1.41	52.5192
	3	27.47	27.25	0.77	50.1667
			MARE <sub>v</sub>	1.417	
			<i>r</i>	0.9655	

MARE<sub>v</sub> : Volumen promedio de error relativo absoluto (%).

*r* : Coeficiente de correlación de Pearson.



**Figura 10.** Correlación entre volumen experimental y estimado para sólidos de las muestras reconstruidos.

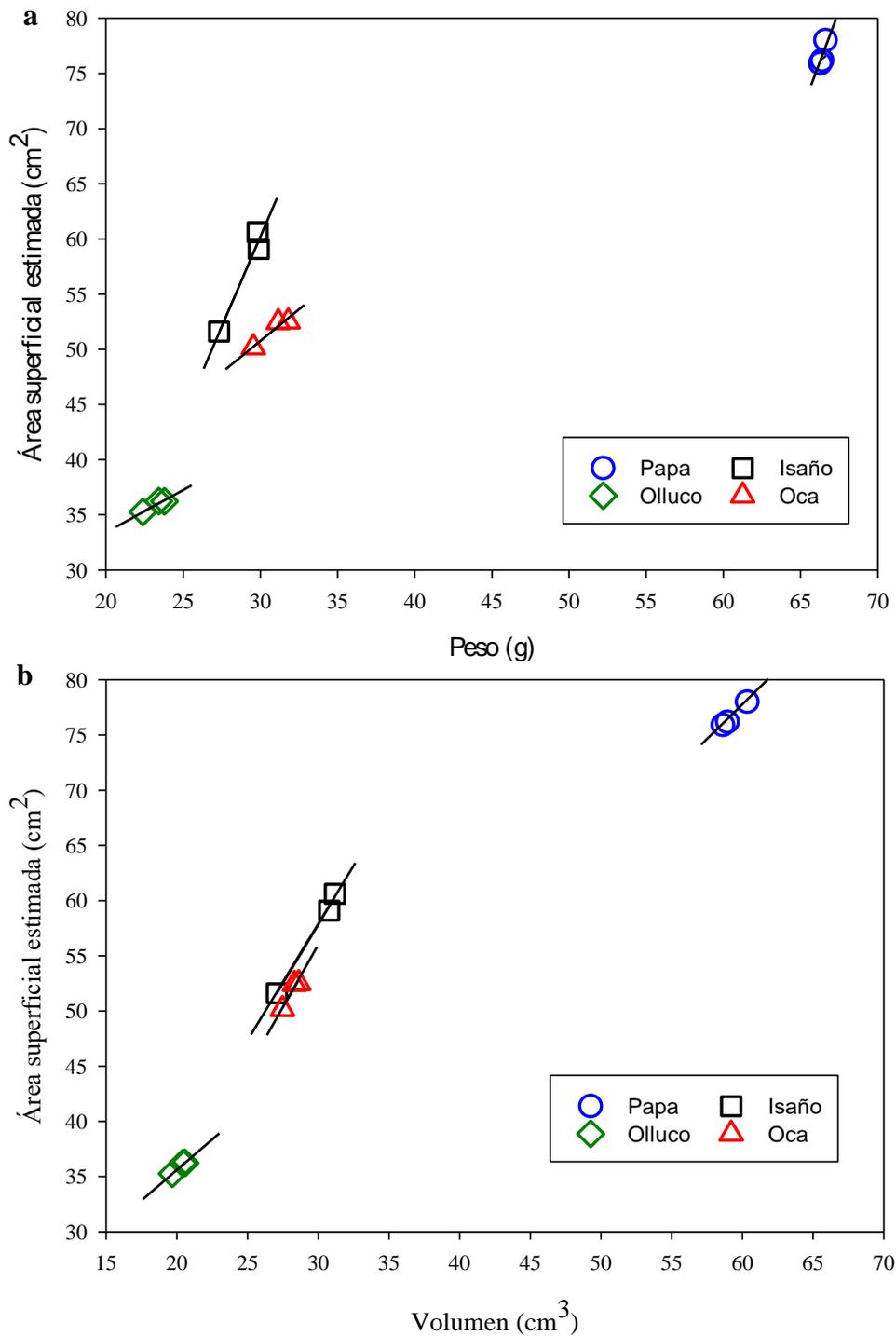
**Tabla 9.** Valores de parámetros para análisis de regresión no lineal de ecuaciones (23) y (24) que relaciona el área superficial estimada con las mediciones de peso y volumen de los alimentos.

Alimento	Peso			Volumen		
	a	B	R <sup>2</sup>	n	m	R <sup>2</sup>
Papa	1.819E-09	5.8300	0.9554	1.4891	0.9654	0.9972
Olluco	7.8782	0.4824	0.9349	5.0405	0.6529	0.9782
Isaño	0.2143	1.6583	0.9665	1.3212	1.1109	0.9958
Oca	5.3479	0.6618	0.9384	0.9791	1.1887	0.9485

a,b,n y m : Parámetros de la ecuación no lineal.

Para la variación de área superficial, como puede verse en la Figura 11.a y Figura 11.b. respecto al peso y volumen, también se puede observar en Tabla 9 los valores de parámetros para análisis de regresión no lineal, para las ecuaciones (23) y (24) se muestran en ambas correlaciones, que tienen buen ajuste al área superficial estimada, para todas las muestras analizadas. Los valores R<sup>2</sup> fueron 0.9554, 0.9349, 0.9665 y 0.9384,

para tubérculos de papa, olluco, isaño y oca, respectivamente a partir de la medición del peso. Los valores  $R^2$  fueron 0.9972, 0.9782, 0.9958 y 0.9485, para tubérculos de papa, olluco, isaño y oca, respectivamente a partir de la medición del volumen.



**Figura 11.** Variación de área superficial con respecto al peso (a) y volumen (b) de las muestras. Las líneas sólidas representan la ecuación (23) y (24), en cada caso.

Las ecuaciones de predicción de la superficie de manzanas utilizadas por Clayton et al. (1995), obtenidas a partir de valores experimentales (método de cinta), fueron comparadas con los resultados del método de FEM. Los valores de  $R^2$  fueron 0.96 y 0.97, para las variedades Red Delicious y Granny Smith, respectivamente. Además, Eifert et al. (2006) reportaron una ecuación lineal para predecir el área superficial de manzana, melón, tomate y fresa con  $R^2$  igual a 0.47, 0.75, 0.87 y 0.96 respectivamente; a partir de la medición del peso. Los valores encontrados en este trabajo, resultan similares con los reportados en otras investigaciones.

## 4.2. COEFICIENTES DETERMINADOS EN EL PROCESO

### 4.2.1. COEFICIENTE CONVECTIVO DE TRANSFERENCIA DE CALOR ( $h$ )

En ANEXO 8, se muestran los parámetros calculados para determinar el coeficiente convectivo de transferencia de calor de las muestras; también se puede observar en Tabla 10 los valores de  $h$  promedio de las tres muestras de los cuatro alimentos, sometidos a la variación de temperatura inicial del alimento y dimensión característica.

**Tabla 10.** Coeficiente convectivo de transferencia calor ( $h$ ) de los alimentos, sometidos a la variación de temperatura inicial y dimensión característica.

Alimento	$T_o$ (°C)	D (m)	$h$ [W/(m <sup>2</sup> ·K)]
Papa	17.790 ± 2.52	0.04941 ± 0.000368	1013.22 ± 7.61
Olluco	17.437 ± 2.02	0.03380 ± 0.000264	1122.90 ± 2.83
Isaño	19.123 ± 0.834	0.02167 ± 0.001216	1493.04 ± 10.10
Oca	18.297 ± 1.167	0.02314 ± 0.000356	1481.66 ± 4.16

n=3, ± desviación estándar.



Esto se corrobora con lo expuesto por Singh & Heldman (2014), quienes señalan que esta propiedad depende básicamente de las condiciones del medio de calentamiento.

En las investigaciones realizadas por Awuah, Simpson & Ramaswamy (1993) señalan que la concentración del fluido y la temperatura de calentamiento, tienen gran impacto en el coeficiente de transferencia de calor por convección. Mencionando que el coeficiente de transferencia de calor aumenta cuando se eleva la temperatura y disminuye con el incremento de la viscosidad en el medio de calentamiento.

Aunque esta afirmación es muy generalizada, recientemente ha traído cierta controversia, ya que en el trabajo realizado por Yıldız, Palazoğlu & Erdoğan (2007), encuentran que los valores de  $(h)$  disminuyen a medida que se incrementa la temperatura en fritura de papas. Estos autores realizan una amplia revisión de literatura, con respecto a este tema y mencionan que se puede incurrir en el error cuando se utiliza el análisis de concentrados y se emplean metales altamente conductivos para determinar el valor de  $(h)$ . De la misma manera Erdoğan (2005), señala que el uso de metales no refleja el proceso real al que es sometido el alimento.

En el presente trabajo los valores encontrados de  $(h)$ , se encontró que existe similitud con lo reportado por diferentes investigaciones.

Palazoğlu (2006), utiliza el valor de  $1000 \text{ [W/(m}^2\text{°C)]}$  para simular la transferencia de calor de cubos de papa de  $1.2 \times 1.2 \times 1.2 \text{ cm}$  sometidos a  $100^\circ\text{C}$  por 100 segundos.

Lamberg & Hallström (1986), simulaban perfiles de temperatura y coeficientes de transferencia de calor durante el escaldado de cilindros de papas, de  $6 \text{ cm}$  de diámetro y  $1.8 \text{ cm}$  de espesor a la temperatura de  $75^\circ\text{C}$ , encontrando una buena correlación entre los

datos simulados y experimentales cuando el coeficiente de transferencia de calor es de 750 [W/(m<sup>2</sup>°C)].

Scheerlinck et al. (2004), determinaron que el coeficiente de transferencia de calor para el calentamiento de fresas a 45°C, fue de 590 [W/(m<sup>2</sup>°C)].

#### 4.2.2. PROPIEDADES TERMOFÍSICAS DE LOS ALIMENTOS

Utilizando la composición proximal ponderada en la ecuación propuesta por Choi y Okos, se determinó las propiedades termofísicas en Tabla 11 se observan los valores de: densidad, calor específico, conductividad térmica y difusividad térmica. Calculados a temperatura de 20 °C y respectivo contenido de humedad.

**Tabla 11.** Datos de propiedades termofísicas que ingresaron a COMSOL Multiphysics.

Alimento	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	Cp [J/(kg· K)]	$k$ [W/(m·K)]	$\alpha \cdot 10^{-7}$ (m <sup>2</sup> /s)
Papa	1066.01	3685.80	0.5503	1.36
Olluco	1048.76	3792.32	0.5615	1.37
Isaño	1025.50	3915.61	0.5705	1.39
Oca	1068.58	3635.71	0.5406	1.34

Los valores encontrados en este trabajo, resultan ligeramente similares con los reportados en otras investigaciones.

Rao, Barnard, & Kenny, (1975) reportaron valores de conductividad térmica de cinco variedades de papas, de 81.2 – 83.6 % de humedad, los cuales oscilaron entre 0.533 a 0.571 [W/(m·°C)].



También reportan la baja difusibilidad térmica de la papa, como en el trabajo de Cariño & Vélez (2013) quienes utilizan  $1.34 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$  para cubos de papa  $2 \times 2 \times 2 \text{ cm}$  son escaldados a temperatura de 70 y 85 °C.

Palazoğlu (2006) y Yıldız et al. (2007) utilizaron el valor de densidad 1090 ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ), calor específico 3517 [ $\text{J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$ ], conductividad térmica 0.554 [ $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ] y difusividad térmica  $1.45 \cdot 10^{-7} \text{ (m}^2/\text{s)}$  para simular transferencia de calor en cubo y rebanada de papa.

#### **4.3. SIMULACIÓN EN LA TRANSFERENCIA DE CALOR DURANTE EL CALENTAMIENTO**

La simulación del proceso de conducción de calor, se llevó por separado ya que cada alimento evaluado constituye una forma irregular única y la evaluación de los resultados se presenta por separado.

##### **4.3.1. PAPA (Imilla Negra)**

Los resultados obtenidos para las papas se presentan a continuación.

##### **4.3.1.1. MODELO DIGITAL 3D**

Los modelos 3D obtenidos mediante la técnica de digitalización fotogramétrica de las tres papas seleccionados que se muestran en la Figura 12, Figura 16 y Figura 20 fueron reconstruidos con software Agisoft PhotoScan, se puede observarse el grado de detalle logrado en las papas capturados. Como también en la Figura 13, Figura 17 y Figura 21 se muestra geometría 3D NURBS logrado con Geomagic Design X. De esta forma los modelos geométricos digitales obtenidos estuvieron listos para ser utilizados en el software de simulación COMSOL Multiphysics.



#### **4.3.1.2. MODELO MALLADO**

Los modelos digitales con su malla generada en COMSOL Multiphysics pueden observarse en la Figura 14, Figura 18 y Figura 22. El hecho de que COMSOL Multiphysics haya podido generar la malla indica que el modelo digital capturado es válido para realizar un análisis de elementos finitos.

#### **4.3.1.3. DIAGRAMAS DE CONTORNO EN LA TRANSFERENCIA DE CALOR 3D**

En la Figura 15, Figura 19 y Figura 23 se pueden observar corte tridimensional longitudinal de las simulaciones resultantes de las papas en COMSOL Multiphysics. Los resultados se muestran en forma de diagramas de contorno en colores, indicándose el rango que cada color representa en una leyenda en extremo derecho. Se puede ir avanzando en cada paso de tiempo en la parte superior, para ver cómo el calor va penetrando el alimento, mostrándose colores rojizos para las temperaturas más altas, y azulados para las más bajas. Para mayor detalle ver ANEXO 12.

#### **4.3.1.4. DATOS RESULTANTES DE LOS MODELOS DIGITALES DE PAPAS EN COMSOL Multiphysics**

En la Tabla 12 se presentan los datos resultantes para los modelos digitales en los análisis realizados en COMSOL Multiphysics para cada papa.

**Tabla 12.** Datos obtenidos de los modelos digitales de papas en COMSOL Multiphysics.

Ítem	Papa		
	1	2	3
Elementos tetraédricos	29187	29348	34118
Elementos triangulares	3572	4848	5942
Elementos de arista	627	758	951
Elementos de vértice	62	60	70
Nodos generados	139483	143142	51580
Tiempo de simulación	2 min 44 s	3 min 27 s	3 min 56 s

Se puede observar en la Tabla 12 para los papas rotulados 1 y 2 la cantidad de elementos generados de tetraédricos, es similar, entre 29 mil, y la papa 3 tiene alrededor de 34 mil elementos es mayor que las otras dos muestras. Este último se debe a que el modelo de la papa 3 presentaba ciertas irregularidades en su superficie en donde COMSOL Multiphysics generó elementos más pequeños, y por lo tanto más cantidad de elementos generados, haciendo que la simulación ocupara también un mayor espacio en el disco duro y tomara un mayor tiempo en llevarse a cabo en 3 minutos con 56 segundos.

#### **4.3.1.5. COMPARACIÓN DE PERFILES DE TEMPERATURA EXPERIMENTALES Y SIMULADOS**

En las pruebas experimentales las termocuplas fueron insertadas en las papas en centro de cuadrícula rectangular en dirección axial desde su base hasta 2.5 cm de profundidad. Es así que en su correspondiente modelo digital en COMSOL Multiphysics se ubicó aquel punto de corte en 3D espacial registrada a través de método de entrada rejilla, la ubicación espacial para cada modelo digital de las papas se detallan en la Tabla 13. Fue, en este punto que se obtuvo su perfil de temperatura simulado y se comparó con su correspondiente perfil experimental para cada papa.

A su vez, en la Tabla 13 se muestran las características de coordenada espacial 3D de centro térmico o punto de más lento calentamiento para cada papa.

**Tabla 13.** Características de coordenada espacial 3D del punto correspondiente al centro térmico en las papas digitales.

Ítem	Papa		
	1	2	3
x (cm)	0.00037	0.00013	0.00041
y (cm)	0.00016	0.00036	0.00063
z (cm)	0.00012	0.00001	0.00013

En la Figura 24, Figura 25 y Figura 26 se muestran las gráficas comparativas de los perfiles de temperatura experimentales y simulados de los tratamientos de calentamiento en las papas. Se puede observar en dichas gráficas que el COMSOL Multiphysics describe adecuadamente la cinética de calentamiento.

Además, se puede mencionar que la inercia térmica depende de factores tales como:

**Temperatura y humedad del producto.** - Los cuales influyen directamente y en forma significativa sobre la conductividad térmica y las restantes propiedades del alimento. A menor magnitud de la conductividad térmica mayor resistencia a la transferencia de calor, por lo tanto, habría mayor inercia térmica.

**Dimensión del producto.** - Es otro factor importante a considerar, ya que a mayor diámetro o espesor se puede observar una mayor "inercia térmica" en los perfiles de temperatura, debido esencialmente a un mayor retardo en la velocidad de cambio de temperatura de los puntos o puntos interiores.

**El tiempo de exposición de los alimentos en el medio de calentamiento.** - En tiempos cortos de proceso, la pendiente de la curva de calentamiento es más pronunciada, lo que provocará que al pasar al medio de enfriamiento los nodos interiores más fríos sigan calentándose, generando un mayor lapso de inercia térmica. No así en tiempos largos de exposición, donde la pendiente tiende a cero en donde las temperaturas de todos los puntos confluyen a la del medio.

#### 4.3.1.6. VALORES DE RAÍZ CUADRADA DEL ERROR CUADRÁTICO MEDIO

La bondad del ajuste entre las curvas simuladas y experimentales fue expresada mediante el SCE y RMSE expresado tanto en términos absolutos ( $^{\circ}\text{C}$ ) como relativos (%), valores que se pueden ver en la Tabla 14.

De los resultados mostrados en la Tabla 14, se puede inferir que no existen diferencias entre los perfiles de temperatura experimentales y simulados de las papas, ya que los valores de RMSE (%) indican un buen ajuste al encontrarse muy por debajo del criterio ingenieril adoptado de 5%. Para la etapa de calentamiento se encontraron valores de RMSE (%) no superiores al 3.58% (correspondiente a un RMSE de  $1.45^{\circ}\text{C}$ ).

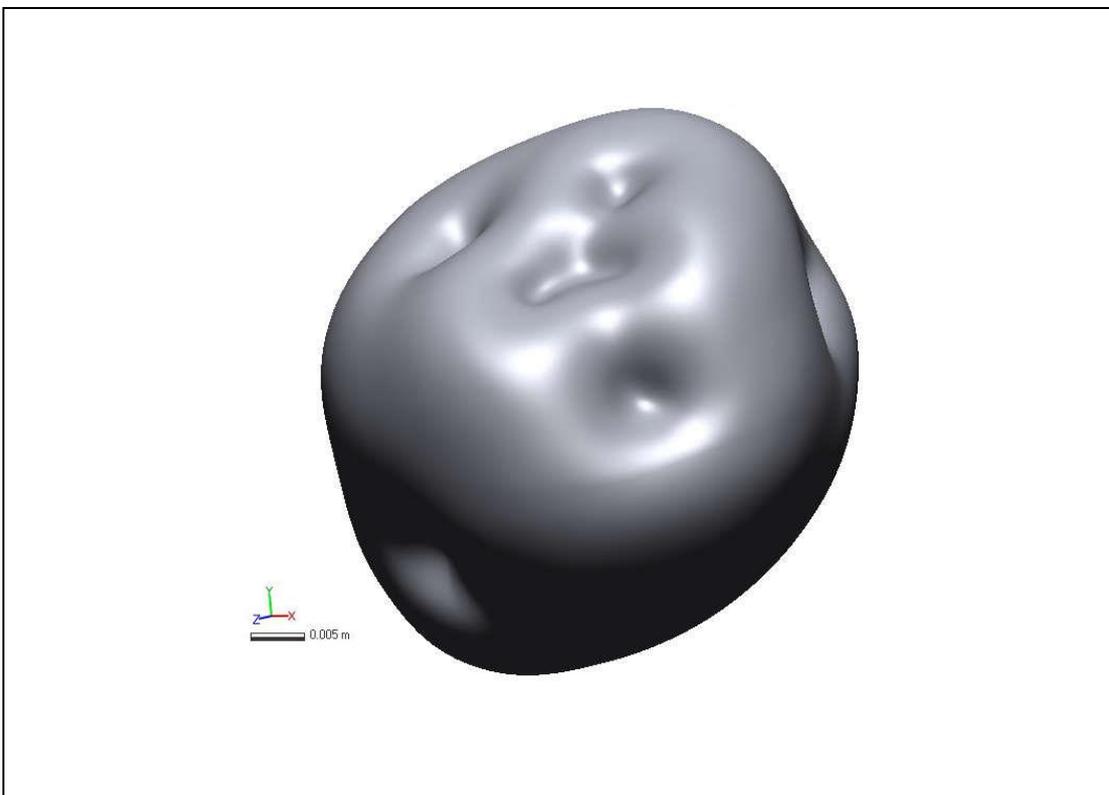
**Tabla 14.** Valores de RMSE durante el proceso de calentamiento en las papas.

Papa	SCE	RMSE ( $^{\circ}\text{C}$ )	RMSE (%)
1	1.8624	1.36	2.99
2	1.6087	1.27	3.28
3	2.0999	1.45	3.58

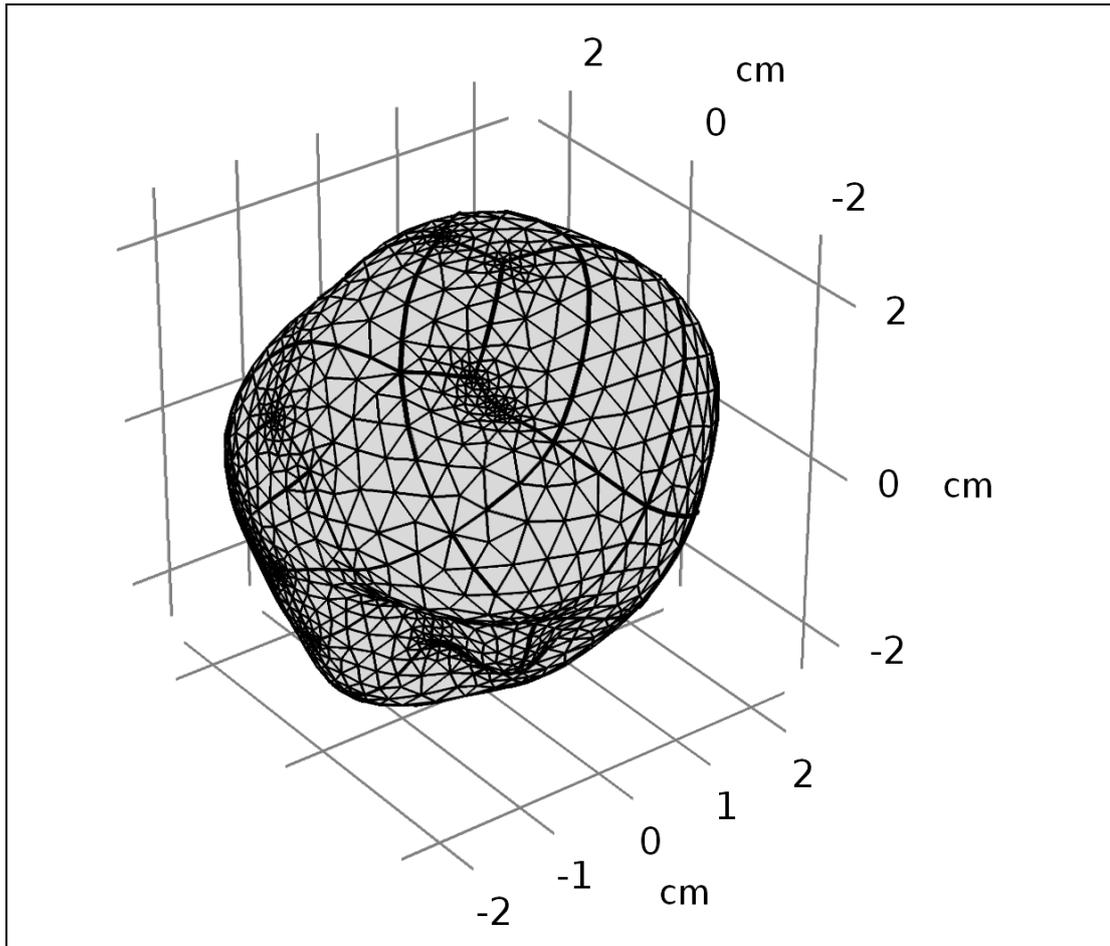
Lo descrito anteriormente demuestra la adecuada descripción del proceso de calentamiento en papas mediante simulación computacional por el Método de Elementos Finitos con el software COMSOL Multiphysics.



