



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA ELÉCTRICA,
ELECTRÓNICA Y SISTEMAS
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA



**“DESARROLLO DE SISTEMA DE CONTROL PARA
PROTOTIPO DE ROBOT ANTROPOMÓRFICO”**

TESIS

PRESENTADA POR:

Bach. JUAN CARLOS ROMERO AGUIRRE

PARA OBTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:

INGENIERO ELECTRÓNICO

PUNO – PERÚ

2019



DEDICATORIA

A mis padres que siempre velaron por mi bienestar y salud, y en especial a mi madre que siempre estuvo apoyándome y dándome su constante apoyo. A mi familia que siempre están presentes con su apoyo.



AGRADECIMIENTOS

A mi familia por su apoyo eterno.

A mis docentes de universidad por sus enseñanzas.

A mi director asesor de tesis por su apoyo e igualmente al jurado de tesis por todas sus enseñanzas y consejos durante el desarrollo y elaboración de mi tesis.



ÍNDICE GENERAL

DEDICATORIA

AGRADECIMIENTOS

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE ACRÓNIMOS

RESUMEN 13

ABSTRACT..... 14

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA 17

1.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA..... 17

 1.2.1 Problema General 17

 1.2.2 Problema Especifico 17

1.3 HIPÓTESIS DE LA INVESTIGACIÓN..... 18

 1.3.1 Hipótesis General..... 18

 1.3.2 Hipótesis Especificas 18

1.4 JUSTIFICACIÓN DEL ESTUDIO 18

1.5 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN 19

 1.5.1 Objetivo General..... 19

 1.5.2 Objetivos Específicos 19

CAPITULO II

REVISIÓN DE LA LITERATURA

2.1 MARCO TEÓRICO 20

 2.1.1 Antecedentes 21

2.2 MARCO CONCEPTUAL 25

 2.2.1 Robótica 25

 2.2.2 Servomotores 48

 2.2.3 Controlador de servomotores PCA9685A 50

 2.2.4 Bluetooth..... 53

 2.2.5 Arduino 56

 2.2.6 Smartphone 61



2.2.7 Android	62
---------------------	----

CAPITULO III

MATERIALES Y MÉTODOS

3.1 UBICACIÓN GEOGRÁFICA DEL ESTUDIO.....	68
3.2 PERIODO DE DURACIÓN DEL ESTUDIO	69
3.2 PROCEDENCIA DEL MATERIAL UTILIZADO	70
3.4 POBLACIÓN Y MUESTRA DEL ESTUDIO.....	71
3.5 DISEÑO ESTADÍSTICO	71
3.6 PROCEDIMIENTO	72
3.7 VARIABLES	73
3.8 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS	74
3.8.1 Sistema de Control.....	74
3.8.2 Análisis Matemático	74
3.8.3 Análisis de Servomotores	78
3.8.4 Análisis de Estructura e Implementación	79
3.8.5 Análisis de Hardware de control.....	80
3.8.6 Análisis de Programación	84
3.8.7 Análisis de datos finales	87

CAPITULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 RESULTADOS	89
4.1.1 Resultados de Análisis Matemático.....	89
4.1.2 Resultados de Análisis de Servomotores	92
4.1.3 Resultados de Estructura e Implementación	95
4.1.4 Resultados de Hardware de control	96
4.1.5 Resultados de Programación.....	97
4.1.5 Resultados de porcentaje de error	99
4.1.6 Comparación de control Joystick-Desktop-Smartphone	100
4.2 DISCUSIÓN	101
V. CONCLUSIONES.....	102
VI. RECOMENDACIONES	103
VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	104
ANEXOS.....	107
ANEXO 1.....	107



ANEXO 2.....	149
ANEXO 3.....	161
ANEXO 4.....	196
ANEXO 5.....	197

Tema: Robotica

Area: Automatización e instrumentación

FECHA DE SUSTENTACIÓN: 17 de octubre del 2019



ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1: Componentes de un robot manipulador	26
Figura 2.2: Tipos de articulaciones	28
Figura 2.3: Robot cartesiano PPP	28
Figura 2.4: Robot cilíndrico RPP	29
Figura 2.5: Robot manipulador esférico	29
Figura 2.6: Robot SCARA	30
Figura 2.7: Robot antropomórfico.....	30
Figura 2.8: Cinemática Directa e Inversa	31
Figura 2.9: Marcos Ortonormales.....	33
Figura 2.10: Parámetros Denavit-Hartenberg.....	34
Figura 2.11: Sistema cartesiano base.....	36
Figura 2.12: Rotación del cuerpo base	40
Figura 2.13: Cadena cinemática	44
Figura 2.14: Asignación de parámetros DH	45
Figura 2.15: Servomotor sistema.....	48
Figura 2.16: Interior de Servomotor	49
Figura 2.17: PWM	50
Figura 2.18: PCA9685A.....	50
Figura 2.19: PCA9685 Project	51
Figura 2.20: PCA9685 conexión a servomotores.....	51
Figura 2.21: Conexión de más módulos PCA9685	52
Figura 2.22: Bluetooth Logo	53
Figura 2.23: Dispositivos con Bluetooth.....	54
Figura 2.24: Modulo Bluetooth HC05.....	55



Figura 2.25: Arduino	57
Figura 2.26: Arduino y periféricos	57
Figura 2.27: Arduino IDE.....	58
Figura 2.28: Arduino UNO.....	58
Figura 2.29: Arduino UNO Pines	59
Figura 2.30: Arduino MEGA2560	60
Figura 2.31: Evolución del Teléfono Móvil	61
Figura 2.32: Ericsson GS88.....	61
Figura 2.33: Samsung foldable phone	62
Figura 2.34: Android	63
Figura 2.35: Android en el mundo	66
Figura 2.36: App Inventor	66
Figura 2.37: Entorno de desarrollo App Inventor	67
Figura 3.1: Ubicación Geográfica Puno	68
Figura 3.2: Ubicación Geográfica UNA-PUNO	68
Figura 3.3: Procedimiento	72
Figura 3.4: Entrada de Datos Cinemática Directa 5GDL.....	75
Figura 3.5: Resultados de datos de salida 5GDL	75
Figura 3.6: Datos de salida Cinemática Directa 5GDL.....	75
Figura 3.7: Resultados Análisis Matemático Cinemática Inversa 5GDL.....	76
Figura 3.8: Entrada de datos Cinemática Directa 6GDL.....	76
Figura 3.9: Resultados de datos de salida 6GDL	77
Figura 3.10: Datos de salida Cinemática Directa 6GDL.....	77
Figura 3.11: Resultados Análisis Matemático Cinemática Inversa 6GDL.....	77
Figura 3.12: Servomotor ROBSG	78



Figura 3.13: Medición de robot	79
Figura 3.14: Medición de eslabones	79
Figura 3.15: Servomotor y disco de acople	80
Figura 3.16: Estructuras metalicas para robot	80
Figura 3.17: Modulos PCA9685.....	81
Figura 3.18: Conexión de 7 servomotores a PCA9685	81
Figura 3.19: Arduino Uno y robot 5GDL.....	82
Figura 3.20: Arduino Mega 2560 y robot 6GDL	82
Figura 3.21: LCD en hardware implementado	83
Figura 3.22: modulo ESP8266	83
Figura 3.23: Programa en Python.....	84
Figura 3.24: Inicio de APK	84
Figura 3.25: Diseño de APK.....	85
Figura 3.26: Programación de APK	85
Figura 3.27: Programacion - bloques APK	86
Figura 3.28: Programa de Arduino	86
Figura 3.29: Medición Papelote	87
Figura 3.37: Gráfico para angulos en papelote.....	87
Figura 4.1: Implementación de Robot 5GDL.....	95
Figura 4.2: Implementación de Robot de 6GDL	95
Figura 4.3: Implementacion de Robot 5GDL y 6GDL.....	95
Figura 4.4: Hardware robot 5GDL y 6GDL	96
Figura 4.5: Diagrama de conexión.....	96
Figura 4.6 Menú de Robot de 5GDL y 6GDL.....	97
Figura 4.7 Control Manual de Robot 5GDL y 6GDL	97



Figura 4.8 Cinematica en Interfaz de Usuario	98
Figura A.1: Asignación de ángulos para robot de 5GDL.....	107
Figura A.2: Asignación de planos cartesianos para robot de 5GDL	107
Figura A.3: Variables de robot de 5GDL	108
Figura A.4: Análisis de C.I. 5GDL.....	114
Figura A.5: Vista de arriba	114
Figura A.6: Vista superior	115
Figura A.7: Vista Horizontal	115
Figura A.8: Asignación de ángulos	115
Figura A.9: Grafica de Wrist.....	116
Figura A.10: Ángulos de robot de 6GDL	125
Figura A.11: Asignación de planos cartesianos 6GDL	125
Figura A.12: Variación en el cuarto plano	126
Figura A.13: 6GDL Variables	127
Figura A.14: Grafica 6GDL primeras articulaciones	133
Figura A.15: Vista de arriba	133
Figura A.16: Colocación de valor “r”.....	134
Figura A.17: Vista horizontal	134
Figura A.18: Asignación de ángulos	134
Figura A.19: Grafica de Wrist 6GDL.....	135



ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1: Bluetooth Potencia.....	54
Tabla 2.2: Versiones de Bluetooth.....	55
Tabla 2.3: Especificaciones Técnicas Arduino Mega.....	60
Tabla 3.1: Periodo de duración de estudio.....	69
Tabla 3.2: Procedencia del material utilizado.....	70
Tabla 4.1: Análisis de límites de servomotores	92
Tabla 4.2: Rango de movimiento de Articulaciones 5GDL	93
Tabla 4.3: Dimensiones de Articulaciones 5GDL	93
Tabla 4.4: Rango de movimiento de Articulaciones 6GDL	94
Tabla 4.5: Dimensiones de Articulaciones 6GDL	94
Tabla 4.7: Resultados de error en robot 5GDL.....	99
Tabla 4.8: Resultados de error robot 6GDL	99
Tabla 4.9: Comparación de modos de control	100
Tabla A.1: Parámetros Denavit-hartenberg para robot de 5GDL.....	112
Tabla A.2: Parámetros Denavit-hartenberg 6GDL	131



ÍNDICE DE ACRÓNIMOS

APK: Android Application Package

CD: Cinematica Directa

CI: Cinematica Inversa

DOF: Degrees of freedom

GDL: Grados de Libertad

MTH: Matriz de transformación homogenea

PWM: Pulse-Width Modulation

IDE: Integrated Development Environment



RESUMEN

En la actualidad, la robótica es de gran importancia y los robots industriales antropomórficos son indispensables en diversas industrias ya que brindan un trabajo de alta calidad por su eficacia y precisión. Este proyecto de tesis tuvo por finalidad la implementación de un prototipo de robot antropomórfico de bajo costo de 5 y 6 grados de libertad, el desarrollo de sistema de control, el análisis matemático detallado de Cinemática directa e Inversa, análisis de velocidad, el desarrollo de un APK para el control del robot y su comparación de control de esta APK con el control manual por joystick y el control por medio de una computadora de escritorio; este trabajo tiene la intención de facilitar la información para el desarrollo e implementación de proyectos de robótica industrial para estudiantes de primeros semestres y con esto lograr que utilicen la robótica industrial en cada fase de su estudio. Los materiales utilizados para el proyecto fueron: Arduino Mega, módulo PCA9685, modulo bluetooth HC05 y otros módulos que son accesibles económicamente para un estudiante. Se tuvieron resultados satisfactorios con un margen de error muy bajo. La Apk nos brinda grandes ventajas al ser portable, el trabajo en esta es necesario para desarrollar librerías y otro tipo de código de programación para su mejora.

Palabras Clave: Robot Antropomórfico, Robótica, Control, Android.



ABSTRACT

Nowadays, robotic is really important and anthropomorphic industrial robots are totally necessary in the majority of the industries because this kind of robots gives high quality due to their efficacy and precision. This thesis project has the finality the implementation of a prototype of an anthropomorphic robot of 5 and 6 degrees of freedom and also build them with a low cost, the development of the control system, detailed resolution of mathematic analysis of direct and inverse kinematics, speed analysis, the development of an APK to control the robot and see which kind of control is the best, the manual control, the computer control or the APK built to control the robot, all this work has finally the intention to give all this information to electronic students that are starting their studies, and they could use this to increase their knowledge of industrial robotic since their first steps. The material that was used for the project are: Arduino Mega, PCA9685 module, Bluetooth HC05 module and other devices detailed in this work. It was obtained great results, being the error position less than 3% in the final position of the robot. The portability of the Apk give us great advantages, the study must continue to develop libraries and othe program codes to make a better Apk.

Key Words: Anthropomorphic Robot, Robotic, Control, Android.



CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

La tecnología avanza a grandes pasos y la robótica es indispensable en todo tipo de industrias, laboratorios químicos y electrónicos en los cuales es de gran importancia el uso de robots antropomórficos para diversos trabajos que no pueden ser realizados por una persona ya que superan sus capacidades, como para mover objetos pesados, la manipulación de sustancias tóxicas y otros trabajos peligrosos para una persona. De igual modo el desarrollo de tecnología móvil en Smartphones avanza a grandes pasos y con esto, el desarrollo de aplicaciones para el control o monitoreo de procesos y trabajos está en crecimiento.

En la carrera profesional de Ingeniería Electrónica de la Universidad Nacional del Altiplano – Puno, el estudio de robótica se lleva en el último año, su estudio es superficial y básico ya que solo se lleva un curso de este y no llegan a ser desarrollados proyectos de robótica industrial. Sabiendo que la robótica industrial es muy importante y el hecho que, si se tuvieran proyectos de robótica industrial siendo desarrollados desde el inicio de la carrera de Electrónica, para finales de carrera, habiendo pasado por diversos cursos de matemática, programación y otros, se tendrían grandes proyectos específicos de robótica industrial. Teniendo este problema, se plantea el desarrollo completo del sistema de control para un robot antropomórfico industrial.

El desarrollo de esta tesis tomo en cuenta el desarrollo de una APK para el control del robot y se hizo la comparación de fiabilidad, precisión, flexibilidad, eficiencia y seguridad frente a los modos de control por medio manual con joystick y remoto con un computador. Se brinda el desarrollo del análisis matemático detallado de los robots antropomórficos industriales más importantes, los cuales son el de 5 y 6 grados de libertad. Se utiliza el método geométrico para el fácil entendimiento de estudiantes de



electrónica de primeros semestres. De igual forma se desarrolló todo el sistema de control para estos robots, dando la programación y hardware para el control por medio manual con joystick, remoto con una computadora utilizando Python y Arduino IDE, el desarrollo de una APK por APP INVENTOR 2 ya que brinda la gran ventaja de no necesitar la instalación de un software para la programación y se puede acceder por cualquier dispositivo solo teniendo una cuenta en Google. Se tuvieron resultados satisfactorios con un margen pequeño de error debido a la estructura física del prototipo y se concluyó que la portabilidad de la Apk en Smartphones es la mejor ventaja frente a los otros medios de control. El desarrollo específico centrado solo a la programación de la APK es necesaria ya que esta tiene un gran futuro.

EL CAPITULO I contiene todo lo referente al problema, hipótesis, justificación y objetivos de la investigación.

EL CAPITULO II muestra el marco teórico y conceptual. Aquí se definen conceptos de robótica, comunicación bluetooth, Arduino, Android y otros relacionados a la investigación.

EL CAPITULO III muestra los materiales y metodología de investigación, así como también los procedimientos realizados, las variables y el análisis de resultados.

EL CAPITULO IV contiene los resultados y la discusión de la Investigación.

El desarrollo detallado del análisis matemático o modelado matemático, programación, y otros datos referentes a la investigación se encuentran en los Anexos.



1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La robótica industrial es de gran importancia para una gran variedad de trabajos industriales y en el Perú muy pocas empresas apuestan por tener robots industriales ya que estos tienen un alto costo y la falta de información de lo que podrían lograr teniendo estas maquinarias hace que el tema sea puesto a un lado. En la carrera de Ingeniería Electrónica de la Universidad Nacional del Altiplano Puno, el curso de robótica se lleva en el último año y solo por un semestre con lo que el estudio que se tiene sobre robótica es muy básico y superficial. Los libros de robótica pueden ser complicados para estudiantes de primeros semestres con lo cual el sistema de control de un robot antropomórfico es difícil de entender y esto hace que sea necesario pasar por varios semestres para que puedan lograr entender este curso. El avance de la tecnología también nos mostró que con celulares inteligentes o Smartphones se puede monitorear y controlar cualquier artefacto electrónico nos da la interrogante si es confiable su utilización para la robótica industrial. Si se tiene este estudio mostrando detalladamente todo, estudiantes de primeros semestres podrían utilizarlo para desarrollar diversos proyectos de robótica industrial desde el inicio de su estudio en electrónica y a final de carrera implementar proyectos de procesos industriales y así mostrar a la sociedad que se debe apostar por la robótica industrial.

1.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

1.2.1 Problema General

- ¿Se podrá desarrollar un sistema de control para el prototipo de robot antropomórfico?

1.2.2 Problema Específico

- ¿Se podrá desarrollar el análisis matemático para la Cinemática Directa e Inversa de un robot antropomórfico de 5 y 6 grados de libertad?



- ¿Será posible desarrollar un APK para controlar el prototipo de robot antropomórfico de 5 y 6 grados de libertad?
- ¿Será posible implementar un prototipo de robot antropomórfico de 5 y 6 grados de libertad?

1.3 HIPÓTESIS DE LA INVESTIGACIÓN

1.3.1 Hipótesis General

- Un APK será la mejor opción para el desarrollo de un sistema de control de un prototipo de robot antropomórfico frente a un sistema de control manual o por una computadora de escritorio.

1.3.2 Hipótesis Específicas

- El desarrollo del análisis matemático para la Cinemática Directa e Inversa de un robot antropomórfico de 5 y 6 grados de libertad permitirá el control correcto y preciso del robot.
- El desarrollo de un APK para controlar el prototipo de robot antropomórfico de 5 y 6 grados de libertad tendrá mayores ventajas al desarrollo de una interfaz de computadora o control manual del robot.
- Se implementará un prototipo de robot antropomórfico de 5 y 6 grados de libertad de bajo costo.

1.4 JUSTIFICACIÓN DEL ESTUDIO

Es importante dar un análisis matemático detallado de los robots de 5 y 6 grados de libertad ya que son los más importantes y más utilizados en la robótica industrial con esto también puede ser entendido y se pueden realizar cambios o variaciones de movimiento. El sistema de control de robots antropomórficos mayormente es por medio de una computadora de escritorio y en otros casos el robot cuenta con un dispositivo externo de control. En la actualidad todo control doméstico electrónico es por medio de



un Smartphone, todo está siendo monitoreado por teléfonos inteligentes y el desarrollo de Apk está en crecimiento para todas estas nuevas necesidades. El desarrollo de un APK para un robot antropomórfico brindara ventajas de controlar el proyecto a distancia y sin ningún tipo de conexión física. Es necesario saber si el control por una APK tiene más ventajas que el control de procesos de un computador de escritorio o por el control manual por un joystick. Es importante también que todo el desarrollo e implementación de este proyecto tenga un bajo costo.

1.5 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

1.5.1 OBJETIVO GENERAL

- Desarrollar un sistema de control para prototipo de robot antropomórfico.

1.5.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Desarrollo de análisis matemático para la Cinemática Directa e Inversa de un robot antropomórfico de 5 y 6 grados de libertad.
- Desarrollo de APK para controlar prototipo de robot antropomórfico de 5 y 6 grados de libertad.
- Implementar un prototipo de robot antropomórfico de 5 y 6 grados de libertad.



CAPITULO II

REVISIÓN DE LA LITERATURA

2.1 MARCO TEÓRICO

Décadas atrás, la necesidad de mejorar la calidad, productividad, seguridad, precisión y flexibilidad en los procesos de manufacturación fueron las razones para que se desarrollen los robots industriales. Los primeros usos de estos robots industriales eran para procesos repetitivos que no necesitaban de precisión, tareas relativamente simples como el movimiento de materiales, trabajo de pintura y soldadura. En la actualidad estas tareas aún son realizadas normalmente solo que los robots industriales son modernos y contienen diferentes tipos de sensores, motores de mejor precisión, calidad de estructura y estos dan la máxima calidad de trabajo. Las industrias que tienen mayor uso de robots antropomórficos industriales son compañías de construcción y ensamblado de autos. El uso de robots antropomórficos o manipuladores es usado no solo en el campo de la industria, es usado en laboratorios donde usan sustancias peligrosas que no pueden ser manipuladas por personas o que tienen un alto rango toxico el cual no debe estar en el mismo ambiente que una persona, la nasa también utiliza estos robots para manipular cosas en el espacio, igualmente otras instituciones que hacen investigaciones en el fondo de océanos y lagos utilizan estos robots. El uso de este robot manipulador es de mucha importancia y la necesidad de este va creciendo, su estudio es de gran importancia.

El desarrollo de este proyecto requiere de los conocimientos de:

- Mecánica: Para la selección de material, piezas de ensamblaje, tamaño de accionadores de movimiento, montaje de estructura, etc.
- Matemática: Análisis de modelado matemático de cinemática directa e inversa, velocidad, fuerza, dinámica, etc.



- Electrónica: Módulos de control, conexión, potencia, alimentación, visualización, sensores, etc.
- Sistemas e Informática: Desarrollo de código de programación, Interfaz de usuario, código de corrección de errores, librerías, etc.

Cada área mostrada debe ser estudiada con detalle buscando la mejora del robot para que tenga máxima precisión y sea fiable en cualquier tarea.

2.1.1 Antecedentes

Internacionales

André D Sorensen presenta su Master's Thesis "DEVELOPMENT AND ANALYSIS OF CUSTOM-MADE ROBOTIC ARM FOR FEMUR BONE SURGERY" al Departamento de Informática en la Universidad de Oslo el año 2017. Realiza un gran trabajo en la exploración del uso de brazos robóticos antropomórficos para el uso en cirugías y tratamientos de fracturas del fémur. Demuestra que la precisión del robot es confiable y mejor que una persona al hacer el trabajo de taladrar el hueso para la insertar tornillos y accesorios metálicos a la fractura del fémur. Como conclusión se tiene que robots de alta precisión son totalmente confiables para este tipo de trabajos quirúrgicos.

Xuhao Wang, Dawei Zhang, and Chen Zhao presentan en su artículo de investigación "INVERSE KINEMATICS OF A 7R 6-DOF ROBOT WITH NONSPHERICAL WRIST BASED ON TRANSFORMATION INTO THE 6R ROBOT" a Hindawi – Mathematical Problems in Engineering el año 2017 presentan el análisis de diseño del robot, planeación de trayectoria y el análisis de la dinámica. El desarrollo de un robot 7R 6-DOF porque tiene mayores ventajas al no tener el robot una muñeca esférica como articulaciones finales. La preferencia de este modelo es para los trabajos de pintado por spray. El estudio es enfocado en el desarrollo de la cinemática inversa de este robot con el método DLS. Como conclusión, en las simulaciones que se



obtuvieron el error es menor al 0.0001 en los grados de movimiento probando ser totalmente eficiente.

A. E. Solyman, M. R. Roman, A. B. Keshk y K. A. Sharshar presentan su trabajo “DESIGN AND SIMULATION OF 5-DOF VISION-BASED MANIPULATOR TO INCREASE RADIATION SAFETY FOR INDUSTRIAL COBALT-60 IRRADIATORS” a Arab Journal of Nuclear Science and Applications, 46(3), (250-261) el año 2016. Desarrollaron e implementaron un brazo que recoge capsulas de cobalto de alta radiación. El desarrollo de programación, control y calibración de la cámara fue hecho en Matlab Simulink. Con su proyecto aseguran la seguridad en trabajos donde existe alta radiación.

Muhammad Bilal, Muhammad Osama Khan, Awais Mughal y Noman Ali presentan su trabajo de tesis “DESIGN AND CONTROL OF 6 DOF ROBOTIC MANIPULATOR” a University of Engineering and Technology – LAHORE para la obtención del grado de B.Sc. Mechatronics & Control Engineering el año 2018. Realizan el desarrollo de un robot de 6 grados de libertad con el control de PID para la precisión de los motores de corriente continua. El trabajo que muestran es la tarea de levantamiento y colocación de piezas.

S. Gómez, Sánchez, J. Zarama, M. Castañeda Ramos, J. Escoto Alcántar, J. Torres, A. Núñez, S. Santana, F. Nájera, J. A. Lopez presentan su artículo “DESIGN OF A 4-DOF ROBOT MANIPULATOR WITH OPTIMIZED ALGORITHM FOR INVERSE KINEMATICS” en World Academy of Science, Engineering and Technology – International Journal of Mechanical and Mechatronics Engineering en el Volumen 9, N°6 el año 2015 realizan el modelo matemático de la cinemática directa e inversa de un robot manipulador de 4 grados de libertad el cual tiene como efector final un soldador; el



trabajo más importante que hacen es el desarrollar un algoritmo optimizado para la obtención de valores de la cinemática inversa en un corto tiempo.

Hernández Torres Luis Román en su proyecto de tesis “DISEÑO Y CONTROL DE UN BRAZO ROBÓTICO DE 3 GRADOS DE LIBERTAD” para la obtención de título de Ingeniero Eléctrico y Electrónico en la Universidad Nacional Autónoma de México el año 2015 realiza el desarrollo del análisis matemático de la cinemática directa e indirecta con la implementación de control PID, también la implementación del seguimiento de trayectoria circular y trayectoria mediante parametrización.

Nacionales

Para la obtención del grado de Magister en Ingeniería Mecatrónica el Ing. Willy Eduardo Carrera Soria presenta su trabajo “DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DEL SUBSISTEMA ELECTRÓNICO PARA EL CONTROL DE UN BRAZO ROBOT DE 5GDL” en la Pontificia Universidad Católica del Perú en el año 2015 realizando un gran trabajo de selección de motores, excitadores y sensores de posición; diseño e implemento un controlador maestro y 5 controladores esclavos. Para el control diseño una Interfaz con el programa Visual Basic. Para los resultados finales de posición obtuvo errores muy pequeños en todo su trabajo, siendo las pruebas erróneas menores al 1.1% en un trabajo de un millón de pruebas.

Carlos Andrés Soto Bravo en su tesis “BRAZO ROBÓTICO DE 5GDL CON SISTEMA DE CONTROL MODIFICABLE POR EL USUARIO PARA FINES DE INVESTIGACIÓN EN INGENIERÍA ROBÓTICA” para la obtención de su título como Ingeniero Mecatrónico en el año 2015 realiza un gran trabajo mostrando todo el análisis cinemático y dinámico del robot realizado, de igual forma muestra el análisis mecánico de piezas del robot y los planos; obtuvo buenos resultados en la seguridad el proyecto realizado y permitió que el usuario pueda colocar diferentes ecuaciones para el control.



En conclusión, el trabajo es educacional y de investigación el cual permite entender al lector entender todo su trabajo de manera sencilla.

Paul David Álvarez Herrera presenta su tesis “DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN BRAZO ROBOT PARA EL TRAZADO DE DIAGRAMAS” en la Universidad Nacional de Trujillo para la obtención título profesional de Ingeniero Mecatrónico el año 2014. Implemento y controlo un brazo robot de 2 grados de libertad con efector final un lápiz, el sistema de control lo desarrollo en Matlab. El prototipo que desarrollo tiene un bajo costo de S/. 150.