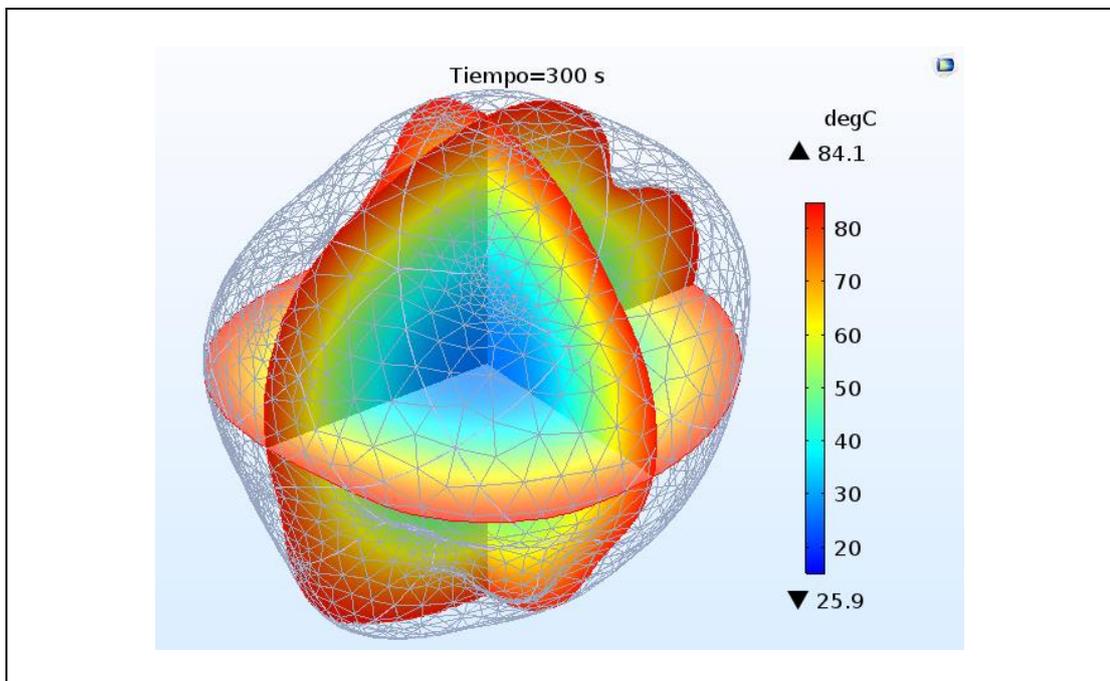
**Figura 12.** Modelo digital 3D de papa 1 con Agisoft PhotoScan.



**Figura 13.** Modelo digital 3D de papa 1 con Geomagic Design X.



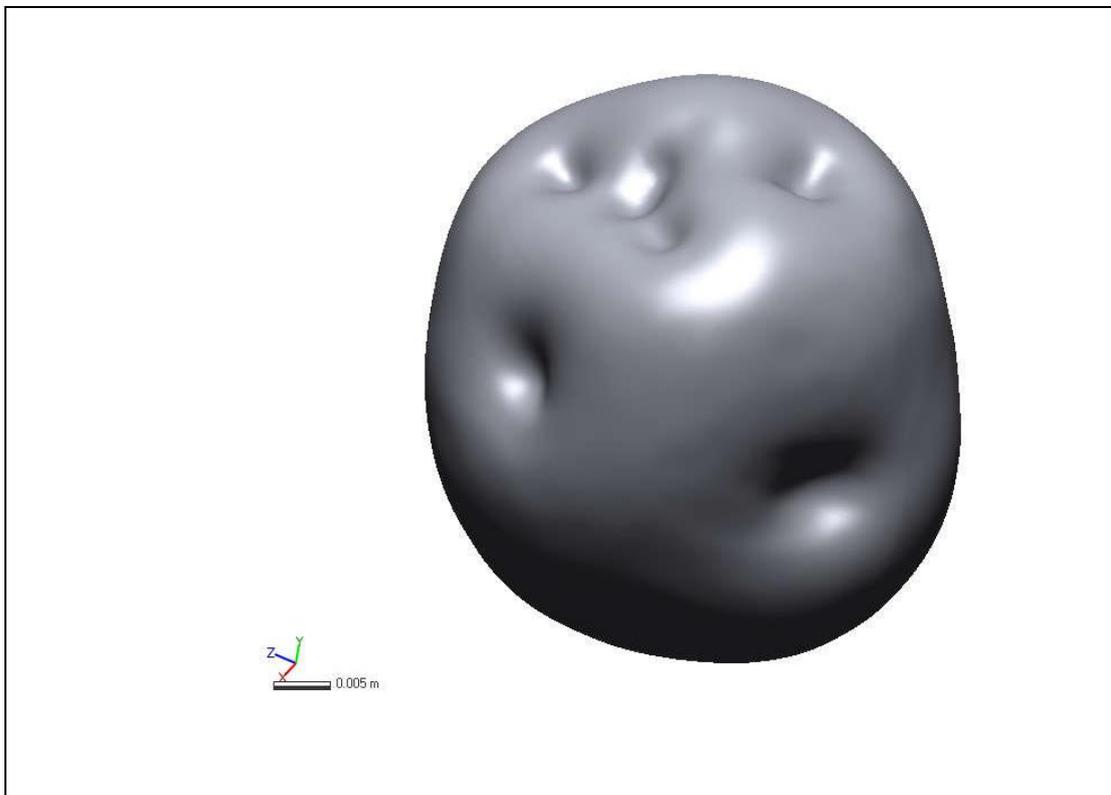
**Figura 14.** Modelo mallado 3D de papa 1 con COMSOL Multiphysics.



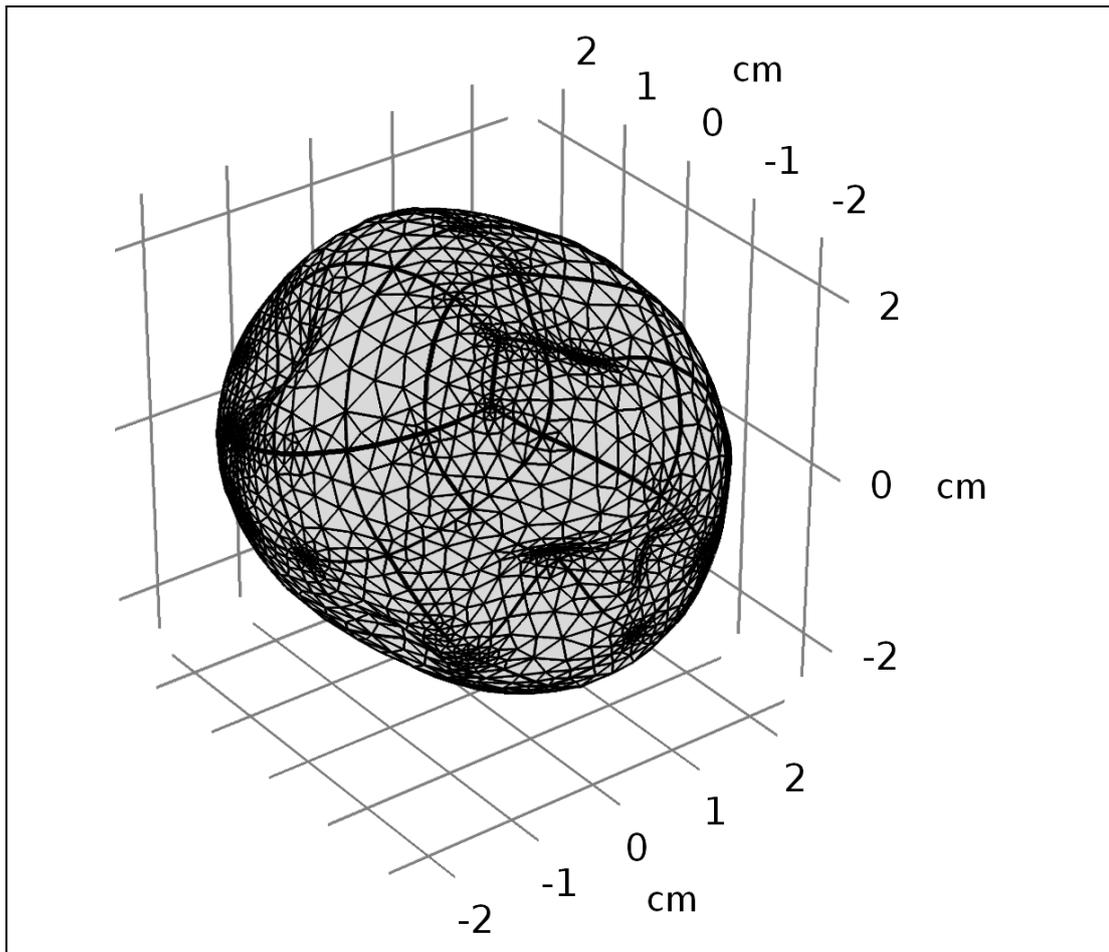
**Figura 15.** Modelo 3D digital de papa 1 en simulación de transferencia de calor con COMSOL Multiphysics.



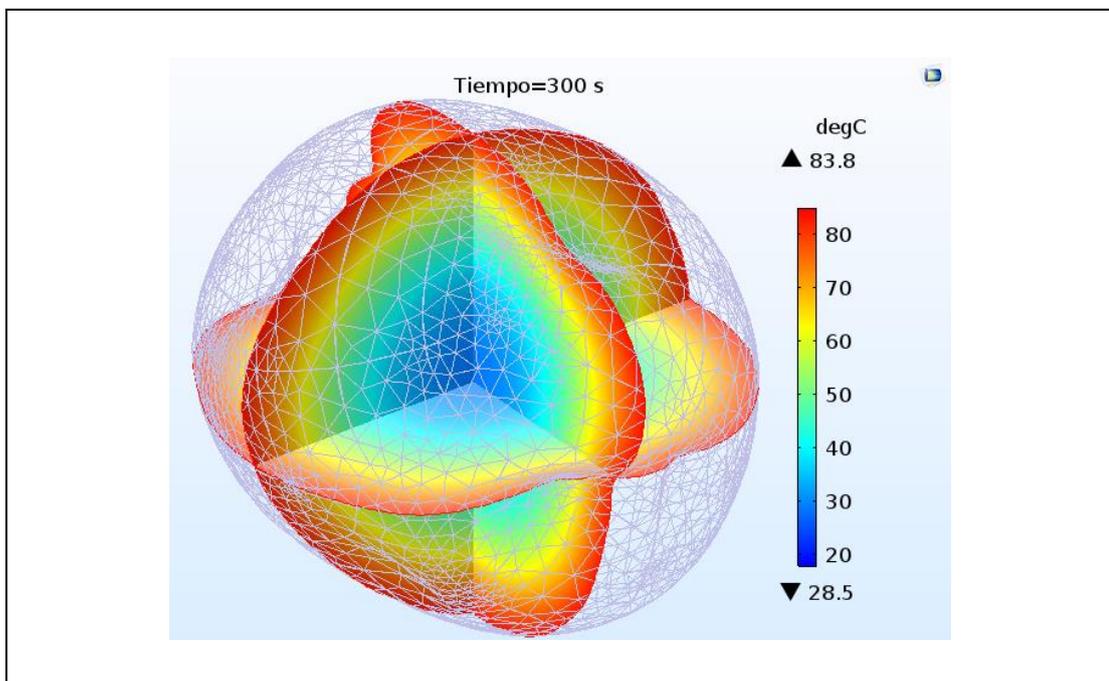
**Figura 16.** Modelo digital 3D de papa 2 con Agisoft PhotoScan.



**Figura 17.** Modelo digital 3D de papa 2 con Geomagic Design X.



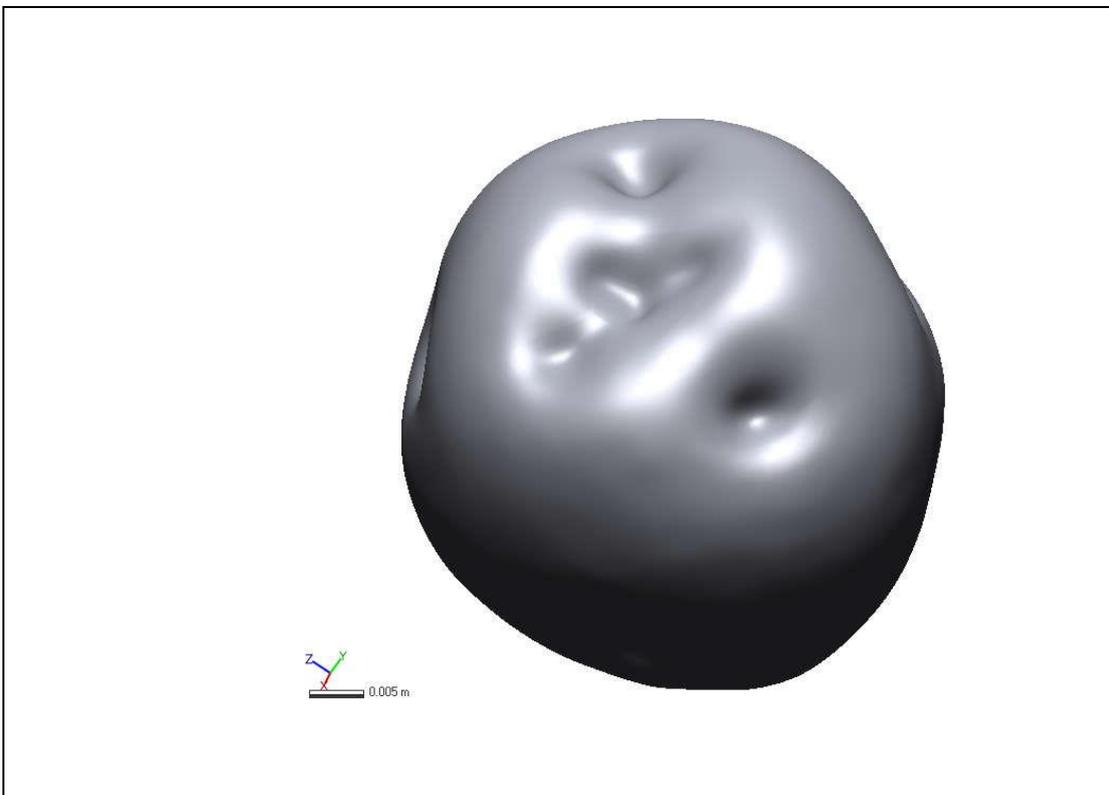
**Figura 18.** Modelo mallado 3D de papa 2 con COMSOL Multiphysics.



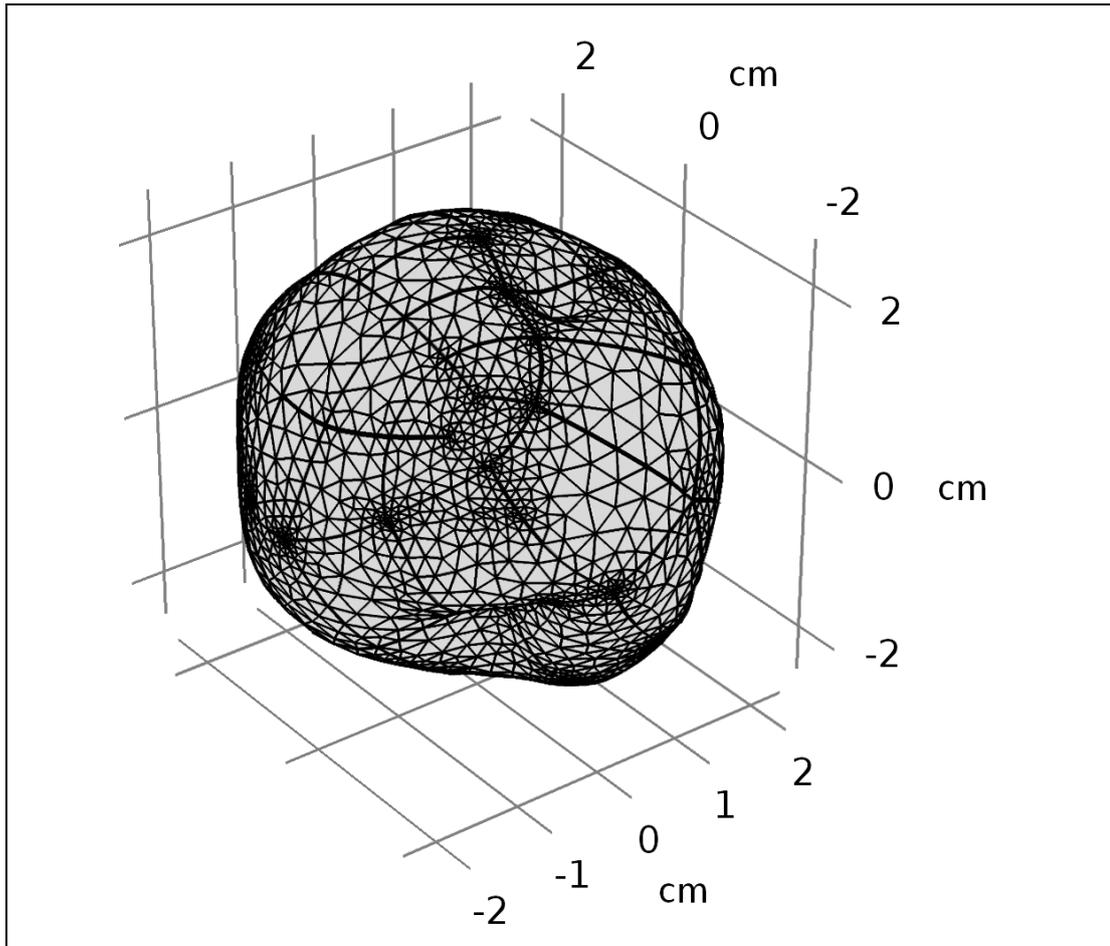
**Figura 19.** Modelo 3D digital de papa 2 en simulación de transferencia de calor con COMSOL Multiphysics.



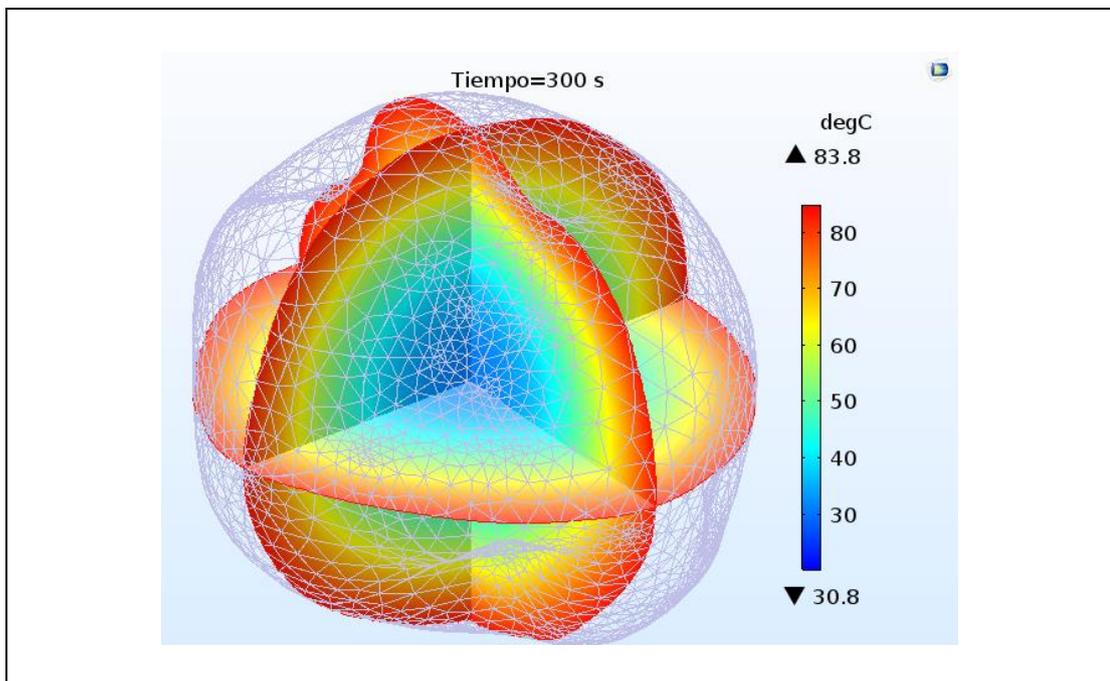
**Figura 20.** Modelo digital 3D de papa 3 con Agisoft PhotoScan.



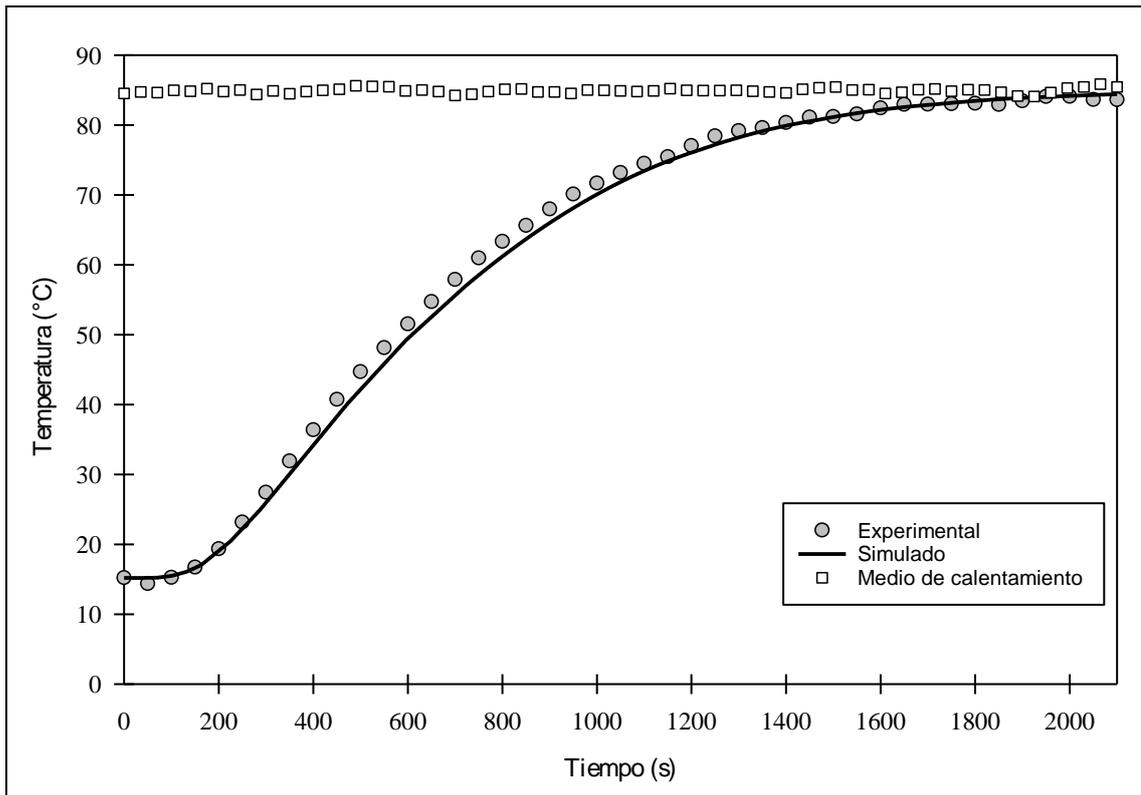
**Figura 21.** Modelo digital 3D de papa 3 con Geomagic Design X.



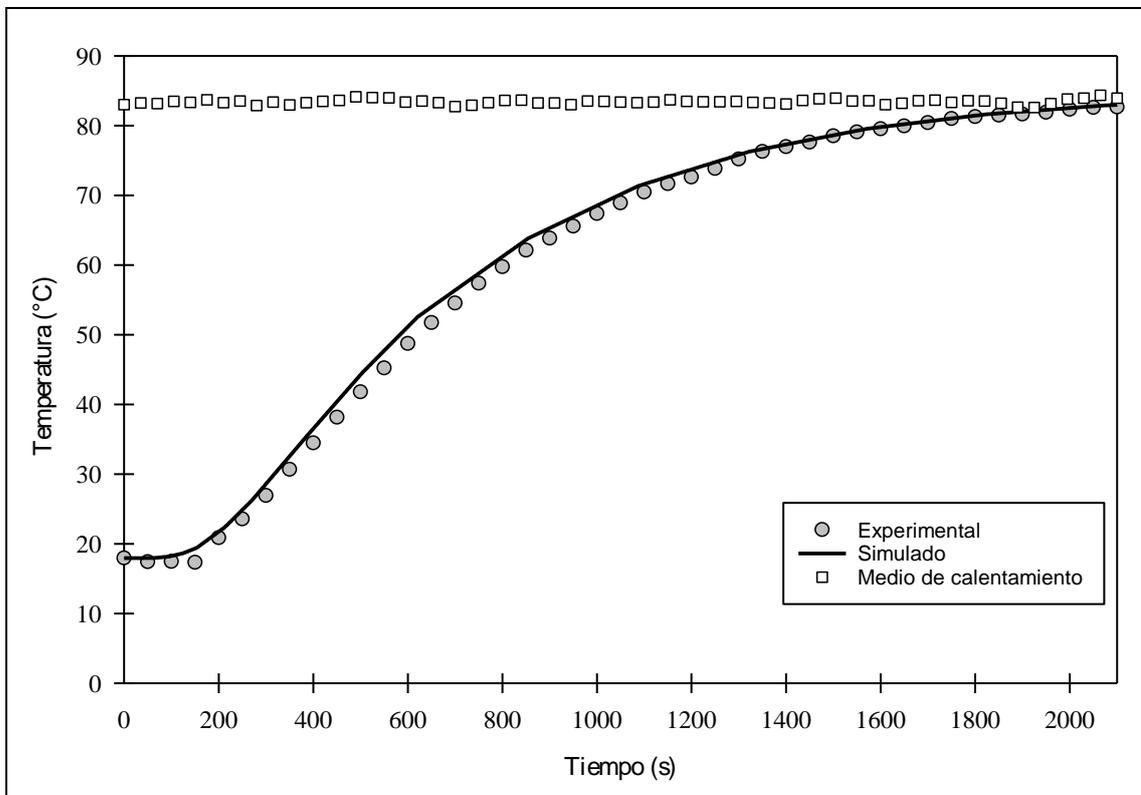
**Figura 22.** Modelo mallado 3D de papa 3 con COMSOL Multiphysics.