Locales

Victor Raúl Quispe Roncalla y Ricardo German Escobedo Gil presentaron su tesis “DESARROLLO E IMPLEMENTACIÓN DE UN MÓDULO DE ENTRENAMIENTO DE BRAZO ROBÓTICO DE CINCO GRADOS DE LIBERTAD MONITORIZADO MEDIANTE REDES ZIGBEE” en la Universidad Nacional del Altiplano – Puno en el año 2014 para la obtención del título de Ingeniero Electrónico. El desarrollaron e implementaron un robot de 5 grados de libertad que realice la tarea de paletización, el control fue por medio de una interfaz que permita el monitoreo por redes Zigbee. Como conclusiones se tiene que la teleoperación de estos robots es necesaria ya que existen trabajos que son peligrosos para el ser humano.

Moya Apaza Kevin Junior presenta su tesis “IMPLEMENTACIÓN DE UN BRAZO MANIPULADOR DE 5 G.D.L. PARA LA OPERACIÓN DE REMACHADO” en la Universidad Andina Néstor Cáceres Velásquez para la obtención de su título como Ingeniero Mecatrónico el año 2018. Utiliza la librería Robotic Toolbox de Matlab para el control y simulación de su robot, el cual está enfocado en el trabajo de remaches. Como resultado, por cada remache el robot se demora 62.5s aproximadamente.



2.2 MARCO CONCEPTUAL

2.2.1 Robótica

La robótica es un área multidisciplinaria la cual necesita del conocimiento de matemática, física, computación, programación, electrotecnia y otros. Uno de los temas que más se desarrollan e investigan en robótica es el desarrollo y control de robots manipuladores o antropomórficos, los cuales están diseñados para diferentes aplicaciones industriales. Compañías industriales muy importantes que construyen estos robots antropomórficos son KUKA, ABB, EPSON, FANUC y otros. Estas compañías desarrollan diferentes tipos de robots manipuladores para diferentes aplicaciones industriales, los más populares serían los que hacen trabajo de transporte, soldadura y pintado. En la actualidad el desarrollo de estos robots es aún mayor ya que se busca mayor precisión y confiabilidad y el rango de trabajos de estos robots crece cada vez.

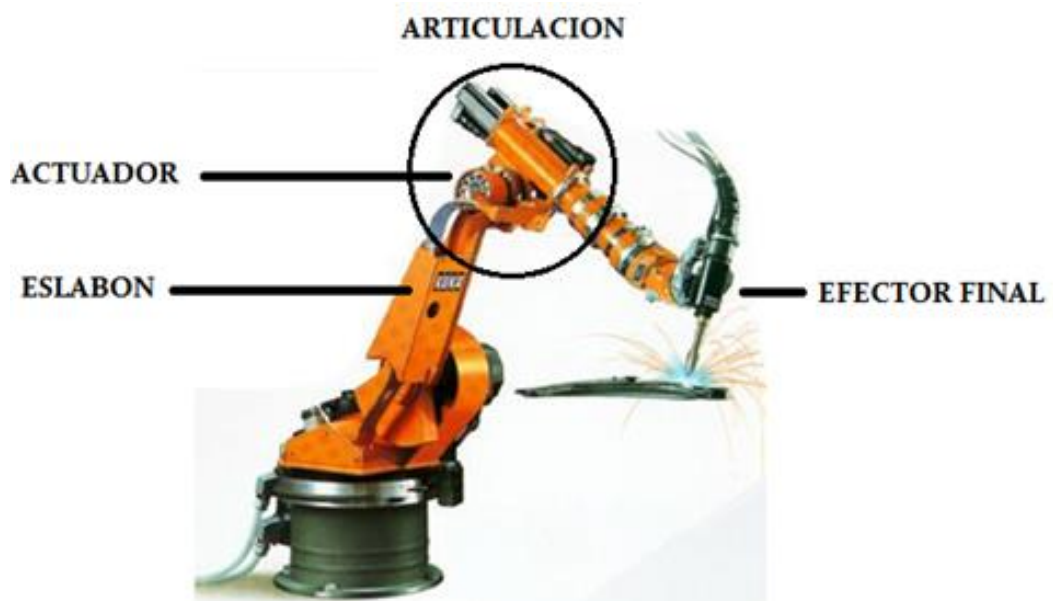
Para la implementación y construcción de robots manipuladores se deben de tomar en cuenta varios factores, desde la estructura mecánica hasta la interface de usuario. Para la parte mecánica se debe de tomar en cuenta que longitud se desea que alcance el robot, el material de los eslabones y otros, en el caso del control si será controlado manualmente o remotamente, que partes electrónicas a usar, que software se utilizara para el desarrollo de interfaz de usuario a la vez es de importancia si se realizara un robot tradicional o un robot de transmisión directa. Para el desarrollo de robots tradicionales se usan engranes que amplifican la capacidad de los motores y esto a la vez reduce la velocidad rotacional del motor. Una gran desventaja de estos robots tradicionales es que tiene problemas de fricción entre los engranajes. Durante este proceso los engranajes de deterioran y esto nos da como resultado errores de posicionamiento y deterioro del robot. Teniendo este resultado se opta desarrollar un robot de transmisión directa el cual ha desplazado y deja obsoleto al desarrollo de robots tradicionales. La transmisión directa evita las pérdidas de

energía ya que el servomotor funciona como fuente ideal de par, el rotor del motor está directamente acoplado al eslabón y con esto casi se elimina el fenómeno de fricción.

Los robots antropomórficos tienen “n” grados de libertad o articulaciones, la base puede ser fija o móvil. A continuación, se muestran las partes del robot antropomórfico:

- Articulaciones: unión de los eslabones o links.
- Efector final: herramienta que se instala al extremo final del robot para realizar una tarea. Suele ser utilizado una pinza para el movimiento o traslado de objetos, una manguera que permite pintar, etc.
- Actuadores: dispositivo encargado de producir la potencia mecánica que moverá los eslabones. Son: Motores eléctricos, neumáticos, hidráulicos, motores dc, servomotores.

Figura 2.1: Componentes de un robot manipulador



Fuente: Google Images



2.2.1.1 Clasificación de los Robots

(González Rodríguez Araceli, Pineda Ortega Manuel y Soberanes Leal Dely Madai. Seguimiento Adaptivo de Trayectorias con Convergencia en Tiempo Finito de un Robot Antropomórfico Virtual de Tres grados de Libertad. Tesis. 2007). Los robots industriales según AFRI (Asociación Francesa de Robótica Industrial) se clasifican en:

- Tipo A: robot manipulador con control manual.
- Tipo B: robot manipulador automático con ciclos preajustados, el accionamiento es neumático, eléctrico o hidráulico.
- Tipo C: robot manipulador programable con trayectoria continua punto a punto. Este robot carece de conocimientos de entorno.
- Tipo D: robot manipulador capaz de adquirir datos del entorno, adaptando sus movimientos en función de los obstáculos.

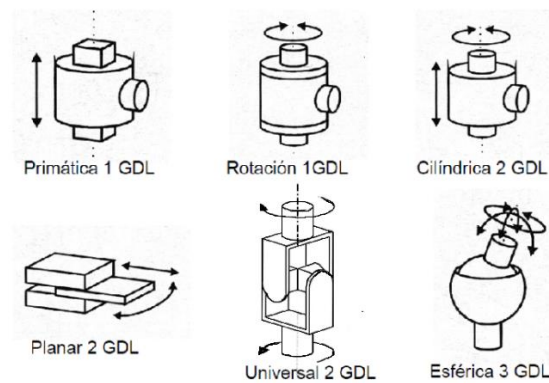
Se tiene la clasificación según su aprendizaje:

- Robots Manuales: los movimientos del robot son controlados directamente por el usuario.
- Robots Autónomos de secuencia fija y variable: Se pueden gobernar los movimientos de los elementos de forma autónoma pero no es posible alterar las operaciones o sus secuencias a excepción de robots autónomos de secuencia fija en el cual si es posible.
- Robots programables: son programados para memorizar secuencias de movimientos y repetirlos indefinidamente.
- Robots inteligentes: pueden analizar su entorno de trabajo y reaccionar según los obstáculos que tenga, para ello requiere sensores, programas de seguimiento de trayectoria, reconocimiento de imágenes, etc.

2.2.1.2 Morfología de Robots Manipuladores

- Eslabones: son las partes rígidas que conforman el manipulador, estas separan una cierta cantidad las articulaciones.
- Articulaciones: permiten el movimiento de los eslabones. Las articulaciones pueden ser rotativas o prismáticas. El número de articulaciones determina los grados de libertad (DOF – Degrees Of Freedom).

Figura 2.2: Tipos de articulaciones



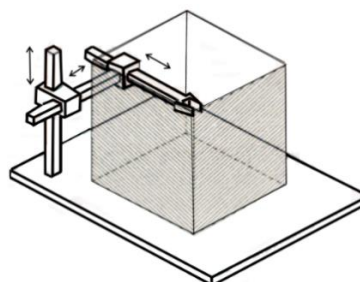
Fuente: Fundamentos de Robótica (Barrientos y Balaguer)

2.2.1.3 Configuraciones de Robots Manipuladores:

Siguiendo el trabajo de Gonzáles-Pineda et al. (2007). Se tienen:

- Cartesiano: Configuración PPP. Robot de articulaciones prismáticas, el movimiento es lineal y los ejes son perpendiculares. El control es simple, pero necesitan de un espacio de trabajo grande.

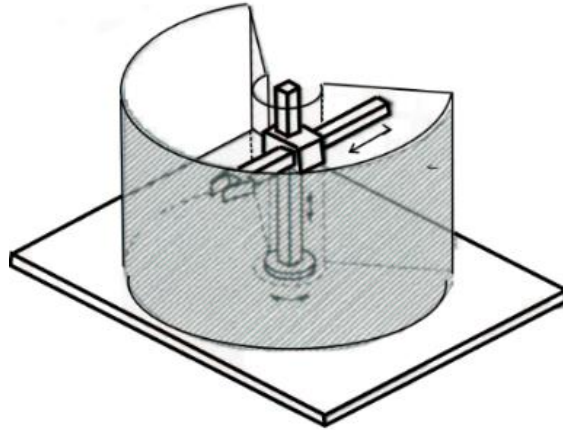
Figura 2.3: Robot cartesiano PPP



Fuente: Tesis de Gonzales Rodríguez, Pineda Ortega y Soberanes Leal

- Cilíndrico: Configuración RPP. La base es rotatoria y las siguientes articulaciones son prismáticas. El espacio de trabajo que utiliza es cilíndrico.

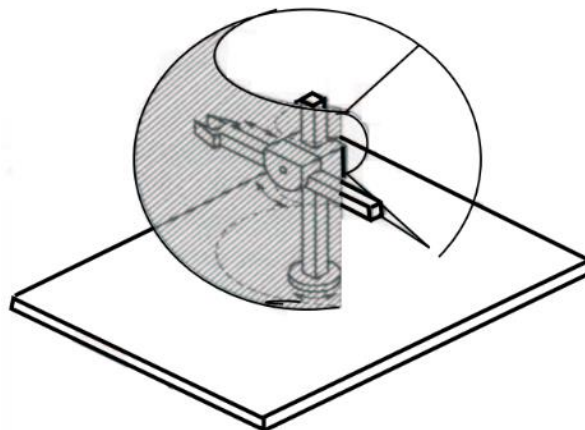
Figura 2.4: Robot cilíndrico RPP



Fuente: Tesis de Gonzales Rodríguez, Pineda Ortega y Soberanes Leal

- Polar o esférico: Configuración RRP. Las primeras articulaciones son rotacionales y la última prismática.

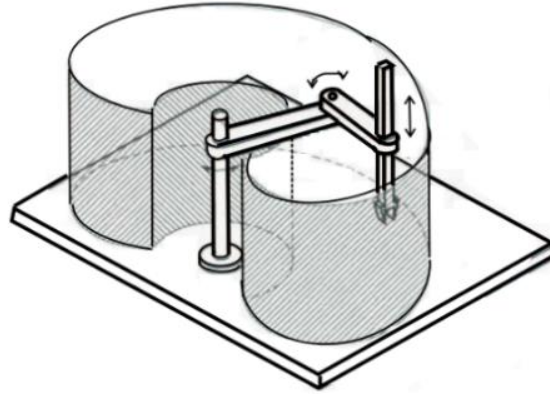
Figura 2.5: Robot manipulador esférico



Fuente: Tesis de Gonzales Rodríguez, Pineda Ortega y Soberanes Leal

- Robot SCARA (Selective Compliance Assembly Robot Arm): es una combinación de las configuraciones de revolución y cilíndrica.

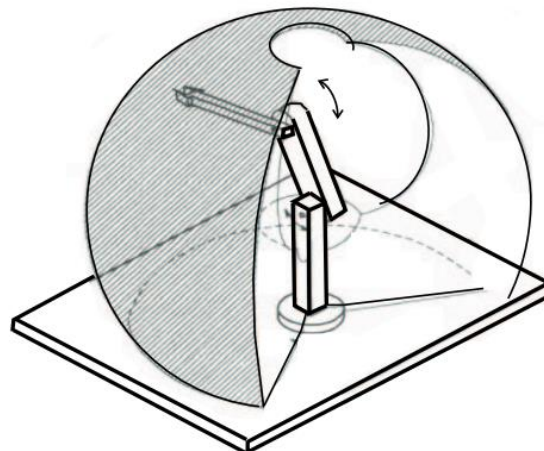
Figura 2.6: Robot SCARA



Fuente: Tesis de Gonzales Rodríguez, Pineda Ortega y Soberanes Leal

- Robot Articulado: Configuración RRR. Es el que se asemeja al brazo humano, de ahí se le llama antropomórfico. Ya que todas sus articulaciones son rotacionales presentan deficiencias en compensación de cargas e inercias de rotación.

Figura 2.7: Robot antropomórfico.



Fuente: Tesis de Gonzales Rodríguez, Pineda Ortega y Soberanes Leal

2.2.1.4 Cinemática de robots manipuladores

Estudia analíticamente la geometría del movimiento con respecto a las coordenadas que se fijan en cada articulación, sin considerar las fuerzas que originan el movimiento. Se realiza el análisis del desplazamiento espacial del robot.

Para el análisis matemático de la cinemática se requiere identificar la cadena cinemática del robot, luego trazar los marcos ortonormales por articulación. El método más usado para obtener los parámetros es el método Denavit-Hartenberg, con el cual se pueden obtener las matrices elementales del robot y conseguir una matriz de transformación homogénea la cual nos brinda la matriz de rotación y posición.

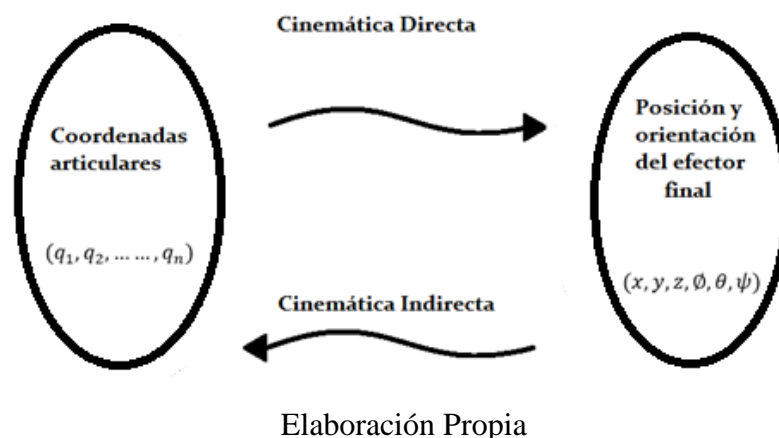
2.2.1.5 Cinemática directa

Se conoce los ángulos de las articulaciones, parámetros geométricos del elemento y se desea conocer la orientación y posición del efector final del manipulador.

2.2.1.6 Cinemática Inversa

Se conoce la posición, orientación del efector final y los parámetros geométricos del elemento con respecto a un sistema de coordenadas. Se desea conocer si el manipulador puede lograr efectuar el movimiento para alcanzar la posición, orientación del efector final que se desea y con cuantas configuraciones diferentes se podrá lograr el objetivo. Gonzáles-Pineda et al. (2007).

Figura 2.8: Cinemática Directa e Inversa





Se tienen diferentes métodos para el desarrollo de la cinemática inversa de un robot

- Método Geométrico: este método se suele utilizar para encontrar las primeras variables articulares. La resolución se hace mediante el análisis de triángulos, es decir, se hace el uso de geometría y trigonometría para encontrar las variables deseadas.
- Resolución a partir de matrices de transformación homogénea: en este método es necesario despejar las n variables q_i en función de los componentes de los vectores n, o, a y p .
- Desacoplamiento cinemático: es realizado solo para robots de 6GDL ya que se realiza la separación de la orientación y posición.
- Método de cuaterniones: Aquí las rotaciones y desplazamientos que existen en la cadena cinemática son representados por los cuaterniones.
- Método de ángulos de Euler: los ángulos de Euler permiten realizar la conversión de coordenadas de un sistema de referencia a otro, las rotaciones y desplazamientos que se tienen en la cadena cinemática son representados por medio de los ángulos de Euler.
- Otros Métodos: otros métodos que son utilizados es el análisis del algebra de tornillo, cuaterniones duales, métodos iterativos y otros.

Con el modelo cinemático el robot puede lograr realizar:

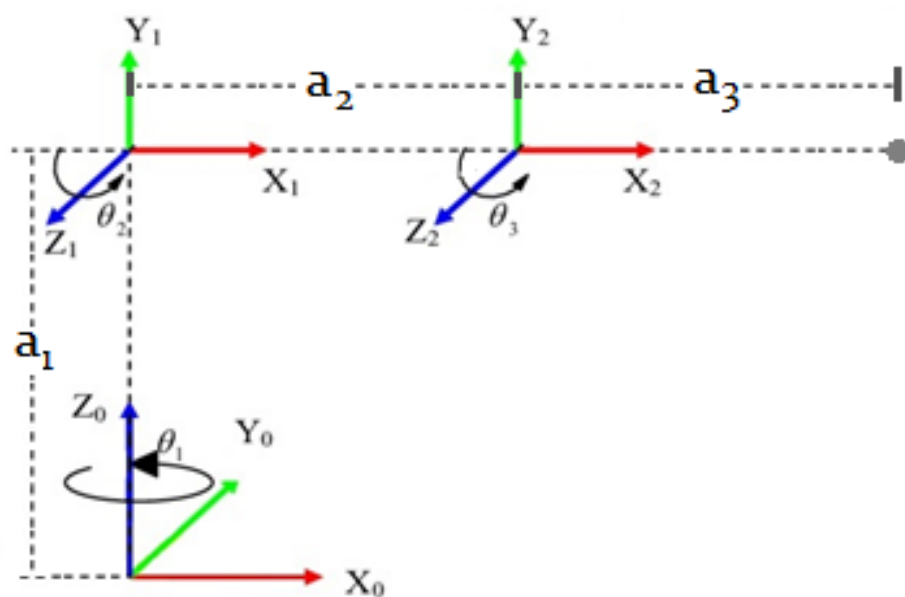
- Planificación de trayectorias.
- Desarrollo de simuladores físicos.
- Soldaduras.
- Posicionamiento de objetos en el espacio.
- Manufactura de circuitos impresos, otros.

2.2.1.7 Marcos Ortonormales

Siguiendo el trabajo de Gonzáles-Pineda et al. (2007). Las reglas para los marcos ortonormales de cada articulación son los siguientes:

1. O_{i+1} es el punto de intersección del eje de la articulación A y A_{i+1} con la normal común a los ejes de las articulaciones A y A_{i+1} . Si los ejes de las articulaciones son paralelos o están alineados, la perpendicular común se selecciona arbitrariamente.
2. El vector \hat{x}_{i+1} se define sobre la perpendicular común a los ejes de las articulaciones A y A_{i+1} , orientado del eje de A_i al de A_{i+1} . Si los ejes de las dos articulaciones se interceptan o están alineadas, la orientación de \hat{x}_{i+1} es arbitraria.
3. El vector z_{i+1} se define de tal manera que coincida con el eje de la articulación A_{i+1} orientado arbitrariamente.
4. \hat{y}_{i+1} se define de tal manera que se completa un marco de regla de la mano derecha.

Figura 2.9: Marcos Ortonormales



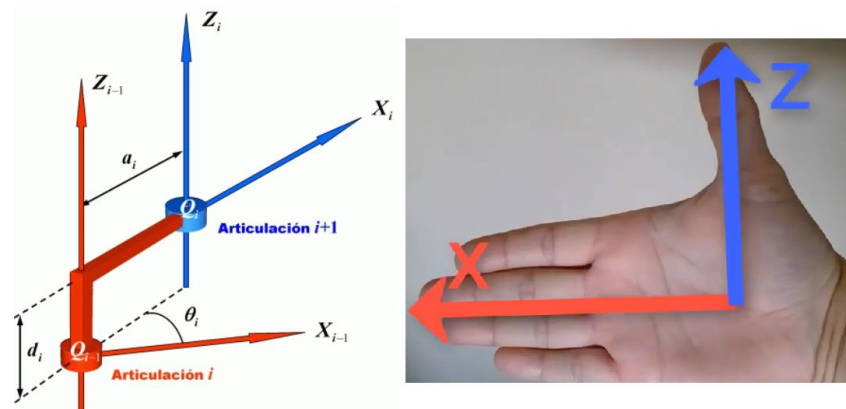
Elaboración propia

2.2.1.8 Parámetros Denavit-Hartenberg

Siguiendo el trabajo de Gonzáles-Pineda et al. (2007). Después de haber asignado los marcos a cada articulación, seguimos las siguientes reglas para obtener los parámetros Denavit-Hartenberg de cada grado de libertad:

1. θ_i : es el ángulo de la articulación del eje \hat{x} al eje \hat{x}_{i+1} , medido respecto del eje \hat{z}_i . Utilizando la regla de la mano derecha.
2. d_i : es la distancia entre \hat{x} y \hat{x}_{i+1} , medida sobre \hat{z}_i .
3. a_i : es la longitud de la perpendicular común a los ejes de las articulaciones A y A_{i+1} .
4. α_i : es el ángulo de separación del eje \hat{z}_i al eje \hat{z}_{i+1} , medido respecto a \hat{x}_{i+1} . Utilizando la regla de la mano derecha.

Figura 2.10: Parámetros Denavit-Hartenberg



Fuente: Cinemática de brazo articulado PUMA – José Cortés Parejo

2.2.1.9 Matriz de transformación Homogénea (MTH)

Es una matriz de 4x4 que transforma un vector de posición expresado en coordenadas homogéneas desde un sistema de coordenadas hasta otro sistema de coordenadas. Es una herramienta para representar las rotaciones y desplazamientos que existen entre los sistemas de referencia adyacentes a un eslabón del robot manipulador (Barrientos, 1999).



La matriz de transformación es:

$$H_n^{n-1} = \begin{bmatrix} C\theta_n & -S\theta_n C\alpha_n & S\theta_n S\alpha_n & r_n C\theta_n \\ S\theta_n & C\theta_n C\alpha_n & -C\theta_n S\alpha_n & r_n S\theta_n \\ 0 & S\alpha_n & C\alpha_n & d_n \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots \dots \dots Ec. (1)$$

2.2.1.10 Matrices elementales

Todas las matrices elementales tienen información de traslación y rotación.

Cuando se tiene todas las matrices se obtiene la matriz de transformación homogénea.

$$H_6^0 = H_1^0 H_2^1 H_3^2 H_4^3 H_5^4 H_6^5$$

Donde:

$$H_n^m = \begin{bmatrix} R_{3x3} & P_{3x1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \dots \dots \dots Ec. (2)$$

R_{3x3} : Matriz de rotación.

P_{3x1} : Vector de posición.

En este proceso se suele abreviar las siguientes formas:

$$\cos(\theta_1) = C_1$$

$$\sin(\theta_1) = S_1$$

$$H_6^0 = H_1^0 H_2^1 H_3^2 H_4^3 H_5^4 H_6^5$$

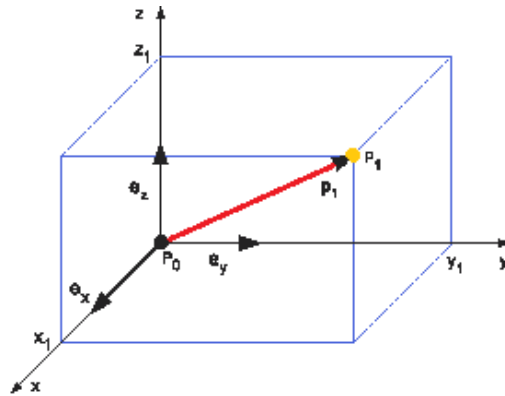
2.2.1.11 Descripción de Posición

Para la descripción del punto final del efector final o de alguna articulación “utilizamos el sistema de coordenadas cartesianas con 3 vectores ortogonales unitarios para definir cualquier sistema de referencia para la posición y orientación en el espacio.”

(Dr. Ing. Andreas Jochheim, Dr. Ing. Michael Gerke y Dipl. Ing. Andreas Bischoff. Modeling and Simulation of Kinematic Systems. Chapter 2, 1999, traducción propia).

Para la ubicación del punto final pueden ser usados diferentes métodos, ya sea matemático, geométrico, etc. El origen del cuadro cartesiano de la articulación o efector final viene a ser el punto P_0 .

Figura 2.11: Sistema cartesiano base



Fuente: Modeling and simulation of kinematic systems (Dr. Ing. Jochheim, Dr. Ing. Gerke, Dipl. Ing. Bischoff)

La posición de cierto punto en el espacio es definida por un vector \mathbf{p} de 3×1

$$\mathbf{p} = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} = p_x \mathbf{e}_x + p_y \mathbf{e}_y + p_z \mathbf{e}_z$$

En el proceso del análisis cartesiano de cada articulación encontraremos diferentes marcos cartesianos y es necesario incluir el nombre del plano para evitar confusiones. La posición del vector \mathbf{p} de un punto con respecto al plano \mathbf{k} es:

$$\mathbf{k}_p = \begin{pmatrix} k_{p_x} \\ k_{p_y} \\ k_{p_z} \end{pmatrix} = k_{p_x} \mathbf{k}_{e_x} + k_{p_y} \mathbf{k}_{e_y} + k_{p_z} \mathbf{k}_{e_z}$$

2.2.1.12 Descripción de Orientación

Para describir la orientación de un plano K con respecto a un plano B, analizamos cada vector de la dirección X, Y y Z.

Para la dirección “x” del plano K:

$$\mathbf{B}_{e_{xK}} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = u_x^B \mathbf{e}_{xB} + u_y^B \mathbf{e}_{yB} + u_z^B \mathbf{e}_{zB}$$

Para la dirección “y” del plano k:

$$\mathbf{B}_{e_{yK}} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = v_x^B \mathbf{e}_{xB} + v_y^B \mathbf{e}_{yB} + v_z^B \mathbf{e}_{zB}$$

Para la dirección “z” del plano k:

$$B_{e_{zK}} = \begin{pmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{pmatrix} = w_x^B e_{xB} + w_y^B e_{yB} + w_z^B e_{zB}$$

Los vectores son combinados para obtener la matriz B_0R_k :

$${}^B_0R_k = \begin{pmatrix} B_0e_{xK} & B_0e_{yK} & B_0e_{zK} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_x & v_x & w_x \\ u_y & v_y & w_y \\ u_z & v_z & w_z \end{pmatrix}$$

La matriz \mathbf{R} es llamada matriz de orientación o matriz de rotación. En la notación completa B_0R_k , la matriz \mathbf{R} describe la orientación del plano K con respecto al plano B. La notación también puede ser presentada como a notación también puede ser presentada como \mathbf{R}_K^B . (Dr. Ing. Andreas Jochheim, Dr. Ing. Michael Gerke y Dipl. Ing. Andreas Bischoff. Modeling and Simulation of Kinematic Systems. Chapter 2, 1999, traducción propia).