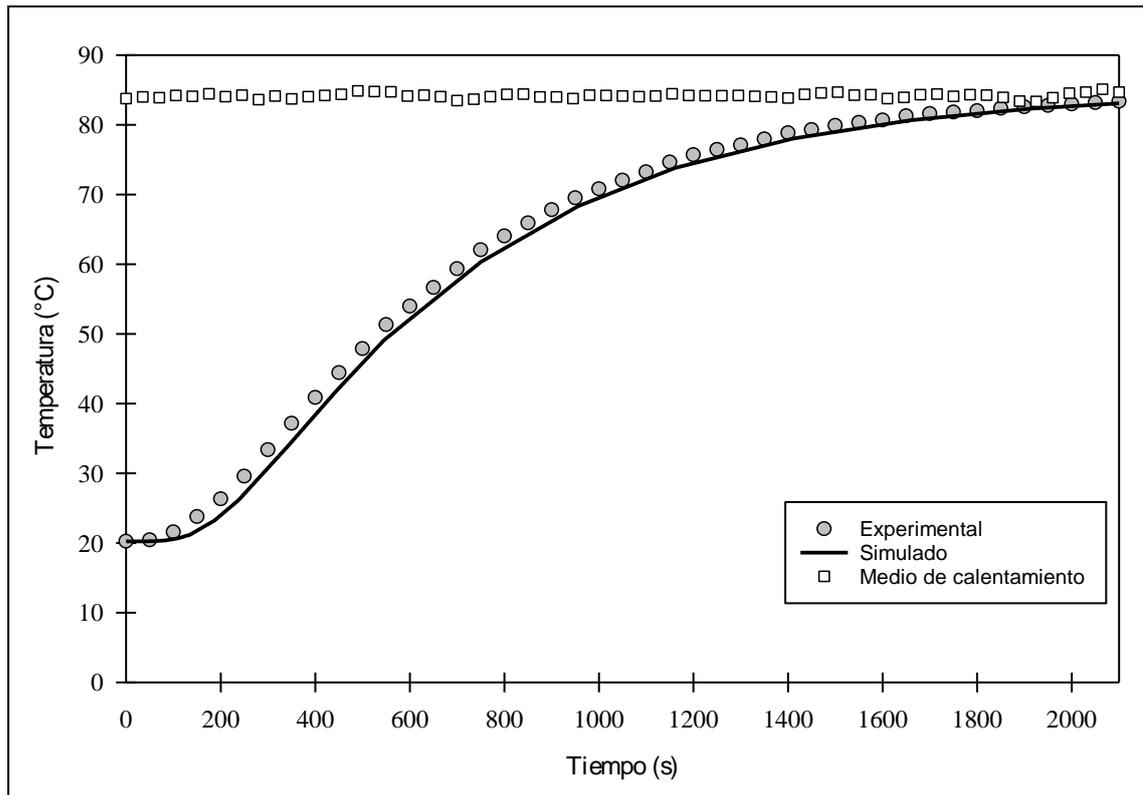
**Figura 23.** Modelo 3D digital de papa 3 en simulación de transferencia de calor con COMSOL Multiphysics.



**Figura 24.** Perfiles de temperatura experimental y simulado durante el proceso de calentamiento de papa 1.



**Figura 25.** Perfiles de temperatura experimental y simulado durante el proceso de calentamiento de papa 2.



**Figura 26.** Perfiles de temperatura experimental y simulado durante el proceso de calentamiento de papa 3.

### 4.3.2. OLLUCO

Los resultados obtenidos para los ollucos se presentan a continuación.

#### 4.3.2.1. MODELO DIGITAL 3D

Los modelos 3D obtenidos mediante la técnica de digitalización fotogramétrica de los tres ollucos seleccionados que se pueden observar en la Figura 27, Figura 31 y Figura 35 fueron reconstruidos con software Agisoft PhotoScan, se puede observarse el grado de detalle logrado en los ollucos capturados. Como también en la Figura 28, Figura 32 y Figura 36 se muestra geometría 3D NURBS logrado con Geomagic Design X. De esta forma los modelos geométricos digitales obtenidos estuvieron listos para ser utilizados en el software de simulación COMSOL Multiphysics.

#### **4.3.2.2. MODELO MALLADO**

Los modelos digitales con su malla generada en COMSOL Multiphysics pueden observarse en la Figura 29, Figura 33 y Figura 37. El hecho de que COMSOL Multiphysics haya podido generar la malla indica que el modelo digital capturado es válido para realizar un análisis de elementos finitos.

#### **4.3.2.3. DIAGRAMAS DE CONTORNO EN LA TRANSFERENCIA DE CALOR 3D**

En la Figura 30, Figura 34 y Figura 38 se pueden observar corte tridimensional longitudinal de las simulaciones resultantes de ollucos en COMSOL Multiphysics. Los resultados se muestran en forma de diagramas de contorno en colores, indicándose el rango que cada color representa en una leyenda (extremo derecho). Se puede ir avanzando en cada paso de tiempo (tiempo, en la parte superior) para ver cómo el calor va penetrando el alimento, mostrándose colores rojizos para las temperaturas más altas, y azulados para las más bajas. Para mayor detalle ver en ANEXO 13.

#### **4.3.2.4. DATOS RESULTANTES DE LOS MODELOS DIGITALES DE OLLUCOS EN COMSOL Multiphysics**

En datos de los modelos en COMSOL Multiphysics. En la Tabla 15 se presentan los datos resultantes para los modelos digitales en los análisis realizados en COMSOL Multiphysics para cada olluco.

En Tabla 15 destaca la considerable reducción de tiempo de simulación que los modelos digitales de ollucos que se requirieron en comparación a las papas, siendo alrededor de 1 minuto llegando a tomar; por ejemplo, 1 min 17 s para el análisis del olluco 2. Esto se debe a menor complejidad observada en la superficie de estos modelos, lo que

llevó a COMSOL Multiphysics a generar menos puntos de refinamiento en aquellas zonas de alta complejidad, y por lo tanto menor cantidad de elementos en comparación a las otras dos muestras, ocupando por lo tanto menos espacio en disco y menos tiempo de simulación.

**Tabla 15.** Datos de los modelos digitales de ollucos en COMSOL Multiphysics.

Ítem	Olluco		
	1	2	3
Elementos tetraédricos	22874	19134	25970
Elementos triangulares	3430	2082	3136
Elementos de arista	544	446	595
Elementos de vértice	40	66	66
Nodos generados	111581	91243	124328
Tiempo de simulación	1 min 33 s	1 min 17 s	1 min 36 s

También se puede ver que para los ollucos rotulados 1 y 3 la cantidad de elementos generados son mayores que el olluco 2. Esto se debe a que en el modelo digital del olluco 1 y 3 se tuvieron que generar muchos puntos de refinamiento en la malla para que COMSOL Multiphysics aceptara el modelo como válido para la simulación, lo que hizo que se generaran en esos sectores elementos más pequeños aumentando considerablemente el número total de elementos, el número de puntos, el espacio ocupado en el disco duro y el tiempo de análisis.

#### **4.3.2.5. COMPARACIÓN DE PERFILES DE TEMPERATURA EXPERIMENTALES Y SIMULADOS**

En las pruebas experimentales las termocuplas fueron insertadas en ollucos en centro de cuadrícula rectangular en dirección axial desde su base hasta 1.5 cm de profundidad. Es así que en su correspondiente modelo digital en COMSOL Multiphysics

se ubicó aquel punto de corte en 3D espacial registrada a través de método de entrada rejilla, la ubicación espacial para cada modelo digital de ollucos se detallan en la Tabla 16. Fue, en este punto que se obtuvo su perfil de temperatura simulado y se comparó con su correspondiente perfil experimental para cada olluco.

A su vez, en la Tabla 16 se muestran las características de coordenada espacial 3D de centro térmico o punto de más lento calentamiento para cada olluco.

**Tabla 16.** Características de coordenada espacial 3D del punto correspondiente al centro térmico en ollucos digitales.

Ítem	Olluco		
	1	2	3
x (cm)	0.00042	0.00032	0.00036
y (cm)	0.00027	0.00017	0.00017
z (cm)	0.00005	0.00019	0.00051

En la Figura 39, Figura 40 y Figura 41 se muestran las gráficas comparativas de los perfiles de temperatura experimentales y simulados de los tratamientos de calentamiento en ollucos.

Al igual que en las papas, se puede observar en estas gráficas que el software COMSOL Multiphysics describe adecuadamente la cinética de calentamiento.

#### 4.3.2.6. VALORES DE RAÍZ CUADRADA DEL ERROR CUADRÁTICO MEDIO

La bondad del ajuste entre las curvas simuladas y experimentales fue expresada mediante el SCE y RMSE expresado tanto en términos absolutos (°C) como relativos (%), valores que se pueden ver en la Tabla 17.



De los resultados mostrados en la Tabla 17, se puede inferir que no existen diferencias entre los perfiles de temperatura experimentales y simulados de ollucos, ya que los valores de RMSE (%) indican un buen ajuste al encontrarse muy por debajo del criterio ingenieril adoptado de 5%. Durante el calentamiento se encontraron valores muy bajos, siendo menores al 2.53% correspondiente a un RMSE de 0.82 °C.

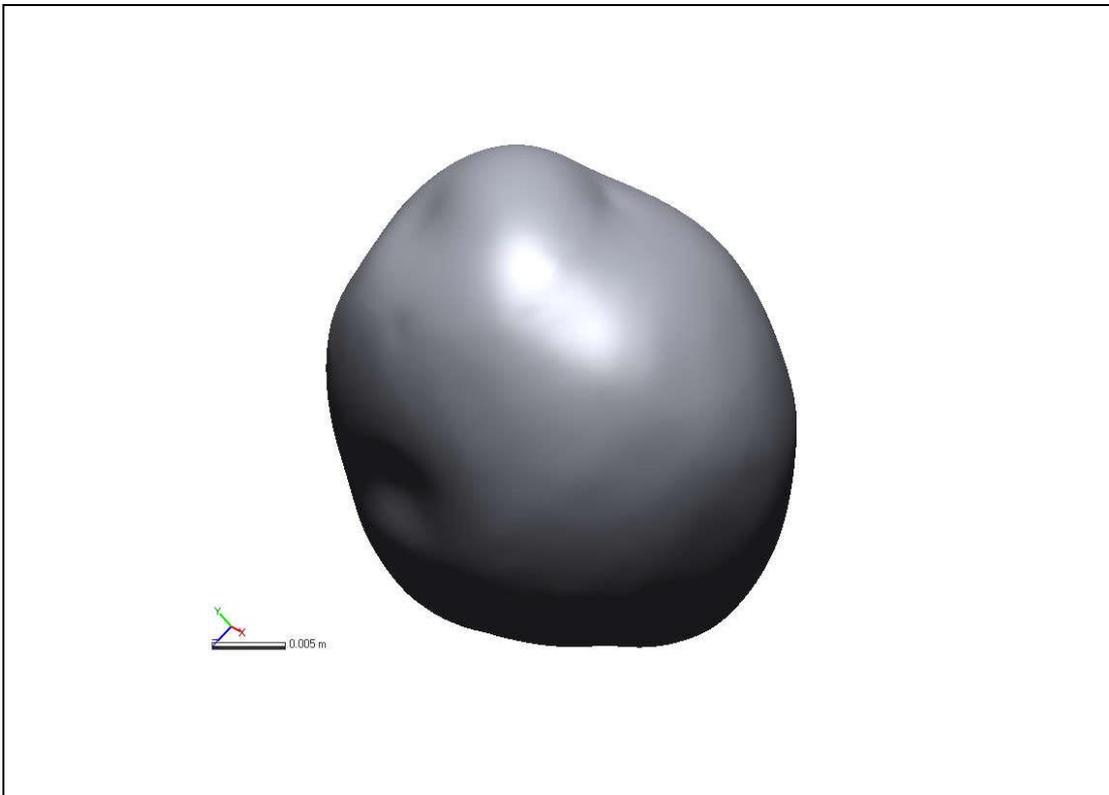
**Tabla 17.** Valores de RMSE durante el proceso de calentamiento en ollucos.

Olluco	SCE	RMSE (°C)	RMSE (%)
1	0.3859	0.62	1.65
2	0.6682	0.82	2.53
3	0.3942	0.63	1.19

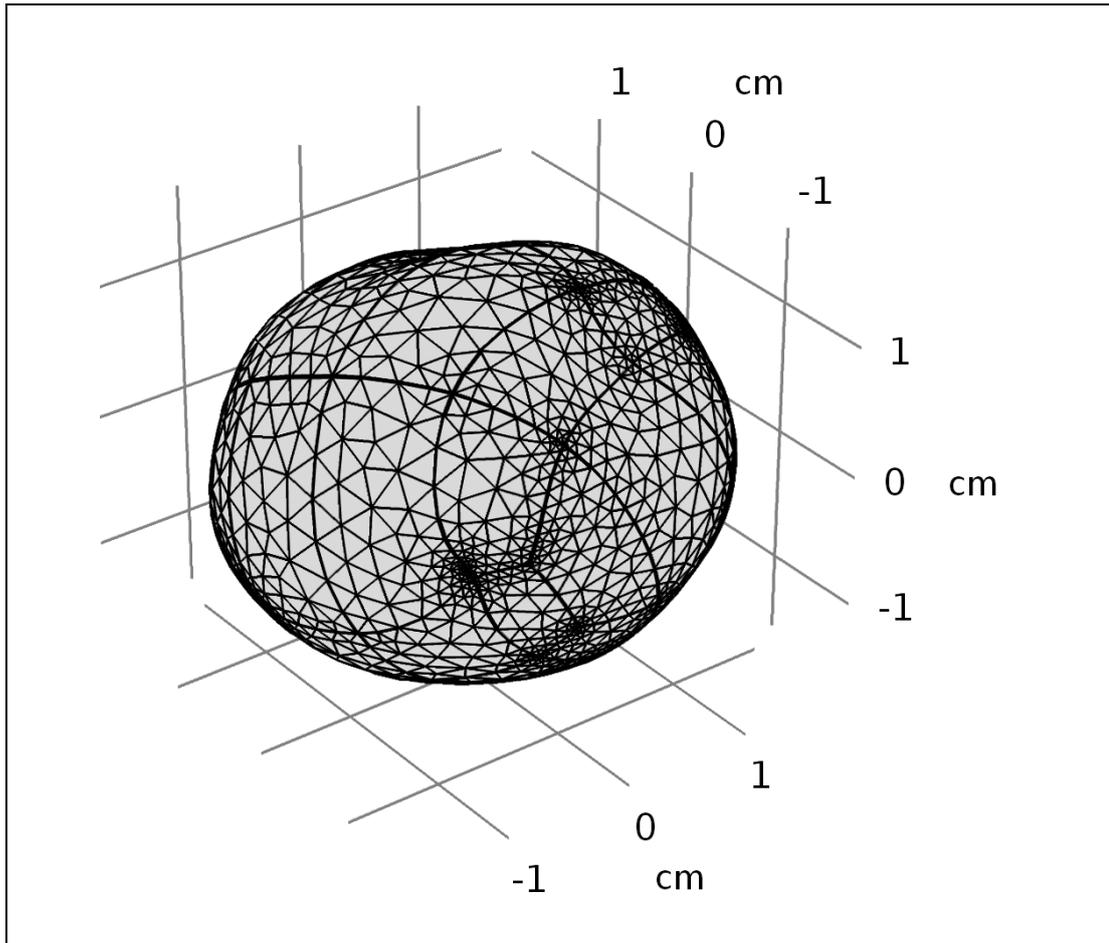
Lo descrito anteriormente demuestra la adecuada descripción del proceso de calentamiento en ollucos mediante simulación computacional por el Método de Elementos Finitos con el software COMSOL Multiphysics.



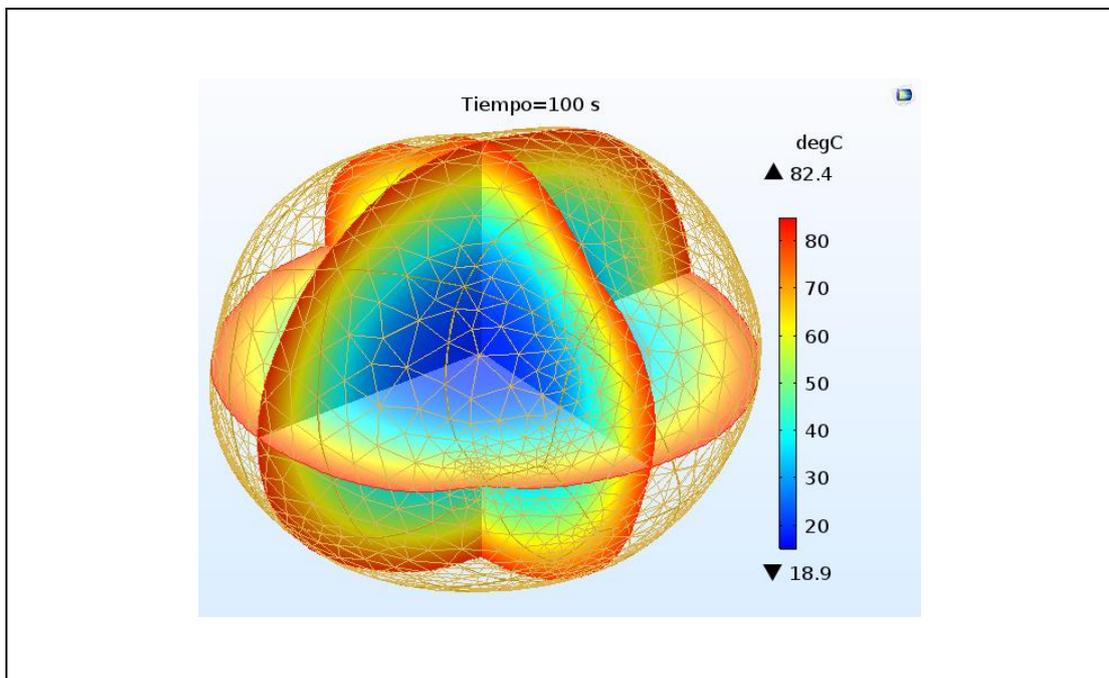
**Figura 27.** Modelo digital 3D de olluco 1 con Agisoft PhotoScan.



**Figura 28.** Modelo digital 3D de olluco 1 con Geomagic Design X.



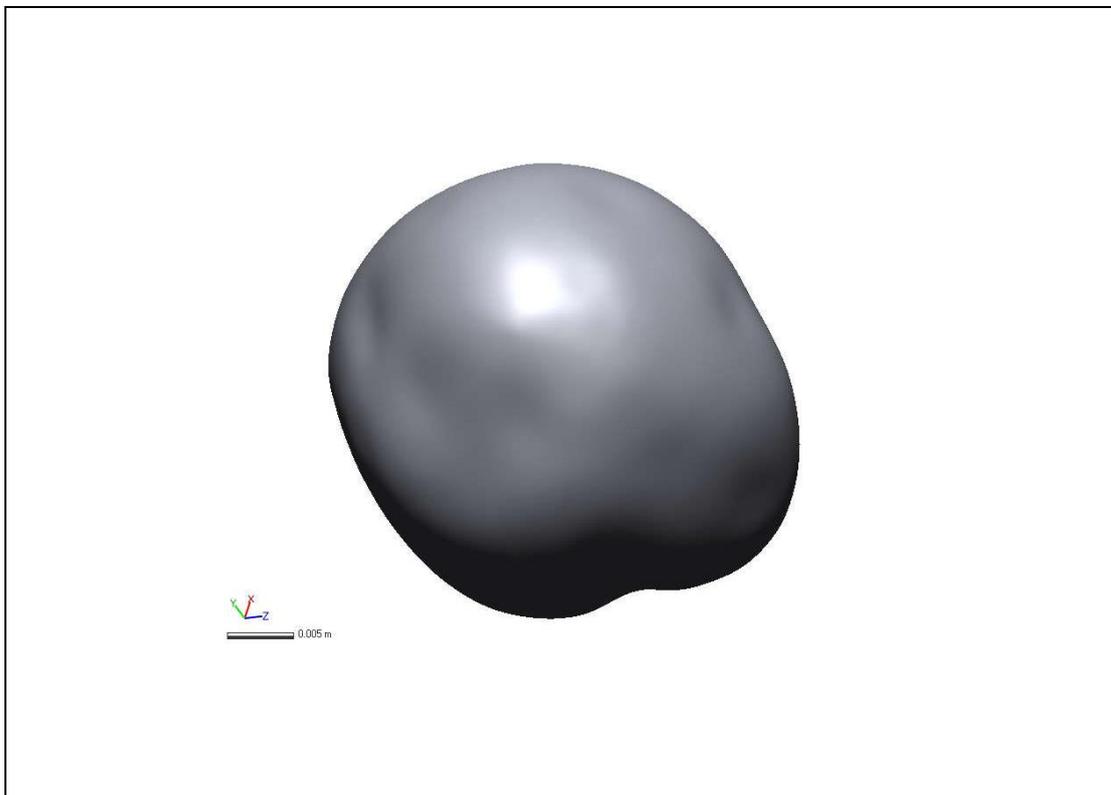
**Figura 29.** Modelo mallado 3D de olluco 1 con COMSOL Multiphysics.



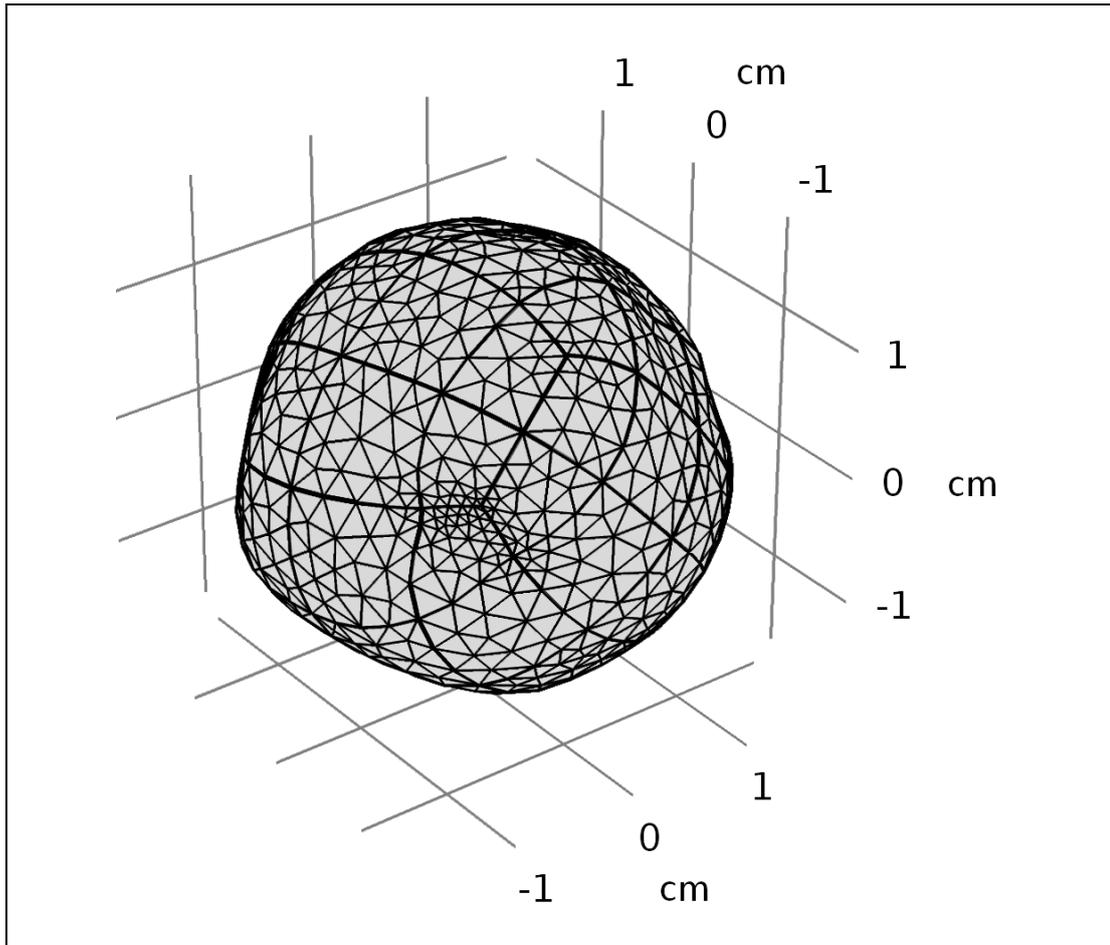
**Figura 30.** Modelo 3D digital de olluco 1 en simulación de transferencia de calor con COMSOL Multiphysics.