La matriz de rotación puede ser considerada de otra forma. El vector \mathbf{p}_1 con respecto al plano K, que es según nuestra notación ${}^B_0\mathbf{p}_1$. Queda de la siguiente forma:

$${}^B_0\mathbf{p}_1 = {}^B_0R_K^K \mathbf{p}_1$$

Aplicar la matriz de rotación es una operación de vectores de transformación y matrices de un sistema de coordenadas hacia otro. Se tienen que tener en cuenta las siguientes reglas:

Dada la notación de la matriz \mathbf{R} en la descripción del vector columna:

$$\mathbf{R} = (u \quad v \quad w)$$

Los siguientes atributos deben ser probados a ser verdad:

1. Todas las columnas de vectores son escalares unitarios:

$$|u| = |v| = |w| = 1$$

2. Todas las columnas de vectores son mutuamente ortogonales:

$$u \times v = w \qquad u \cdot v = 0$$



$$v \times w = u$$

$$v \cdot w = 0$$

$$w \times u = v$$

$$w \cdot u = 0$$

Porque los atributos 1. Y 2. Son válidos, R es llamado ortonormal

3. Porque R es ortonormal, su inversa R^{-1} es igual a la matriz transpuesta

$$R^{-1} = R^T$$

Una notación más general:

$${}^A_0R_B^{-1} = {}^A_0R_B^T = {}^B_0R_A^0$$

4. La determinante de la matriz de rotación es del valor +1 para cualquier coordenada cartesiana del plano de la mano derecha: $\det R = 1$

5. El producto $R_1 \cdot R_2$ de dos matrices ortonormales R_1, R_2 resulta en otra matriz ortonormal.

6. El producto de dos matrices rotacionales es no conmutativo.

$$R_1 \cdot R_2 \neq R_2 \cdot R_1$$

Excepto cuando cualquier R_1 o R_2 son matrices idénticas.

7. La multiplicación de matrices rotacionales es asociativa.

$$R_1(R_2 \cdot R_3) = (R_1 \cdot R_2) \cdot R_3$$

8. La ecuación característica $\det(R - \lambda_i I = 0)$ posee un valor real y dos valores de complejas soluciones para el valor intrínseco de λ_i . El valor real intrínseco de λ_i es del valor de 1.

Los elementos de la matriz rotacional no son independientes de cada uno, con esto se quiere decir que dependen de otros sistemas de referencia y otras variables.

Para determinar la orientación son necesarios 3 grados de libertad, con esto se tiene que 3 variables independientes están disponibles para determinar la orientación de los cuerpos. La descripción más común para la orientación base en 3 variables independientes son los ángulos EULER y los ángulos Roll-Pitch-Yaw.

2.2.1.13 ROTACIÓN EN UN MARCO CARTESIANO

(Jochheim-Gerke et al. 1999). Para entender mejor la orientación de un cuerpo podemos empezamos con una simple descripción de rotación de un plano con respecto a un marco cartesiano. El cuerpo del marco K es congruente a un marco base universal B , el cual significa que la orientación del marco K con respecto al cuadro base externo B es una matriz unitaria:

$$\mathbf{R} = {}^B_0\mathbf{R}_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Con esto se entiende que cualquier rotación θ en un sistema cartesiano presenta la siguiente matriz de rotación:

Rotación alrededor del eje x :

$$\mathbf{R}(x, \theta) = {}^B_0\mathbf{R}_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \dots \dots \dots Ec. (3)$$

Rotación alrededor del eje y :

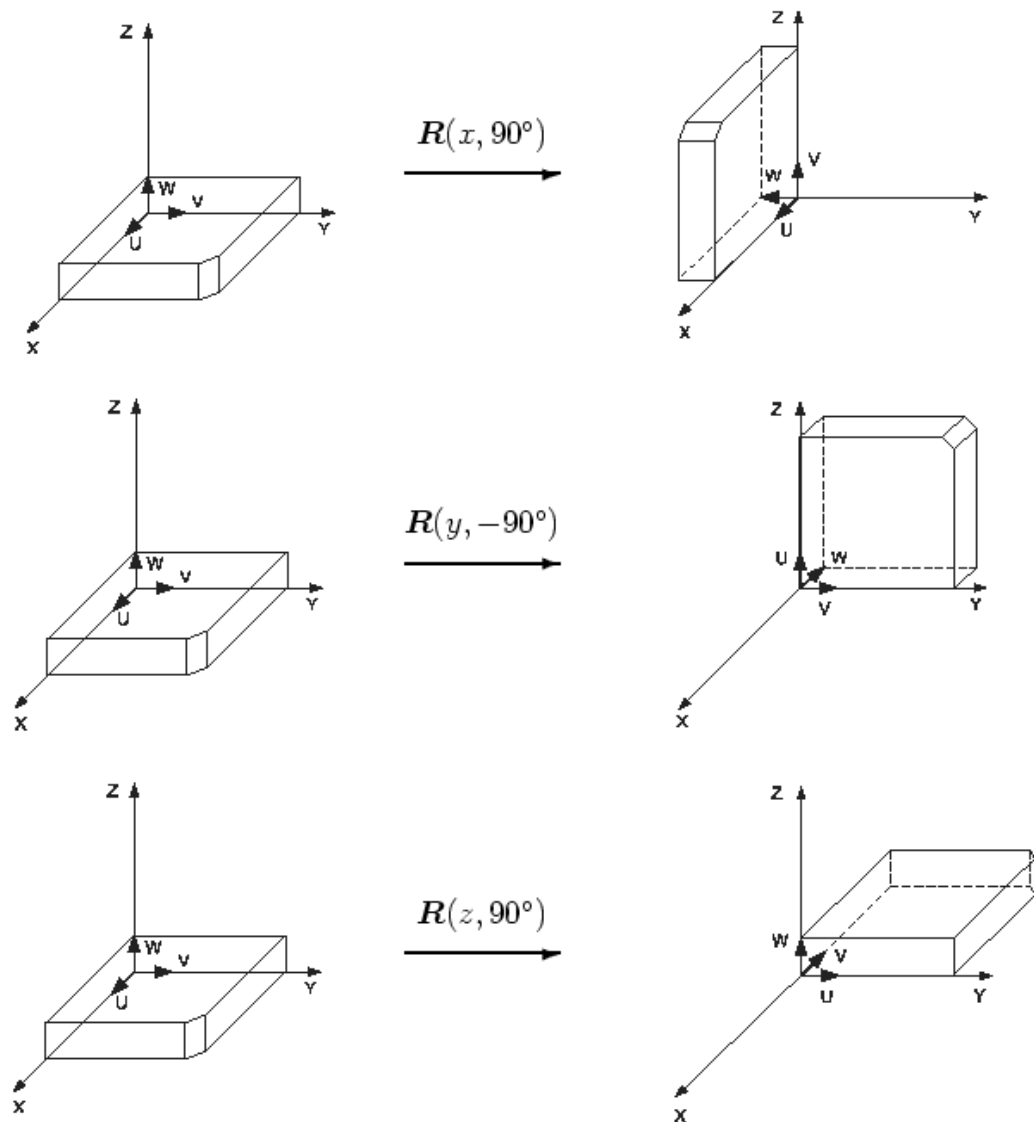
$$\mathbf{R}(y, \theta) = {}^B_0\mathbf{R}_k = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \dots \dots \dots Ec. (4)$$

Rotación alrededor del eje z :

$$\mathbf{R}(z, \theta) = {}^B_0\mathbf{R}_k = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dots \dots \dots Ec. (5)$$

La siguiente figura ilustra estas rotaciones para el cuerpo cubico:

Figura 2.12: Rotación del cuerpo base



Fuente: Modeling and simulation of kinematic systems (Dr. Ing. Jochheim, Dr.

Ing. Gerke, Dipl. Ing. Bischoff)

Las matrices de rotación se pueden multiplicar unas con otras, lo que genera una serie de rotaciones de un cuerpo alrededor de los ejes del marco base. El orden de las rotaciones es absolutamente importante, lo que significa que no es conmutativo.

2.2.1.14 Ángulos Euler

Es necesario tener tres rotaciones independientes que sean diferentes para describir cualquier orientación del robot manipulador en el espacio. Como ejemplo de una descripción orientativa por medio de tres ángulos de rotación, introducimos aquí el concepto de ángulos EULER. (Jochheim-Gerke et al. 1999).

Así que definamos los ángulos EULER de la siguiente manera:

$$\mathbf{R}_{Euler} := \mathbf{R}_{Euler}(\alpha, \beta, \gamma) := \mathbf{R}(z, \alpha)\mathbf{R}(y, \beta)\mathbf{R}(z, \gamma) \dots \dots \dots Ec. (6)$$

Después de la multiplicación:

\mathbf{R}_{Euler}

$$= \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma - \sin \alpha \sin \gamma & -\cos \alpha \cos \beta \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma & \cos \alpha \sin \gamma \\ \sin \alpha \cos \beta \cos \gamma - \cos \alpha \sin \gamma & -\sin \alpha \cos \beta \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma & \sin \alpha \sin \gamma \\ -\sin \beta \cos \gamma & \sin \beta \sin \gamma & \cos \beta \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{Euler} = \begin{pmatrix} c\alpha c\beta c\gamma - s\alpha s\gamma & -c\alpha c\beta s\gamma - s\alpha c\gamma & c\alpha s\gamma \\ s\alpha c\beta c\gamma - c\alpha s\gamma & -s\alpha c\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & s\alpha s\gamma \\ -s\beta c\gamma & s\beta s\gamma & c\beta \end{pmatrix}$$

Donde:

$$c\alpha := \cos \alpha$$

$$s\alpha := \sin \alpha$$

Lo mismo aplicamos para β y γ

Así, un marco dado se transforma en un marco deseado por rotación del cuadro original alrededor del eje z primero con el ángulo γ seguido de una rotación alrededor del eje y con el ángulo β , y finalmente otra rotación alrededor del eje z real con el ángulo α .

Otra forma con la cual se puede llegar al mismo resultado es una rotación alrededor del eje w con el ángulo α , seguido por una rotación alrededor del eje u producido justo con el ángulo β y con una rotación final alrededor del recién creado eje w con el ángulo γ .



Derivando los ángulos de EULER de la matriz de rotación R_{Euler} de acuerdo a la siguiente ecuación llegamos a:

$$\sin \beta = \sqrt{1 - R_{Euler3,3}^2}$$

$$\alpha = \arctan \left(\frac{\pm R_{Euler2,3}}{\pm R_{Euler1,3}} \right) \dots \dots \dots Ec. (7)$$

$$\beta = \arctan \left(\frac{\pm \sin \beta}{\pm R_{Euler3,3}} \right) \dots \dots \dots Ec. (8)$$

$$\gamma = \arctan \left(\frac{\pm R_{Euler3,2}}{\pm R_{Euler3,1}} \right) \dots \dots \dots Ec. (9)$$

$R_{Euler i,j}$ Puede ser encontrada como un elemento en la matriz en la $i - ma$ fila y la $j - ma$ columna de la matriz R_{Euler} .

Solo el valor absoluto de “ $\sin \beta$ ” puede ser determinado desde la matriz de rotación dada, y los elementos de la matriz en la fila inferior de R_{Euler} siguen dependiendo de “ $\sin \beta$ ”, dos soluciones alternativas por ángulo son válidas dentro del intervalo $[-\pi, \pi]$. El problema sigue siendo ambiguo. (Jochheim-Gerke et al. 1999).

Las dos soluciones alternativas dependen unas de otras según la siguiente relación:

$$R_{Euler}(\alpha, \beta, \gamma) = R_{Euler}(\alpha - \pi, -\beta, \gamma - \pi)$$

Es un caso especial, si $\sin \beta = 0$, porque esto es similar a dos rotaciones consecutivas alrededor del eje z . La matriz de rotación se convierte en:

$$R_{Euler}(\alpha, 0, \gamma) = \begin{pmatrix} c\alpha c\gamma - s\alpha s\gamma & -c\alpha s\gamma - s\alpha c\gamma & 0 \\ s\alpha c\gamma - c\alpha s\gamma & -s\alpha s\gamma + c\alpha c\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos(\alpha + \gamma) & -\sin(\alpha + \gamma) & 0 \\ \sin(\alpha + \gamma) & \cos(\alpha + \gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Los ángulos de rotación α y γ describen rotaciones alrededor del mismo eje en este caso especial. Así que pueden resumirse.

Cualquier rotación descrita por $\sin \beta = 0$ se llama singular.

2.2.1.15 Ángulos ROLL-PITCH-YAW

(Jochheim-Gerke et al. 1999). En los ángulos ROLL-PITCH-YAW un cambio de orientación se subdivide en tres rotaciones consecutivas, primero alrededor del eje x con el ángulo γ seguido por una rotación alrededor del eje y con el ángulo β , y finalmente otra rotación alrededor del eje z real con el ángulo α .

$$R(\alpha) = \begin{bmatrix} \text{Cosa} & -\text{Sena} & 0 \\ \text{Sena} & \text{Cosa} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots \dots \dots \text{Ec. (10)}$$

$$R(\beta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \text{Cos}\beta & -\text{Sen}\beta \\ 0 & \text{Sen}\beta & \text{Cos}\beta \end{bmatrix} \dots \dots \dots \text{Ec. (11)}$$

$$R(\gamma) = \begin{bmatrix} \text{Cos}\gamma & -\text{Sen}\gamma & 0 \\ \text{Sen}\gamma & \text{Cos}\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots \dots \dots \text{Ec. (12)}$$

La correspondiente matriz de rotación R_{RPY} es dada por:

$$R_{RPY} := R_{RPY}(\alpha, \beta, \gamma) := R(z, \alpha)R(y, \beta)R(x, \gamma) \dots \dots \dots \text{Ec. (13)}$$

La multiplicación de estas matrices conduce a:

$$R_{RPY} = \begin{pmatrix} c\alpha c\beta & c\alpha s\beta s\gamma - s\alpha c\gamma & c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma \\ s\alpha c\beta & s\alpha s\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & s\alpha s\beta c\gamma - c\alpha s\gamma \\ -s\alpha & c\beta s\gamma & c\alpha c\gamma \end{pmatrix}$$

Una vez más, la descripción de las orientaciones es ambigua y tiene singularidades para el caso especial de $\beta = \pm\pi/2$.

2.2.1.16 Transformaciones homogéneas

Es necesario encontrar las matrices de transformaciones homogéneas y para hacerlo es necesario obtener los parámetros de Denavit-Hartenberg para cada uno de los eslabones del robot manipulador. La matriz de transformación homogénea (MTH) es una matriz de 4x4 que transforma un vector de posición expresado en coordenadas

homogéneas desde un sistema de coordenadas hasta otro sistema de coordenadas. (Barrientos, 1999).

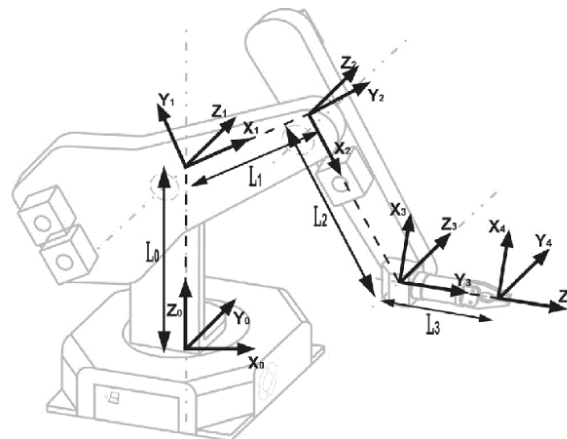
La matriz de transformación homogénea es la siguiente:

$${}^i T_{i-1} = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i S\alpha_i & S\theta_i S\alpha_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\theta_i C\alpha_i & -C\theta_i S\alpha_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots \dots \dots Ec. (14)$$

2.2.1.17 DENAVIT-HARTENBERG

Para encontrar una transformación Homogénea del efector final a la base de un manipulador, tenemos que definir los marcos o sistemas cartesianos de cada articulación, lo que permite describir la cinemática de un robot con n grados de libertad de una manera única.

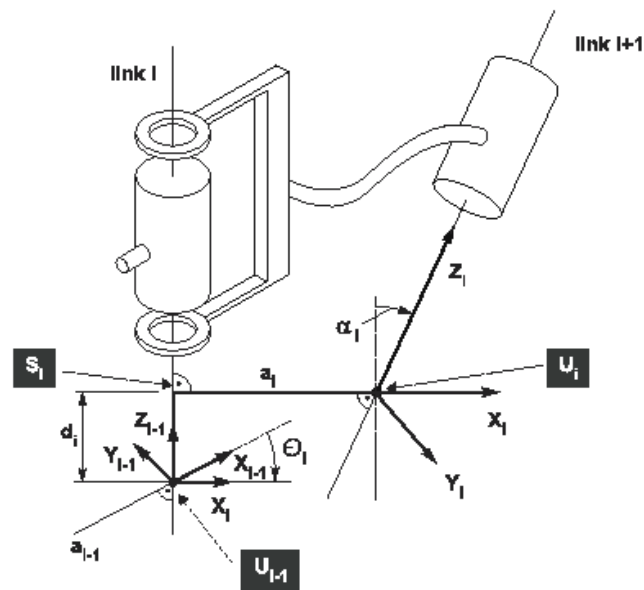
Figura 2.13: Cadena cinemática



Fuente: Google Images

A La base y cada enlace i de la cadena se asigna un marco específico k_i . Por lo tanto, la posición y orientación de un eslabón cambia con respecto a otro eslabón vecino de acuerdo con el movimiento de su unión de conexión. Por lo tanto, la estructura de coordenadas k_i puede describirse a partir de su marco de enlace precedente k_{i-1} mediante una transformación homogénea. Esta transformación homogénea incluye el ángulo de la unión (para uniones rotatorias) o el desplazamiento de la unión (para uniones prismáticas). (Jochheim-Gerke et al. 1999).

Figura 2.14: Asignación de parámetros DH



Fuente: Modeling and simulation of kinematic systems (Dr. Ing. Jochheim, Dr. Ing. Gerke, Dipl. Ing. Bischoff)

Los ejes de rotación para el enlace i y $i + 1$ se extienden hacia las rectas G_i, G_{i+1} . Las rectas G_i y G_{i+1} tienen una línea normal común a_i que es perpendicular a ambos. El punto de intersección U_i entre la recta G_{i+1} y la línea normal a_i se define como origen del marco enlace k_i . Más adelante, el vector base x_i se define como extensión de la línea normal, mientras que se supone que el vector base z_i de este marco de enlace coincide con la línea recta G_i y describiendo así el eje de rotación para el enlace $i + 1$. Ahora, dados los vectores x_i y z_i , el vector base restante de este marco y_i elegido de manera apropiada para crear un marco de coordenadas a la derecha. (Jochheim-Gerke et al. 1999).

Para el enlace i , la rotación de su cuerpo rígido i (con respecto a su cuerpo rígido $i - 1$) viene dado por el ángulo de rotación θ_i . En otras palabras, el ángulo θ_i se localiza entre el eje x_{i-1} y el eje x_i .

Para articulaciones de rotación, los parámetros de las uniones d_i, α_i y a_i son constantes. Dependen únicamente del diseño de la articulación y no incluyen ningún

movimiento articular. El único parámetro variante para las articulaciones revolucionarias es el ángulo θ_i , que describe las posiciones conjuntas variables.

Sin embargo, en principio las articulaciones prismáticas y de rotación pueden ser descritas completamente con solo 4 parámetros.

a_i Longitud De la línea normal $\overline{S_i U_i}$

α_i Angulo entre z_{i-1} y z_i

d_i Longitud de la línea $\overline{U_{i-1} S_i}$

θ_i Angulo entre x_{i-1} y x_i

Una transformación homogénea ${}^{i-1}_0\mathbf{T}_i$ es obtenida siguiendo las siguientes reglas que se tienen para los sistemas de referencia:

- Rotación alrededor de z_{i-1} con el ángulo θ_i
- Traslación a lo largo de z_{i-1} con desplazamiento d_i
- Traslación a lo largo de x_{i-1} con desplazamiento a_i
- Rotación alrededor de x_i con el ángulo α_i

En una descripción más formal con la ayuda de matrices de transformaciones homogéneas para cada una de las 4 acciones mencionadas anteriormente:

$${}^{i-1}_0\mathbf{T}_i = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Lo que conduce a la siguiente descripción general de las transformaciones a través de uniones prismáticas o revolucionarias:

$${}^{i-1}_0\mathbf{T}_i = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \cos \alpha_i & \sin \theta_i \sin \alpha_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \cos \alpha_i & -\cos \theta_i \sin \alpha_i & d_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



2.2.1.18 Modelo Cinemático de Velocidad

(González-Pineda et al. (2007)). Permite conocer la velocidad que el efector final adquiere durante la ejecución de cierto movimiento o tarea. La ecuación que se utiliza es la siguiente:

$$V = \frac{d}{dt}x = \frac{d}{dt}f(q)$$

Sin embargo, la velocidad es representada por la siguiente ecuación:

$$\dot{x} = J\dot{q} \dots \dots \dots Ec. (15)$$

Donde:

\dot{x} : es el vector de velocidad del efector final del robot.

\dot{q} : es el vector de velocidad de las articulaciones del robot.

J : es la matriz jacobiana del robot.

2.2.1.19 Modelo Cinemático Inverso de Velocidad

En este modelo matemático utilizamos las siguientes ecuaciones para controlar la velocidad del robot manipulador. González-Pineda et al. (2007).

$$\dot{x} = \frac{d}{dt}f(q) = J\dot{q}$$

Resolviendo la ecuación dada tenemos:

$$\dot{x} = J\dot{q}$$

$$J^{-1}\dot{x} = J^{-1}J\dot{q}$$

$$\dot{q} = J^{-1}\dot{x}$$

Donde:

$$J^{-1} = \frac{adj J}{\det J}$$

Para evitar la singularidad:

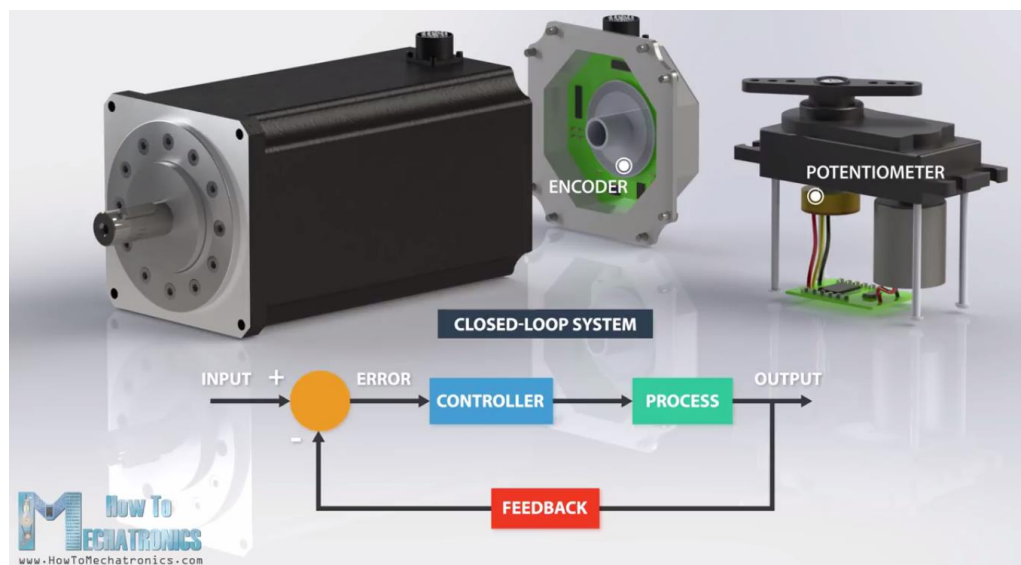
$$\det J \neq 0$$

2.2.2 Servomotores

Los servomotores pueden ser controlados precisamente con una programación adecuada y teniendo en cuenta su respectivo análisis de movimiento. Una de las ventajas importantes de los servomotores es que nos permite saber la posición del mecanismo. El mayor uso se da en aplicaciones industriales y hobbies.

Los servomotores son sistemas de cadena cerrada que usan retroalimentación de la posición para controlar el movimiento y la posición final. En servomotores el sensor de posición es un encoder de alta precisión, mientras que en los servomotores de rc es un potenciómetro. (Panamahitek, s.f.) Recuperado el 5 de noviembre del 2018 de <http://panamahitek.com/que-es-y-como-funciona-un-servomotor/>

Figura 2.15: Servomotor sistema.



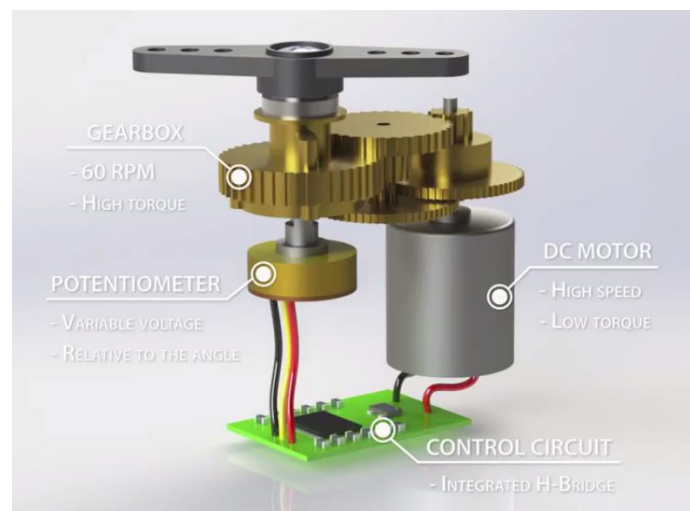
Fuente: How to Mechatronics

Dentro del servomotor los componentes que lo conforman son los siguientes:

- Motor DC
- Juego de engranajes
- Potenciómetro
- Circuito de control

El motor dc es de alta velocidad y tiene un torque bajo, pero el sistema de engranajes reduce la velocidad a un aproximado de 60 rpm y a la vez incrementa la fuerza del torque. El potenciómetro está colocado en el último engranaje así cuando el motor empiece a rotar el potenciómetro también lo hará. En el circuito de control el voltaje del potenciómetro es comparado al voltaje que viene de la señal y el circuito puede activar el puente H que tiene si lo necesita, este permite al motor girar en ambas direcciones.