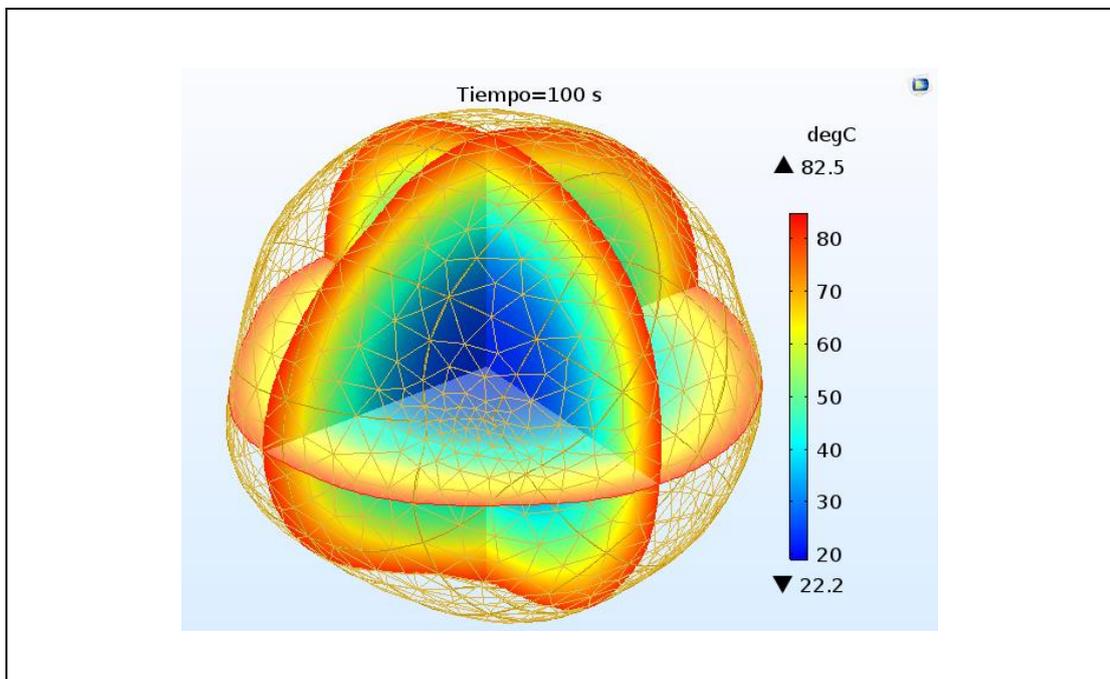
**Figura 31.** Modelo digital 3D de olluco 2 con Agisoft PhotoScan.



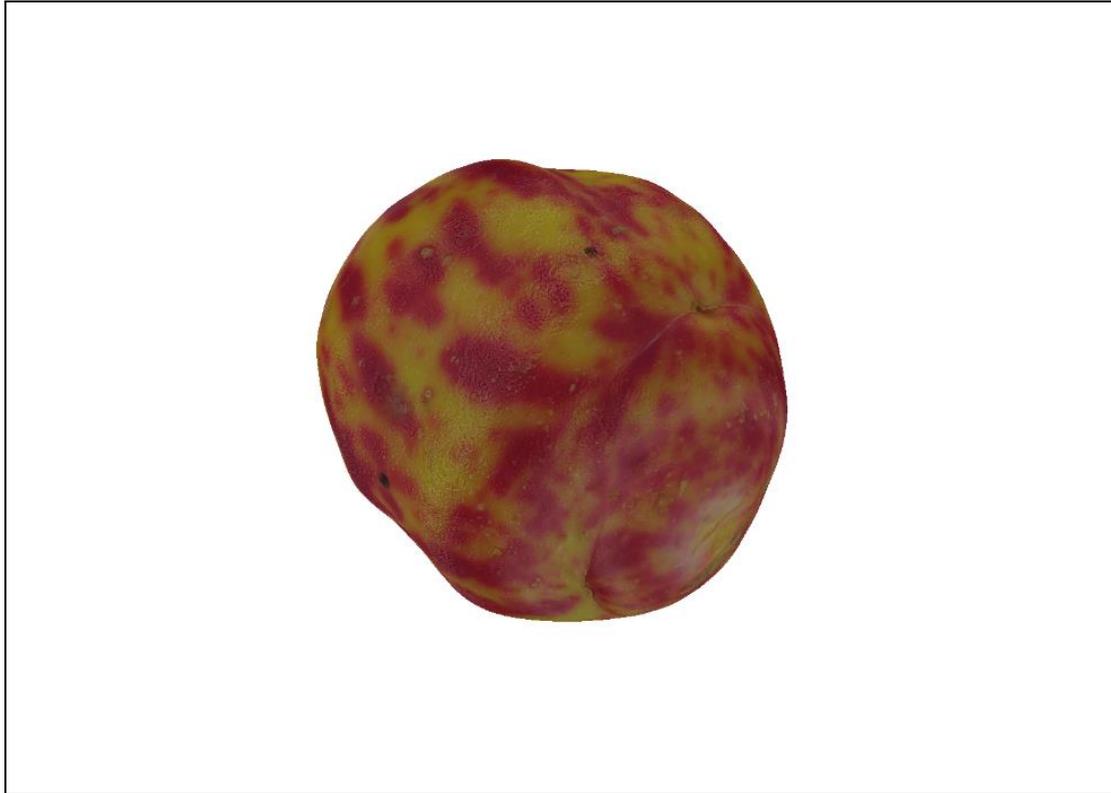
**Figura 32.** Modelo digital 3D de olluco 2 con Geomagic Design X.



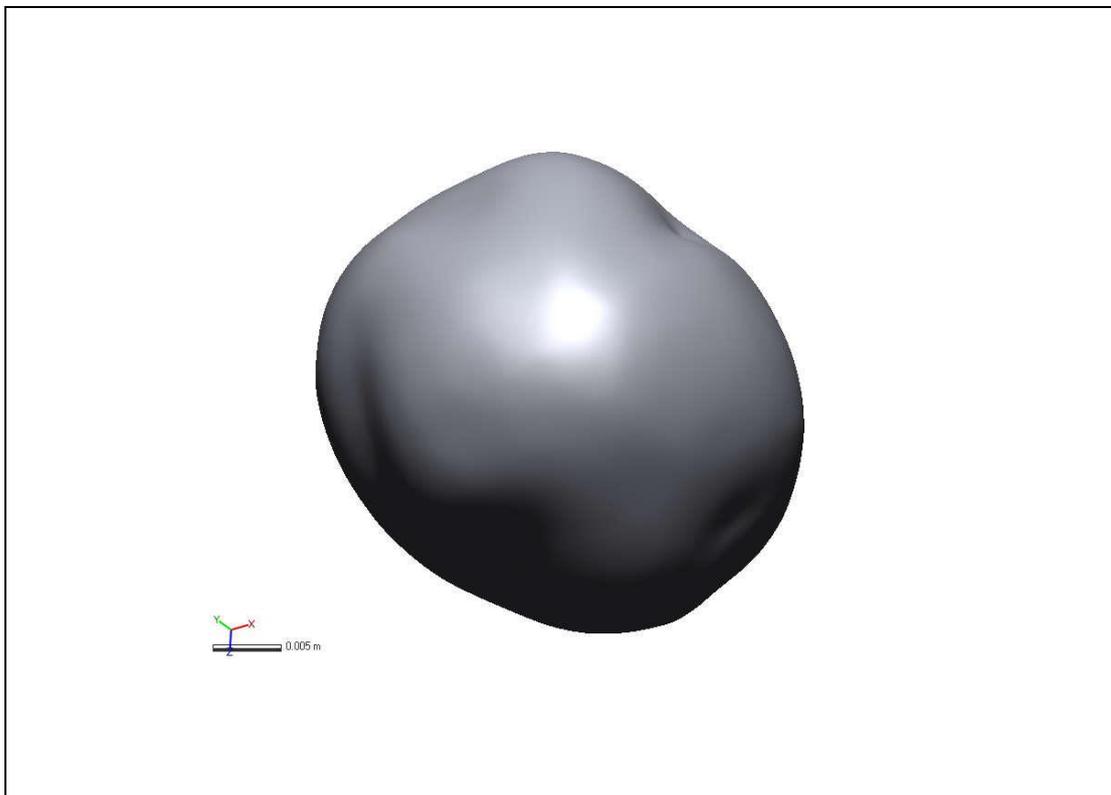
**Figura 33.** Modelo mallado 3D de olluco 2 con COMSOL Multiphysics.



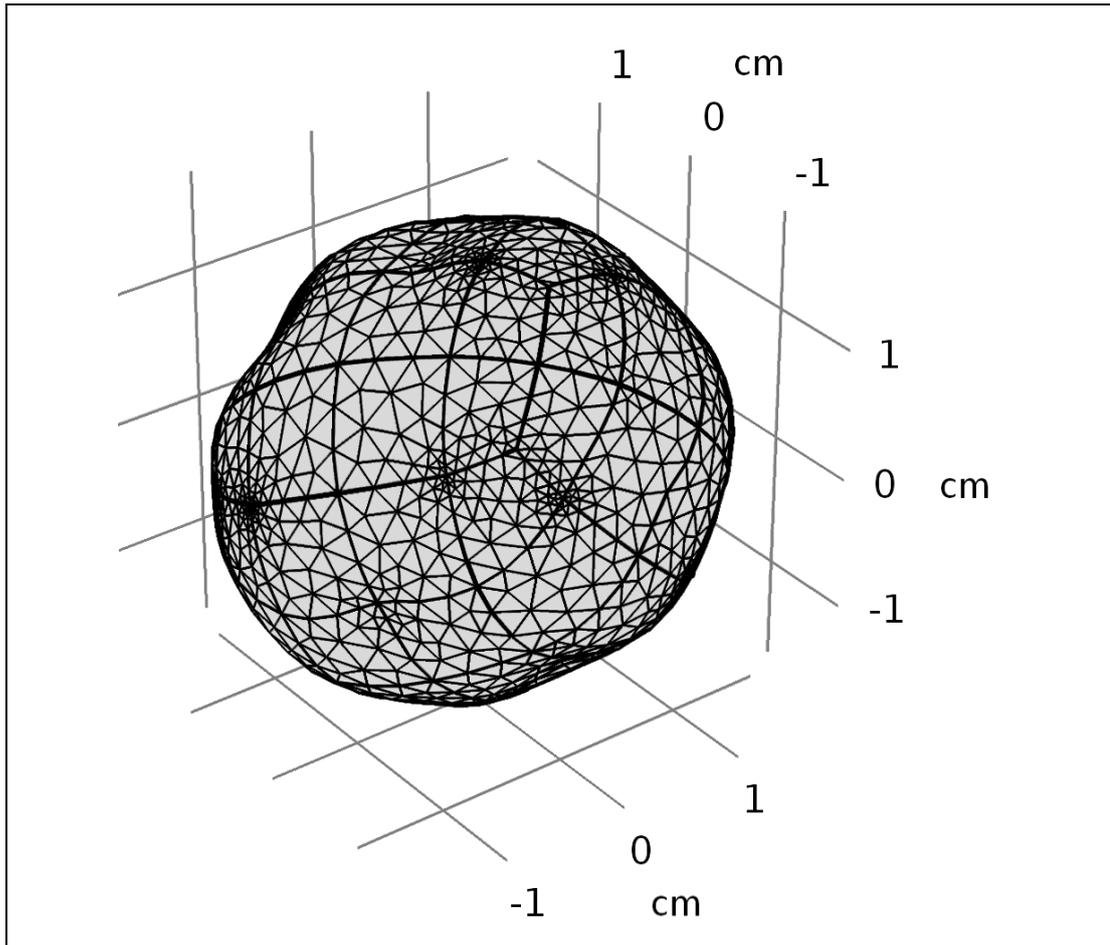
**Figura 34.** Modelo 3D digital de olluco 2 en simulación de transferencia de calor con COMSOL Multiphysics.



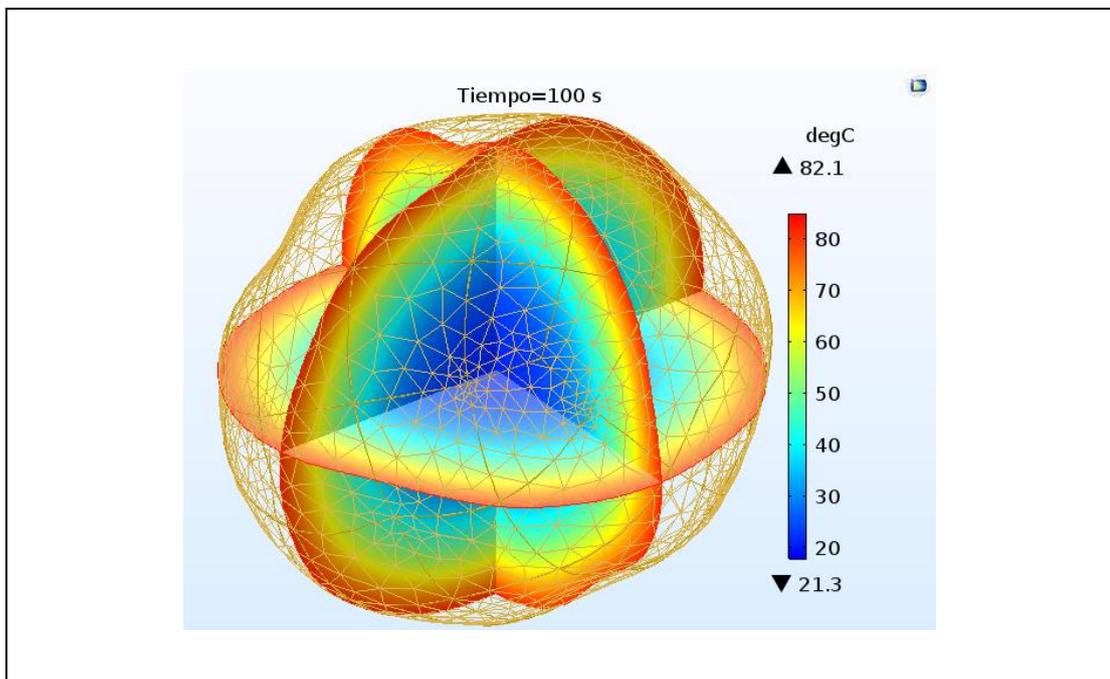
**Figura 35.** Modelo digital 3D de olluco 3 con Agisoft PhotoScan.



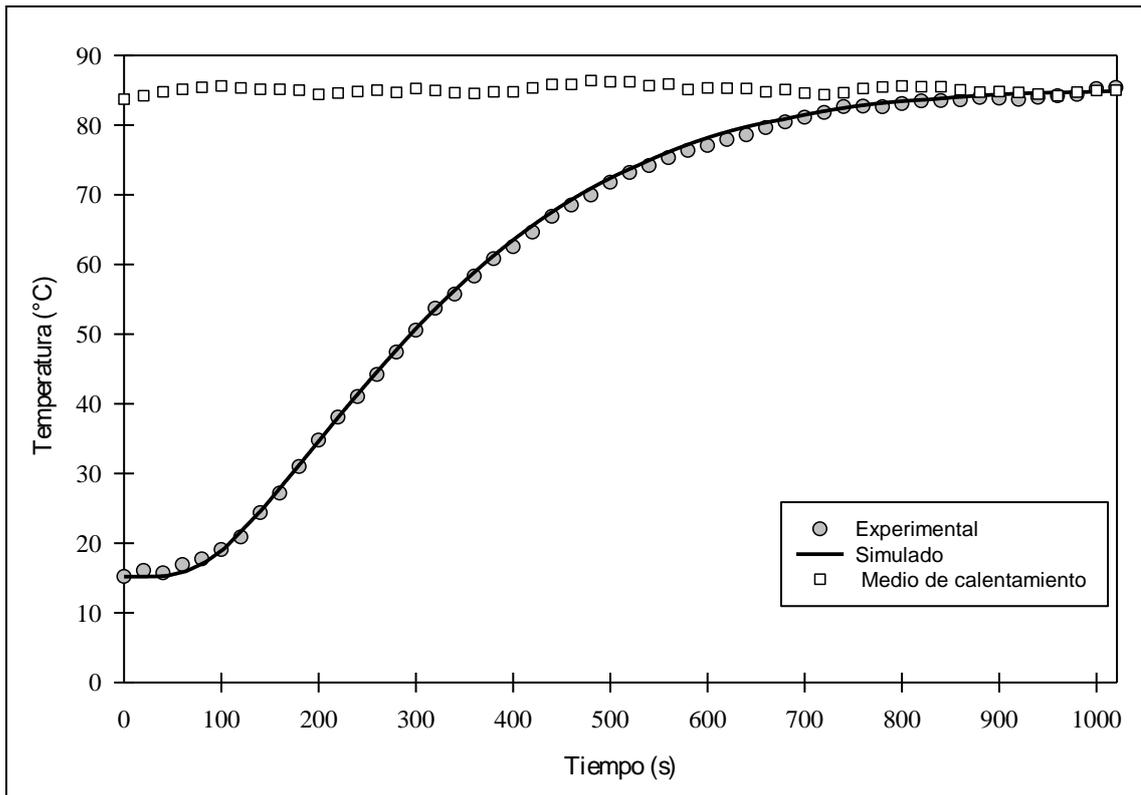
**Figura 36.** Modelo digital 3D de olluco 3 con Geomagic Design X.



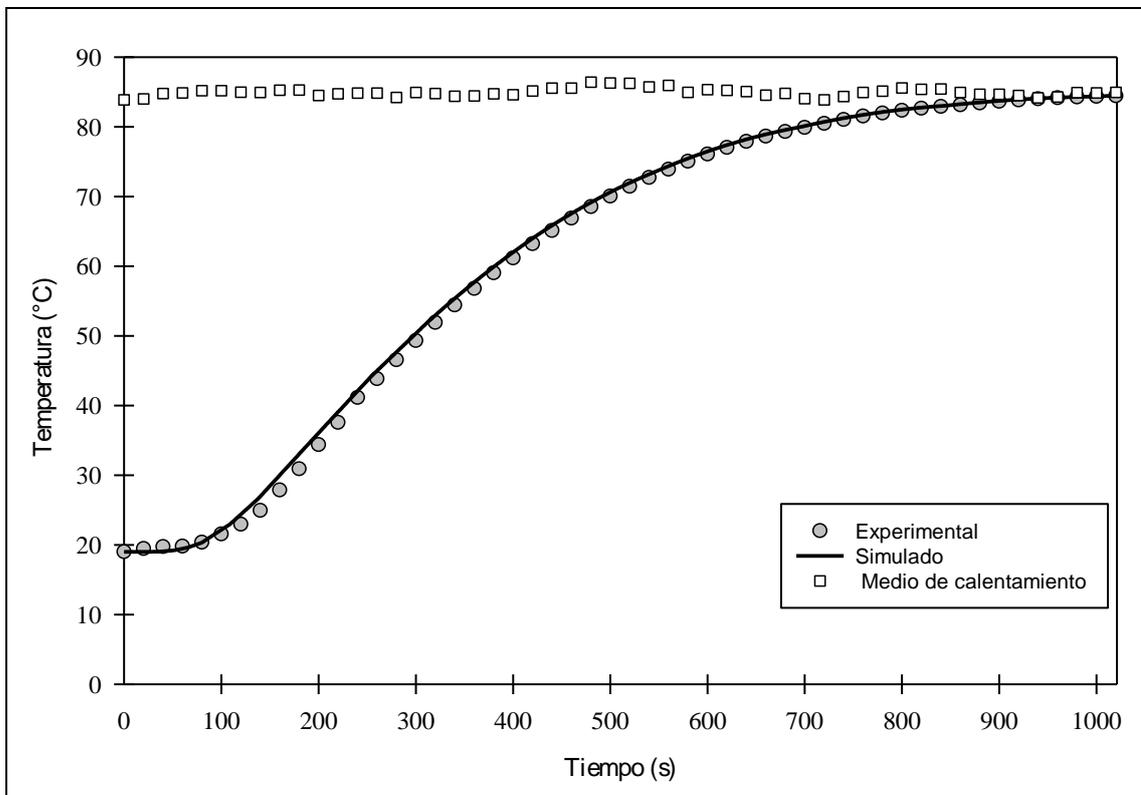
**Figura 37.** Modelo mallado 3D de olluco 3 con COMSOL Multiphysics.



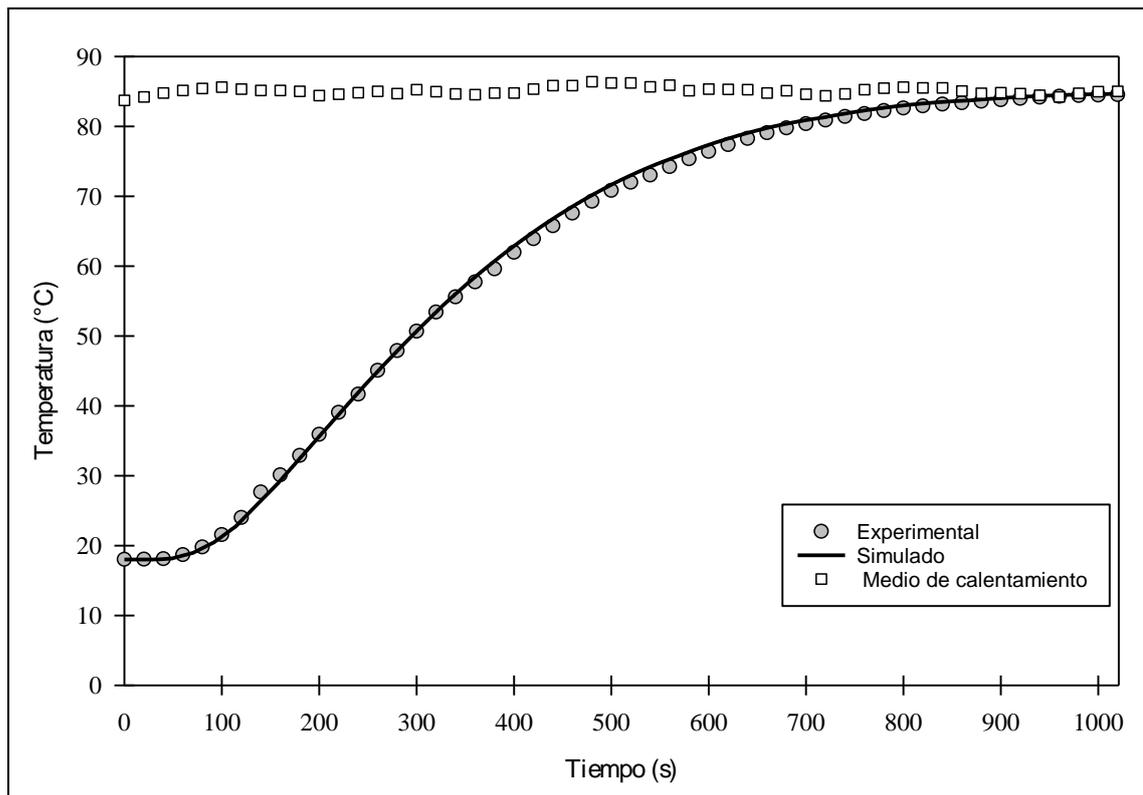
**Figura 38.** Modelo 3D digital de olluco 3 en simulación de transferencia de calor con COMSOL Multiphysics.



**Figura 39.** Perfiles de temperatura experimental y simulado durante el proceso de calentamiento de olluco 1.



**Figura 40.** Perfiles de temperatura experimental y simulado durante el proceso de calentamiento de olluco 2.



**Figura 41.** Perfiles de temperatura experimental y simulado durante el proceso de calentamiento de olluco 3.

### 4.3.3. ISAÑO

Los resultados obtenidos para los isaños se presentan a continuación.

#### 4.3.3.1. MODELO DIGITAL 3D

Los modelos 3D obtenidos mediante la digitalización fotogramétrica de los tres isaños seleccionados que se pueden observar en la Figura 42, Figura 46 y Figura 50 fueron reconstruidos con software Agisoft PhotoScan, se puede observar el grado de detalle logrado en los isaños capturados. Como también en la Figura 43, Figura 47 y Figura 51 se muestra geometría 3D NURBS logrado con Geomagic Design X. De esta forma los modelos geométricos digitales obtenidos estuvieron listos para ser utilizados en el software de simulación COMSOL Multiphysics.

#### **4.3.3.2. MODELO MALLADO**

Los modelos digitales con su malla generada en COMSOL Multiphysics pueden observarse en la Figura 44, Figura 48 y Figura 52. El hecho de que COMSOL Multiphysics haya podido generar la malla indica que el modelo digital capturado es válido para realizar un análisis de elementos finitos.

#### **4.3.3.3. DIAGRAMAS DE CONTORNO EN LA TRANSFERENCIA DE CALOR 3D**

En la Figura 45, Figura 49 y Figura 53 se pueden observar un corte tridimensional longitudinal y ocho secciones transversales de las simulaciones resultantes de isaños en COMSOL Multiphysics. Los resultados se muestran en forma de diagramas de contorno en colores, indicándose el rango que cada color representa en una leyenda (extremo derecho). También se puede observar en cada paso de tiempo (tiempo, en la parte superior) para ver cómo el calor va penetrando el alimento, mostrándose colores rojizos para las temperaturas más altas, y azulados para las más bajas, para más detalle ver en ANEXO 14.

#### **4.3.3.4. DATOS RESULTANTES DE LOS MODELOS DIGITALES DE ISAÑOS EN COMSOL Multiphysics**

En la Tabla 18 se presentan los datos resultantes para los modelos digitales en los análisis realizados en COMSOL Multiphysics para cada isaño.

En Tabla 18 destaca el considerable aumento de tiempo de simulación que los modelos digitales de isaños que requirieron en comparación a los ollucos y menos a la de papas, siendo alrededor más de 3 minutos llegando a tomar; por ejemplo, 3 min 7 s para el análisis del isaño 1. Esto se debe a mayor complejidad observada en la superficie de

este modelo, lo que llevó a COMSOL Multiphysics a generar más puntos de refinamiento en aquellas zonas de alta complejidad, y por lo tanto mayor cantidad de elementos alrededor de 33 mil elementos tetraédricos, en comparación a los otros dos de menor tamaño de elementos, ocupando por lo tanto más espacio en disco y tiempo de simulación mayor que resto de dos isaños.

**Tabla 18.** Datos de los modelos digitales de los isaños en COMSOL Multiphysics.

Ítem	Isaño		
	1	2	3
Elementos tetraédricos	33712	32042	30553
Elementos triangulares	6682	7124	7160
Elementos de arista	1119	1161	1195
Elementos de vértice	119	106	111
Nodos generados	51866	50065	48116
Tiempo de simulación	3 min 7 s	3 min 2 s	3 min 0 s

También se puede ver que para los isaños rotulados 2 y 3 la cantidad de elementos generados son menores que el isaño 1. Esto se debe a que en el modelo digital del isaño 2 y 3 fue necesario generar menos puntos de refinamiento en la malla para que COMSOL Multiphysics aceptara el modelo como válido para la simulación, lo que hizo que se generaran en esos sectores elementos menos pequeños reduciendo el número total de elementos, el número de puntos, el espacio ocupado en el disco duro y el tiempo de análisis.

#### **4.3.3.5. COMPARACIÓN DE PERFILES DE TEMPERATURA EXPERIMENTALES Y SIMULADOS**

En las pruebas experimentales las termocuplas fueron insertadas en isaños desde la parte superior hacia al centro de cuadrícula rectangular a 2.5 cm de profundidad. Es así

que en su correspondiente modelo digital en COMSOL Multiphysics se ubicó aquel punto de corte en 3D espacial registrada a través de método de entrada rejilla, la ubicación espacial para cada modelo digital de isaños se detallan en la Tabla 19. Fue de este punto que se obtuvo su perfil de temperatura simulado y se comparó con su correspondiente perfil experimental para cada isaño.

A su vez, en la Tabla 19 se muestran las características de coordenada espacial 3D de centro térmico o punto de más lento calentamiento para cada isaño.

**Tabla 19.** Características de coordenada espacial 3D del punto correspondiente al centro térmico de los isaños digitales.

Ítem	Isaño		
	1	2	3
x (cm)	0.0001	0.0000	-0.1600
y (cm)	0.0001	0.0000	-0.0140
z (cm)	0.0001	-0.2000	0.0000

En la Figura 54, Figura 55 y Figura 56 se muestran las gráficas comparativas de los perfiles de temperatura experimentales y simulados de los tratamientos de calentamiento en isaños.

Al igual que en las papas y ollucos, se puede observar en estas gráficas que el software COMSOL Multiphysics describe adecuadamente la cinética de calentamiento.

#### 4.3.3.6. VALORES DE RAÍZ CUADRADA DEL ERROR CUADRÁTICO MEDIO

La bondad del ajuste entre las curvas simuladas y experimentales fue expresada mediante el SCE y RMSE expresado tanto en términos absolutos (°C) como relativos (%), valores que se pueden ver en la Tabla 20.



De los resultados mostrados en la Tabla 20, se puede inferir que no existen diferencias entre los perfiles de temperatura experimentales y simulados de los isaños, ya que los valores de RMSE (%) indican un buen ajuste al encontrarse muy por debajo del criterio ingenieril adoptado de 5%. Durante el calentamiento se encontraron valores muy bajos, siendo menores al 1.37 % correspondiente a un RMSE de 0.62 °C.

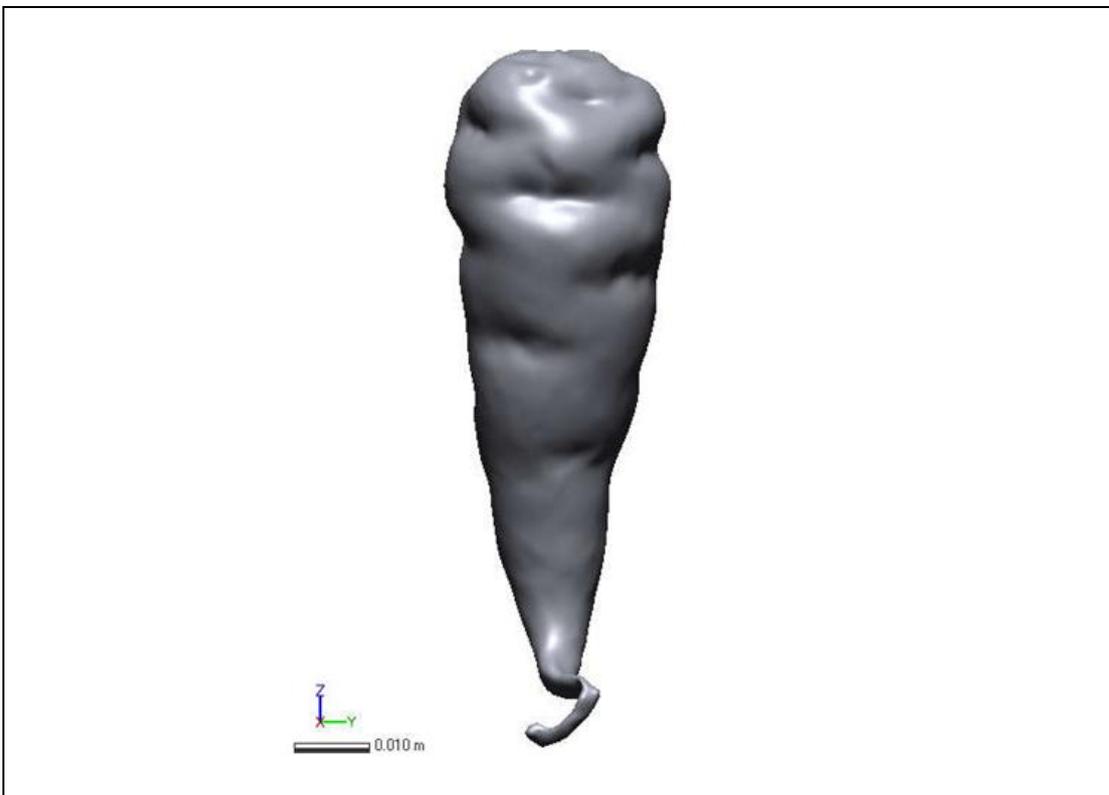
**Tabla 20.** Valores de RMSE durante el proceso de calentamiento en los isaños.

Isaño	SCE	RMSE (°C)	RMSE (%)
1	0.3896	0.62	1.37
2	0.2830	0.53	1.08
3	0.1726	0.42	1.01

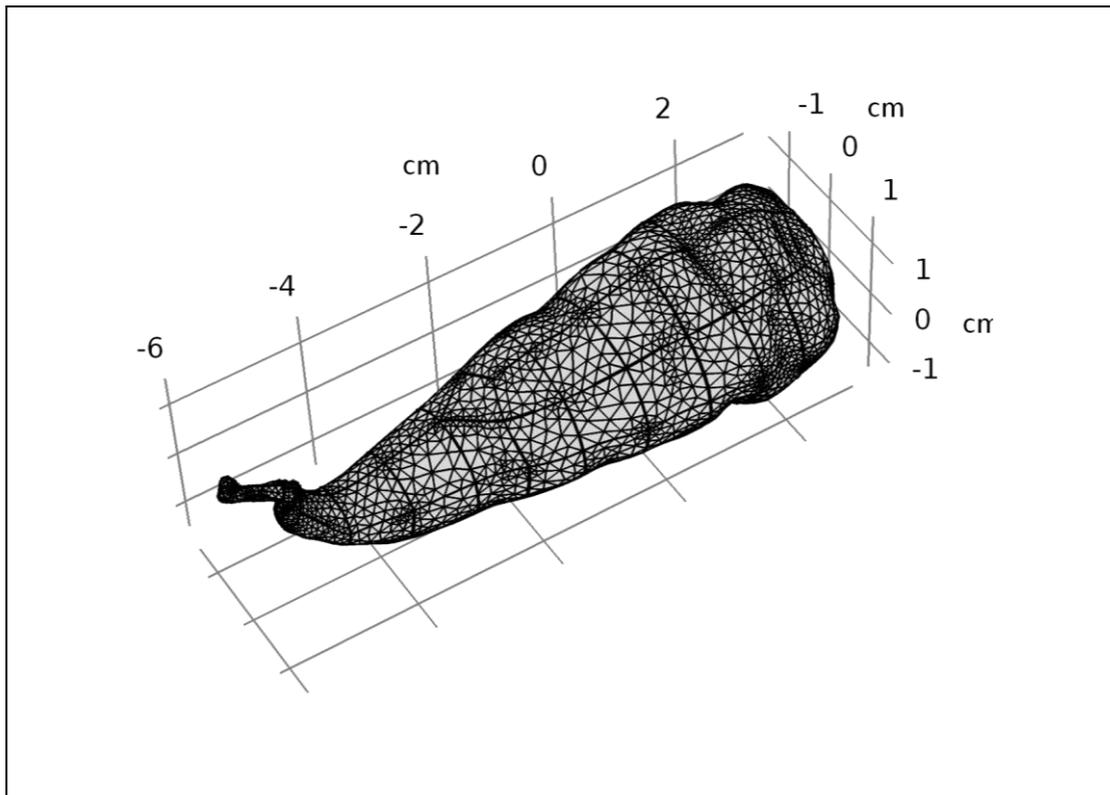
Lo descrito anteriormente demuestra la adecuada descripción del proceso de calentamiento en isaños mediante simulación computacional por el Método de Elementos Finitos con el software COMSOL Multiphysics.



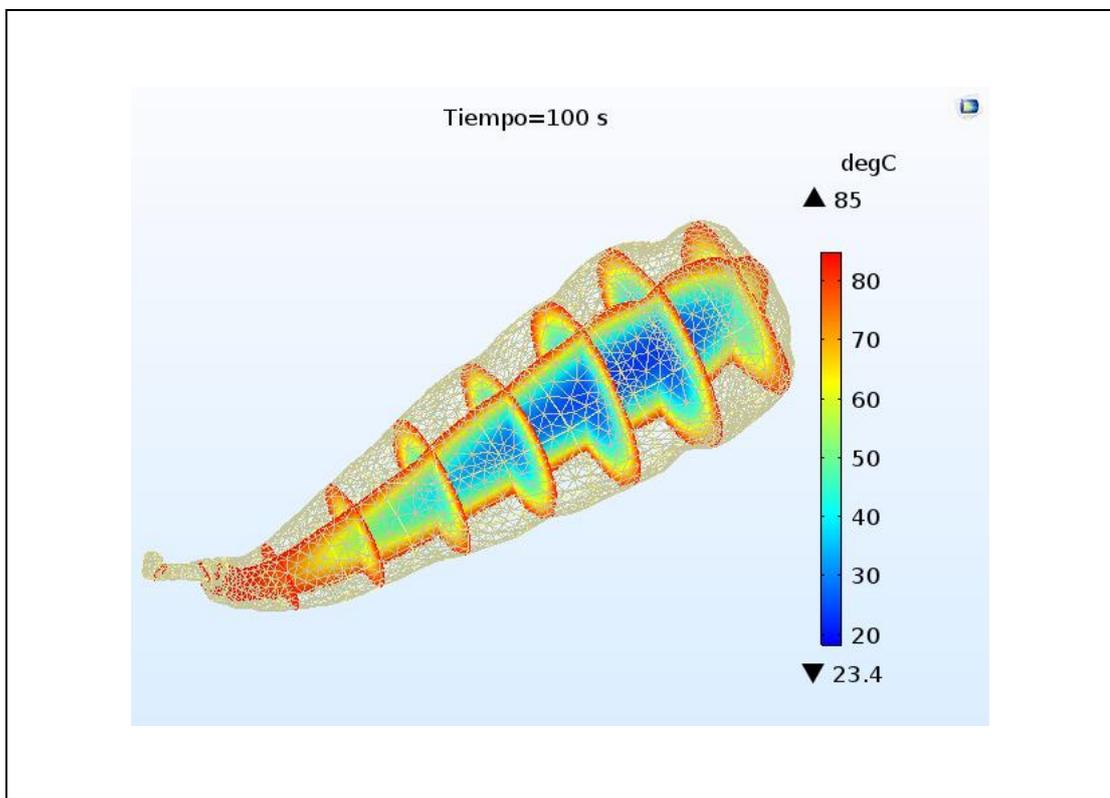
**Figura 42.** Modelo digital 3D de isaño 1 con Agisoft PhotoScan.



**Figura 43.** Modelo digital 3D de isaño 1 con Geomagic Design X.



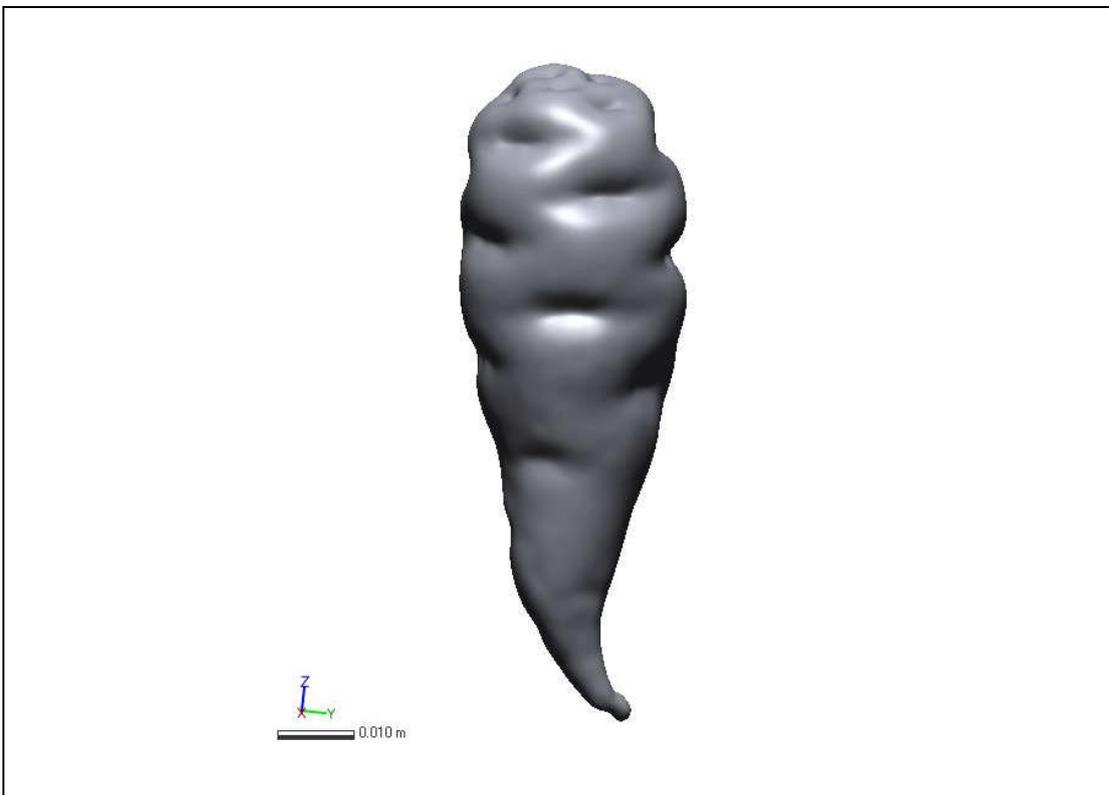
**Figura 44.** Modelo mallado 3D de isaño 1 con COMSOL Multiphysics.



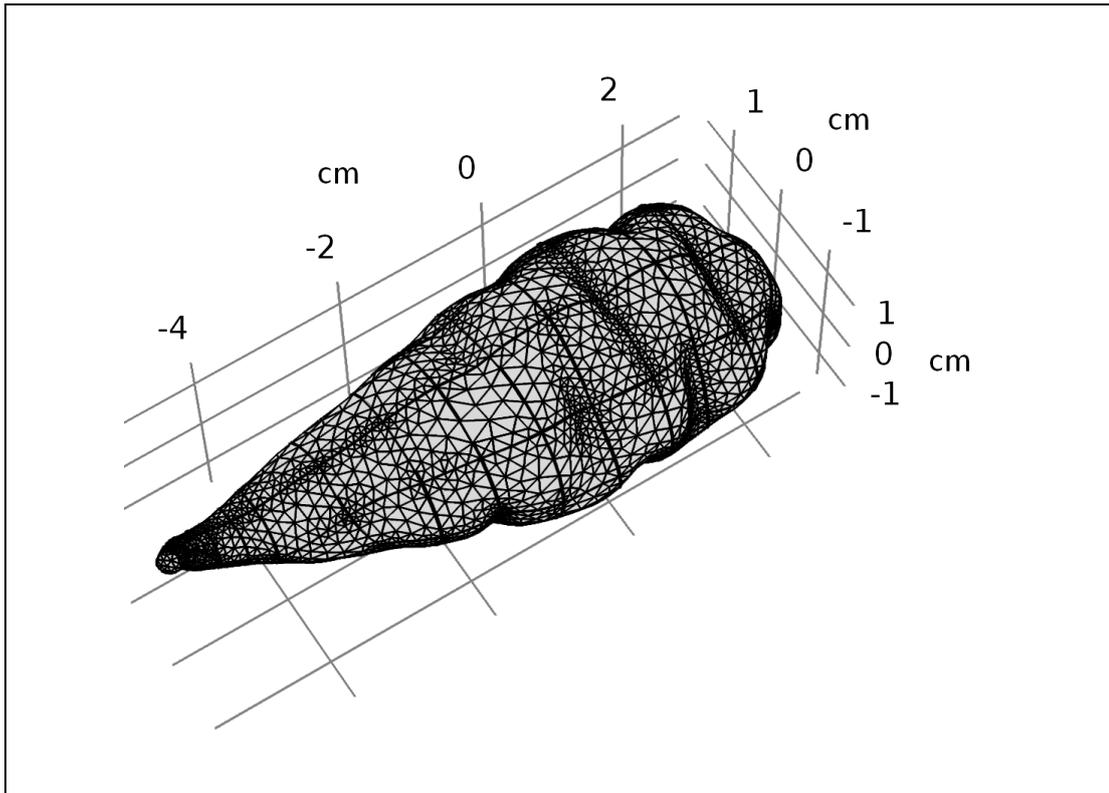
**Figura 45.** Modelo 3D digital de isaño 1 en simulación de transferencia de calor con COMSOL Multiphysics.



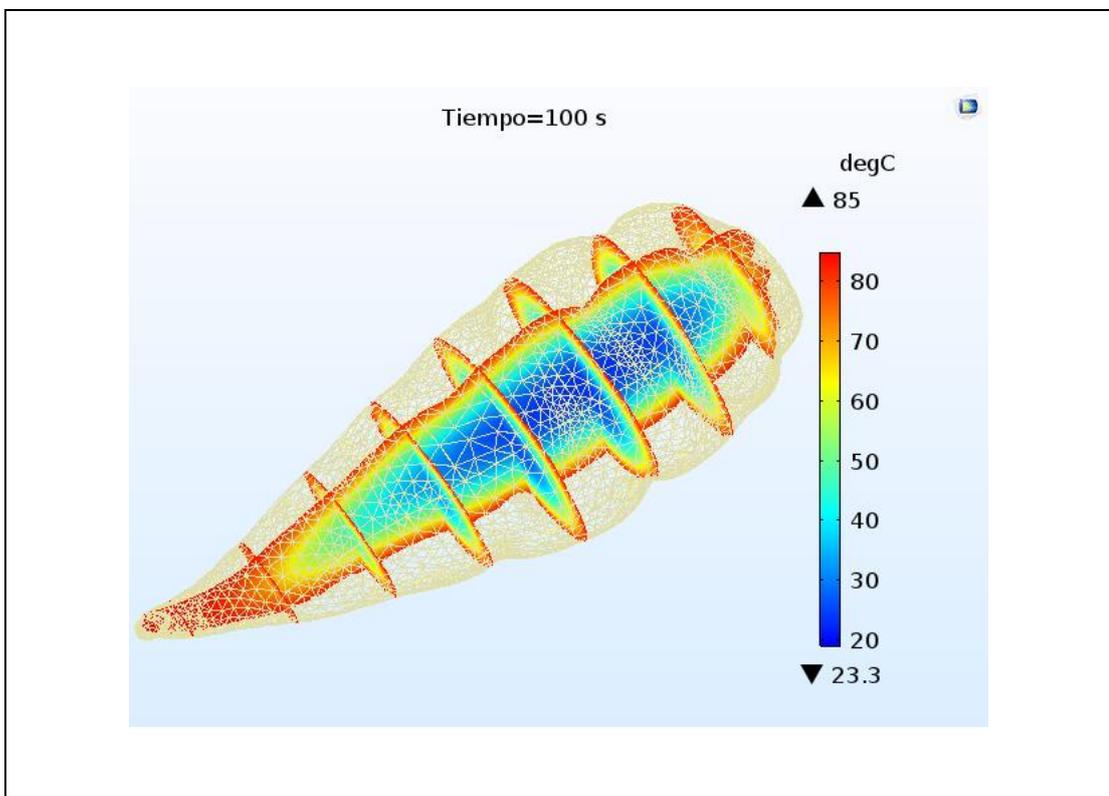
**Figura 46.** Modelo digital 3D de isaño 2 con Agisoft PhotoScan.



**Figura 47.** Modelo digital 3D de isaño 2 con Geomagic Design X.



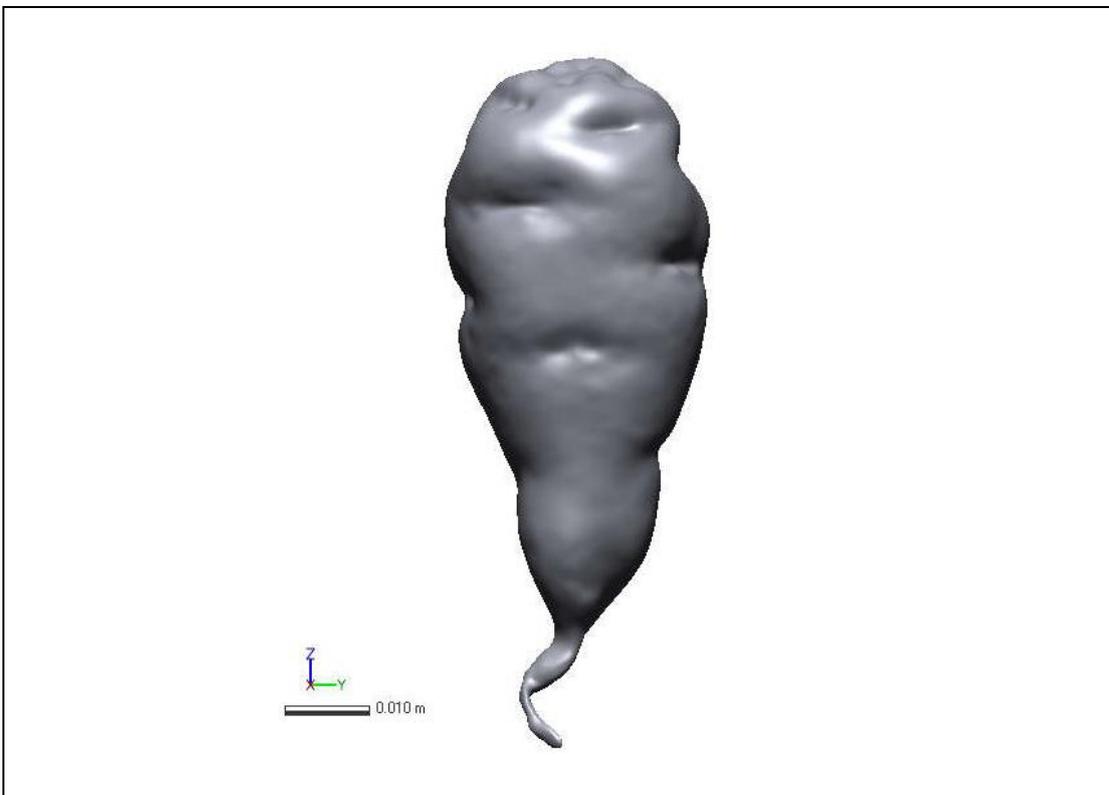
**Figura 48.** Modelo mallado 3D de isaño 2 con COMSOL Multiphysics.