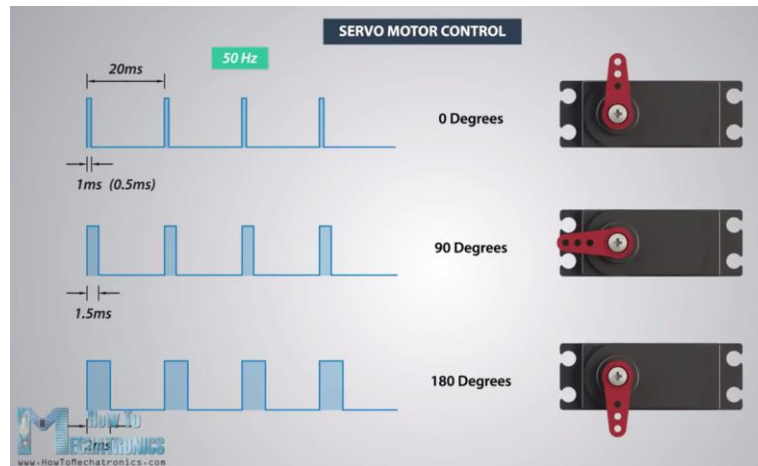
Figura 2.16: Interior de Servomotor



Fuente: How to Mechatronic

El potenciómetro interno del servomotor es el que nos permite saber su posición y el controlador o circuito integrado es el que permite el monitoreo y ajuste de la posición. Se usa la modulación de ancho de pulso (PWM – Pulse Width Modulation) para el control de la posición. El servomotor es controlado mediante el envío de una serie de pulsos por un generador de pulsos. La frecuencia debería ser 50 Hz o un pulso que ocurra cada 20 ms. El ancho o la distancia de las pausas determina el ángulo de posición del servomotor. En general pulsos con 1ms de duración corresponde a la posición de 0 grados, 1.5ms a 90 grados y 2ms a 180 grados. (Panamahitek, s.f.) Recuperado el 5 de noviembre del 2018 de <http://panamahitek.com/que-es-y-como-funciona-un-servomotor/>

Figura 2.17: PWM



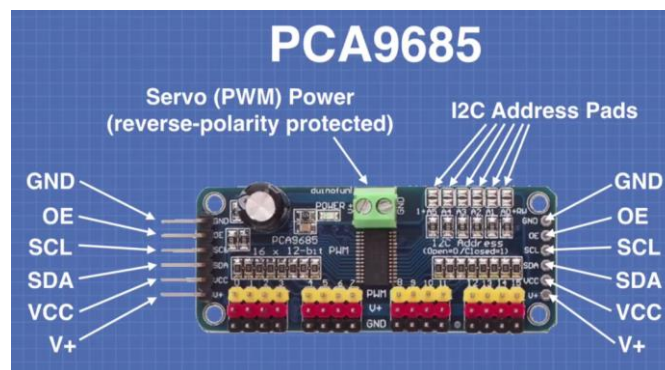
Fuente: How to Mechatronic

El servomotor es un dispositivo que en su interior tiene un pequeño motor con un reductor de velocidad y multiplicador de fuerza, también tiene un circuito que controla el sistema. Para controlar un servomotor se debe aplicar un pulso de duración y frecuencia. Los servomotores tienen tres cables, dos para alimentación VCC y GND y un tercero para aplicar el tren de pulsos de control, que hace que el circuito de control diferencial interno ponga el servomotor en la posición deseada. Recuperado el 5 de noviembre del 2018 de <http://panamahitek.com/que-es-y-como-funciona-un-servomotor/>

2.2.3 Controlador de servomotores PCA9685A

El controlador PCA9685A fue desarrollado para el control de brazos robóticos y modelado de dispositivos voladores como drones y otros.

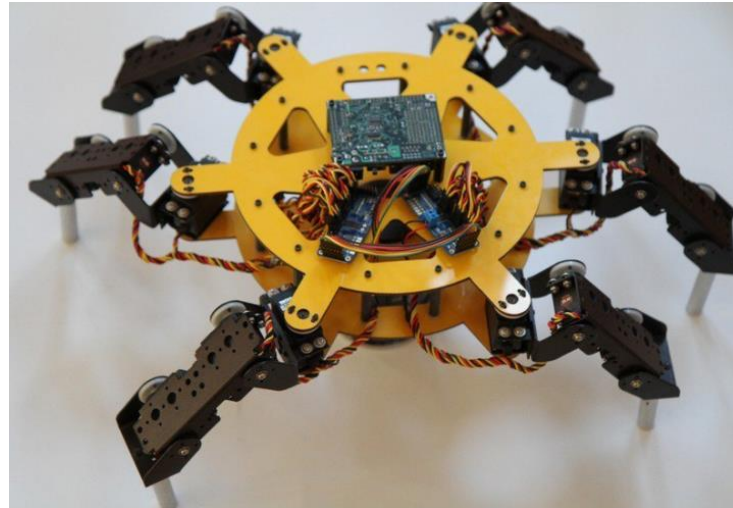
Figura 2.18: PCA9685A



Fuente: DroneBot Workshop

Este módulo puede controlar 16 servomotores y tiene la ventaja de unir otro modulo para controlar aún más servomotores.

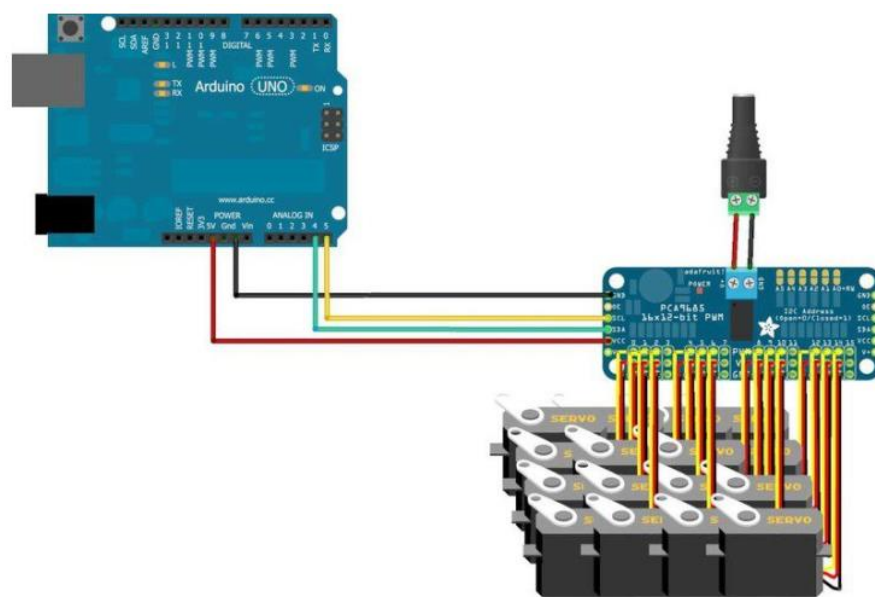
Figura 2.19: PCA9685 Project



Fuente: Adafruit

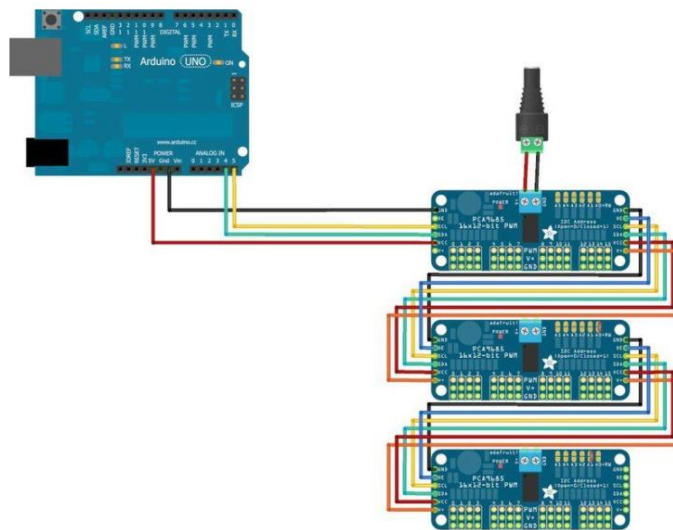
Este módulo tiene 16 canales de 12-bit PWM. Se le puede conectar una alimentación externa de 6V. Se le envía comandos al módulo vía interfaz i2c y también se puede controlar los servomotores directamente. (Adafruit, s.f.) Recuperado el 5 de noviembre del 2008 de <https://www.adafruit.com/product/815>

Figura 2.20: PCA9685 conexión a servomotores



Fuente: Adafruit

Figura 2.21: Conexión de más módulos PCA9685



Fuente: Adafruit

Pines:

- **GND:** Tierra
- **VCC:** pin lógico de poder, el voltaje debe ser de 3 a 5V máximo. Es recomendable usar una resistencia de 10k en los pines SCL/SDA para el controlador lógico del microcontrolador.
- **V+:** este pin de alimentación es opcional el cual suministra energía a los servomotores. Si el módulo no se está usando para controlar servomotores no es necesario conectar este pin. Si se están usando servomotores se debe proveer la alimentación de 5-6VDC. Si es necesario se le puede administrar hasta 12VDC, Pero si se conecta este pin de VCC a V+ se malogrará el módulo.

Pines de control:

- **SCL:** pin de reloj I2C, conectar al pin del controlador del reloj I2C. se puede usar 3V o 5V lógicos.
- **SDA:** pin de datos I2C, conectar pin al pin de datos del microcontrolador I2C.

- OE: Output Enable. Puede ser usado para desconectar rápidamente las salidas.

La corriente máxima por pines es de 25mA. Detalles recuperados de (Adafruit, s.f.) el 5 de noviembre del 2008 de <https://www.adafruit.com/product/815>

2.2.4 Bluetooth

Fue creado por Bluetooth Special Interest Group, Inc. Para la transmisión de datos entre diferentes dispositivos por medio de radiofrecuencia en la banda ISM de los 2.4GHz. (Wikipedia, s.f). Recuperado el 15 de noviembre del 2018 de <https://es.wikipedia.org/wiki/Bluetooth>.

Los objetivos principales del bluetooth son los siguientes:

- Eliminar las conexiones de cables y otros conectores entre dispositivos.
- Crear pequeñas redes inalámbricas y facilitar la sincronización de datos entre equipos.
- Facilitar la comunicación de equipos móviles con otros dispositivos.

Figura 2.22: Bluetooth Logo



Fuente: <https://tecnologia-informatica.com/bluetooth/>

El uso del bluetooth fue diseñado para la conexión de dispositivos con emisión de corto alcance y basado en transceptores de bajo costo. Los dispositivos pueden comunicarse entre sí dentro del alcance que tiene este protocolo de comunicación. Están clasificados dependiendo a su potencia de transmisión.

Tabla 2.1: Bluetooth Potencia

Clase	Potencia máxima (mW)	Potencia máxima (dBm)	Alcance
1	100 mW	20 dBm	~100 metros
2	2.5 mW	4 dBm	~5 – 10 metros
3	1 mW	0 dBm	~1 metro
4	0.5 mW	-3 dBm	~0.5 metro

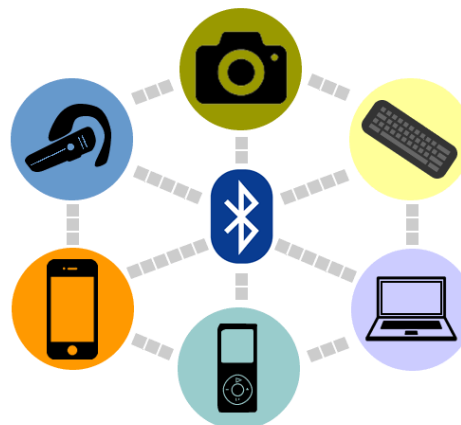
Fuente: Wikipedia - Bluetooth

La arquitectura del hardware está compuesta en dos partes:

- Un dispositivo de radio el cual está encargado de modular y transmitir la señal.
- Un control digital que está compuesto por una CPU, un procesador de señales digitales o también llamado Digital Signal Processor (DSP).

El bluetooth en la actualidad es de gran importancia ya que nos permite conectar diversos dispositivos a otros que tengan también bluetooth. Su bajo costo es su ventaja más grande y con los años se lanzan versiones con mayor alcance y mayor velocidad de transferencia de datos.

Figura 2.23: Dispositivos con Bluetooth



Fuente: <https://tecnologia-informatica.com/bluetooth/>

Los dispositivos bluetooth también están clasificados en varias versiones que tiene un ancho de banda diferente.

Tabla 2.2: Versiones de Bluetooth

Versión	Ancho de banda (BW)
Versión 1.2	1 Mbit/s
Versión 2.0 + EDR	3 Mbit/s
Versión 3.0 + HS	24 Mbit/s
Versión 4.0	32 Mbit/s
Versión 5	50 Mbit/s

Fuente: Wikipedia – Bluetooth

2.2.4.1 Bluetooth HC05

Nos permite tener una conexión inalámbrica con un pc o un Smartphone. Este módulo HC05 puede ser configurado como esclavo o maestro. (Wikipedia, s.f). Recuperado el 15 de noviembre del 2018 de <https://es.wikipedia.org/wiki/Bluetooth>.

La configuración que trae es la siguiente:

- Modo: Esclavo
- Nombre por defecto: HC-05
- Código de emparejamiento por defecto: 1234
- La velocidad por defecto (baud rate): 9600

Figura 2.24: Modulo Bluetooth HC05



Fuente: Naylamp Mechatronics



Los estados de trabajo que tiene son 4 y son los siguientes:

- Estado Desconectado: apenas se alimenta el módulo y cuando no se tiene una conexión bluetooth este módulo se mantiene en este estado. En este estado el led del módulo parpadea rápidamente.
- Estado de comunicación o conectado: el led hace un doble parpadeo cuando se establece una conexión con otro dispositivo bluetooth. Todos los datos que se envían al módulo HC-05 por el pin RX se transmiten por bluetooth al dispositivo conectado y los datos se devuelven por el pin TX.
- Modo AT 1: para entrar a este estado es necesario apretar el botón del HC-05 después de haber conectado y alimentado el módulo. El led del módulo parpadea rápidamente al igual que cuando esta desconectado.
- Modo AT 2: se debe apretar el botón del módulo mientras se enciende o alimenta, después de haber encendido el módulo se puede soltar o dejar de presionar el botón. El led parpadeara lentamente, es importante saber que para enviar los comandos AT, la velocidad debe ser 38400 baudios.

El módulo Bluetooth HC06 trae solo 4 pines. La desventaja de esta versión es que no puede ser configurada como maestro.

2.2.5 Arduino

Arduino es una compañía que brinda la fuente y hardware de su dispositivo Arduino de forma gratuita. Esta compañía diseña y manufactura placas de desarrollo de hardware para construir dispositivos digitales e interactivos que puedan controlar o detectar objetos en el mundo real. Arduino permite la manufactura de las placas Arduino y su distribución del software por cualquier persona. Los diseños de las placas Arduino

cuenta con diferentes microcontroladores y microprocesadores que brindan diferentes opciones para diversos proyectos.

Figura 2.25: Arduino



Fuente: Wikipedia

Arduino cuenta con diferentes placas que usan diferentes microcontroladores y procesadores. En la mayoría de placas se tiene el microcontrolador Atmel AVR, utilizando la configuración de sistema mínimo, esta placa tiene la ventaja de ser unido con otras placas de extensión llamadas shields. (Wikipedia, s.f). Recuperado el 15 de noviembre del 2018 de <https://es.wikipedia.org/wiki/Bluetooth>

El microcontrolador de Arduino cuenta con una interfaz de entrada la cual nos permite la conexión con otros periféricos y tomar datos de ellos y llevarlos al microcontrolador. También cuenta con una interfaz de salida que se encarga de llevar la información del microcontrolador hacia otro periférico y realizar una acción o cierto trabajo.

Figura 2.26: Arduino y periféricos

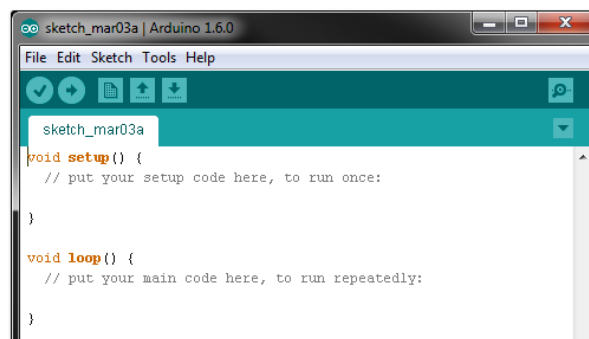


Fuente: Xataka

2.2.5.1 Arduino IDE

El software de Arduino es un IDE (Entorno de Desarrollo Integrado) el cual es un programa informático que está compuesto por conjuntos de herramientas de programación. Este software tiene un editor de código, un compilador, un depurador y un constructor de interfaz gráfica (GUI). También cuenta con herramientas para cargar el programa ya compilado en la memoria flash del hardware. Con las nuevas actualizaciones el software ya contaba con librerías y gestión de placas mejoradas.

Figura 2.27: Arduino IDE



Fuente: Aprendiendo Arduino

2.2.5.2 Arduino Uno

Es una placa electrónica basada en el microcontrolador ATmega328 el cual es programable y tiene la ventaja de poder conectarse con diferentes periféricos. La principal característica es que el entorno de desarrollo es totalmente gratuito y fácil de usar.

Figura 2.28: Arduino UNO

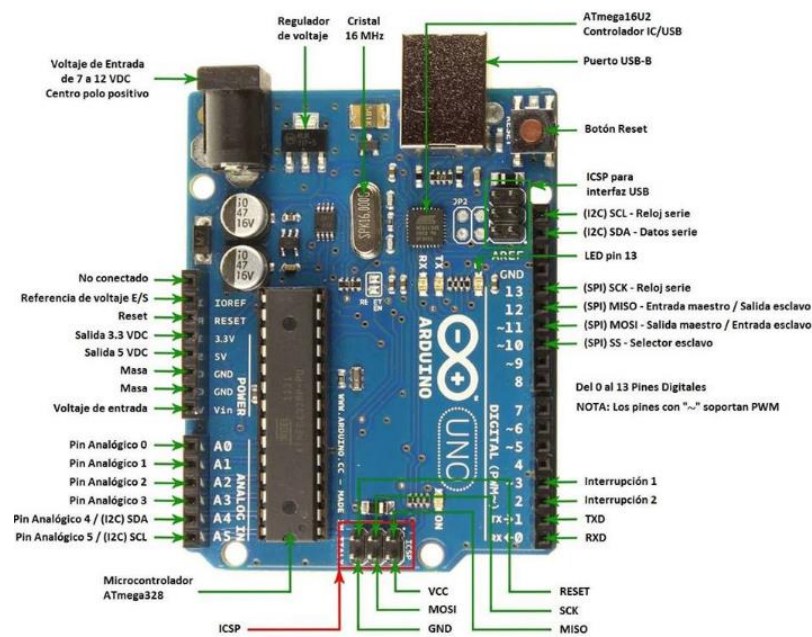


Fuente: microbot

Esta placa tiene 14 pines digitales, 6 pines analógico, y es programable con Arduino IDE a través de un cable USB. Puede ser alimentado con el cable USB o con una fuente o batería externa de entre 7 a 20 voltios. Esta placa tiene las siguientes especificaciones:

- Microcontrolador: Microchip ATmega328P
- Voltaje operativo: 5V.
- Voltaje de entrada: 7-20V.
- I/O Digitales: 14 del cual 6 son PWM.
- Entradas analógicas: 6
- Corriente DC por pin: 20mA
- Corriente DC para pin 3.3V: 50mA
- Memoria: 32KB
- SRAM: 2KB
- EEPROM: 1KB
- Velocidad de reloj: 16MHZ

Figura 2.29: Arduino UNO Pines



Fuente: Arduino Huancayo

2.2.5.3 Arduino Mega

Arduino Mega es utilizado para proyectos más complejos ya que tiene las siguientes características:

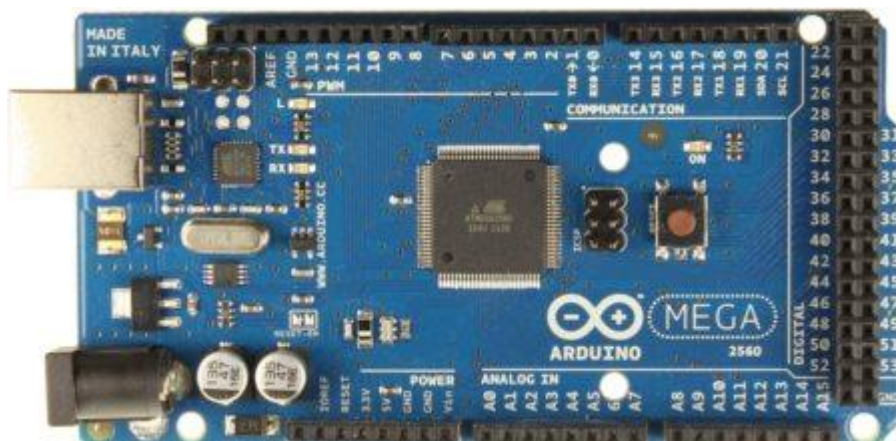
Tabla 2.3: Especificaciones Técnicas Arduino Mega

Microcontrolador	ATmega2560
Tensión de Trabajo	5V
Tensión de Entrada (Recomendado)	7-12V
Tension de Entrada (Limite)	6-2V
Pines Digitales I/O	54(15 son salidas PWM)
Pines de Entradas Analógicas	16
Corriente por Pin I/O	20mA
Corriente por Pin 3.3V	50Ma
Memoria Flash	256 KB (8KB para bootloader)
SRAM	8 KB
EEPROM	4 KB
Velocidad del Reloj	16MHz
Largo	101.52 mm
Ancho	53.3 mm
Peso	37 g

Fuente: Manuel Delgado Crespo Blog – Recuperado el 27 de mayo del 2019 de

<http://manueldelgadocrespo.blogspot.com/p/arduino-mega-2560.html>

Figura 2.30: Arduino MEGA2560



Fuente: [http://panamahitek.com/arduino-mega-caracteristicas-capacidades-y-donde-](http://panamahitek.com/arduino-mega-caracteristicas-capacidades-y-donde-conseguirlo-en-panama/)

[conseguirlo-en-panama/](http://panamahitek.com/arduino-mega-caracteristicas-capacidades-y-donde-conseguirlo-en-panama/)

2.2.6 Smartphone

El Smartphone es la evolución del teléfono móvil, el cual solo podía realizar llamadas telefónicas y mensajes de texto y su desventaja era que eran robustos y los primeros móviles eran grandes y pesados. Con el pasar de los años se desarrolló un móvil con pantalla táctil, el cual sería el inicio de los teléfonos inteligentes o también conocidos como Smartphone. Con esto, los móviles podían realizar muchas más cosas, hasta llegar a ser pequeños portátiles de bolsillo.

Figura 2.31: Evolución del Teléfono Móvil



Fuente: Ourlimm Software

La idea para el Smartphone fue unir todas las funciones y características de un PDA (Personal Digital Assistant) con las de un teléfono móvil. El primer modelo que tenía todas estas características fue el teléfono Ericsson GS88, el cual contaba con funciones como navegación web, correo electrónico, reloj mundial, puerto infrarrojo, conexión a pc, un teclado QWERTY físico y otros. (Wikipedia, s.f.) Recuperado el 10 de diciembre del 2018 de https://es.wikipedia.org/wiki/Tel%C3%A9fono_inteligente

Figura 2.32: Ericsson GS88



Fuente: Google Images

Los sistemas operativos móviles que son más usados por los Smartphone son Android perteneciente a Google, iOS perteneciente a Apple y Windows 10 de Microsoft. Usualmente el preferido en el mundo es Android ya que cuenta con una variedad de aplicaciones gratuitas para su uso, otra gran ventaja es que permite crear aplicaciones sin ningún costo y estas pueden ser subidas a Google play y luego ser vendidas. Esto hace que Google sea favorito por distintas personas que quieren desarrollar su aplicación de una forma gratuita. (Wikipedia, s.f.) Recuperado el 10 de diciembre del 2018 de https://es.wikipedia.org/wiki/Tel%C3%A9fono_inteligente

Figura 2.33: Samsung foldable phone



Fuente: The Economics Times

2.2.7 Android

Android fue diseñado por Android.Inc, esta empresa fue comprada luego por Google en el año 2005. La presentación de Android fue en el 2007 y la primera versión del sistema operativo fue Android 1.0 Apple Pie. Android permite el desarrollo de aplicaciones libremente sin ningún costo y en el 2008 las aplicaciones disponibles en Google Play ya superaban los dos millones de aplicaciones. Android en la actualidad es el sistema operativo móvil más usado en el mundo. (Wikipedia, s.f.) Recuperado el 10 de diciembre del 2018 de <https://es.wikipedia.org/wiki/Android>.

Figura 2.34: Android



Fuente: Google Images

Google bajo la licencia de Apache libero casi todo su código, la cual es una licencia libre y de código abierto. El sistema operativo Android está compuesto de aplicaciones que se ejecutan en un framework JAVA de aplicaciones que está orientado a objetos el núcleo de las bibliotecas de Java en una máquina virtual Dalvik con compilación en tiempo de ejecución hasta la versión 5.0 que luego fue cambiada al entorno Android Runtime (ART). (Wikipedia, s.f.) Recuperado el 10 de diciembre del 2018 de <https://es.wikipedia.org/wiki/Android>.

Las características que tiene el sistema operativo Android son las siguientes:

- Almacenamiento: utiliza SQLite, una base de datos liviana utilizada para el almacenamiento de datos.
- Conectividad: soporta las siguientes tecnologías de conectividad: Wifi, Bluetooth, HSDPA, EV-DO, GSM/EDGE, IDEN, CDMA, EV-DO, UMTS, LTE, HSDPA+, WiMAX, GPRS, UMTS y NFC.
- Diseño de dispositivo: la plataforma es adaptable a todos los diseños tradicionales y pantallas de mayor resolución como también a VGA, biblioteca de gráficos 2D, biblioteca de gráficos 3D.
- Entorno de Desarrollo: tiene un emulador de dispositivos, herramientas para la depuración de memoria y análisis del rendimiento de software.



En la actualidad Android Studio es el entorno de desarrollo junto con APP Inventor.

- Mensajería: SMS y MMS. Cuenta también con Firebase Cloud Messaging (FCM) el cual es la nueva versión de Google Cloud Messaging (GCM).
- Navegador Web: está basado en el motor de renderizado Webkit, el cual es de código abierto, este está emparejado con el motor JavaScript V8 DE Google Chrome.
- Bluetooth: Soporte para A2DP y AVRCP, envío de archivos (OPP).
- Multitareas: las aplicaciones que no se están ejecutando en primer plano reciben ciclos de reloj.
- Tethering: permite al teléfono ser usado como un punto de acceso alámbrico o inalámbrico para permitir a un PC usar la conexión de datos del móvil Android.
- Soporte para hardware adicional: cámaras de fotos, de video, pantallas táctiles, GPS, acelerómetros, giroscopios, magnetómetros, sensores de proximidad y de presión, sensores de luz, gamepad, termómetro, aceleración por GPU 2D y 3D.
- Soporte Multimedia: WebM, H.263, H.264 (3GP o MP4), MPEG-4 SP, AMR, AMR-WB, AAC, HE-AAC, MP3, MIDI, ogg Vorbis, WAV, JPEG, PNG y BPM.
- Soporte para streaming: Streaming RTP/RTSP, descarga progresiva de HTML.

La arquitectura del sistema operativo Android es la siguiente:



- Aplicaciones: incluyen un cliente de correo electrónico, programa de SMS, calendario, mapas, navegador, contactos y otros. Todas las aplicaciones están escritas en el lenguaje de programación Java.
- Marco de trabajo de aplicaciones: las AP del entorno de trabajo usadas por las aplicaciones base son de acceso libre a los desarrolladores. cualquier aplicación puede publicar sus capacidades y cualquier otra aplicación puede hacer uso de esas capacidades.
- Bibliotecas: incluye un paquete de bibliotecas de C/C++ usados por varios componentes del sistema.
- Runtime de Android: incluye un set de bibliotecas base que proporcionan la mayor parte de las funciones disponibles en las bibliotecas base del lenguaje Java. La máquina virtual está basada en registros y corre clases compiladas por el compilador de Java que han sido transformadas al formato “.dex” por la herramienta incluida “.dx” y desde la versión 5.0 utiliza ART, que compila totalmente al momento de instalación de la aplicación.
- Núcleo Linux: Android depende de Linux para los servicios base de seguridad, gestión de memoria, gestión de procesos, pila de red y modelo de controladores. El núcleo también actúa también como una capa de abstracción entre el hardware y el resto de la pila de software.