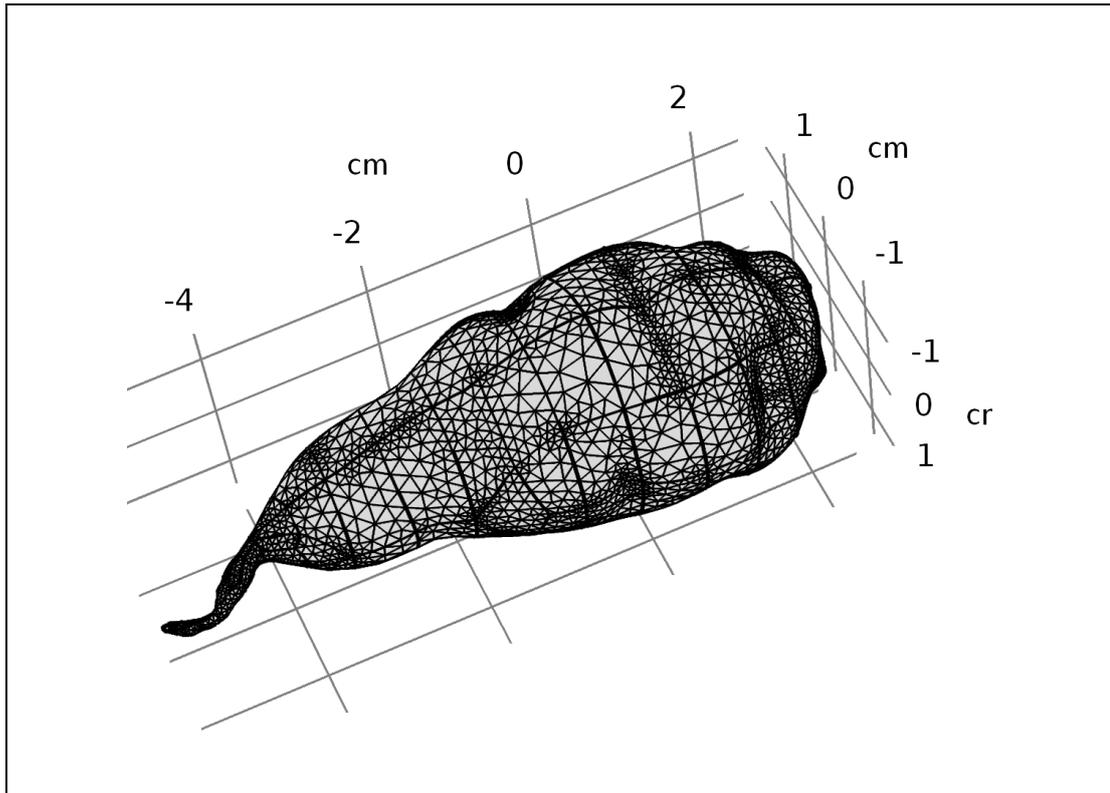
**Figura 49.** Modelo 3D digital de isaño 2 en simulación de transferencia de calor con COMSOL Multiphysics.



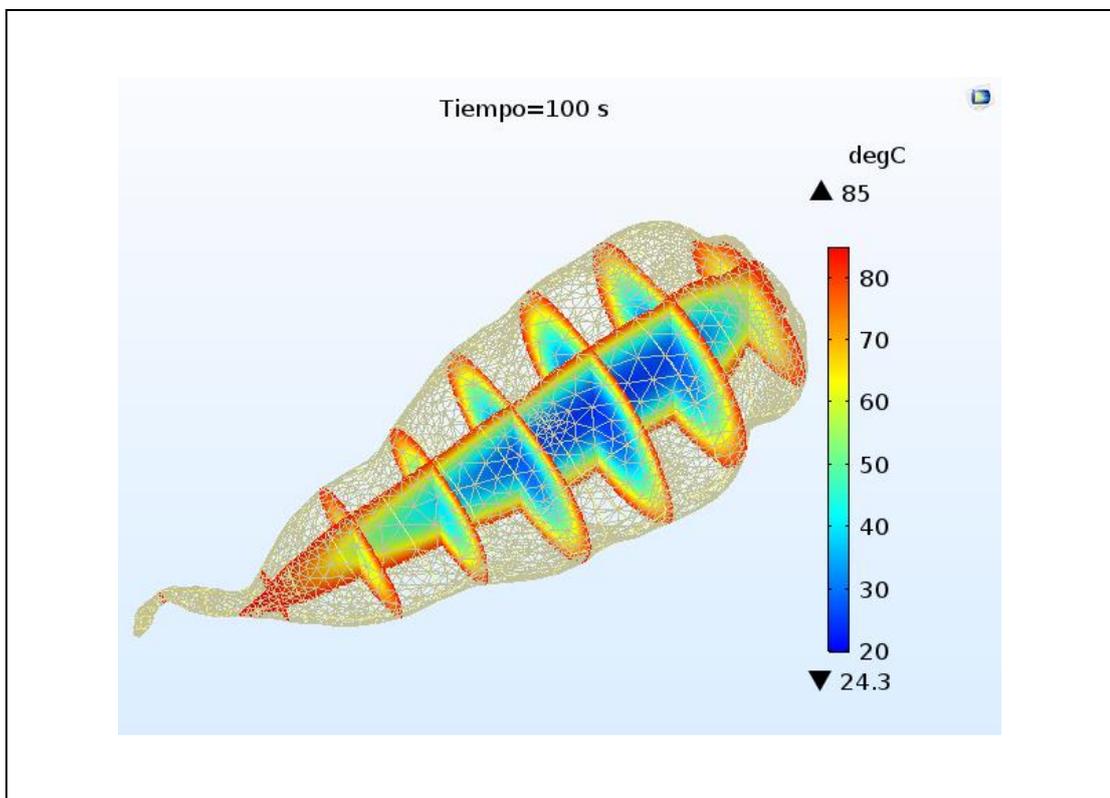
**Figura 50.** Modelo digital 3D de isaño 3 con Agisoft PhotoScan.



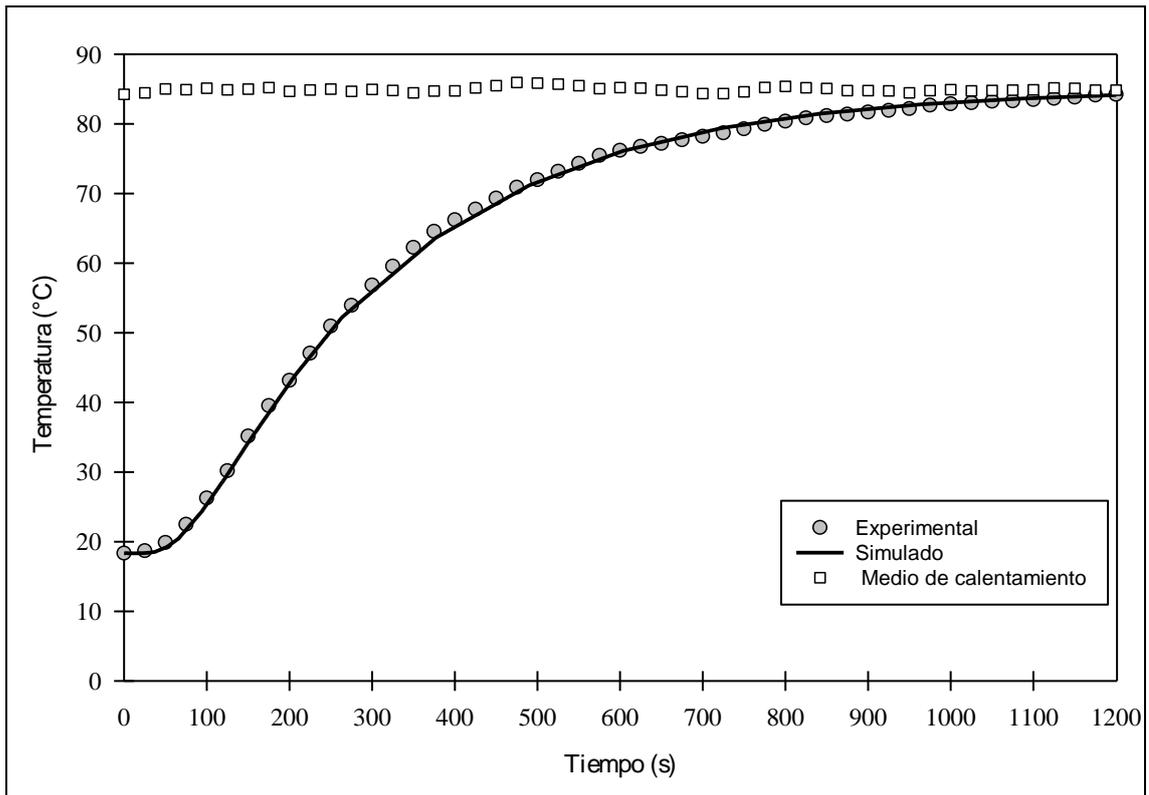
**Figura 51.** Modelo digital 3D de isaño 3 con Geomagic Design X.



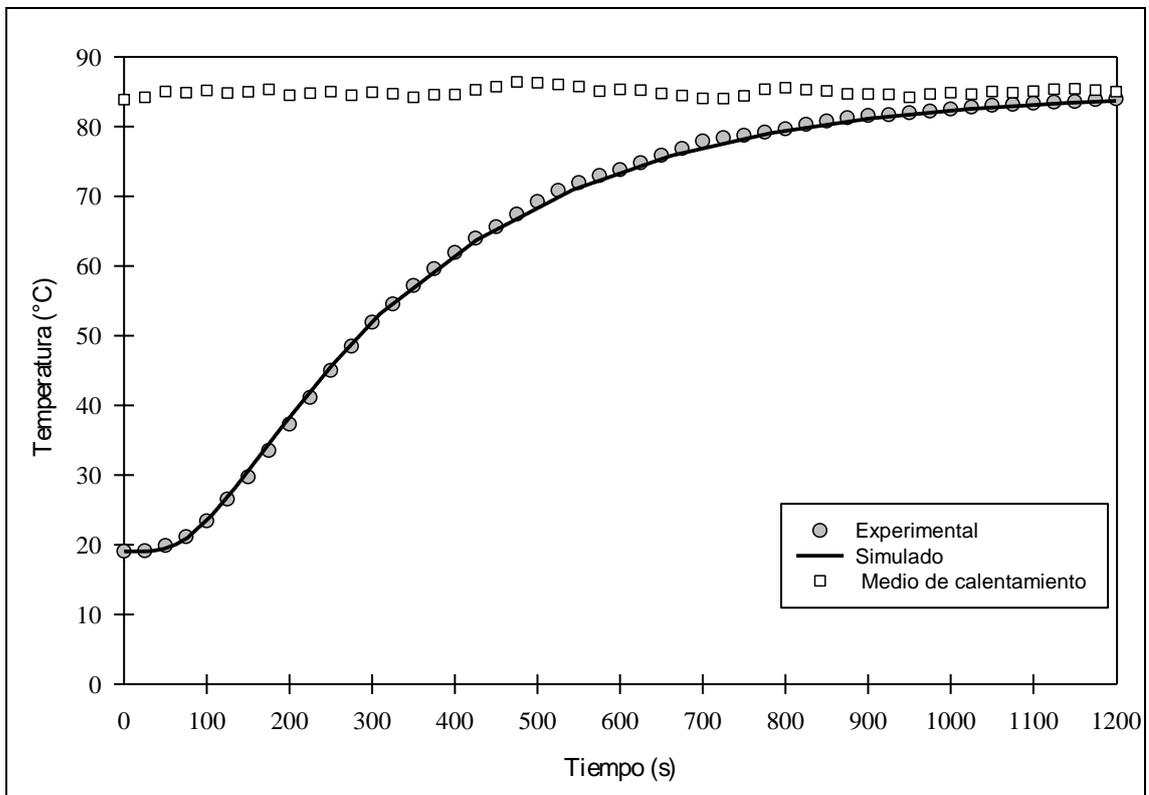
**Figura 52.** Modelo mallado 3D de isaño 3 con COMSOL Multiphysics.



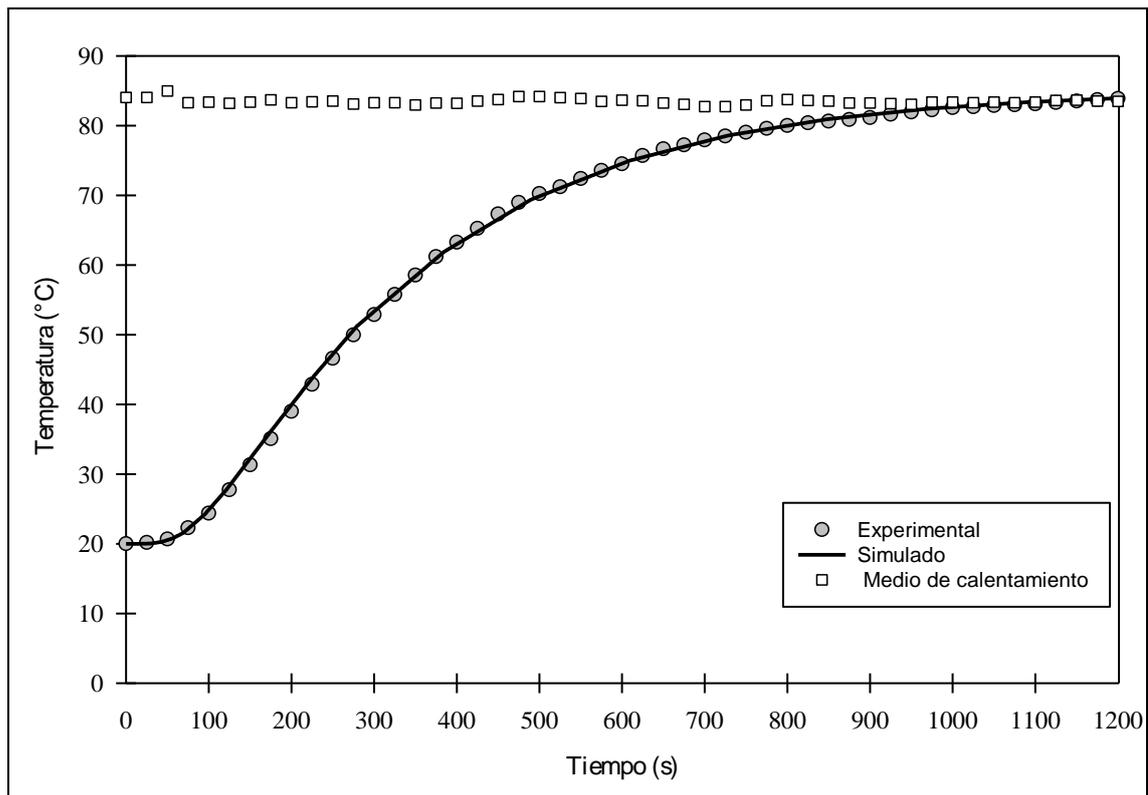
**Figura 53.** Modelo 3D digital de isaño 3 en simulación de transferencia de calor con COMSOL Multiphysics.



**Figura 54.** Perfiles de temperatura experimental y simulado durante el proceso de calentamiento de isaño 1.



**Figura 55.** Perfiles de temperatura experimental y simulado durante el proceso de calentamiento de isaño 2.



**Figura 56.** Perfiles de temperatura experimental y simulado durante el proceso de calentamiento de isaño 3.

#### 4.3.4. OCA.

Los resultados obtenidos para las ocas se presentan a continuación.

##### 4.3.4.1. MODELO DIGITAL 3D

Los modelos 3D obtenidos mediante la técnica de digitalización fotogramétrica de las tres ocas seleccionados que se pueden observar en la Figura 57, Figura 61 y Figura 65 fueron reconstruidos con software Agisoft PhotoScan, se puede observar el grado de detalle logrado en las ocas capturados. Como también en la Figura 58, Figura 62 y Figura 66 se muestra geometría 3D NURBS logrado con Geomagic Design X. De esta forma los modelos geométricos digitales obtenidos estuvieron listos para ser utilizados en el software de simulación COMSOL Multiphysics.

#### **4.3.4.2. MODELO MALLADO**

Los modelos digitales con su malla generada en COMSOL Multiphysics pueden observarse en la Figura 59, Figura 63 y Figura 67. El hecho de que COMSOL Multiphysics haya podido generar la malla indica que el modelo digital capturado es válido para realizar un análisis de elementos finitos.

#### **4.3.4.3. DIAGRAMAS DE CONTORNO EN LA TRANSFERENCIA DE CALOR 3D**

En la Figura 60, Figura 64 y Figura 68 se pueden observar un corte tridimensional longitudinal y siete secciones transversales de las simulaciones resultantes de las ocas en COMSOL Multiphysics. Los resultados se muestran en forma de diagramas de contorno en colores, indicándose el rango que cada color representa en una leyenda (extremo derecho). También se puede observar en cada paso de tiempo (tiempo, en la parte superior) para ver cómo el calor va penetrando el alimento, mostrándose colores rojizos para las temperaturas más altas, y azulados para las más bajas, para más detalle ver en ANEXO 15.

#### **4.3.4.4. DATOS RESULTANTES DE LOS MODELOS DIGITALES DE OCAS EN COMSOL Multiphysics**

En datos de los modelos en COMSOL Multiphysics. En la Tabla 21 se presentan las estadísticas resultantes para los modelos digitales en los análisis realizados en COMSOL Multiphysics para cada oca.

En Tabla 21 se puede observar que el tiempo de simulación que los modelos digitales de las ocas requirieron mayor en comparación a ollucos y menor a de las papas y los isaños. También se puede observar que para la oca rotulado 2 presenta mayor

cantidad de elementos generados que a las ocas 1 y 3, tiene alrededor de 30 mil elementos tetraédricos más que los otras dos muestras. Este último se debe a que el modelo de la oca 2 presentaba ciertas irregularidades en su superficie en donde COMSOL Multiphysics generó elementos más pequeños, y por lo tanto más elementos, haciendo que la simulación ocupara también un mayor espacio en el disco duro y tomara un tiempo 2 min 34 s en llevarse a cabo.

**Tabla 21.** Datos de los modelos digitales de las ocas en COMSOL Multiphysics.

Ítem	Oca		
	1	2	3
Elementos tetraédricos	20851	30932	26039
Elementos triangulares	4786	5348	4514
Elementos de arista	554	636	552
Elementos de vértice	30	34	30
Nodos generados	21539	10698	20315
Tiempo de simulación	2 min 13 s	2 min 34 s	2 min 32 s

Además, los números de elementos tetraédricos generados en caso de las tres ocas tiene alta variabilidad de oca 1, 2 y 3 alrededor de 20 mil, 30 mil y 26 mil respectivamente; está relacionado directamente con tiempo de total se simulación.

#### **4.3.4.5. COMPARACIÓN DE PERFILES DE TEMPERATURA EXPERIMENTALES Y SIMULADOS**

En las pruebas experimentales las termocuplas fueron insertadas en ocas desde la parte superior hacia al centro de cuadrícula rectangular a 3.5 cm de profundidad. Es así que en su correspondiente modelo digital en COMSOL Multiphysics se ubicó aquel punto de corte en 3D espacial registrada a través de método de entrada rejilla, la ubicación espacial para cada modelo digital de las ocas se detallan en la Tabla 22. Fue, en este punto

que se obtuvo su perfil de temperatura simulado y se comparó con su correspondiente perfil experimental para cada oca.

A su vez, en la Tabla 22 se muestran las características de coordenada espacial 3D de centro térmico o punto de más lento calentamiento para cada oca.

**Tabla 22.** Características de coordenada espacial 3D del punto correspondiente al centro térmico de las ocas digitales.

Ítem	Oca		
	1	2	3
x (cm)	0.0009	0.0080	0.0001
y (cm)	0.0007	0.0030	0.0003
z (cm)	0.0006	0.0020	0.0002

En la Figura 69, Figura 70 y Figura 71 se muestran las gráficas comparativas de los perfiles de temperatura experimentales y simulados de los tratamientos de calentamiento en las ocas.

Al igual que en las papas, ollucos y isaños, se puede observar en estas gráficas que el software COMSOL Multiphysics describe adecuadamente la cinética de calentamiento.

#### 4.3.4.6. VALORES DE RAÍZ CUADRADA DEL ERROR CUADRÁTICO MEDIO

La bondad del ajuste entre las curvas simuladas y experimentales fue expresada mediante el SCE y RMSE expresado tanto en términos absolutos (°C) como relativos (%), valores que se pueden ver en la Tabla 23.



**Tabla 23.** Valores de RMSE durante el proceso de calentamiento en las ocas.

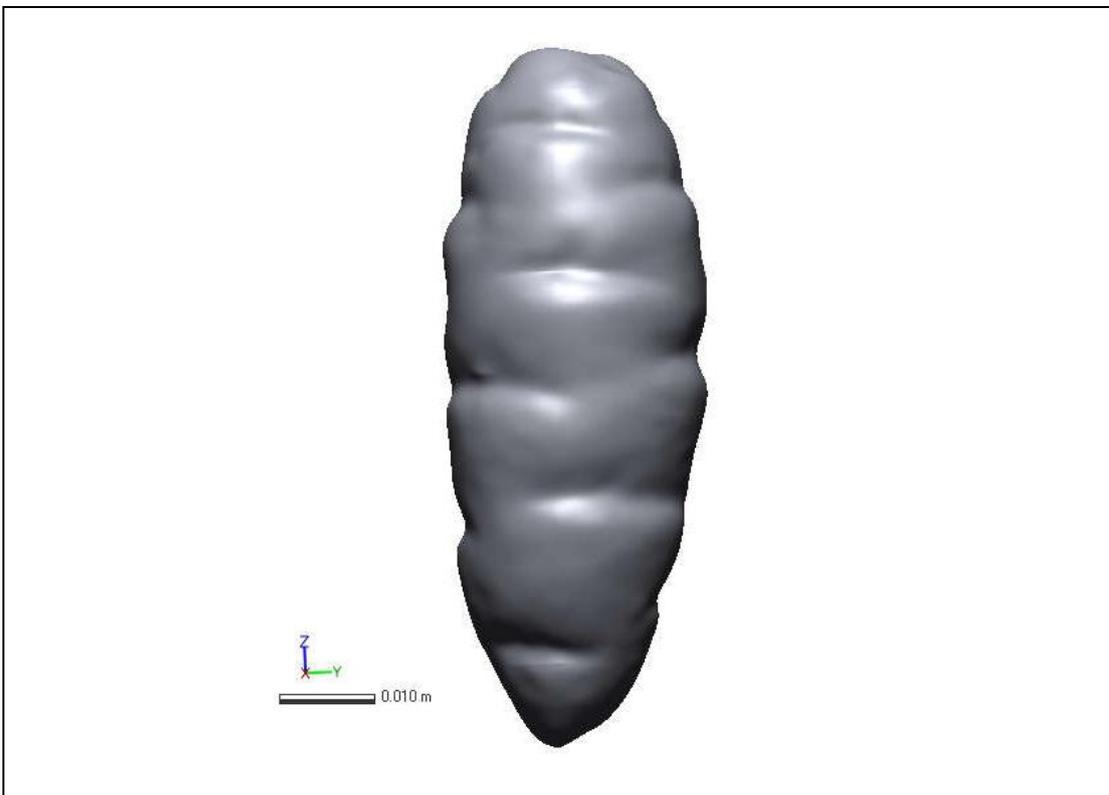
Oca	SCE	RMSE (°C)	RMSE (%)
1	0.1365	0.37	0.93
2	0.8760	0.94	2.32
3	0.2545	0.50	1.10

De los resultados mostrados en la Tabla 23, se puede inferir que no existen diferencias entre los perfiles de temperatura experimentales y simulados de las ocas, ya que los valores de RMSE (%) indican un buen ajuste al encontrarse muy por debajo del criterio ingenieril adoptado de 5%. Durante el calentamiento se encontraron valores muy bajos, siendo menores al 2.32 % correspondiente a un RMSE de 0.94 °C.

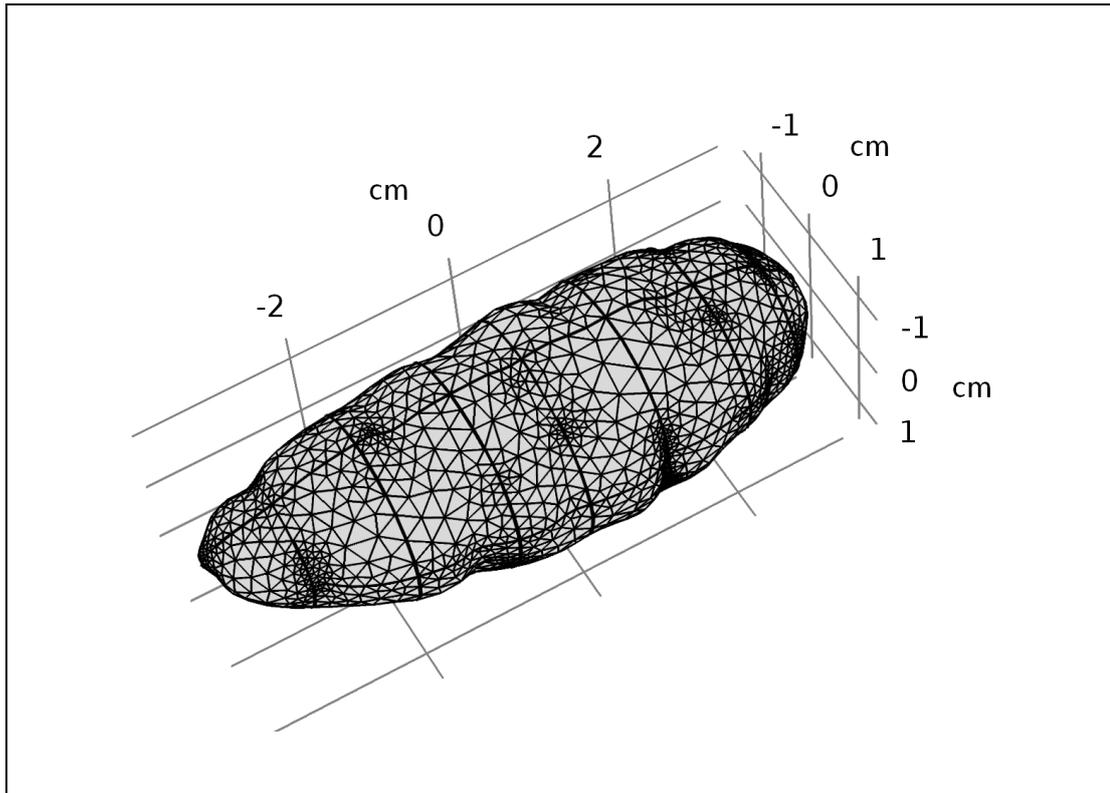
Lo descrito anteriormente demuestra la adecuada descripción del proceso de calentamiento en ocas mediante simulación computacional por el Método de Elementos Finitos con el software COMSOL Multiphysics.



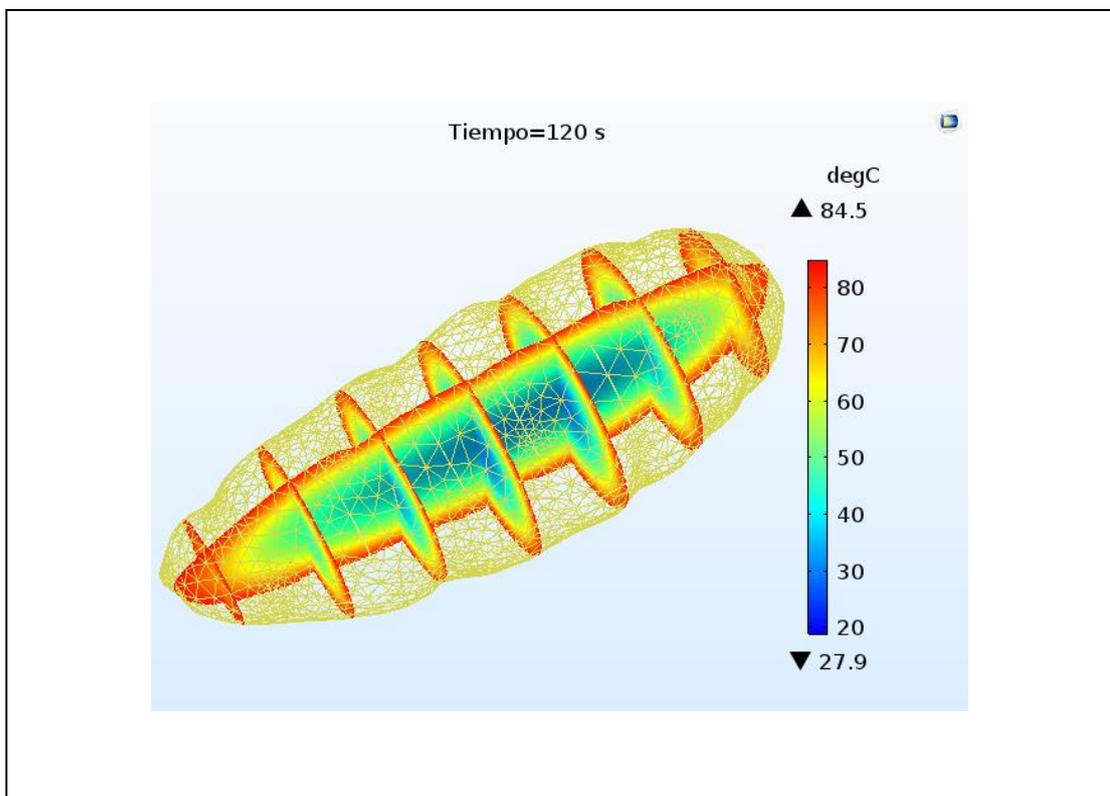
**Figura 57.** Modelo digital 3D de oca 1 con Agisoft PhotoScan.



**Figura 58.** Modelo digital 3D de oca 1 con Geomagic Design X.



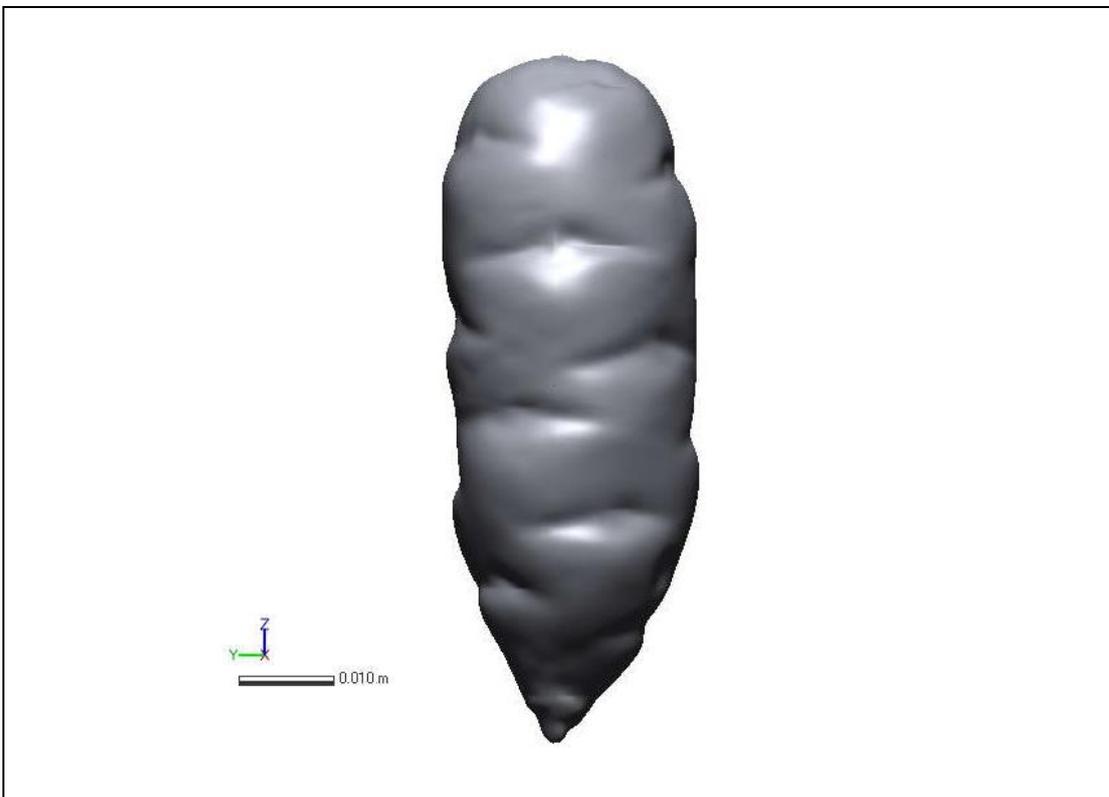
**Figura 59.** Modelo mallado 3D de oca 1 con COMSOL Multiphysics.



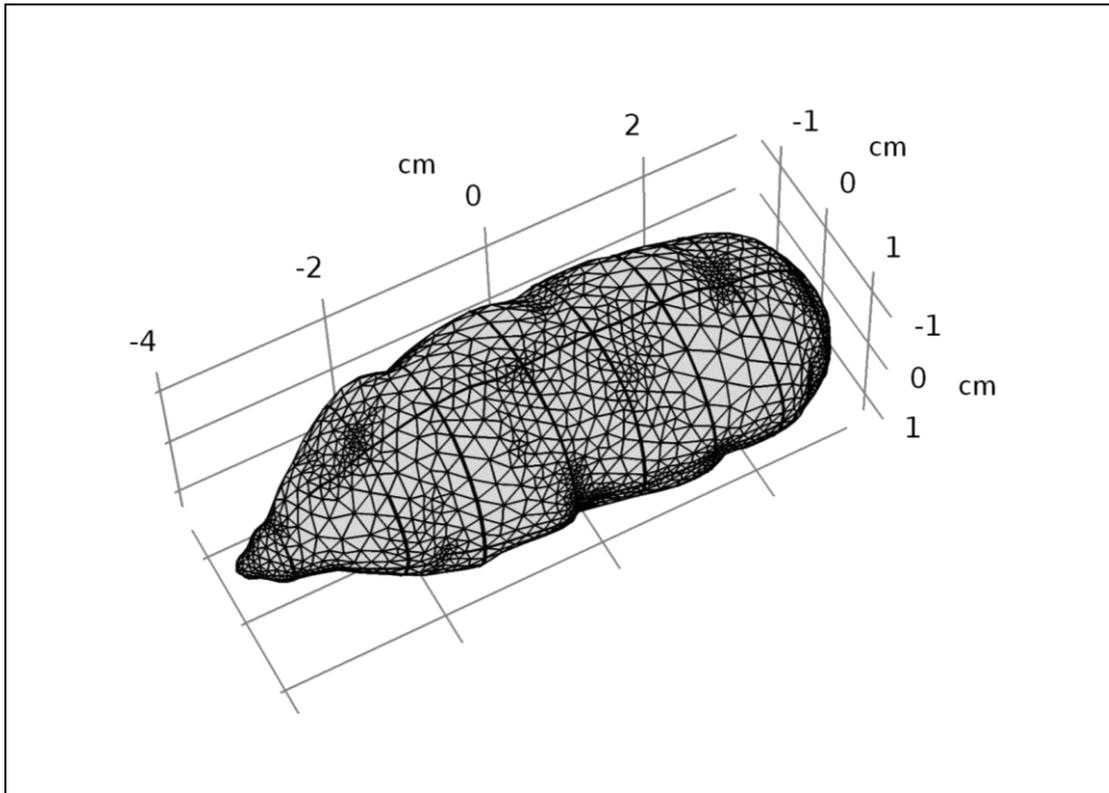
**Figura 60.** Modelo 3D digital de oca 1 en simulación de transferencia de calor con COMSOL Multiphysics.



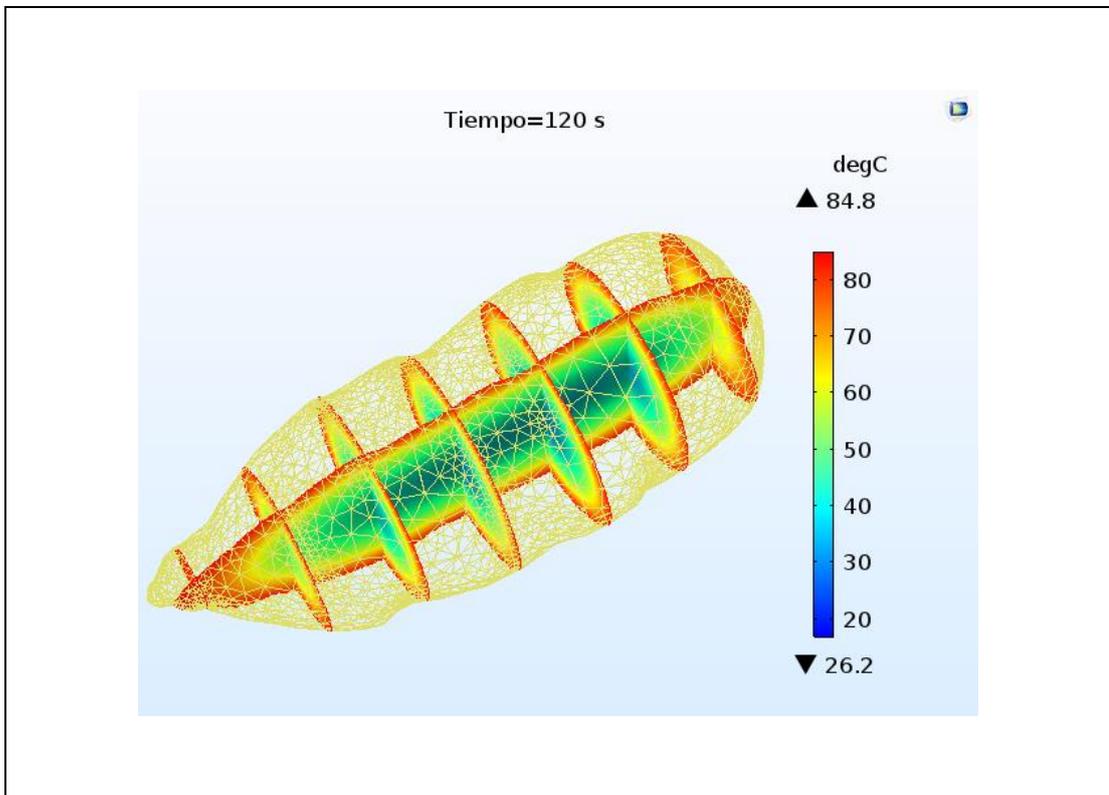
**Figura 61.** Modelo digital 3D de oca 2 con Agisoft PhotoScan.



**Figura 62.** Modelo digital 3D de oca 2 con Geomagic Design X.



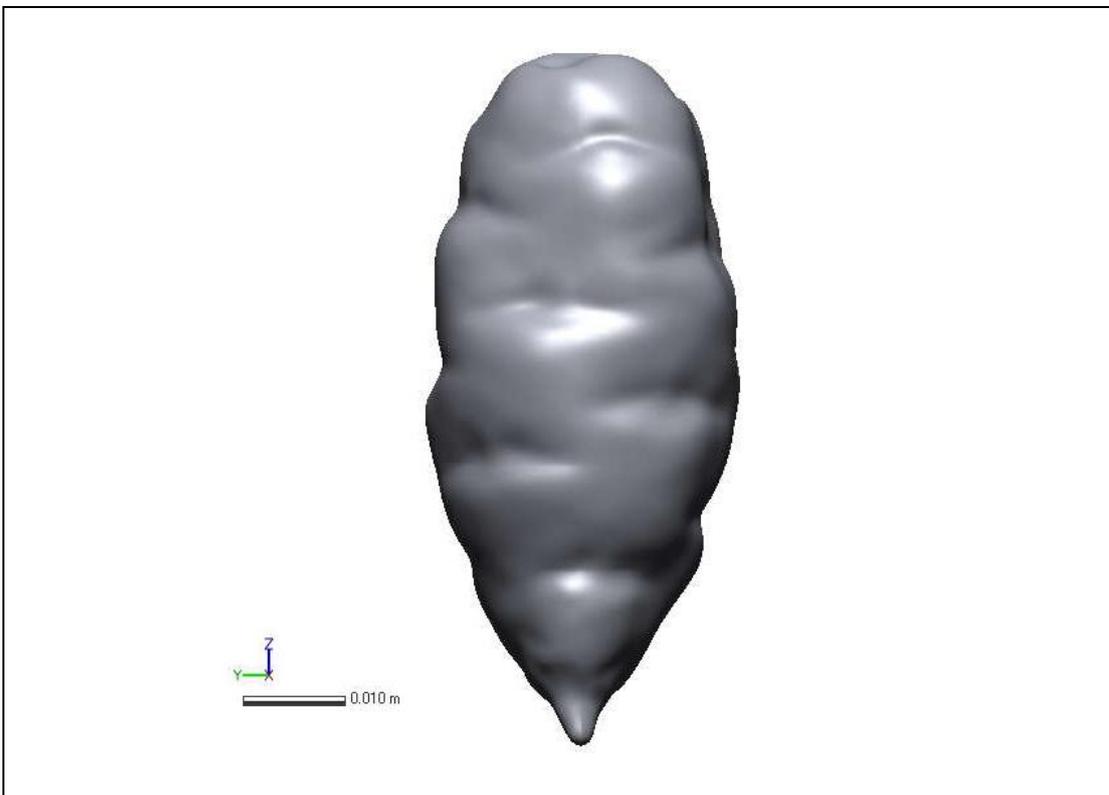
**Figura 63.** Modelo mallado 3D de oca 2 con COMSOL Multiphysics.



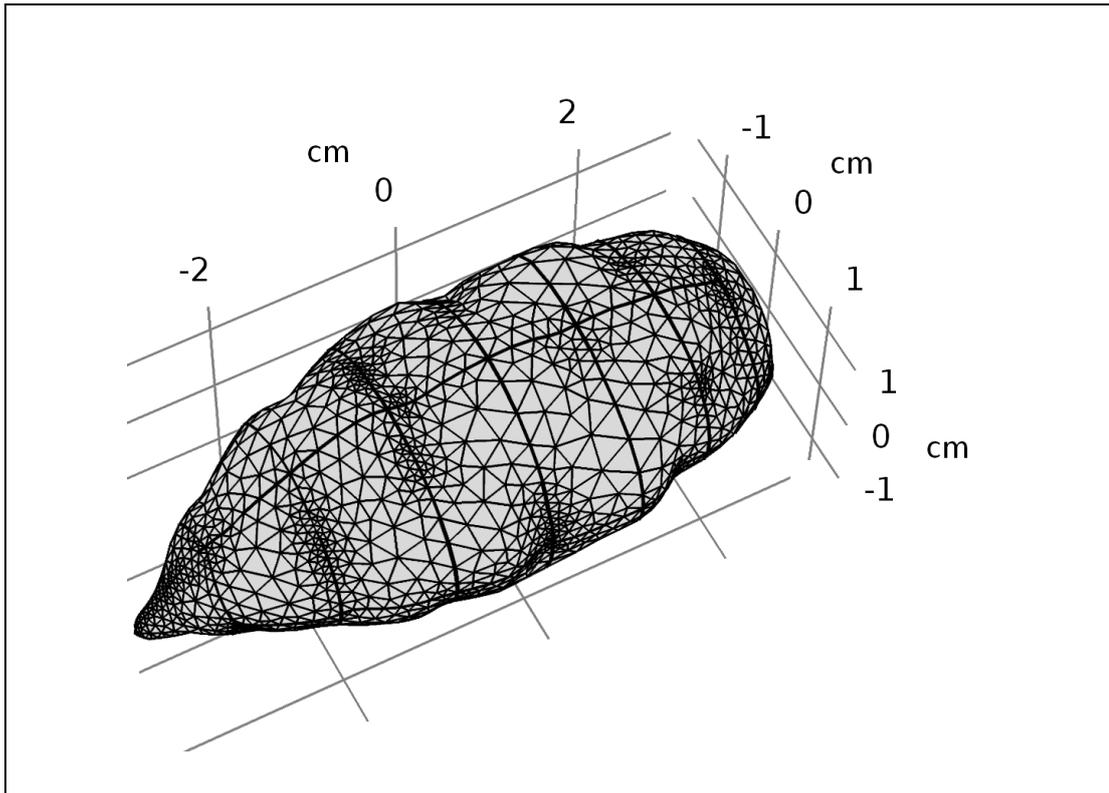
**Figura 64.** Modelo 3D digital de oca 2 en simulación de transferencia de calor con COMSOL Multiphysics.



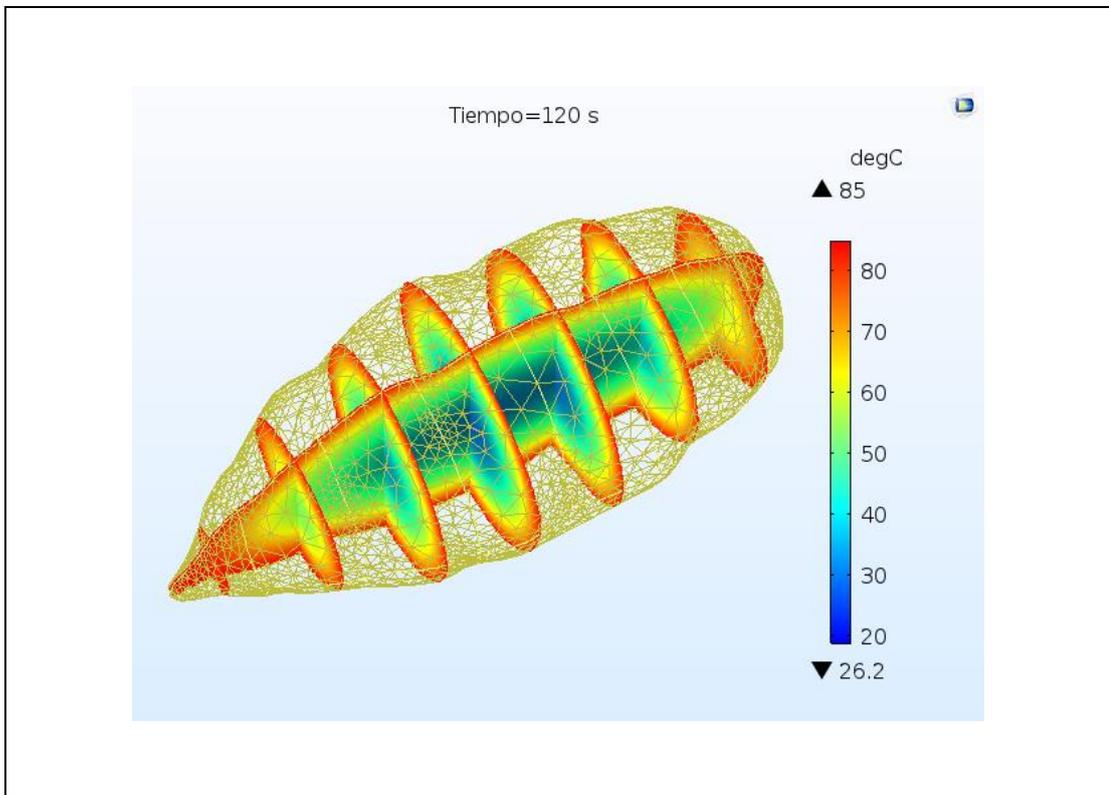
**Figura 65.** Modelo digital 3D de oca 3 con Agisoft PhotoScan.



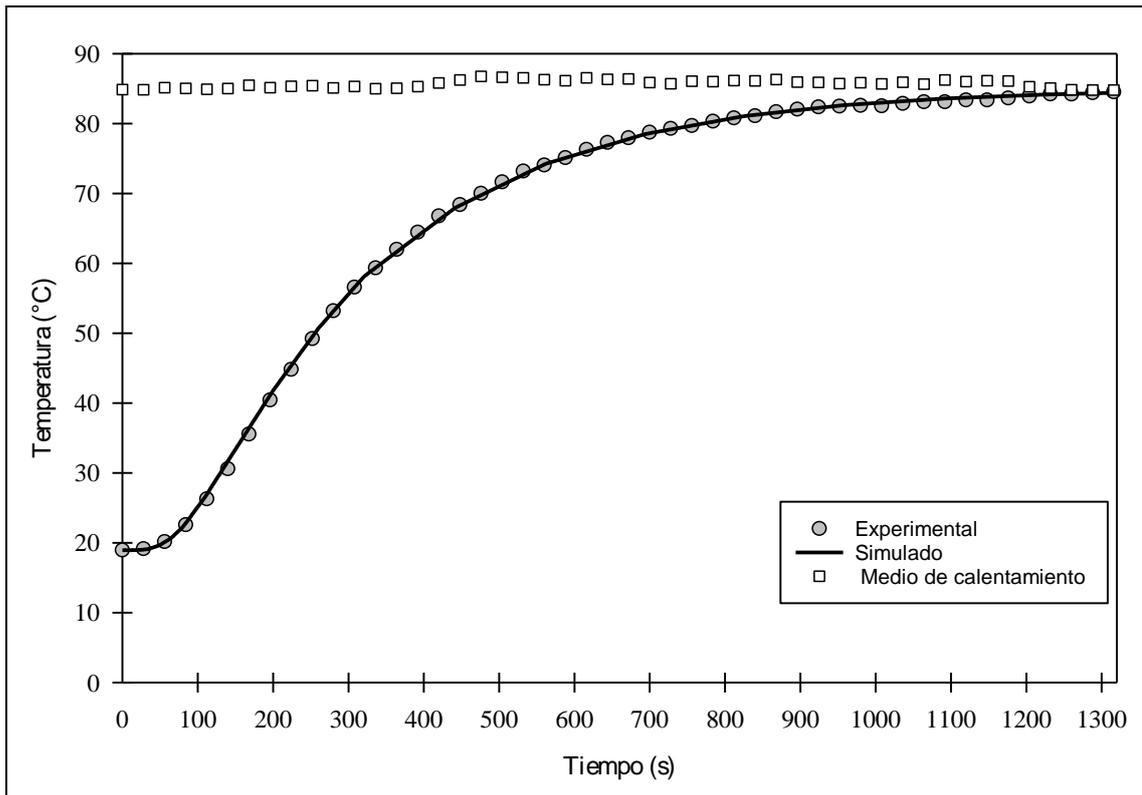
**Figura 66.** Modelo digital 3D de oca 3 con Geomagic Design X.