Figura 2.35: Android en el mundo



Fuente: www.Computerhoy.com

2.2.7.1 App Inventor

Es un entorno de desarrollo para el sistema operativo Android creado por Google Labs. App Inventor tiene ciertas limitaciones por su simplicidad, pero permite cubrir todas las necesidades para el desarrollo de aplicaciones en un dispositivo móvil. El sistema es gratuito y no tiene la necesidad de la instalación de un software al pc, el entorno de desarrollo es por web vía online. Con App Inventor se espera un incremento significativo en aplicaciones debido a su simplicidad de uso. (Wikipedia, s.f.) Recuperado el 10 de diciembre del 2018 de https://es.wikipedia.org/wiki/App_Inventor

Figura 2.36: App Inventor

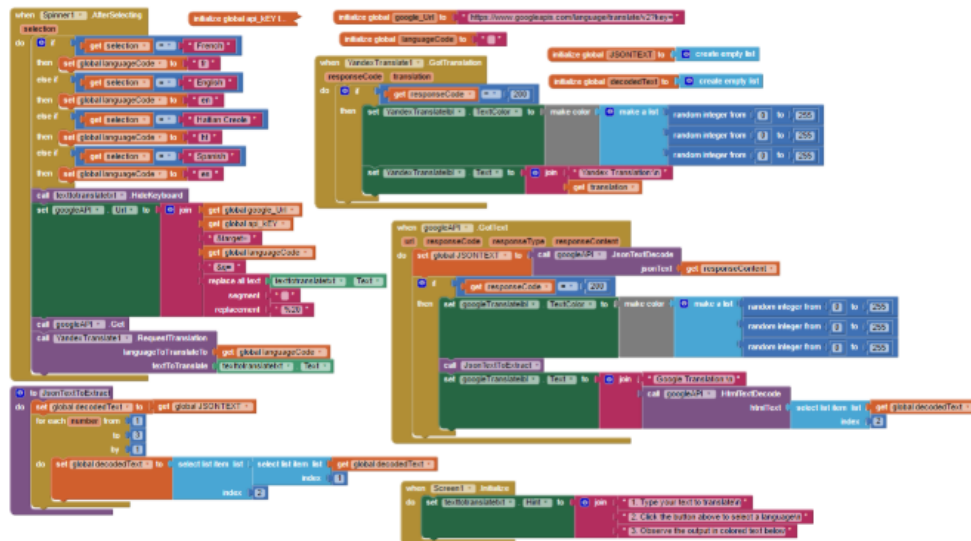


Fuente: Wikipedia

La gran ventaja de este entorno de desarrollo es que permite crear aplicaciones en menos tiempo que otros y se pueden programar aplicaciones más complejas en mucho menos tiempo que con los lenguajes más tradicionales basados en texto. (Wikipedia, s.f.)

Recuperado el 10 de diciembre del 2018 de https://es.wikipedia.org/wiki/App_Inventor

Figura 2.37: Entorno de desarrollo App Inventor



Fuente: MIT App Inventor

CAPITULO III

MATERIALES Y MÉTODOS

3.1 UBICACIÓN GEOGRÁFICA DEL ESTUDIO

El estudio se realiza en la Ciudad de Puno la cual se encuentra a 3 827 m.s.n.m. todo el desarrollo de implementación y pruebas de funcionamiento se realiza en mi hogar.

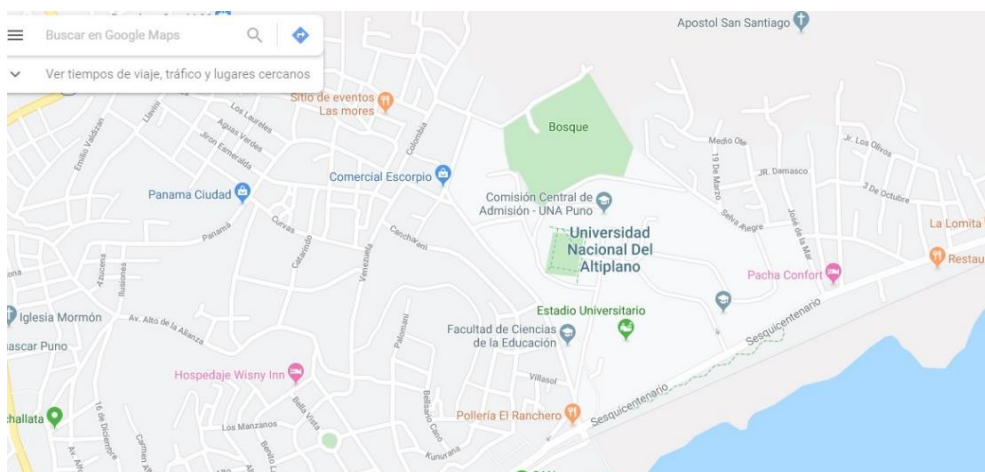
Figura 3.1: Ubicación Geográfica Puno



Fuente: Google Maps

Se espera que esta tesis sirva de estudio para los estudiantes de Ingeniería Electrónica en la UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO – PUNO. Dirección: Av. Floral 1153, Puno 21001, Perú.

Figura 3.2: Ubicación Geográfica UNA-PUNO



Fuente: Google Maps



3.2 PERIODO DE DURACIÓN DEL ESTUDIO

Tabla 3.1: Periodo de duración de estudio

Estudio	Duración
Estudio y Pruebas	1 a 2 semanas
Espera de Material	3 a 5 meses
Periodo Total	1 año con 4 meses

Elaboración Propia

El proceso de investigación analítica y teórica tiene una duración de una semana a dos. El proceso que toma tiempo, es la espera de la llegada del material para la implementación y construcción del prototipo de robot antropomórfico al igual que el hardware necesario para su desarrollo, el cual duro entre 3 a 5 meses. Este proceso forma un bucle, en el cual después de obtener el material físico se procede a realizar las pruebas de funcionamiento y para las mejoras se vuelve a realizar un estudio de errores y pruebas para lo cual se vuelve a comprar material necesario para mejorar el proceso del proyecto, el cual tiene una espera de 3 a 5 meses. El estudio de este proyecto continúa ya que abarca demasiados procesos y tiene una gran variedad de usos y se desea cumplir la mayoría de estos procesos.



3.2 PROCEDENCIA DEL MATERIAL UTILIZADO

Tabla 3.2: Procedencia del material utilizado

Material	Procedencia
Laptop ACER i5-8265u	Estados Unidos
Computadora	Estados Unidos
Arduino Uno Original	Italia
Arduino Mega	China
Modulo PCA9685	China
Modulo Bluetooth HC05	China
Servomotor MG996r	China
Servomotor HS	China
Disco 25t para servomotor	China
Bracket para servomotor	China
Ball Bearing 3x8x4 mm	China
Soporte en "U" 56x25x44.5 mm	China
Estructura en "L" 35x30 mm	China
Estructura stent standard	China
Pinza de metal	China
Base rotatoria	China
Joystick - Funduino	China
Pantalla Nokia 5110	China
LCD 16X2	China
Protoboard, cables, conectores.	China
Papeles, Papelotes, lapiceros, etc.	Perú

Elaboración Propia



3.4 POBLACIÓN Y MUESTRA DEL ESTUDIO

La población de este proyecto de tesis viene a ser toda el área y estudio de sistemas de control, monitoreo y supervisión de proceso de funcionamiento. Así como también involucra las áreas relacionadas a la robótica que son necesarias para la realización de este proyecto, las cuales son: Mecánica, matemática, sistemas y electrónica. También la población vendría a ser estudiantes que revisen y utilicen este proyecto de tesis como guía para proyectos de robótica industrial.

La muestra viene a ser el sistema de control y la implementación del robot antropomórfico industrial. Tomando en cuenta el estudio de este proyecto, también la muestra vendría a ser las pruebas de funcionamiento, revisión y mejora de procesos de funcionamiento y otros procesos desarrollados en relación a este proyecto.

3.5 DISEÑO ESTADÍSTICO

Como primer objetivo se toma datos de cada resultado de nuestro análisis geométrico de cinemática directa y cinemática inversa y lo comparamos con los resultados del método Denavit-Hartenberg para corregir nuestros errores y tener un resultado exactamente igual.

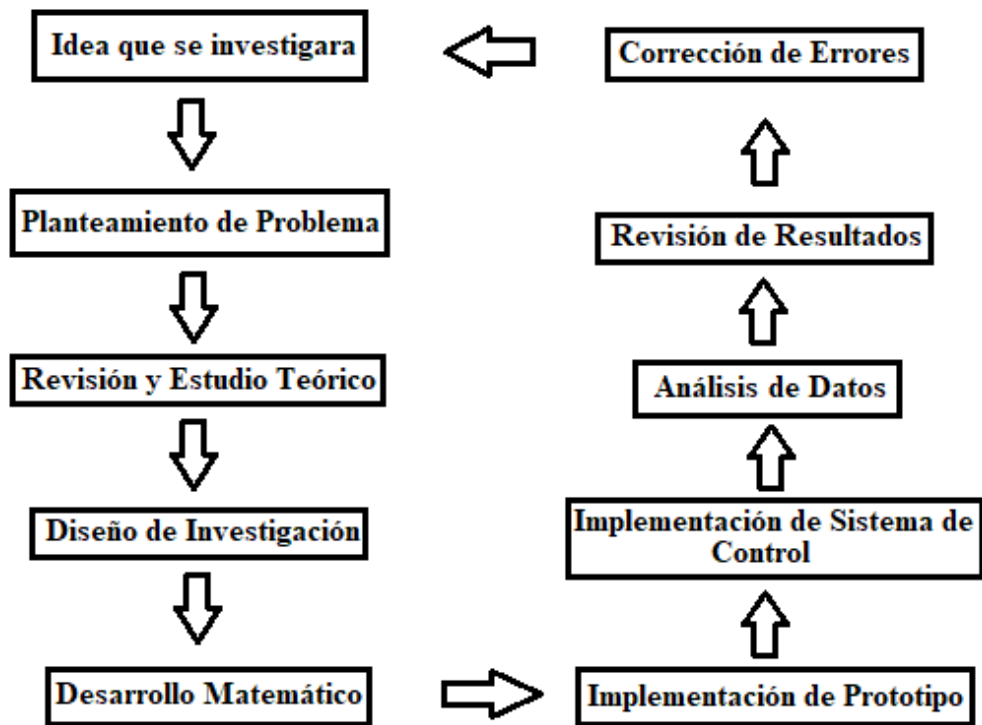
En la segunda fase se realiza el análisis de funcionamiento de los servomotores, cada uno tiene un rango diferente de movimiento y limite. con esto ya tenemos los datos de rango de funcionamiento para poder programar, junto a esto se va realizando la implementación del robot antropomórfico.

En la tercera fase se realiza la programación del robot con el control por joystick luego por computadora y verificar el funcionamiento y hacer correcciones de errores en la implementación y programación como fase final se desarrolla la apk para el control del robot, se toman datos de resultados de posición final y se realizan comparaciones con resultados teóricos.

3.6 PROCEDIMIENTO

El procedimiento que se siguió para el desarrollo de esta investigación es el que se muestra en la Figura 3.3:

Figura 3.3: Procedimiento



Elaboración Propia

3.7 VARIABLES

VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES
Variable Independiente Sistema de Control e Implementación	Modelado matemático	<ul style="list-style-type: none"> • Cinemática Directa • Cinemática Inversa o Indirecta • Velocidad • Fuerza
	Hardware de Control	<ul style="list-style-type: none"> • Modulo PCA9685 • Arduino UNO • Arduino Mega 2560 • Bluetooth HC05
	Interfaz de Usuario	<ul style="list-style-type: none"> • Control • Monitoreo • Android • APK
Variable Dependiente Prestación del Sistema	Precisión	<ul style="list-style-type: none"> • Rango de Fallas • Rango de movimientos
	Flexibilidad	<ul style="list-style-type: none"> • Modos de control • Herramientas y medios de programación.
	Fiabilidad	<ul style="list-style-type: none"> • Zona de conexión • Durabilidad

3.8 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

3.8.1 Sistema de Control

Nuestro sistema de control para el control mediante joystick fue por el Arduino Mega y el módulo PCA9685. Arduino Uno tiene un microcontrolador Atmega328 y el Módulo PCA9685 tiene la ventaja de solo conectar dos pines para controlar 16 servomotores u otro dispositivo PWM con I2C. Para el sistema de control por medio del ordenador se utilizó Arduino Uno y el módulo PCA9685. Sin embargo, para el sistema de control teniendo la APK se utilizó Arduino Mega 2560, el módulo PCA9685, Bluetooth HC05, lcd 16x2 con modulo I2C integrado.

- **Controlador Principal:** Arduino Uno, Arduino Mega 2560.
- **Controlador de Servomotores:** PCA9685

3.8.2 Análisis Matemático

El método escogido es el análisis matemático geométrico, después de realizar todo el modelo matemático de la cinemática directa e inversa, se procede al análisis matemático por el método Denavit-Hartenberg con esto podemos comparar nuestros resultados finales de posición y verificar si se tiene algún error. Fue necesario trabajar en Microsoft Excel y allí verificar nuestros resultados y comparaciones de cada dato final en cada articulación y así ver en donde se encuentra el error. Gracias a esto se pueden corregir los errores fácilmente y con esto facilitar el paso de programación.

En la Figura 3.4 se puede ver la hoja de datos en Excel en la cual se introducen los datos de los ángulos de cada articulación y de las longitudes de los eslabones del robot de 5 grados de Libertad. De igual forma se puede ver los resultados de nuestro análisis por el medio geométrico el cual está sombreado con un color plomo y los resultados del método Denavit-Hartenberg está sombreado con un color verde.

Figura 3.4: Entrada de Datos Cinemática Directa 5GDL

CINEMATICA DIRECTA 5GDL										
Entrada de datos					Matriz de Transformación Homogénea					
Grados			Radianes		Longitud de Eslabón		HO-1			
Angulo 1	90	1.57079633	a1	5	6.12574E-17	0	1	0	0	
Angulo 2	33	0.57595865	a2	5	1	0	-6.12574E-17	0	0	
Angulo 3	75	1.30899694	a3	8	0	1	0	0	5	
Angulo 4	120	2.0943951	a4	8	0	0	0	0	1	
Angulo 5	45	0.78539816								
Matriz de Rotación 1					DO-1		H1-2			
	6.126E-17	0	1	0	0.838670568	-0.544639035	0	4.19335284		
	1	0	-6.12574E-17	0	0.544639035	0.838670568	0	2.723195175		
	0	1	0	5	0	0	1	0		
	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
Matriz de Rotación 2					D1-2		H2-3			
	0.8386706	-0.54463904	0	4.19335284	0.258819045	-0.965925826	0	2.070552361		
	0.544639	0.83867057	0	2.72319518	0.965925826	0.258819045	0	7.72740661		
	0	0	1	0	0	0	1	0		
	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
Matriz de Rotación 3					D2-3		H3-4			
	0.258819	-0.96592583	0	2.07055236	-0.866025404	0	-0.5	0		
	0.9659258	0.25881905	0	7.72740661	-0.5	0	0.866025404	0		
	0	0	1	0	0	0	0	0		
	0	0	0	0	0	1	0	0		

Elaboración Propia

En la Figura 3.5 se muestra la sección donde se obtienen los resultados de ambos métodos y en el cual se puede ver que los datos finales son exactamente iguales con lo que tenemos un margen de exactitud de resultados del 100.00 %.

Figura 3.5: Resultados de datos de salida 5GDL

HO-5				Salida de datos		Salida de Datos D-H			
0.70710688	0.707106781	-4.09892E-17	-2.22E-16	X	-2.22476E-16	X	-2.2248E-16		
0.5254827	-0.525482745	-0.669130606	-3.631828	Y	-3.631827966	Y	-3.63182797		
-0.4731468	0.473146789	-0.743144825	9.3864887	Z	9.386488702	Z	9.3864887		
0	0	0	1	α	-57.51583429	α	-57.5158343	-1.00384068	
				β	61.76124391	β	61.7612439	1.077937056	
				γ	53.38230504	γ	53.382305	0.931696985	
Factor Final				$RotX(\phi) = \phi = arctan\left(\frac{T(3,2)}{T(3,3)} \frac{T(3,3)}{\cos(\phi)} \frac{T(3,3)}{\cos(\phi)}\right)$ $RotY(\phi) = \phi = arctan\left(-T(3,1) \sqrt{T(1,1)^2 + T(2,1)^2}\right)$ $RotZ(\phi) = \phi = arctan\left(\frac{T(2,1)}{T(1,1)} \frac{T(1,1)}{\cos(\phi)} \frac{T(1,1)}{\cos(\phi)}\right)$					
salida de datos									
X	-2.22476E-16								
Y	-3.631827966								
Z	9.386488702								
Parámetros Denavit-Hartenberg									
	θ	a	r	d					
1	1.570796327	1.570796327	0	5					
2	0.575958653	0	5	0					
3	1.308996939	0	8	0					
4	3.665191429	1.570796327	0	0					
5	0.785398163	0	0	8					
Nota: 90° = 1.57079633 en radianes									

Elaboración Propia

Para una mejor visualización de los datos de salida se muestra la figura 3.6

Figura 3.6: Datos de salida Cinemática Directa 5GDL

Salida de datos				Salida de Datos D-H			
X	-2.22476E-16	X	-2.225E-16				
Y	-3.631827966	Y	-3.631828				
Z	9.386488702	Z	9.3864887				
α	-57.51583429	α	-57.515834	-1.00384068			
β	61.76124391	β	61.7612439	1.077937056			
γ	53.38230504	γ	53.382305	0.931696985			

Elaboración Propia

En la figura 3.7 se muestran los resultados obtenidos para la cinemática Inversa, en los cuales los ángulos θ están sombreados de color rojo.

Figura 3.7: Resultados Análisis Matemático Cinemática Inversa 5GDL

CINEMATICA INVERSA 5GDL													
Entrada de datos				Calculamos:									
X	-2.22476E-16			θ_1	90	1.570796327		θ_4	173.5093629	3.028309665	173.5093629		
Y	-3.631827966			θ_2	33	0.575958653		θ_5	138	2.408554368			
Z	9.386448702			θ_3	75	1.308996939							
α	-57.5153429	-1.00384068		r1	1.721216985								
β	61.76124391	1.077937056		r2	10.33164781								
γ	53.38230504	0.931696985		r3	10.47404046								
HO-2				HO-3									
-1.892E-17	-5.82592E-17	1	1.05437E-16	θ_1	0.82975721								
-0.30901699	-0.951056516	-6.12574E-17	1.721216885	θ_2	1.405715864								
0.95105652	-0.309016994	0	15.33164731	θ_3	1.832595715								
0	0	0	1										
Longitud de Eslabón			Espacio de Trabajo			HO-T							
a1	5		1	0	0	0	0	0.640691111	-0.299190408	-0.743144825	-2.2248E-16		
a2	5		0	1	0	0	0	0.193004322	0.828623688	-0.473146789	-3.63182797		
a3	8		0	0	1	0	0	0.707106781	0.525482745	-0.473146789	9.38648702		
a4	8		0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	

Elaboración Propia

En la figura 3.8 se muestra la sección de entrada de datos de los ángulos de cada articulación para el robot de 6 grados de libertad. En la hoja de Excel desarrollada se muestran algunas notas como la que se ve sombreada de amarillo, en la cual hacemos notar que se debe tener en cuenta esa variación para no tener problemas con el método Denavit-Hartenberg. Si no se toma en cuenta esa nota, los datos finales serán diferentes en comparación al otro método.

Figura 3.8: Entrada de datos Cinemática Directa 6GDL

CINEMATICA DIRECTA 6GDL													
Entrada de datos				Longitud de Eslabón				Matriz de Transformación Homogénea				HO-6	
Grados		Radianes		a1	2	a2	2	6.12574E-17	0	1	0	0.965925826	-0.25881904
Angulo 1	90	1.570796327		a3	2	a4	2	1	0	-6.1257E-17	0	-0.258819045	0.96592582
Angulo 2	45	0.785398163		Nota: a3=b1+b2 a4=c1+c2				0	1	0	2	0	0
Angulo 3	45	0.785398163						0	0	0	1	0	0
Angulo 4	120	2.094395102											
Angulo 5	180	3.141592654											
Angulo 6	15	0.261799388											
Matriz de Rotación 0-1				D0-1				H1-2				Parametros Denavit-Harte	
6.12574E-17	0	1		0	0	0	0	0.707106781	-0.707106781	0	1.41421356	1	1.57079632
1	0	-6.12574E-17		0	0	0	0	0.707106781	0.707106781	0	1.41421356	2	0.78539816
0	1	0		2				0	0	0	1	3	2.35619445
								0	0	0	0	4	2.09439510
Matriz de Rotación 1-2				D1-2				H2-3				5	
0.707106781	-0.707106781	0		1.41421356				-0.707106781	0	0.70710678	0	6	3.14159265
0.707106781	0.707106781	0		1.41421356				0.707106781	0	0.70710678	0		3.14159265
0	0	1		0				0	1	0	0		0.26179938
								0	0	0	1		
Matriz de Rotación 2-3				D2-3				H3-4				D-H: HO-1	
-0.707106781	0	0.707106781		0				-0.5	0	-0.8660254	0	6.12574E-17	0
												1	0
												0	1
												0	0

Elaboración Propia

Se obtuvieron resultados exactamente iguales en nuestra comparación de salida de datos de nuestro método geométrico y el método de Denavit-Hartenberg.

Figura 3.9: Resultados de datos de salida 6GDL

HO-6			
-0.965925826	-0.258819045	1.061E-16	1.08923E-15
-0.258819045	0.965925826	0	5.656854249
0	0	-1	15.65685425
0	0	0	1

Salida de Datos			
X	1.08923E-15		
Y	5.656854249		
Z	15.65685425		
α	-90	-1.57079633	
β	90	1.570796327	
γ	-105	-1.83259571	

Salida de Datos D-H			
X	1.08923E-15		
Y	5.656854249		
Z	15.65685425		
α	-90	-1.570796327	
β	90	1.570796327	
γ	-105	-1.832595715	

Parametros Denavit-Hartenberg				
	θ	α	r	d
1	1.570796327	1.57079633	0	10
2	0.785398163	0	8	0
3	2.35619449	1.57079633	0	0
4	2.094395102	-1.57079633	0	7
5	3.141592654	1.57079633	0	0
6	0.261799388	0	0	7

D-H: HO-1			
6.12574E-17	0	1	0
1	0	-6.1257E-17	0
0	1	0	10
0	0	0	1

D-H: H4-5			
-1	0	1.22515E-16	0
1.22515E-16	0	1	0
0	1	0	0
0	0	0	1

DH: HO-1			
6.12574E-17	0	1	0
1	0	-6.12574E-17	0
0	1	0	10
0	0	0	1

$$RotX(\phi) = \phi = \arctan2\left(\frac{T(3,2)}{\cos(\phi)}, \frac{T(3,3)}{\cos(\phi)}\right)$$

$$RotY(\phi) = \phi = \arctan2\left(-T(3,1), \sqrt{T(1,1)^2 + T(2,1)^2}\right)$$

$$RotZ(\theta) = \theta = \arctan2\left(\frac{T(2,1)}{\cos(\phi)}, \frac{T(1,1)}{\cos(\phi)}\right)$$

Elaboración Propia

Para una mejor visualización de los resultados se muestra la imagen 3.10

Figura 3.10: Datos de salida Cinemática Directa 6GDL

Salida de Datos	
X	1.0892E-15
Y	5.65685425
Z	15.6568542
α	-90
β	90
γ	-105

Salida de Datos D-H	
X	1.08923E-15
Y	5.656854249
Z	15.65685425
α	-90
β	90
γ	-105

Elaboración Propia

En la figura 3.11 se muestran los resultados obtenidos en el desarrollo de la cinemática Inversa, teniendo sombreado de color rojo los datos.

Figura 3.11: Resultados Análisis Matemático Cinemática Inversa 6GDL

Entrada de Datos		
	Datos MG	Datos D-H
X	1.089E-15	1.08923E-15
Y	5.65688542	5.656854249
Z	15.656854	15.65685425
α	-90	-90
β	90	90
γ	-105	-105

Grados	
θ_1	90
θ_2	-6.8883595
θ_3	115.94448
θ_4	-90
θ_5	90
θ_6	165

Elaboración Propia

3.8.3 Análisis de Servomotores

Se encontraron diferencias para el posicionamiento y el valor de ángulo mínimo y máximo de cada servo de la misma marca y serie. Este análisis se realizó para evitar el deterioro de los servomotores buscando los límites de funcionamiento de cada servomotor en el módulo PCA9685 PWM.

En las primeras pruebas se usó un servomotor MG996r para la articulación 1, este por el peso que tenía cuando trabajaba en el margen de 0 a 90 grados se sobrecalentaba, sobre todo cuando se le dejaba estático en la posición de 45 grados o algún grado cercano que hacía que caiga todo el peso en el servomotor, al final este de daño y se cambió por otro servo que tiene mayor fuerza en el torque, el cual es el ROBSG HS3225. En las pruebas este servomotor también se sobrecalienta en los mismos ángulos, pero se queda en la posición y no baja o le vence el peso como lo hacía en el MG996r.

Figura 3.12: Servomotor ROBSG



Elaboración Propia

3.8.4 Análisis de Estructura e Implementación

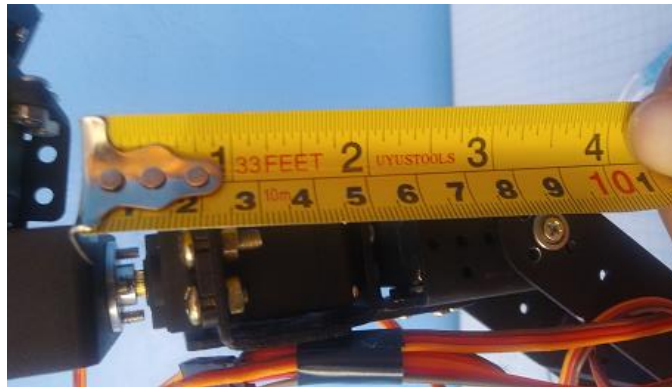
Se realizó las mediciones de longitud total del robot y de cada eslabón para insertar esos datos a nuestro análisis matemático.

Figura 3.13: Medición de robot



Elaboración Propia

Figura 3.14: Medición de eslabones



Elaboración Propia

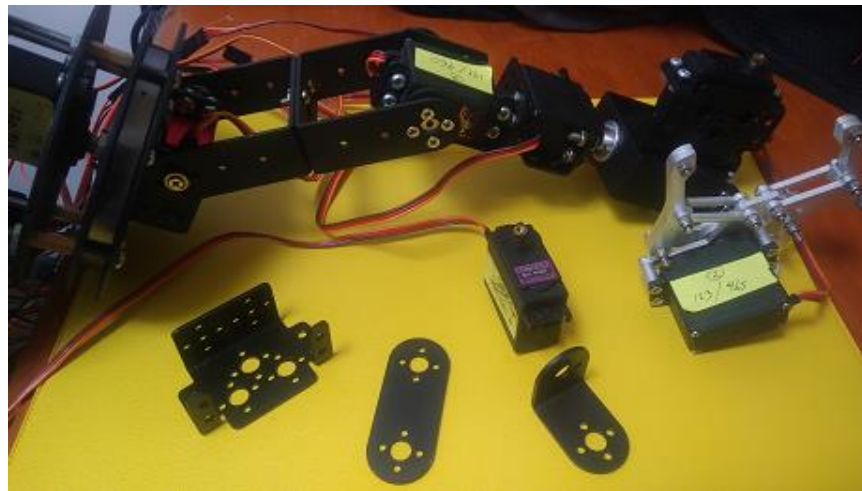
Para que el servomotor pueda mover la estructura en “U” necesita un pequeño disco 25T para introducirlo en el piñón y así este pueda ser atornillado a la estructura deseada.