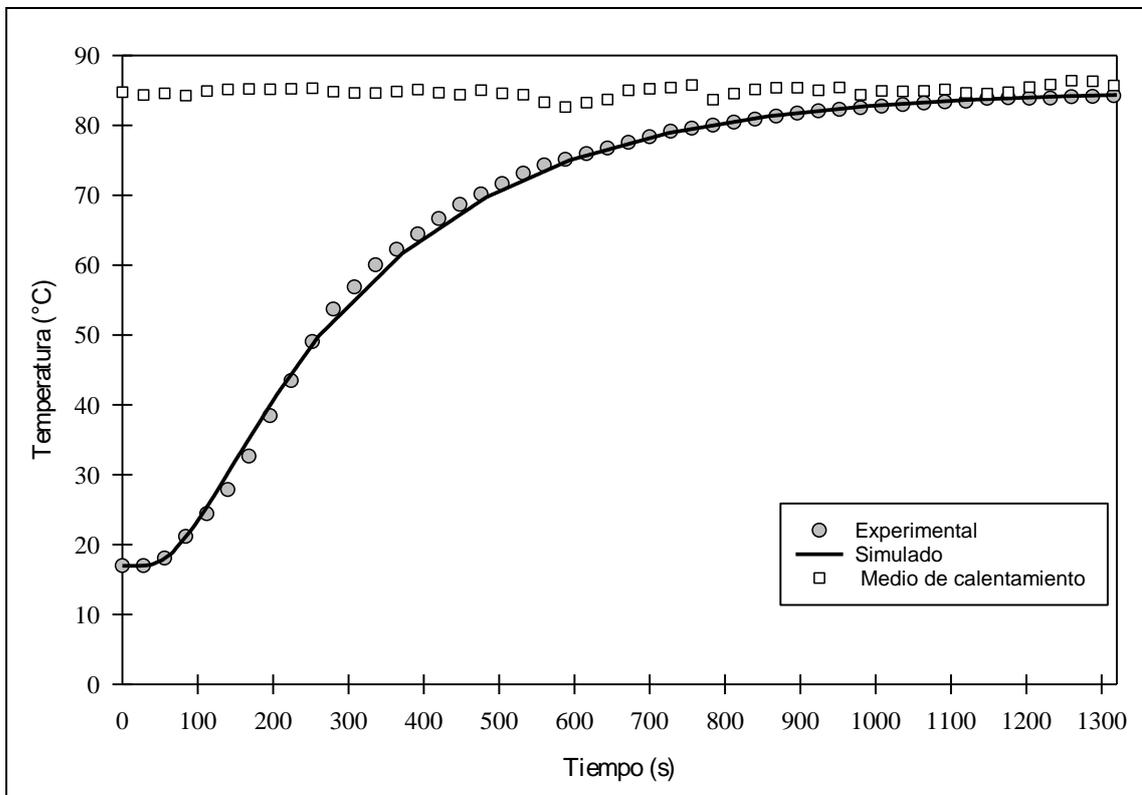
**Figura 67.** Modelo mallado 3D de oca 3 con COMSOL Multiphysics.



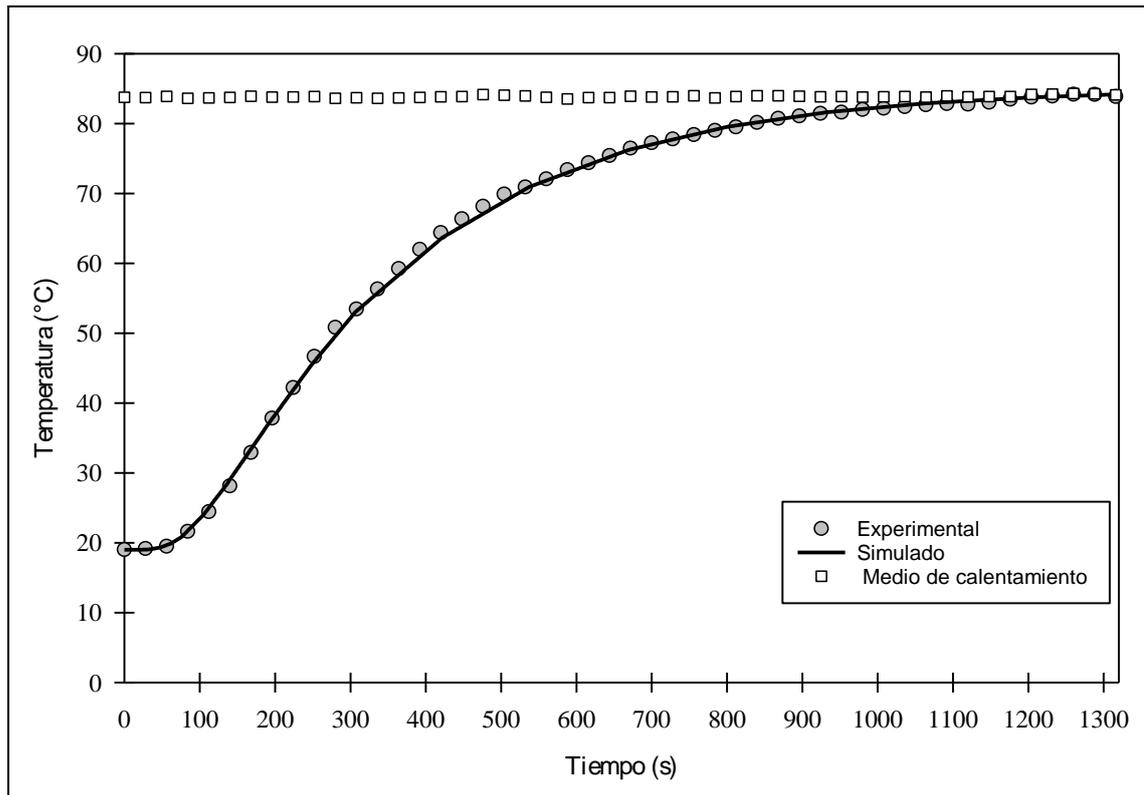
**Figura 68.** Modelo 3D digital de oca 3 en simulación de transferencia de calor con COMSOL Multiphysics.



**Figura 69.** Perfiles de temperatura experimental y simulado durante el proceso de calentamiento de oca 1.



**Figura 70.** Perfiles de temperatura experimental y simulado durante el proceso de calentamiento de oca 2.



**Figura 71.** Perfiles de temperatura experimental y simulado durante el proceso de calentamiento de oca 3.



## V. CONCLUSIONES

1. El método de reconstrucción mediante ingeniería reversa aplicando la técnica de fotogrametría digital con software Agisoft PhotoScan permitió capturar la forma real de los alimentos, obteniéndose modelos digitales 3D con un error de estimación inferior al 2%. Sin embargo, los puntos tridimensionales capturados con Agisoft PhotoScan fue necesario complementar con el software Geomagic Design X permitiendo el nivel de detalle mediante un modelado CAD 3D. En la presente investigación, se modeló los tubérculos andinos como la papa, olluco, isaño y oca.
2. El software de simulación COMSOL Multiphysics, basado en el método de elementos finitos, permitió realizar simulaciones de procesos de conducción de calor considerando condiciones de isotropía y borde constante sobre los modelos digitales 3D de los alimentos evaluados. De esta manera se pudo comprobar la versatilidad del software COMSOL Multiphysics para trabajar con alimentos de formas irregulares complejas, posibilitando observar la asimetría en la penetración de calor en los alimentos evaluados así como ubicar el punto céntrico de más lento calentamiento, gracias a su capacidad de entregar información detallada en forma gráfica y numérica.
3. Los resultados obtenidos demostraron un RMSE inferior al 5% entre los perfiles de temperatura experimentales y los simulados, inferiores al criterio adoptado durante el calentamiento. Los valores más bajos se encontraron un valor de 0.93 % y 1.10 % de RMSE, correspondiendo ambos al alimento oca. Todos los valores están por debajo de 3.58 % de RMSE, este valor alto pertenece al alimento papa.



## VI. RECOMENDACIONES

La metodología aplicada en el presente trabajo de investigación basado en los principios de ingeniería reversa mediante técnica de fotogrametría digital y tecnología de intercambio de datos CAD/CAE pueden usarse para optimizar procesos térmicos de alimentos de formas irregulares complejas respecto a su temperatura y tiempo.

Determinar las propiedades térmicas de los alimentos, con instrumentos más sofisticados para aumentar la precisión de las simulaciones; como, por ejemplo, el equipo KD2 Pro Thermal Properties Analyzer (Decagon Device, Inc., Pullman, USA), el cual es capaz de medir conductividad térmica, resistividad, difusividad térmica, calor específico y difusividad térmica en alimentos a diferentes temperaturas.



## VII. REFERENCIAS

- Agisoft. (2016). Agisoft PhotoScan user manual: Professional edition Version 1.2. Agisoft LLC.
- AOAC. (1990). *Official methods of analysis of the association of official analytical chemists*. (Kenneth Helrich, Ed.) (15th ed.). Arlington, Virginia, USA: Association of official analytical chemists, Inc.
- Awuah, G. B., Simpson, H. S., & Ramaswamy, B. K. (1993). Surface heat transfer coefficients associated with heating of food particles in CMC solutions. *Journal of Food Process Engineering*, 16, 39–57.
- Bergman, T. L., & Lavine, A. S. (2017). *Fundamentals of heat and mass transfer* (8th ed.). Danvers, MA, USA: WILEY.
- Berk, Z. (2018). *Food process engineering and technology* (3rd ed.). Cambridge, MA, USA: Academic Press.
- Bird, R. B., Stewart, W. E., Lightfoot, E. N., & Klingenberg, D. J. (2015). *Introductory transport phenomena*. Danvers, MA, USA: WILEY.
- Cariño, A., & Vélez, J. F. (2013). Evaluation of convective heat transfer coefficient between fluids and particles in suspension as food model systems for natural convection using two methodologies. *Journal of Food Engineering*, 115(2), 173–181. <https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2012.10.010>
- Carslaw, H. S., & Jaeger, J. C. (1959). *Conduction of heat in solids* (2nd ed.). London, England: Oxford University Press.
- Çengel, Y. A., & Ghajar, A. J. (2015). *Heat and mass transfer: Fundamentals & applications* (5th ed.). New York, NY, USA: McGraw-Hill.
- Chamorro, P. V., & Vidaurreta, C. A. (2012). Blanching of fruits and vegetable products. In R. H. Mascheroni (Ed.), *Operations in food refrigeration*. Boca Raton, FL, USA: CRC Press.
- Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2015). *Numerical methods for engineers* (7th ed.). New



- York, NY, USA: McGraw-Hill.
- Chávez, A.; Ledesna, J.; Mendoza, E.; Calvo, C.; Castro, M.; Ávila, A.; Sánchez, C.; Pérez, F. (2014). *Tablas de uso práctico de los alimentos de mayor consumo "Miriam Muñoz"* (3a ed.). México: McGraw-Hill.
- Chen, X., & Liu, Y. (2019). *Finite element modeling and simulation with ansys workbench* (2nd ed.). Boca Raton, FL, USA: CRC Press.
- Clayton, M., Amos, N. D., Banks, N. H., & Morton, H. R. (1995). Estimation of apple fruit surface area. *New Zealand Journal of Crop and Horticultural Science*, 23, 345–349. <https://doi.org/10.1080/01140671.1995.9513908>
- Collazos, C.; White, P. L.; White, H. S.; Viñas, E.; Alvistur, E.; Urquieta, R.; Vázquez, J.; Días, C.; Quiroz, A.; Roca, A.; Hegsted, D.; Bradfield, R.; Herrera, N.; Faching, A.; Robles, N.; Hernández, E.; Arias, M. (1996). *Tablas peruanas de composición de alimentos* (7a ed.). Lima, Perú: Instituto Nacional de Salud, Centro Nacional de Alimentación y Nutrición.
- Comsol. (2017). Heat transfer module application library manual. COMSOL Multiphysics 5.3.
- Datta, A. K. (2017). *Heat and mass transfer. A biological context* (2nd ed.). Boca Raton, FL, USA: CRC Press.
- Datta, A. K., & Rakesh, V. (2009). *An introduction to modeling of transport processes applications to biomedical systems*. New York, USA: Cambridge University Press.
- Eifert, J. D., Sanglay, G. C., Lee, D., Sumner, S. S., & Pierson, M. D. (2006). Prediction of raw produce surface area from weight measurement. *Journal of Food Engineering*, 74, 552–556. <https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2005.02.030>
- Erdoğdu, F. (2005). Mathematical approaches for use of analytical solutions in experimental determination of heat and mass transfer parameters. *Journal of Food Engineering*, 68, 233–238. <https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2004.05.038>
- Erdoğdu, F. (2008). *Optimization in food engineering*. Boca Raton, FL, USA: CRC Press.
- Erdoğdu, F., Linke, M., Praeger, U., Geyer, M., & Schlüter, O. (2014). Experimental



- determination of thermal conductivity and thermal diffusivity of whole green (unripe) and yellow (ripe) Cavendish bananas under cooling conditions, *128*, 46–52. <https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2013.12.010>
- Fabbri, A., Cevoli, C., Alessandrini, L., & Romani, S. (2011). Numerical modeling of heat and mass transfer during coffee roasting process. *Journal of Food Engineering*, *105*(2), 264–269. <https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2011.02.030>
- Farid, M. M. (2010). *Mathematical modeling of food processing*. Boca Raton, FL, USA: CRC Press.
- Fellows, P. J. (2017). *Food processing technology. Principles and practice* (4th ed.). Cambridge, MA, USA: Woodhead Publishing.
- Figura, L. O., & Teixeira, A. A. (2007). *Food physics: Physical properties – Measurement and applications*. New York, NY, USA: Springer.
- Geankoplis, C. J. (2006). *Procesos de transporte y principios de procesos de separación (Incluye operaciones unitarias)* (4a ed.). México: CECSA.
- Geomagic. (2018). Geomagic Design X. Release notes. 3D SYSTEMS, Inc.
- Goñi, S. M., Purlis, E., & Salvadori, V. O. (2007). Three-dimensional reconstruction of irregular foodstuffs. *Journal of Food Engineering*, *82*, 536–547. <https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2007.03.021>
- Goñi, S. M., Purlis, E., & Salvadori, V. O. (2008). Geometry modelling of food materials from magnetic resonance imaging. *Journal of Food Engineering Journal*, *88*, 561–567. <https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2008.03.020>
- Goñi, S. M., & Salvadori, V. O. (2010). Prediction of cooking times and weight losses during meat roasting. *Journal of Food Engineering*, *100*(1), 1–11. <https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2010.03.016>
- Gould, W. A. (1999). *Potato production, processing, and technology*. Timonium, Maryland, USA: CTI Publication, Inc.
- Hitzmann, B. (2017). *Measurement , modeling and automation in advanced food processing*. Germany: Springer.



- Holman, J. P. (2010). *Heat transfer* (10th ed.). New York, NY, USA: McGraw-Hill.
- Ibarz, A., & Barbosa, G. V. (2014). *Introduction to food process engineering*. Boca Raton, FL, USA: CRC Press.
- Kreith, F., Manglik, R. M., & Bohn, M. S. (2011). *Principles of heat transfer* (7th ed.). Stamford, CT, USA: Cengage Learning.
- Kutz, M. (2013). *Handbook of farm, dairy and food machinery engineering* (2nd ed.). Waltham, MA, USA: Academic Press.
- Lamberg, I., & Hallström, B. (1986). Thermal properties of potatoes and a computer simulation model of a blanching process. *Journal of Food Technology*, 21, 577–585.
- León, M. E., Villacorta, M. Y., & Pagador, S. E. (2011). Composición química de “oca” (*Oxalis tuberosa*), “arracacha” (*Arracaccia xanthorrhiza*) y “tarwi” (*Lupinus mutabilis*). Formulación de una mezcla base para productos alimenticios. *Revista Venezolana de Ciencia y Tecnología de Alimentos*, 2(2), 239–252.
- Lespinard, A. R., Goñi, S. M., Salgado, P. R., & Mascheroni, R. H. (2009). Experimental determination and modelling of size variation, heat transfer and quality indexes during mushroom blanching. *Journal of Food Engineering*, 92(1), 8–17. <https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2008.10.025>
- Menchú, M. T., & Méndez, H. (2007). *Tabla de composición de alimentos de centroamérica* (2a ed.). Guatemala: INCAP/OPS.
- Messler, R. W. (2014). *Reverse Engineering. Mechanisms, structures, systems & materials*. USA: McGraw-Hill.
- NTP 011.119. (2010). *PAPA Y DERIVADOS. Papa. definiciones y requisitos* (2a ed.). Lima, Perú: Comisión de Normalización y de Fiscalización de Barreras Comerciales No Arancelarias - INDECOPI.
- Özgül, Ö., & Kuzuoğlu, M. (2019). *MATLAB® - based finite element programming in electromagnetic modeling*. Boca Raton, FL, USA: CRC Press.
- Palazoğlu, K. (2006). Influence of convective heat transfer coefficient on the heating rate of materials with different thermal diffusivities. *Journal of Food Engineering*, 73,



290–296. <https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2005.08.033>

- Pepper, D. W., Kassab, A. J., & Divo, E. A. (2014). *An introduction to finite element, boundary element, and meshless methods. With applications to heat transfer and fluid flow*. New York, NY, USA: ASME Press.
- Pérez, A. (1997). Geometría descriptiva. Retrieved October 30, 2019, from [https://www.academia.edu/9324122/Geometria\\_descriptiva](https://www.academia.edu/9324122/Geometria_descriptiva)
- Pietilla, L., & Tapia, M. E. (1991). Investigaciones sobre Ulluco. In J. Seminario (Ed.), *Raíces Andinas: Contribuciones al conocimiento y a la capacitación. Serie: Conservación y uso de la biodiversidad de raíces y tubérculos andinos: Una década de investigación para el desarrollo (1993-2003) No. 6* (p. 112). Lima, Perú: Universidad Nacional de Cajamarca, Centro Internacional de la Papa, Agencia Suiza para el Desarrollo y la Cooperación.
- PIPS-RT. (2014a). Programa de investigación y proyección social en raíces y tuberosas de la Universidad Nacional Agraria - La Molina. Retrieved July 31, 2019, from <https://agronoticias.pe/alimentacion-y-salud/virtudes-nutricionales-y-terapeuticos-de-la-oca-y-olluco/>
- PIPS-RT. (2014b). Programa de investigación y proyección social en raíces y tuberosas de la Universidad Nacional Agraria - La Molina. Retrieved July 31, 2019, from <https://agronoticias.pe/alimentacion-y-salud/mashua-nera-raiz-andina-rica-en-antocianina/>
- Pletney, V. N. (2007). *Focus on food engineering research and developments*. New York, USA.
- Rao, M. A., Barnard, J., & Kenny, J. F. (1975). Thermal conductivity and thermal diffusivity of process variety squash and white potatoes. *Food Engineering Division of ASAE, 18*, 1188–1192.
- Rao, M. A., Rizvi, S. S. H., Datta, A. K., & Ahmed, J. (2014). *Engineering properties of foods* (4th ed.). Boca Raton, FL, USA: CRC Press.
- Rao, S. S. (2018). *The finite element method in engineering* (6th ed.). Cambridge, MA, USA: Butterworth-Heinemann.



- Reyes, M., Gómez, I., & Espinoza, C. (2013). *Tablas peruanas de composición de alimentos* (9a ed.). Lima, Perú: Ministerio de Salud, Instituto Nacional de Salud.
- Reyes, M., Gómez, I., Espinoza, C., Bravo, F., & Ganoza, L. (2009). *Tablas peruanas de composición de alimentos* (8a ed.). Lima, Perú: Ministerio de Salud, Instituto Nacional de Salud.
- Rezagah, M. E., Ishida, S., Tanaka, F., Hamanaka, D., & Uchino, T. (2013). Three-dimensional heat transfer modeling in Japanese Pears (*Pyrus pyrifolia*) during tempering. *Food Science and Technology Research*, *19*(5), 765–771. <https://doi.org/10.3136/fstr.19.765>
- Rezagah, M. E., Ishida, S., Tanaka, F., Uchino, T., Hamanaka, D., & Hikida, Y. (2014). Temperature dependency of gas diffusivity and skin Resistance of Japanese Pear ('Oushuu') based on the Fruit's true 3D geometry. *Food Science and Technology Research*, *20*(2), 247–253. <https://doi.org/10.3136/fstr.20.247>
- Sahin, S., & Gülüm, S. S. (2006). *Physical properties of foods*. New York, USA: Springer.
- Scheerlinck, N., Marquenie, D., Jancsó, P. T., Verboven, P., Moles, C. G., Banga, J. R., & Nicolai, B. M. (2004). A model-based approach to develop periodic thermal treatments for surface decontamination of strawberries. *Postharvest Biology and Technology*, *34*, 39–52. <https://doi.org/10.1016/j.postharvbio.2004.04.004>
- Singh, R. P., & Heldman, D. R. (2014). *Introduction to food engineering* (5th ed.). San Diego, CA, USA: Academic Press.
- Steel, R., & Torrie, J. (1980). *Principles and procedures of statistics. A biometrial approach* (2nd ed.). New York, USA: McGraw-Hill.
- Sullivan, D. (2016). *Sweet potato. Production, nutritional properties, and diseases*. New York, NY, USA: NOVA.
- Sun, D.-W. (2012). *Thermal food processing. New technologies and quality issues* (2nd ed.). Boca Raton, FL, USA: CRC Press.
- Sun, D.-W. (2016). *Computer vision technology for food quality evaluation* (2nd ed.). Cambridge, MA, USA: Academic Press.



- Tapia, M. E., & Fries, A. M. (2007). *Guía de campo de los cultivos andinos*. Lima, Perú: FAO y ANPE.
- Toledo, R. T., Singh, R. K., & Kong, F. (2018). *Fundamentals of food process engineering* (4th ed.). Athens, GA, USA: Springer.
- Uyar, R., & Erdoğan, F. (2009). Potential use of 3-dimensional scanners for food process modeling. *Journal of Food Engineering*, 93(3), 337–343. <https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2009.01.034>
- Uyar, R., & Erdoğan, F. (2012). Numerical Evaluation of Spherical Geometry Approximation for Heating and Cooling of Irregular Shaped Food Products. *Journal of Food Science*, 77(7), 166–175. <https://doi.org/10.1111/j.1750-3841.2012.02769.x>
- Vassilis, G. (1992). *Transport phenomena of foods and biological materials*. Boca Raton, FL, USA: CRC Press.
- Wang, W. (2011). *Reverse engineering. technology of reinvention*. Boca Raton, FL, USA: CRC Press.
- Yanniotis, S. (2008). *Solving problems in food engineering*. New York, NY, USA: Springer.
- Yıldız, A., Palazoğlu, K. T., & Erdoğan, F. (2007). Determination of heat and mass transfer parameters during frying of potato slices. *Journal of Food Engineering*, 79(1), 11–17. <https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2006.01.021>



## ANEXOS

- ANEXO 1. Los valores de peso, volumen medido y área superficial estimada de las muestras.
- ANEXO 2. Panel frontal de configuración en programa LabVIEW para obtener datos de registro de temperaturas
- ANEXO 3. Ejemplo de cálculo de composición proximal ponderada a partir del contenido de humedad.
- ANEXO 4. Propiedad del agua en función de la temperatura.
- ANEXO 5. Correlaciones de Choi y Okos (1985) para estimar propiedades de alimentos la conductividad térmica ( $k$ ), densidad ( $\rho$ ), calor específico ( $C_p$ ) con respecto a la composición y temperatura (0 a 150°C) de los alimentos.
- ANEXO 6. Ejemplo de cálculo del coeficiente convectivo de transferencia de calor ( $h$ ).
- ANEXO 7. Parámetros de caracterización de los alimentos evaluados.
- ANEXO 8. Parámetros calculados para determinar el coeficiente convectivo de transferencia de calor  $h$  para cada alimento evaluado.
- ANEXO 9. Interfaz gráfica de usuario en ventana de aplicación Agisoft PhotoScan con vista general.
- ANEXO 10. Interfaz gráfica de usuario en ventana de aplicación Geomagic Design X con vista general.
- ANEXO 11. Interfaz gráfica de usuario en ventana de aplicación COMSOL Multiphysics con vista general.
- ANEXO 12. Diagramas de simulación en la transferencia de calor 3D en papa cada 200 segundos.
- ANEXO 13. Diagramas de simulación en la transferencia de calor 3D en olluco cada 100 segundos.
- ANEXO 14. Diagramas de simulación en la transferencia de calor 3D en isaño cada 200 segundos.
- ANEXO 15. Diagramas de simulación en la transferencia de calor 3D en oca cada 180 segundos.
- ANEXO 16. Diagramas de simulación en la transferencia de calor 2D del corte plano longitudinal cada 100 segundos para muestras seleccionadas.
- ANEXO 17. Historial de temperaturas experimentales y simuladas durante el calentamiento de alimentos en centro térmico.