Figura 3.15: Servomotor y disco de acople



Elaboración Propia

Figura 3.16: Estructuras metálicas para robot

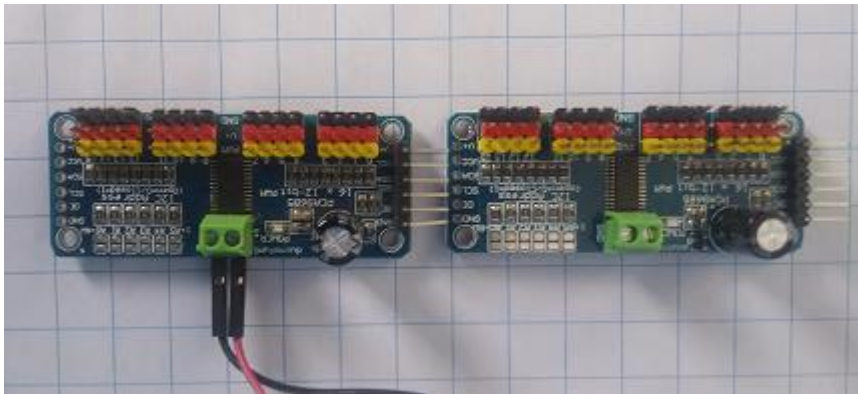


Elaboración Propia

3.8.5 Análisis de Hardware de control

El módulo PCA9685 puede unirse a otro modulo para así controlar más servomotores o algún circuito que trabaje con PWM. En el caso de robots antropomórficos que usan entre 5 a más 6 servomotores comúnmente sin contar el tipo de efector final que se utilice, en un solo modulo se pueden controlar hasta 3 robots antropomórficos de 5 grados de libertad y 2 robots por modulo para un robot de 6 grados de libertad dejando libres 4 espacios libres para 4 servomotores para el siguiente robot y continuando su conexión en el siguiente modulo conectado.

Figura 3.17: Módulos PCA9685



Elaboración Propia

En el caso de nuestra implementación para el robot de 6 grados de libertad se hizo la conexión de 7 servomotores contando este último para el servomotor del efector final el cual es una pinza.

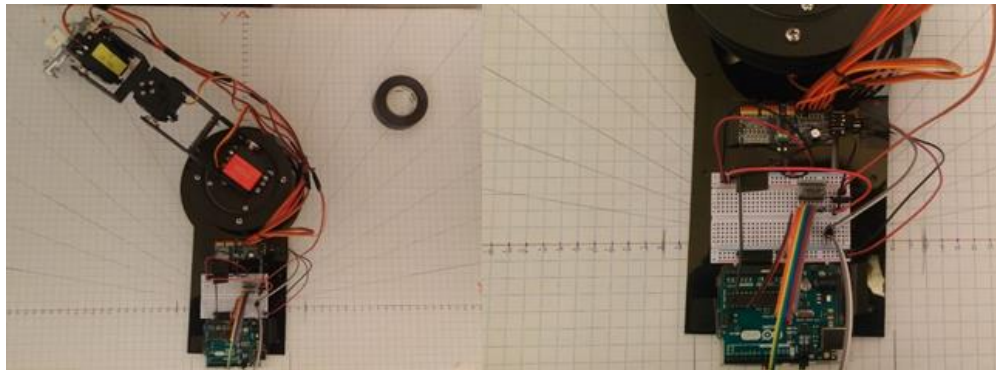
Figura 3.18: Conexión de 7 servomotores a PCA9685



Elaboración Propia

Para nuestro control por medio de Python y Arduino IDE se realizó una simple conexión a Arduino uno, con el cual realizamos las pruebas de movimiento y funcionamiento del robot.

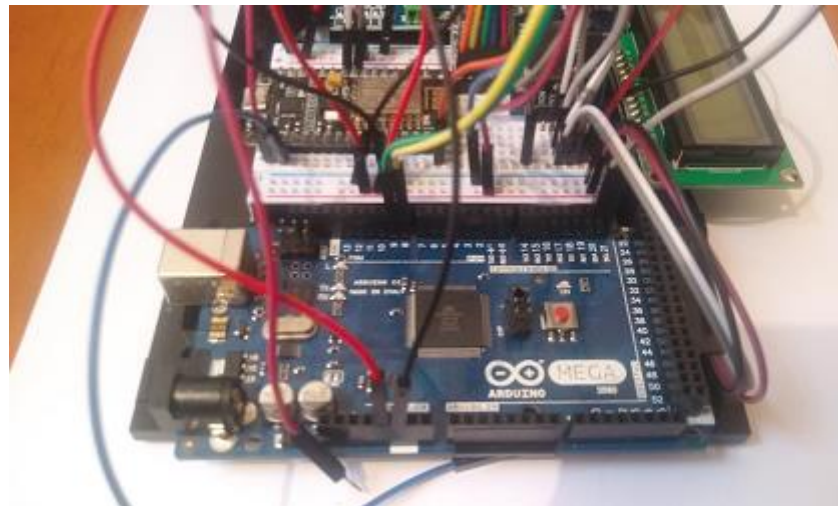
Figura 3.19: Arduino Uno y robot 5GDL



Elaboración Propia

En el transcurso del proyecto al realizar la APK para controlar el robot, Arduino Uno no conto con suficiente memoria para el trabajo que se realizaba y no podía almacenar todas las variables flotantes de programación. Así que se cambió Arduino uno por Arduino Mega 2560 el cual cuenta con mayores características y prestaba el servicio que se necesitaba.

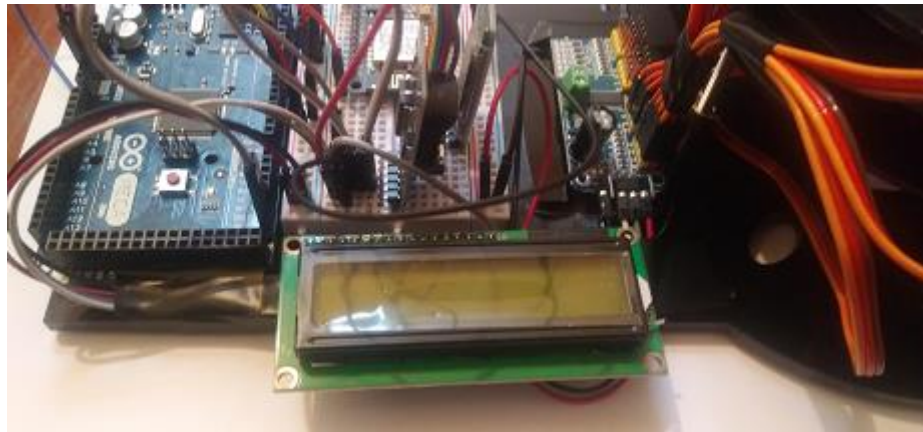
Figura 3.20: Arduino Mega 2560 y robot 6GDL



Elaboración Propia

Se añadió un LCD para asegurarnos que el hardware estaba recibiendo los datos enviados por el celular.

Figura 3.21: LCD en hardware implementado



Elaboración Propia

El módulo ESP8266 nos sirve para poder controlar el robot por WIFI. sin embargo, el desarrollo de esta característica está en desarrollo para el futuro de este proyecto, se visualiza que también se necesitara cambiar Arduino Mega por Tinker Board o alguna placa similar.

Figura 3.22: modulo ESP8266



Elaboración Propia

3.8.6 Análisis de Programación

Realizamos el control del robot por medio de una computadora o laptop usando Python para el desarrollo matemático de la cinemática del robot y luego el resultado insertar en Arduino IDE para el control del robot.

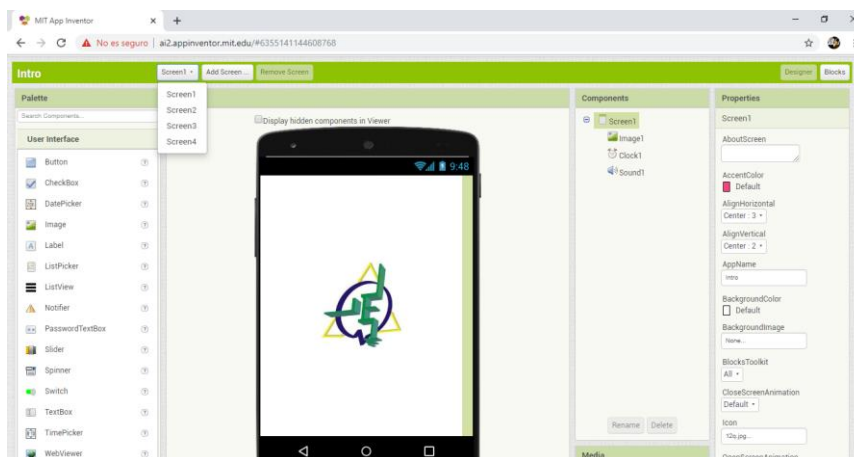
Figura 3.23: Programa en Python

```
1 import numpy
2 from numpy import *
3
4 a1 = 6.2 # longitud del eslabon a1 en cm
5 a2 = 5.2 # longitud del eslabon a2 en cm
6 a3 = 6 # longitud del eslabon a3 en cm
7 a4 = 7 # longitud del eslabon a4 en cm
8
9
10 theta_1 = 45 # angulo theta 1
11 theta_2 = 45 # angulo theta 2
12 theta_3 = 45 # angulo theta 3
13 theta_4 = 45 # angulo theta 4
14 theta_5 = 45 # angulo theta 5
15
16
17 theta_1 = (theta_1/180)*pi # theta 1 en radianes
18 theta_2 = (theta_2/180)*pi # theta 2 en radianes
19 theta_3 = (theta_3/180)*pi # theta 3 en radianes
20 theta_4 = (theta_4/180)*pi # theta 4 en radianes
21 theta_5 = (theta_5/180)*pi # theta 5 en radianes
22
23 R0_1 = [[cos(theta_1), 0, sin(theta_1)],
24         [sin(theta_1), 0, -cos(theta_1)],
25         [0, 1, 0]]
26
27 R0_2 = [[cos(theta_2), -sin(theta_2), 0],
28         [sin(theta_2), cos(theta_2), 0],
29         [0, 0, 1]]
30
31 R0_3 = [[cos(theta_3), -sin(theta_3), 0],
```

Elaboración Propia

El desarrollo de la APK se hizo en APP Inventor 2 ya que nos brinda la ventaja de programar nuestra aplicación desde cualquier dispositivo sin necesidad de instalar ningún programa y tan solo acceder a la interfaz de programación solo usando una cuenta de Google.

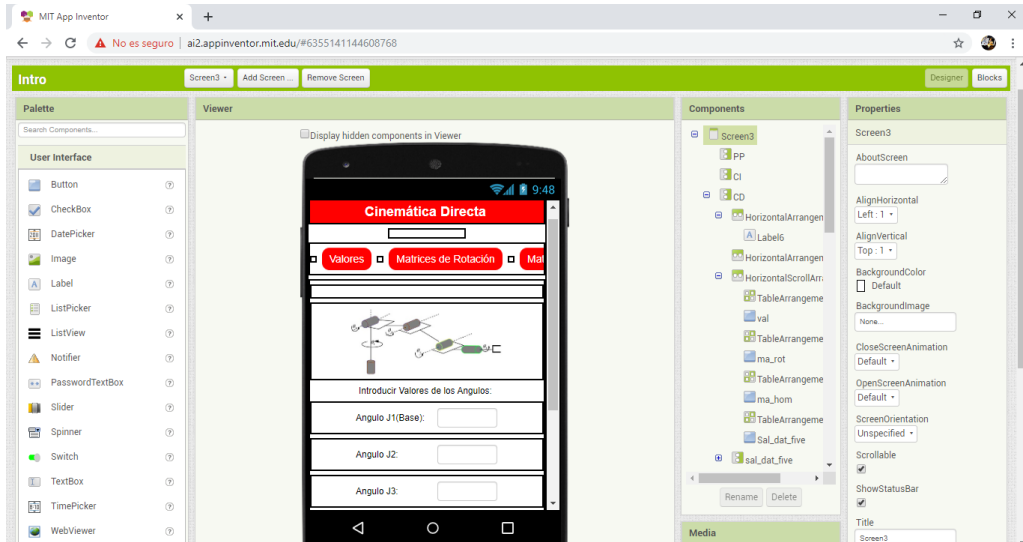
Figura 3.24: Inicio de APK



Elaboración Propia

En la Figura 3.24 se ve el inicio de la aplicación, mostrando la insignia de la carrera de Ingeniería Electrónica de la UNA-PUNO.

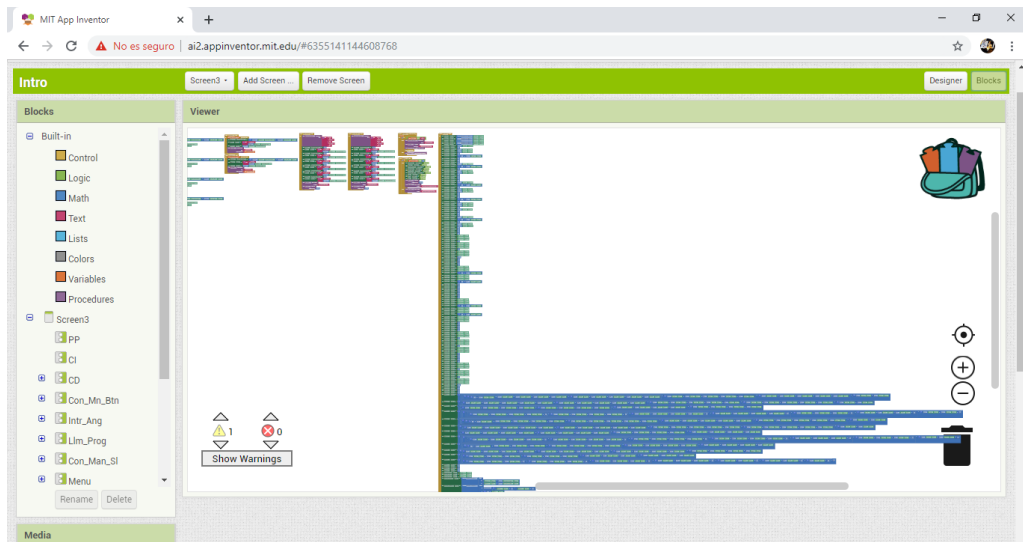
Figura 3.25: Diseño de APK



Elaboración Propia

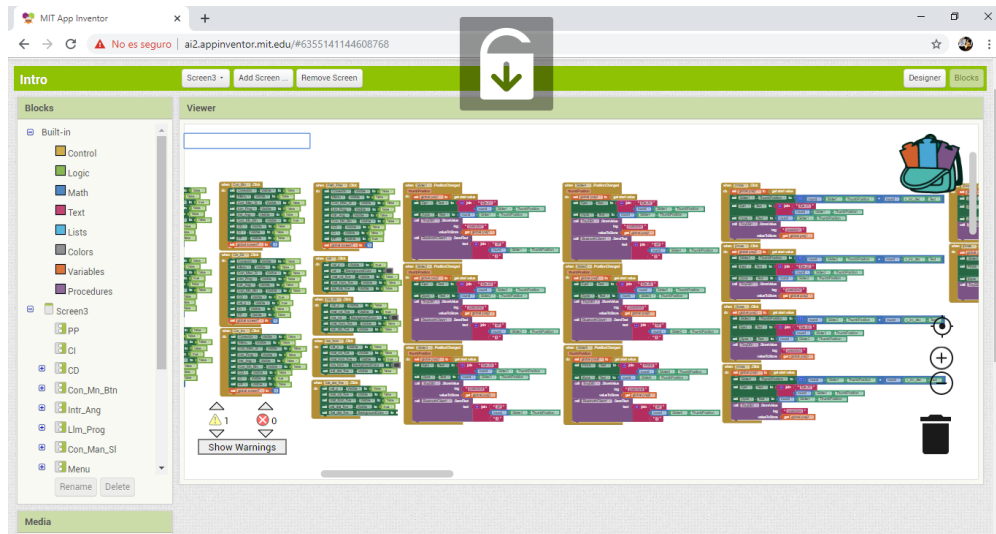
En la Figura 3.26 se ve la programación de la aplicación, esta es en bloques lo cual facilita a cualquier persona a entender el código de manera rápida.

Figura 3.26: Programación de APK



Elaboración Propia

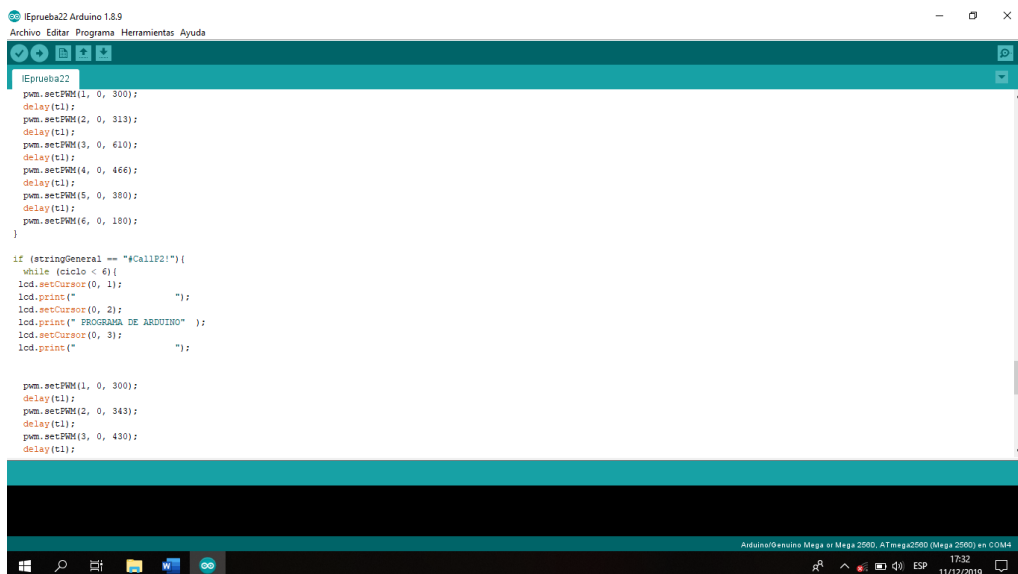
Figura 3.27: Programación - bloques APK



Elaboración Propia

Durante el desarrollo del proyecto se utilizaron diversas programaciones según el avance del proyecto. Cuando se utilizó Arduino Uno se nos presentó el problema que no contaba con la memoria suficiente para albergar nuestro programa con lo cual, tuvimos que cambiar a la placa Arduino Mega 2560 ya que presentaba mejores y más amplias características. Para el desarrollo en el futuro de la APK se necesitará cambiar Arduino Mega por una placa con mayor capacidad, la cual puede ser Tinker Board.

Figura 3.28: Programa de Arduino



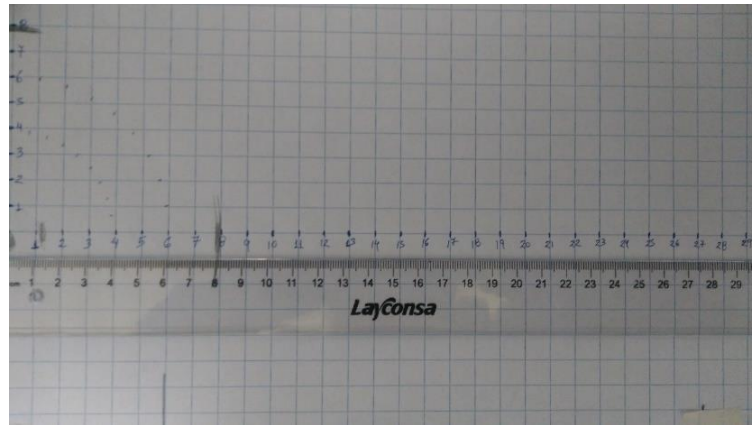
Elaboración Propia

3.8.7 Análisis de datos finales

Márgenes de error

Los resultados obtenidos teóricos tienen un error de posición del 0%. Sin embargo, en las pruebas reales con el prototipo se tiene un error de posición entre 0 a 4% ya que en ciertas posiciones deseadas la estructura física tiene ciertas limitaciones, el peso y fricción también son causas que generan un cierto margen de error, el papelote usado no tiene una medición exacta y nos da otro margen de error. La Figura 3.x nos muestra el margen de error en el papelote para el campo de trabajo.

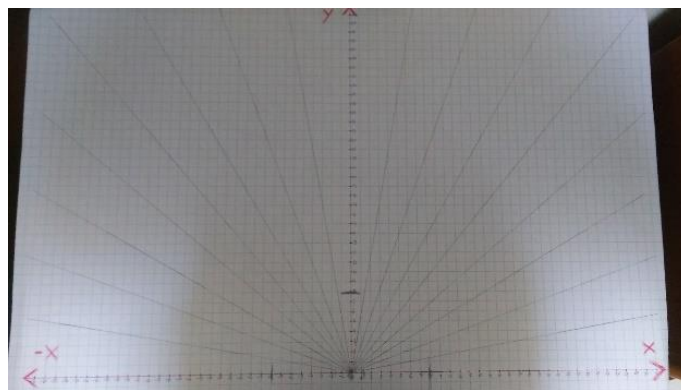
Figura 3.29: Medición Papelote



Elaboración Propia

Para la medición de los ángulos de posición se realizó una gráfica con trazos de los ángulos de la base del robot.

Figura 3.37: Gráfico para ángulos en papelote



Elaboración Propia



Porcentaje de error

Se realizaron diferentes pruebas en los cuales los ángulos varían en cada articulación y se hace la comparación respectiva entre el análisis teórico y el experimental. La prueba se dio tomando los datos teóricos de la programación hecha en Python.

$$Error = \frac{Valor Real - Valor Calculado}{Valor Real} \times 100 \dots \dots \dots Ec. (16)$$

El error promedio es menor al 5%, se obtienen las posiciones deseadas con un margen de error pequeño el cual viene a ser dado por características físicas, las cuales vienen a ser que el piñón del servomotor no está ajustado debidamente a un ángulo exacto, otros errores se dan ya que como se advirtió antes el papelote no tiene medidas exactas. Algunos datos presentan posiciones no posibles ya que al realizar esta configuración el robot choca contra la mesa o tiene cierta colisión con sus otras partes de la estructura.



CAPITULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 RESULTADOS

4.1.1 Resultados de Análisis Matemático

4.1.1.1 Resultados Cinemática Directa 5GDL

$$\begin{aligned}x = t_{14} = & C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 a_4 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 a_4 - C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 a_4 \\ & - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 a_4 + C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 a_3 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 a_3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y = t_{24} = & S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 a_4 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 a_4 - S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 a_4 \\ & - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 a_4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}z = t_{34} = & S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 a_4 + C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 a_4 - S\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 a_4 + C\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 a_4 \\ & + S\theta_2 C\theta_3 a_3 + C\theta_2 S\theta_3 a_3 + S\theta_2 a_2 + a_1\end{aligned}$$

4.1.1.2 Resultados Cinemática Inversa 5GDL

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left(\frac{Y_3^0}{X_3^0} \right)$$

$$\theta_2 = \phi_2 - \phi_1$$

$$\theta_3 = 180 - \phi_3$$

4.1.1.3 Resultados Velocidad 5GDL

$$\begin{aligned}\dot{x} = & -a_2 S\theta_2 \dot{\theta}_1 - a_3 S\theta_3 \dot{\theta}_1 - a_4 C\theta_1 \dot{\theta}_2 - a_4 C\theta_1 \dot{\theta}_3 - a_4 C\theta_1 \dot{\theta}_4 \\ & + a_4 S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 \dot{\theta}_5 - a_4 S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 \dot{\theta}_5 \\ & - a_4 S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 \dot{\theta}_5 - a_4 S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 \dot{\theta}_5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{y} = & a_2 C\theta_2 \dot{\theta}_1 + a_3 C\theta_3 \dot{\theta}_1 - a_4 S\theta_1 \dot{\theta}_2 - a_4 S\theta_1 \dot{\theta}_3 \\ & - a_4 S\theta_1 \dot{\theta}_4 - a_4 C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 \dot{\theta}_5 + a_4 C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 \dot{\theta}_5 \\ & + a_4 C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 \dot{\theta}_5 + a_4 C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 \dot{\theta}_5\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\dot{z} &= a_2 S\theta_1 S\theta_2 \dot{\theta}_2 + a_3 S\theta_1 S\theta_3 \dot{\theta}_2 - a_2 C\theta_1 C\theta_2 \dot{\theta}_2 - a_3 C\theta_1 C\theta_3 \dot{\theta}_2 \\ &\quad + a_3 S\theta_1 S\theta_3 \dot{\theta}_3 + a_3 C\theta_1 C\theta_3 \dot{\theta}_3 \\ \mathbf{w}_x &= S\theta_1 \dot{\theta}_2 + S\theta_1 \dot{\theta}_3 + S\theta_1 \dot{\theta}_4 + C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 \dot{\theta}_5 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 \dot{\theta}_5 \\ &\quad - C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 \dot{\theta}_5 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 \dot{\theta}_5 \\ \mathbf{w}_y &= -C\theta_1 \dot{\theta}_2 - C\theta_1 \dot{\theta}_3 - C\theta_1 \dot{\theta}_4 + S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 \dot{\theta}_5 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 \dot{\theta}_5 \\ &\quad - S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 \dot{\theta}_5 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 \dot{\theta}_5 \\ \mathbf{w}_z &= \dot{\theta}_1 + S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 \dot{\theta}_5 + C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 \dot{\theta}_5 - S\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 \dot{\theta}_5 + C\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 \dot{\theta}_5\end{aligned}$$

4.1.1.4 Resultados Cinemática Directa 6GDL

$$\begin{aligned}x = t_{14} &= -C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 a_4 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 a_4 + S\theta_1 S\theta_4 S\theta_5 a_4 \\ &\quad + C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 a_4 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_5 a_4 + C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 a_3 \\ &\quad - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 a_3 + C\theta_1 C\theta_2 a_2 \\ y = t_{24} &= -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 a_4 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 a_4 - C\theta_1 S\theta_4 S\theta_5 a_4 \\ &\quad + S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 a_4 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_5 a_4 + S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 a_3 \\ &\quad - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 a_3 + S\theta_1 C\theta_2 a_2 \\ z = t_{34} &= -S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 a_4 + C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 a_4 + S\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 a_4 \\ &\quad + C\theta_2 S\theta_3 C\theta_5 a_4 + S\theta_2 C\theta_3 a_3 + C\theta_2 S\theta_3 a_3 + S\theta_2 a_2 + a_1\end{aligned}$$

4.1.1.5 Resultados Cinemática Inversa 6GDL

$$\begin{aligned}\theta_1 &= \tan^{-1}\left(\frac{Y_3^0}{X_3^0}\right) \\ \theta_2 &= \phi_2 - \phi_1 \\ \theta_3 &= 180 - \phi_3 \\ \theta_4 &= \text{arcCos}\left(\frac{R_6^3(2,3)}{S\theta_5}\right) \\ \theta_5 &= -\text{arcCos}(R_6^3(3,3))\end{aligned}$$



$$\theta_6 = \text{arcCos} \left(\frac{-R_6^3(3,2)}{S\theta_5} \right)$$

Si $\theta_5 = 0$ o múltiplo de 180, tendremos $\theta_4 = 0$ y

$$\text{Calcularemos } \theta_6 = \text{arcCos}(R_6^3(1,1))$$

4.1.1.6 Resultados Velocidad 6GDL

$$\begin{aligned} \dot{x} = & -a_2 S\theta_2 \dot{\theta}_1 - a_3 C\theta_1 \dot{\theta}_2 - a_4 C\theta_1 \dot{\theta}_2 - a_3 C\theta_1 \dot{\theta}_3 - a_4 C\theta_1 \dot{\theta}_3 \\ & - a_3 S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 \dot{\theta}_4 - a_3 S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 \dot{\theta}_4 - a_4 S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 \dot{\theta}_4 \\ & - a_4 S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 \dot{\theta}_4 - a_4 S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 \dot{\theta}_5 \\ & - a_4 S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 \dot{\theta}_5 + a_4 C\theta_1 C\theta_4 \dot{\theta}_5 \\ & - a_4 C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 \dot{\theta}_6 - a_4 C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 \dot{\theta}_6 \\ & + a_4 S\theta_1 S\theta_4 S\theta_5 \dot{\theta}_6 + a_4 C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 \dot{\theta}_6 \\ & + a_4 C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_5 \dot{\theta}_6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{y} = & a_2 C\theta_2 \dot{\theta}_1 - a_3 S\theta_1 \dot{\theta}_2 - a_4 S\theta_1 \dot{\theta}_2 - a_3 S\theta_1 \dot{\theta}_3 - a_4 S\theta_1 \dot{\theta}_3 \\ & + a_3 C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 \dot{\theta}_4 + a_3 C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 \dot{\theta}_4 + a_4 C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 \dot{\theta}_4 \\ & + a_4 C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 \dot{\theta}_4 + a_4 C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 \dot{\theta}_5 \\ & + a_4 C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 \dot{\theta}_5 + a_4 S\theta_1 C\theta_4 \dot{\theta}_5 \\ & + a_4 C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 \dot{\theta}_6 + a_4 C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 \dot{\theta}_6 \\ & - a_4 S\theta_1 S\theta_4 S\theta_5 \dot{\theta}_6 - a_4 C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 \dot{\theta}_6 \\ & - a_4 C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_5 \dot{\theta}_6 \end{aligned}$$

$$\dot{z} = a_2 S\theta_1 S\theta_2 \dot{\theta}_2 + a_2 C\theta_1 C\theta_2 \dot{\theta}_2$$

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_x = & S\theta_1 \dot{\theta}_2 + S\theta_1 \dot{\theta}_3 - C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 \dot{\theta}_4 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 \dot{\theta}_4 \\ & - C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 \dot{\theta}_5 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 \dot{\theta}_5 - S\theta_1 C\theta_4 \dot{\theta}_5 \\ & - C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 \dot{\theta}_6 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 \dot{\theta}_6 \\ & + S\theta_1 S\theta_4 S\theta_5 \dot{\theta}_6 + C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 \dot{\theta}_6 + C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_5 \dot{\theta}_6 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 w_y = & -C\theta_1\dot{\theta}_2 - C\theta_1\dot{\theta}_3 - S\theta_1C\theta_2C\theta_3\dot{\theta}_4 - S\theta_1S\theta_2S\theta_3\dot{\theta}_4 \\
 & - S\theta_1C\theta_2S\theta_3S\theta_4\dot{\theta}_5 - S\theta_1S\theta_2C\theta_3S\theta_4\dot{\theta}_5 + C\theta_1C\theta_4\dot{\theta}_5 \\
 & - S\theta_1C\theta_2S\theta_3C\theta_4S\theta_5\dot{\theta}_6 - S\theta_1S\theta_2C\theta_3C\theta_4S\theta_5\dot{\theta}_6 \\
 & - C\theta_1S\theta_4S\theta_5\dot{\theta}_6 + S\theta_1C\theta_2C\theta_3C\theta_5\dot{\theta}_6 + S\theta_1S\theta_2S\theta_3C\theta_5\dot{\theta}_6 \\
 w_z = & \dot{\theta}_1 - S\theta_2C\theta_3\dot{\theta}_4 + C\theta_2S\theta_3\dot{\theta}_4 - S\theta_2S\theta_3S\theta_4\dot{\theta}_5 + C\theta_2C\theta_3S\theta_4\dot{\theta}_5 \\
 & - S\theta_2S\theta_3C\theta_4S\theta_5\dot{\theta}_6 + C\theta_2C\theta_3C\theta_4S\theta_5\dot{\theta}_6 + S\theta_2C\theta_3C\theta_5\dot{\theta}_6 \\
 & - C\theta_2S\theta_3C\theta_5\dot{\theta}_6
 \end{aligned}$$

4.1.2 Resultados de Análisis de Servomotores

Tabla 4.1: Análisis de límites de servomotores

	Zona de deterioro	Zona limite	Zona de trabajo	Zona limite	Zona de deterioro
Servo 0 (MG996r)	0 - 110	115	120 - 450	455	455+
Servo 1 (MG996r)	0 - 115	120	120 - 460	465	465+
Servo 1 (ROBSG HS3225)	0 - 110	110	120 - 570	580	580+
Servo 2 (MG996r)	0 - 110	115	120 - 480	490	490+
Servo 3 (MG996r)	0 - 120	120	121 - 460	465	465+
Servo 4 (MG996r)	0 - 115	115	118 - 470	470	470+
Servo 5 (MG996r)	0 - 115	118	120 - 470	470	470+

Elaboración propia



Tabla 4.2: Rango de movimiento de Articulaciones 5GDL

Articulación	Rango de Movimiento (°)
1	0 – 180
2	0 – 135
3	0 – 180
4	0 – 180
5	0 – 180

Elaboración Propia

Tabla 4.3: Dimensiones de Articulaciones 5GDL

Articulación	Dimensiones (cm)
Base a 1	6.5
1 a 2	3
2 a 3	10.4
3 a 4	9.7
4 a 5	6.4
5 a Efecto Final (Pinza)	8

Elaboración Propia



Mediciones Para robot de 6 grados de libertad

Tabla 4.4: Rango de movimiento de Articulaciones 6GDL

Articulación	Rango de Movimiento (Grados)
1	0 – 180
2	0 – 135
3	0 – 180
4	0 – 180 (360 ideal)
5	0 – 180
6	0 - 180 (360 ideal)

Elaboración Propia

Tabla 4.5: Dimensiones de Articulaciones 6GDL

Articulación	Dimensiones (cm)
Base a 1	6.5
1 a 2	3
2 a 3	10.4
3 a 4	9.8
4 a 5	5.2
5 a 6	6.4
6 a Efector Final (Pinza)	8

Elaboración Propia

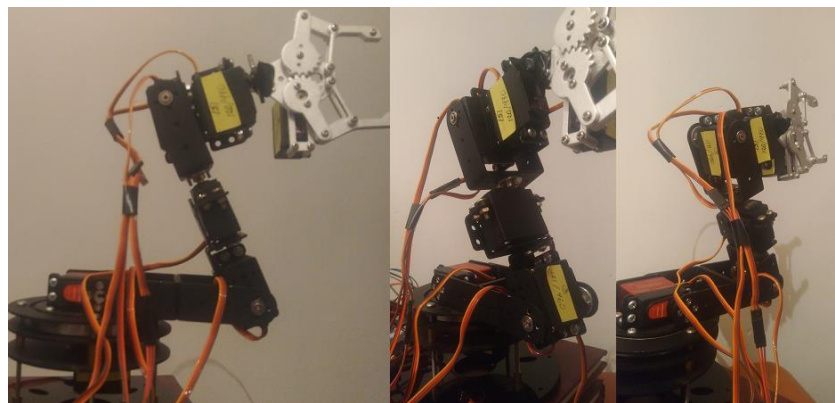
4.1.3 Resultados de Estructura e Implementación

Figura 4.1: Implementación de Robot 5GDL



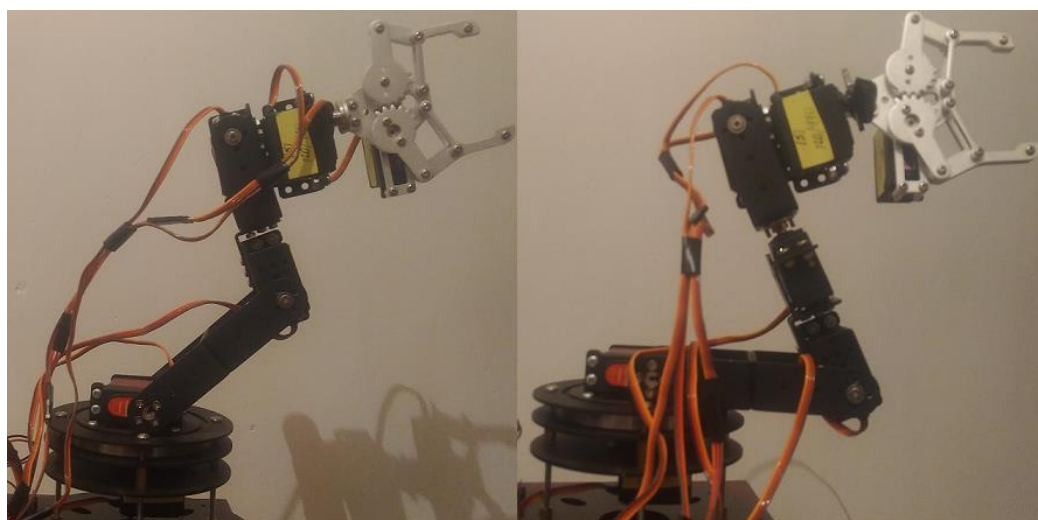
Elaboración Propia

Figura 4.2: Implementación de Robot de 6GDL



Elaboración Propia

Figura 4.3: Implementación de Robot 5GDL y 6GDL



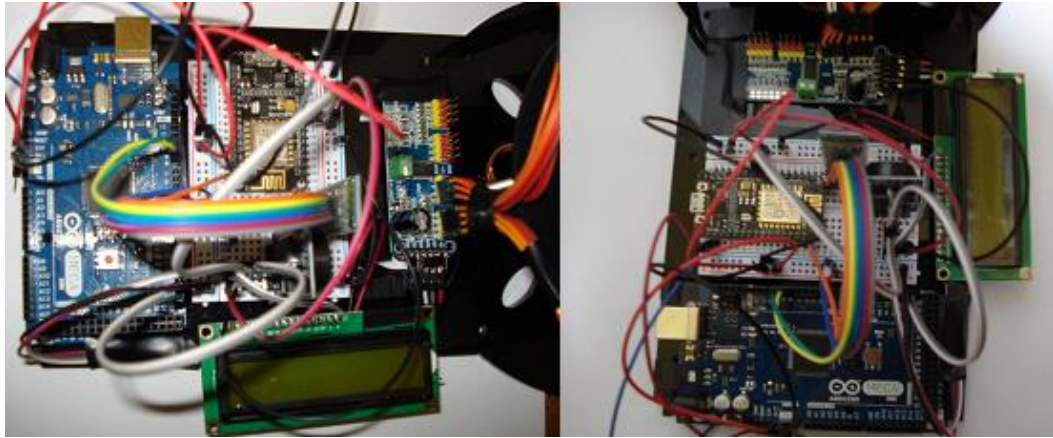
ROBOT 5 GDL

ROBOT 6GDL

Elaboración Propia

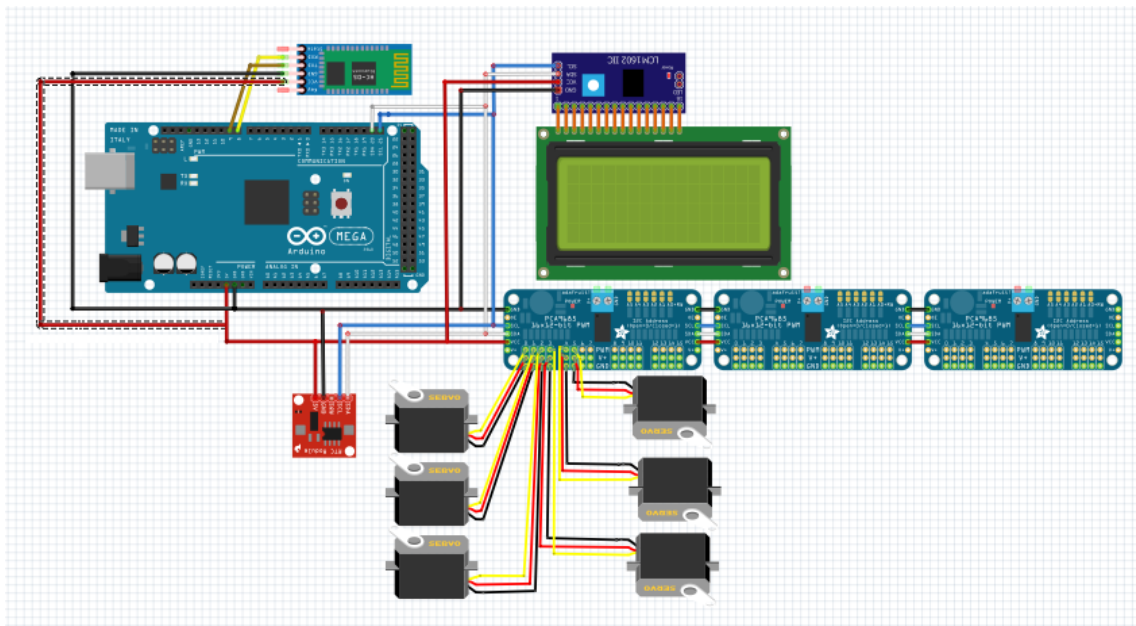
4.1.4 Resultados de Hardware de control

Figura 4.4: Hardware robot 5GDL y 6GDL



Elaboración Propia

Figura 4.5: Diagrama de conexión

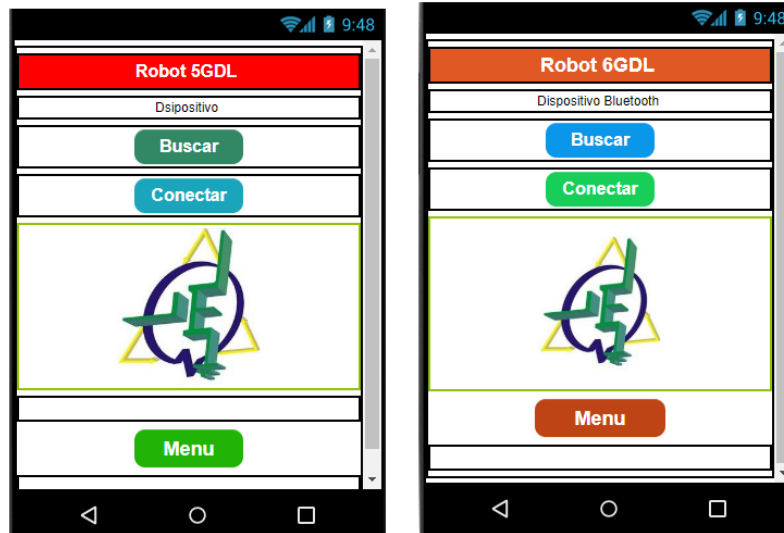


Elaboración Propia

4.1.5 Resultados de Programación

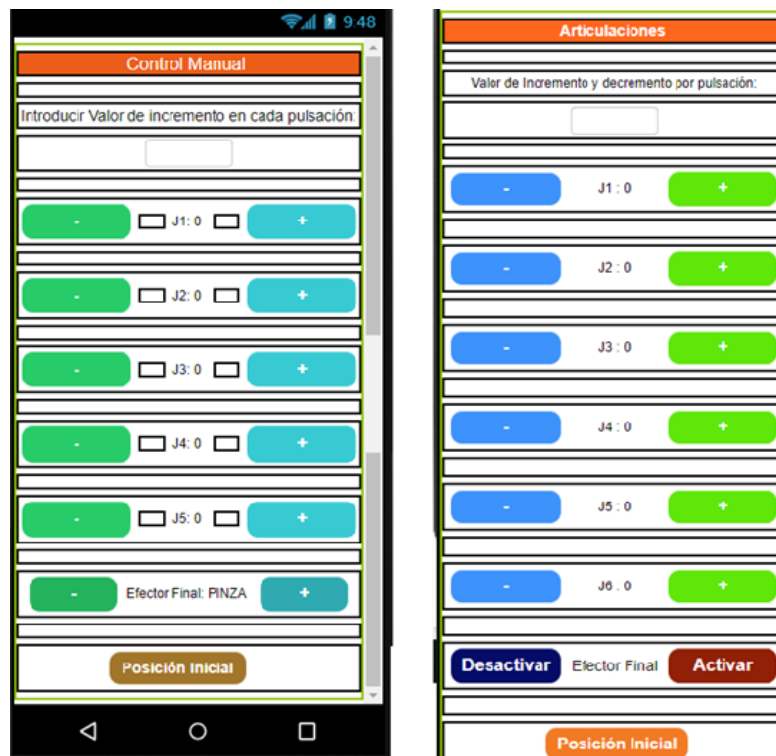
En la Figura 4.6 se muestra screenshots de la APK de interfaz de usuario desarrollada para el sistema operativo Android.

Figura 4.6 Menú de Robot de 5GDL y 6GDL



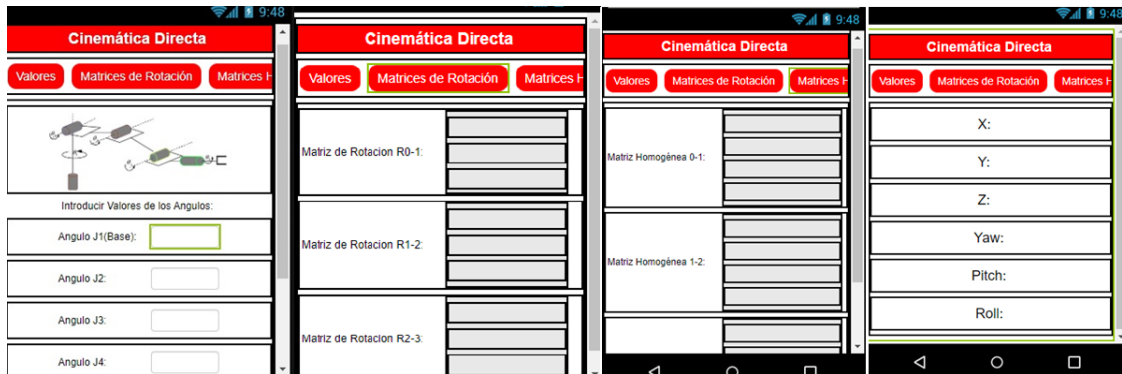
Elaboración Propia

Figura 4.7 Control Manual de Robot 5GDL y 6GDL



Elaboración Propia

Figura 4.8 Cinemática en Interfaz de Usuario



Elaboración Propia



4.1.5 Resultados de porcentaje de error

Datos del robot de 5 Grados de Libertad:

Tabla 4.7: Resultados de error en robot 5GDL

Ángulos de Articulaciones					Valor teórico de Posición Final(cm)		
01	02	03	04	05	X	Y	Z
90	0	0	0	90	2.113E-15	34.5	9.5
0	0	90	-90	45	24.8	0	19.2
180	0	90	0	15	-10.4	1.274E-15	33.6
120	45	45	0	90	-3.6769553	6.3686733	40.953911
30	15	90	15	15	0.2901911	0.1675419	34.031964
60	0	15	60	35	11.748237	20.348544	25.919877
145	35	45	90	0	3.2583108	-2.2814938	27.518364
0	0	0	0	0	34.5	0	9.5

Valor experimental de Posición Final			ERROR en X	ERROR en Y	ERROR en Z
X	Y	Z	%	%	%
2.15	3.44	9.4	-	0.57971014	1.05263158
24.5	0	18.9	1.0175E+17	-	1.5625
-10.2	1.27	33.5	1.20967742	-9.9686E+16	0.29761905
-3.65	6.3	40.5	1.92307692	1.07829836	1.10834592
0.28	0.1	34	0.73308751	-	0.09392347
11.6	20	25.5	3.51185822	-	0.09392347
11.6	20	25.5	1.26178081	1.71286948	1.61990352
3.2	-2.25	27.2	1.78960215	1.38040261	1.15691471
34.6	0	9.4	-0.28985507	-	1.05263158

Elaboración Propia

Tabla 4.8: Resultados de error robot 6GDL

Ángulos de Articulaciones						Valor teórico de Posición Final(cm)		
01	02	03	04	05	06	X	Y	Z
180	60	15	45	0	45	-12.80928	1.569E-15	46.904883
0	15	0	45	0	45	38.443848	0	19.800998
120	90	0	90	15	35	3.2276717	1.863497 1	48.809332
45	90	-45	15	-15	90	15.572579	16.93675 3	37.7964
180	120	-15	0	10	45	15.167989	-1.86E-15	46.046384
90	90	0	0	0	0	1.493E-31	2.438E-15	49.3
75	80	10	45	0	15	0.4674119	1.744405 1	49.142001
90	0	0	0	0	0	2.438E-15	39.8	9.5



Valor experimental de Posición Final			ERROR en X	ERROR en Y	ERROR en Z
X	Y	Z	%	%	%
-12.6	1.57	46.5	1.63381548	-1.0006+17	0.86320011
37.9	0	19.6	1.41465547	-	1.05673427
3.18	1.8	48.5	1.47696868	3.40741609	0.63375586
15.3	16.5	37.5	1.75037802	2.57872923	0.78420167
15	-2	45.7	1.10752322	-1.0753E+17	0.75225017
1.5	2.45	49	-1.0047E+33	-1.0049E+17	0.60851927
0.45	1.72	48.7	3.72517259	1.39905003	0.89943631
2.45	40.1	9.6	-1.0049E+17	-0.75376884	-1.05263158

Elaboración Propia

4.1.6 Comparación de control Joystick-Desktop-Smartphone

Tabla 4.9: Comparación de modos de control

Control por:	Control Manual	Control Inalámbrico	Cinemática	Librerías	Portabilidad	Bluetooth	Wifi	Facilidad de uso
			Directa e Inversa	de software				
Joystick	Si	No	No	No	No	No	No	Si
Desktop	Si	Si	Si	Si	No	Si	Si	Si
APK	Si	Si	Si	No	Si	Si	Si	Si

Elaboración Propia



4.2 DISCUSIÓN

A partir de los resultados obtenidos, se acepta la hipótesis general en la cual el Apk es la mejor opción para controlar y monitorear el prototipo de robot antropomórfico ya que su portabilidad la hace superior frente a los otros medios de control. La ventaja que aún tiene la computadora de escritorio es que cuenta con cantidad de programas y librerías para el uso y control para robots antropomórficos. Sin embargo, con el trabajo específico en programación de la Apk se puede lograr todo esto, cumpliendo las exigencias del proyecto.

Los resultados para nuestras hipótesis específicas son satisfactorias ya que cumplimos con un resultado al 100% de exactitud en el análisis matemático de cinemática directa, nuestro método geométrico tiene el mismo resultado que el método Denavit-Hartenberg el cual es usado en todas las tesis. Sin embargo, nuestros resultados matemáticos de cinemática inversa tienen diferentes resultados a los de nuestros antecedentes. Esto se debe a que se tienen diferentes configuraciones para lograr la posición de un solo punto.

Se logro implementar un prototipo de robot antropomórfico de 5 grados de libertad y 6 grados de libertad a un bajo costo el cual es menor a los 300 dolares. En este estudio se tiene en cuenta que el efector final que se uso, el cual es una pinza, no tiene una buena fiabilidad ya que se atasca mucho y malogra el servomotor que se usa.



V. CONCLUSIONES

- Se desarrolló el análisis matemático de cinemática directa e inversa de un robot antropomórfico de 5 y 6 grados de libertad obteniendo satisfactoriamente los mismos resultados finales que se tienen en el método Denavit-Hartenberg. En el desarrollo del análisis matemático de cinemática inversa se encontró que existen diferentes configuraciones para la obtención de una posición del efector final, sin embargo, no todas son posibles de realizar a causa de los límites en la mecánica del manipulador.
- Se logró desarrollar una APK amigable para controlar el prototipo de robot antropomórfico industrial de 5GDL y 6GDL. Se concluyó que Arduino Uno no tiene suficiente memoria para soportar el avance del proyecto, se reemplazó este por un Arduino Mega, en el avance y la adición de nuevas características al control es muy probable que Arduino Mega también no cumpla con las necesidades del proyecto.
- Se mejoró el hardware del proyecto que primeramente se tenía en primeros experimentos, cambiando la conexión directa de los servomotores hacia Arduino Uno con un módulo PAC9685 PWM el cual nos permite la comunicación con solo dos pines para controlar 16 servomotores y tiene la ventaja de unir más módulos y así controlar más servomotores.



VI. RECOMENDACIONES

- Los resultados del análisis matemático son satisfactorios pero aun se tienen márgenes de error por las limitaciones de hardware y componentes físicos, con la programación se debe dar solución a esto, por eso es necesario realizar las mediciones y análisis de servomotores antes de realizar la programación.
- Seguir trabajando en la APK para añadir y mejorar la aplicación en cada actualización. La adición de path planning o planeación de trayectoria para la APK es en lo que se está trabajando en estos momentos, con lo cual se recomienda el uso de Smartphone con una pantalla más amplia o Tablet para una mejor visualización.
- Para la articulación 1, se necesita un servomotor de mayor fuerza y con un torque que soporte el peso del brazo robótico, el servomotor ROBSG HS3225 DE 25 KG no es suficiente, ya que este se sobrecalienta cuando se le deja en la posición de 30 a 60 grados. El control de velocidad de los servomotores es de alta importancia, ya que cuando se realiza el trabajo con una alta velocidad el robot trabaja de una forma tosca y peligrosa. Para esto también se realizó un margen del espacio de trabajo en el análisis matemático para tomar precauciones y evitar el daño del robot, objeto o persona en el proceso de funcionamiento.



VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- A. E. Solyman, M. R. Roman, A. B. Keshk y K. A. Sharshar. (2016). Design and Simulation of 5-dof Vision-Based Manipulator to Increase Radiation Safety for Industrial Cobalt-60 Irradiators. Arab Journal of Nuclear Science and Applications.
- André D Sorensen. (2017). Development and Analysis of Custom-Made Robotic Arm for Femur Bone Surgery. Master's Thesis.
- Carlos Andrés Soto Bravo. (2015). Brazo Robótico de 5gdl con Sistema de Control Modificable por el Usuario para Fines de Investigación en Ingeniería Robótica. Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Carrera Soria Willy Eduardo. (2015). Dseño y Construcción del Subsistema Electrónico para el Control de un Brazo Robot de 5gdl. Universidad Católica del Perú.
- Dr. Ing. Andreas Jochheim, Dr. Ing. Michael Gerke and Ing. Andreas Bischoff (1999). Modeling and simulation of kinematics systems.
- Fernando Reyes Cortés (2011)- Robótica – Control de Robots Manipuladores. Primera Edición. Alfaomega Grupo, México.
- FL Lewis, CT Abdallah, DM Dawson (1993). Control of Robot Manipulators. First Edition.
- Freddy M. Alonzo y Miguel E. Bravo (Quito, 2014). Diseño, construcción y control de un brazo robótico. Tesis.
- Hernández Torres Luis Román. (2015). Diseño y Control de un Brazo Robótico de 3 grados de libertad. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Gonzáles Rodríguez Araceli, Pineda Ortega Manuel y Soberanes Leal Dely Madai. (2007). Seguimiento Adaptivo de Trayectorias con Convergencia en Tiempo Finito de un Robot Antropomórfico Virtual de Tres grados de Libertad. Tesis.



- John J. Craig (2006). *ROBÓTICA*. Editorial Pearson Education, México.
- Luis Román Hernández Torres (México, 2015). *Diseño y control de un brazo robótico de 3 grados de libertad*.
- Lung-Wen Tsai (1999). *ROBOT ANALYSIS – The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators*.
- Mark W. Spong, Seth Hutchinson, and M. Vidyasagar (2005). *Robot Modeling and Control*.
- Moya Apaza Kevin Junior. (2018). *Implementación de un Brazo Manipulador de 5 g.d.l. para la Operación de Remachado*. Universidad Andina Néstor Cáceres Velásquez.
- Muhammad Bilal, Muhammad Osama Khan, Awais Mughal y Noman Ali. (2018). *Design and Control of 6 dof Robotic Manipulator*. University of Engineering and Technology – LAHORE.
- Paul David Álvarez Herrera. (2014). *Diseño y Construcción de un Brazo Robot para el Trazado de Diagramas*. Universidad Nacional de Trujillo.
- Rafael Kelly, Víctor Santibáñez (2003). *Control de Movimiento de Robots Manipuladores*.
- Richard M. Murray, Zexiang Li, S. Shankar Sastry (1994). *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*.
- S. Gómez, Sánchez, J. Zarama, M. Castañeda Ramos, J. Escoto Alcántar, J. Torres, A. Núñez, S. Santana, F. Nájera, J. A. Lopez. (2015). *Design of a 4-dof Robot Manipulator with Optimized Algorithm for Inverse Kinematics*. World Academy of Science, Engineering and Technology – International Journal of Mechanical and Mechatronics Engineering.
- Victor Raúl Quispe Roncalla y Ricardo German Escobedo Gil. (2014). *Desarrollo e Implementación de un Módulo de Entrenamiento de Brazo Robótico de Cinco*



Grados de Libertad Monitorizado mediante Redes Zigbee. Universidad Nacional del Altiplano – Puno.

Yague Niño Juan José. (2013). Control Automático de un Brazo Robótico de 5 grados de libertad con Arduino. Proyecto de fin de carrera.

Xuhao Wang, Dawei Zhang, and Chen Zhao. (2017). Inverse Kinematics of a 7r 6-dof Robot with Nonspherical Wrist Based on Transformation into the 6r Robot. Hindawi – Mathematical Problems in Engineering.

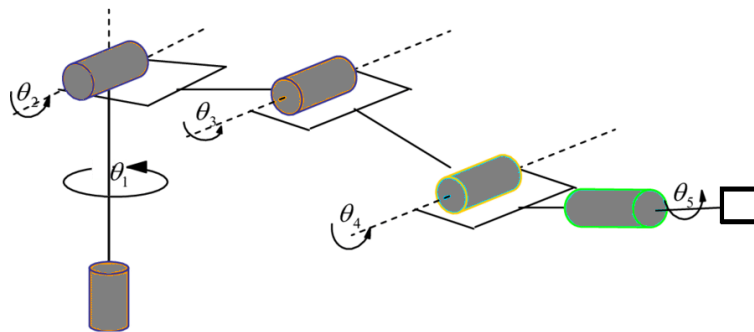
ANEXOS

ANEXO 1

Análisis de Cinemática Directa para robot de 5GDL

Realizamos la gráfica del movimiento de los servomotores teniendo en cuenta la dirección del movimiento articular.

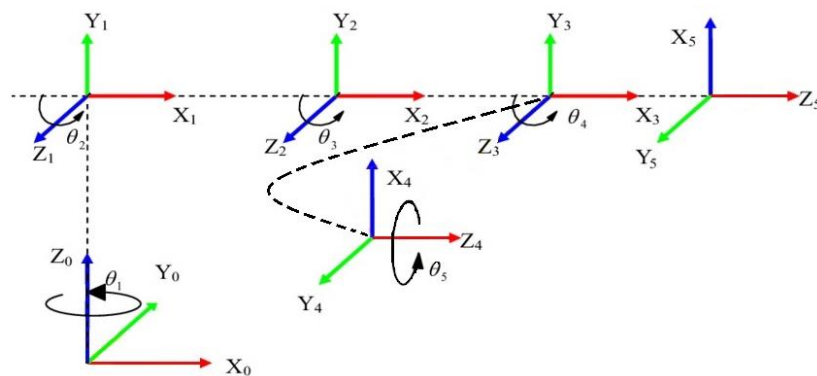
Figura A.1: Asignación de ángulos para robot de 5GDL



Elaboración propia

De igual forma, realizamos la gráfica de los sistemas cartesianos para cada articulación.

Figura A.2: Asignación de planos cartesianos para robot de 5GDL



Elaboración propia

Teniendo nuestro análisis gráfico de nuestro robot de 5GDL procedemos a encontrar nuestras matrices rotacionales de cada articulación con respecto a la anterior.

$$R_5^0 = R_1^0 R_2^1 R_3^2 R_4^3 R_5^4$$

$$R_1^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_1 & 0 & S\theta_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\theta_1 & 0 & C\theta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta_1 & 0 & S\theta_1 \\ S\theta_1 & 0 & -C\theta_1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_2^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

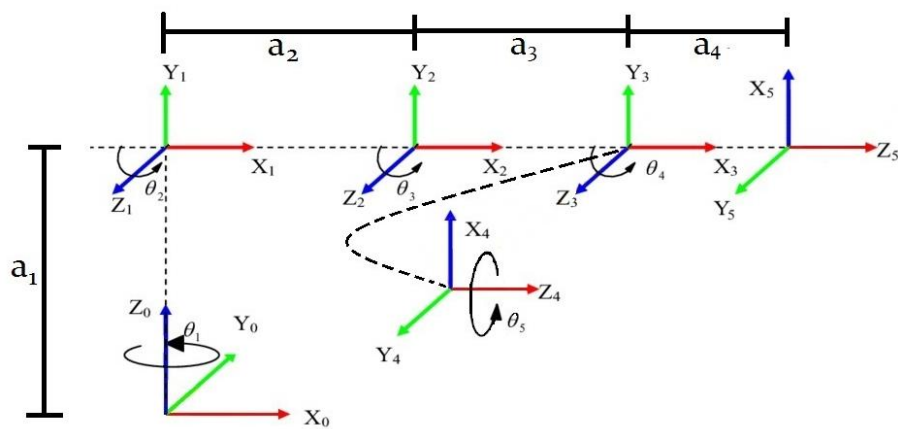
$$R_3^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_4^3 = \begin{bmatrix} C\theta_4 & -S\theta_4 & 0 \\ S\theta_4 & C\theta_4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -S\theta_4 & 0 & C\theta_4 \\ C\theta_4 & 0 & S\theta_4 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_5^4 = \begin{bmatrix} C\theta_5 & -S\theta_5 & 0 \\ S\theta_5 & C\theta_5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta_5 & -S\theta_5 & 0 \\ S\theta_5 & C\theta_5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Teniendo nuestras matrices rotacionales, ahora procedemos a encontrar nuestros vectores de desplazamiento.

Figura A.3: Variables de robot de 5GDL



Elaboración propia

Ya que el cuarto plano (x_4, y_4, z_4) está en el origen del tercer plano (x_3, y_3, z_3) para cumplir las reglas de marcos ortonormales, tendríamos: $a_4 = b_1 + b_2$,

Donde:

b_1 : es la distancia entre el tercer plano (x_3, y_3, z_3) y el cuarto plano (x_4, y_4, z_4)

b_2 : es la distancia entre el cuarto plano (x_4, y_4, z_4) y el quinto plano (x_5, y_5, z_5)



Luego obtenemos nuestros vectores de desplazamiento:

$$d_1^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_1 \end{bmatrix}$$

$$d_2^1 = \begin{bmatrix} a_2 C\theta_2 \\ a_2 S\theta_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$d_3^2 = \begin{bmatrix} a_3 C\theta_3 \\ a_3 S\theta_3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$d_4^3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$d_5^4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_4 \end{bmatrix}$$

Sabiendo nuestros vectores de desplazamiento, procedemos a encontrar nuestras matrices de transformación homogénea.

$$H_n^m = \begin{vmatrix} R_n^m & d_n^m \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$H_5^0 = H_1^0 H_2^1 H_3^2 H_4^3 H_5^4$$

Realizamos el análisis de cada matriz de transformación homogénea teniendo en cuenta las matrices de rotación y los vectores de desplazamiento.

$$H_1^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & 0 & S\theta_1 & 0 \\ S\theta_1 & 0 & -C\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_2^1 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & a_2 C\theta_2 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 & a_2 S\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_3^2 = \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & a_3 C\theta_3 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 & a_3 S\theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_4^3 = \begin{bmatrix} -S\theta_4 & 0 & C\theta_4 & 0 \\ C\theta_4 & 0 & S\theta_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_5^4 = \begin{bmatrix} C\theta_5 & -S\theta_5 & 0 & 0 \\ S\theta_5 & C\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_5^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & 0 & S\theta_1 & 0 \\ S\theta_1 & 0 & -C\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & a_2 C\theta_2 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 & a_2 S\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & a_3 C\theta_3 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 & a_3 S\theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -S\theta_4 & 0 & C\theta_4 & 0 \\ C\theta_4 & 0 & S\theta_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_5 & -S\theta_5 & 0 & 0 \\ S\theta_5 & C\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_5^0 = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & t_{34} \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} & t_{44} \end{bmatrix}$$

$$t_{11} = -C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 C\theta_5 + C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 C\theta_5 - C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 C\theta_5 \\ - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 C\theta_5 + S\theta_1 S\theta_5$$

$$t_{12} = C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 S\theta_5 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 S\theta_5 + C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 \\ + C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 + S\theta_1 C\theta_5$$

$$t_{13} = C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 - C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4$$

$$t_{14} = C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 a_4 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 a_4 - C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 a_4 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 a_4 \\ + C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 a_3 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 a_3 + a_2 C\theta_1 C\theta_2$$

$$t_{21} = -S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 C\theta_5 + S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 C\theta_5 - S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 C\theta_5 \\ - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 C\theta_5 - C\theta_1 S\theta_5$$

$$t_{22} = S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 S\theta_5 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 S\theta_5 + S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 \\ + S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 - C\theta_1 C\theta_5$$

$$t_{23} = S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 - S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4$$

$$t_{24} = S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 a_4 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 a_4 - S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 a_4 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 a_4 \\ + a_3 S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - a_3 S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 + a_2 S\theta_1 C\theta_2$$

$$t_{31} = -S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 C\theta_5 - C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 C\theta_5 - S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 C\theta_5 + C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 C\theta_5$$

$$t_{32} = S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 S\theta_5 + C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 S\theta_5 + S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 - C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5$$



$$t_{33} = S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 + C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 - S\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 + C\theta_2 C\theta_3 S\theta_4$$

$$t_{34} = S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 a_4 + C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 a_4 - S\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 a_4 + C\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 a_4 + S\theta_2 C\theta_3 a_3 \\ + C\theta_2 S\theta_3 a_3 + S\theta_2 a_2 + a_1$$

$$t_{41} = 0$$

$$t_{42} = 0$$

$$t_{43} = 0$$

$$t_{44} = 1$$

Donde t_{14}, t_{24}, t_{34} nos da la posición del efector final sobre el sistema coordinado base (x_0, y_0, z_0)

$$x = t_{14} = C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 a_4 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 a_4 - C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 a_4 \\ - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 a_4 + C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 a_3 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 a_3$$

$$y = t_{24} = S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 a_4 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 a_4 - S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 a_4 \\ - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 a_4$$

$$z = t_{34} = S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 a_4 + C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 a_4 - S\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 a_4 + C\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 a_4 \\ + S\theta_2 C\theta_3 a_3 + C\theta_2 S\theta_3 a_3 + S\theta_2 a_2 + a_1$$

Ahora realizaremos la comparación de nuestros resultados con el análisis de Denavit-Hartenberg.

$$H_n^{n-1} = \begin{bmatrix} C\theta_n & -S\theta_n C\alpha_n & S\theta_n S\alpha_n & r_n C\theta_n \\ S\theta_n & C\theta_n C\alpha_n & -C\theta_n S\alpha_n & r_n S\theta_n \\ 0 & S\alpha_n & C\alpha_n & d_n \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Procedemos a llenar el cuadro de datos del método Denavit-Hartenberg:

Tabla A.1: Parámetros Denavit-Hartenberg para robot de 5GDL

	θ	α	r	d
1	θ_1	90	0	a_1
2	θ_2	0	a_2	0
3	θ_3	0	a_3	0
4	$\theta_4 + 90$	90	0	0
5	θ_5	0	0	$a_4 + a_5$

Elaboración propia

$$H_1^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 C(90) & S\theta_1 S(90) & (0)C\theta_1 \\ S\theta_1 & C\theta_1 C(90) & -C\theta_1 S(90) & (0)S\theta_1 \\ 0 & S(90) & C(90) & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta_1 & 0 & S\theta_1 & 0 \\ S\theta_1 & 0 & -C\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_2^1 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2(1) & S\theta_2(0) & a_2 C\theta_2 \\ S\theta_2 & C\theta_2(1) & -C\theta_2(0) & a_2 S\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & a_2 C\theta_2 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 & a_2 S\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_3^2 = \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3(1) & S\theta_3(0) & a_3 C\theta_3 \\ S\theta_3 & C\theta_3(1) & -C\theta_3(0) & a_3 S\theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & a_3 C\theta_3 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 & a_3 S\theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_4^3 = \begin{bmatrix} C\theta_4 + 90 & (-S\theta_4 + 90)(0) & (S\theta_4 + 90)(1) & (0)C\theta_4 \\ S\theta_4 + 90 & (C\theta_4 + 90)(0) & (-C\theta_4 + 90)(1) & (0)S\theta_4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} C\theta_4 + 90 & 0 & S\theta_4 + 90 & 0 \\ S\theta_4 + 90 & 0 & -C\theta_4 + 90 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_5^4 = \begin{bmatrix} C\theta_5 & -S\theta_5(1) & S\theta_5(0) & (0)C\theta_5 \\ S\theta_5 & C\theta_5(1) & -C\theta_5(0) & (0)S\theta_5 \\ 0 & 0 & 1 & a_4 + a_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta_5 & -S\theta_5 & 0 & 0 \\ S\theta_5 & C\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a_4 + a_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ahora solo queda multiplicar los resultados para obtener H_5^0

$$H_5^0 = H_1^0 H_2^1 H_3^2 H_4^3 H_5^4$$

$$H_5^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & 0 & S\theta_1 & 0 \\ S\theta_1 & 0 & -C\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & a_2 C\theta_2 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 & a_2 S\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & a_3 C\theta_3 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 & a_3 S\theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_4 + 90 & 0 & S\theta_4 + 90 & 0 \\ S\theta_4 + 90 & 0 & -C\theta_4 + 90 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_5 & -S\theta_5 & 0 & 0 \\ S\theta_5 & C\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a_4 + a_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Comparando nuestro resultado con el que tuvimos en el análisis geométrico vemos que tenemos una variación en la matriz homogénea H_4^3 , esta comparación y el resultado lo vemos en el capítulo de presentación de resultados. En la matriz de transformación homogénea H_5^4 vemos que en el vector de desplazamiento hay una ligera diferencia que nos da $a_4 + a_5$ en el análisis de Denavit-Hartenberg y en nuestro análisis geométrico solo tenemos a_4 , esto se da ya que realizamos el análisis con marcos ortonormales y $a_4 = b_1 + b_2$.

Aquí presentamos las matrices obtenidas en el método geométrico para comparar los resultados obtenidos por el método Denavit-Hartenberg.

$$H_5^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & 0 & S\theta_1 & 0 \\ S\theta_1 & 0 & -C\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & a_2 C\theta_2 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 & a_2 S\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & a_3 C\theta_3 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 & a_3 S\theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -S\theta_4 & 0 & C\theta_4 & 0 \\ C\theta_4 & 0 & S\theta_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_5 & -S\theta_5 & 0 & 0 \\ S\theta_5 & C\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

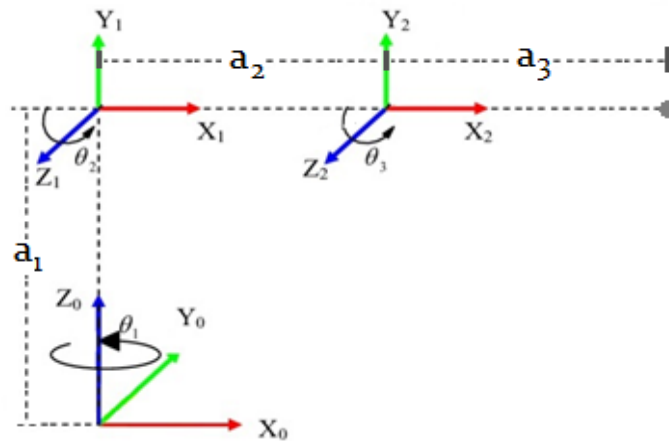
Cinemática Inversa de robot de 5GDL

Los primeros 3 ejes determinan la posición del efector final.

Los siguientes 3 ejes determinan la orientación del efector final.

Graficamos R_3^0 :

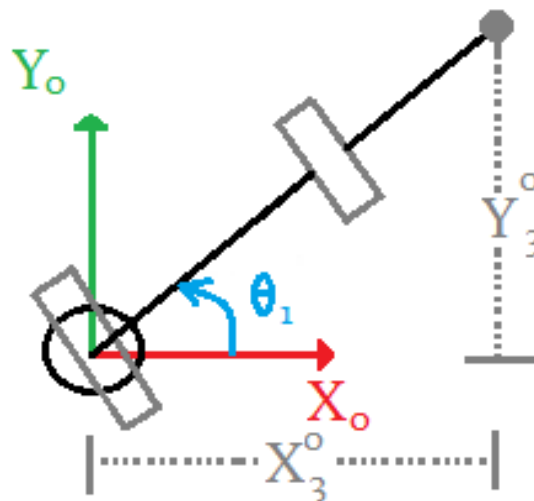
Figura A.4: Análisis de C.I. 5GDL



Elaboración propia

Realizamos nuestro análisis con la vista de arriba:

Figura A.5: Vista de arriba



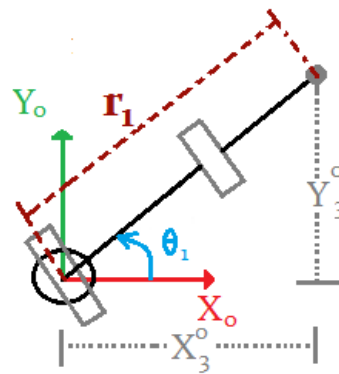
Elaboración propia

Ahora ya tenemos el valor de θ_1 :

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left(\frac{Y_3^0}{X_3^0} \right)$$

A continuación, hallaremos el valor de r_1

Figura A.6: Vista superior



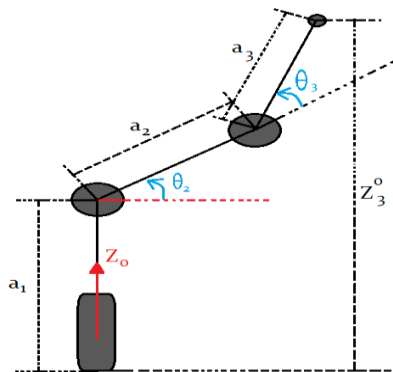
Elaboración propia

Donde:

$$r_1 = \sqrt{(X_3^0)^2 + (Y_3^0)^2}$$

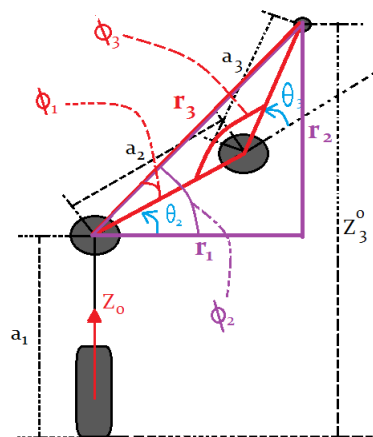
Vista de lado:

Figura A.7: Vista Horizontal



Elaboración propia

Figura A.8: Asignación de ángulos



Elaboración propia

$$\theta_2 = \phi_2 - \phi_1$$

$$\phi_2 = \tan^{-1}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

$$r_2 = Z_3^0 - a_1$$

$$a_3^2 = a_2^2 + r_3^2 - 2a_2r_3 \cos \phi_1$$

$$\phi_1 = \cos^{-1}\left(\frac{a_3^2 - a_2^2 - r_3^2}{-2a_2r_3}\right)$$

$$r_3 = \sqrt{(r_1)^2 + (r_2)^2}$$

$$\theta_3 = 180 - \phi_3$$

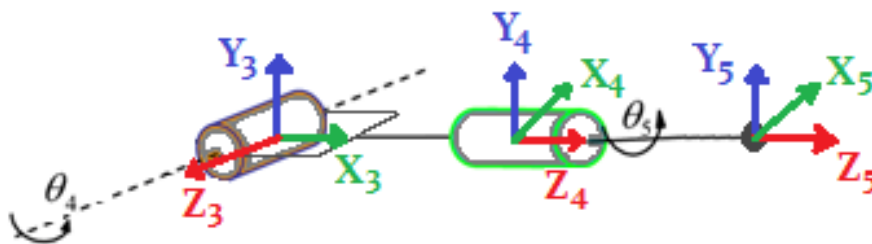
$$r_3^2 = a_2^2 + a_3^2 - 2a_2a_3 \cos \phi_3$$

$$\phi_3 = \cos^{-1}\left(\frac{r_3^2 - a_2^2 - a_3^2}{-2a_2a_3}\right)$$

Con esto ya tenemos todas nuestras variables de los primeros tres grados de libertad los cuales son para el posicionamiento del robot. A continuación, analizaremos los siguientes grados de libertad los cuales determinan la orientación del robot.

$$R_5^3 = R_4^3 R_5^4$$

Figura A.9: Grafica de Wrist



Elaboración propia

$$R_4^3 = R_{(90,Y)} R_{(\theta_4,X)}$$

Recordamos nuestras 3 matrices de rotación:

$$R_{x,\phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}$$



$$R_{y,\psi} = \begin{bmatrix} \cos \psi & 0 & \sin \psi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \psi & 0 & \cos \psi \end{bmatrix}$$

$$R_{z,\theta} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ahora resolvemos nuestra ecuación:

$$R_4^3 = R_{(90,Y)} R_{(-\theta_4,X)}$$

$$R_4^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C(-\theta_4) & -S(-\theta_4) \\ 0 & S(-\theta_4) & C(-\theta_4) \end{bmatrix}$$

$$R_4^3 = \begin{bmatrix} 0 & S(-\theta_4) & C(-\theta_4) \\ 0 & C(-\theta_4) & -S(-\theta_4) \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_5^4 = \begin{bmatrix} C\theta_5 & -S\theta_5 & 0 \\ S\theta_5 & C\theta_5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_5^3 = \begin{bmatrix} 0 & S(-\theta_4) & C(-\theta_4) \\ 0 & C(-\theta_4) & -S(-\theta_4) \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_5 & -S\theta_5 & 0 \\ S\theta_5 & C\theta_5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_5^3 = \begin{bmatrix} S(-\theta_4)S\theta_5 & S(-\theta_4)C\theta_5 & C(-\theta_4) \\ C(-\theta_4)S\theta_5 & C(-\theta_4)C\theta_5 & -S(-\theta_4) \\ -C\theta_5 & S\theta_5 & 0 \end{bmatrix}$$

Jacobiano de 5GDL

Ahora encontraremos la matriz jacobiana para poder hallar la velocidad en el efector final con respecto a las articulaciones

$$J = \begin{bmatrix} J_v \\ J_w \end{bmatrix} \quad k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$J_{v_i} = R_{i-1}^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} * (O_n - O_{i-1})$$

Donde:

J_v : es la velocidad lineal

J_w : es la velocidad angular

O_n : O es el origen del plano

Primero hallaremos la velocidad rotacional:

$$J_w = R_i^0 * \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$J_w = [R_0^0 k \quad R_1^0 k \quad R_2^0 k \quad R_3^0 k \quad R_4^0 k]$$

$$R_0^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_1^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & 0 & S\theta_1 \\ S\theta_1 & 0 & -C\theta_1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_2^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 C\theta_2 & -C\theta_1 S\theta_2 & S\theta_1 \\ S\theta_1 C\theta_2 & -S\theta_1 S\theta_2 & -C\theta_1 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_3^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 & -C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 & S\theta_1 \\ S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 & -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 & -C\theta_1 \\ S\theta_2 C\theta_3 + C\theta_2 S\theta_3 & -S\theta_2 S\theta_3 + C\theta_2 C\theta_3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_4^0 = \begin{bmatrix} t_{1,1} & t_{1,2} & t_{1,3} \\ t_{2,1} & t_{2,2} & t_{2,3} \\ t_{3,1} & t_{3,2} & t_{3,3} \end{bmatrix}$$

$$t_{1,1} = -C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 + C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4$$

$$t_{1,2} = S\theta_1$$

$$t_{1,3} = C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 - C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4$$

$$t_{2,1} = -S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 + S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4$$

$$t_{2,2} = -C\theta_1$$

$$t_{2,3} = S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 - S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4$$

$$t_{3,1} = -S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 - C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 + C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4$$

$$t_{3,2} = 0$$

$$t_{3,3} = S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 + C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 - S\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 + C\theta_2 C\theta_3 S\theta_4$$

$$R_0^0 k = R_0^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$R_1^0 k = R_1^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta_1 & 0 & S\theta_1 \\ S\theta_1 & 0 & -C\theta_1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S\theta_1 \\ -C\theta_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$R_2^0 k = R_2^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta_1 C\theta_2 & -C\theta_1 S\theta_2 & S\theta_1 \\ S\theta_1 C\theta_2 & -S\theta_1 S\theta_2 & -C\theta_1 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S\theta_1 \\ -C\theta_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$R_3^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 & -C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 & S\theta_1 \\ S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 & -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 & -C\theta_1 \\ S\theta_2 C\theta_3 + C\theta_2 S\theta_3 & -S\theta_2 S\theta_3 + C\theta_2 C\theta_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} S\theta_1 \\ -C\theta_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$R_4^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{1,1} & t_{1,2} & t_{1,3} \\ t_{2,1} & t_{2,2} & t_{2,3} \\ t_{3,1} & t_{3,2} & t_{3,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} =$$

$$R_4^0 k = \begin{bmatrix} C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 - C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 \\ S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 - S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 \\ S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 + C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 - S\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 + C\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 \end{bmatrix}$$



$$J_w = [R_0^0 k \quad R_1^0 k \quad R_2^0 k \quad R_3^0 k \quad R_4^0 k]$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & S\theta_1 & S\theta_1 & S\theta_1 & C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 - C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 \\ 0 & -C\theta_1 & -C\theta_1 & -C\theta_1 & S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 - S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 + C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 - S\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 + C\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 \end{bmatrix}$$

$$J_{v_i} = R_{i-1}^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} * (O_n - O_{i-1})$$

J_v

$$= \begin{bmatrix} R_0^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} * (O_5^0 - O_0^0) & R_1^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} * (O_5^0 - O_1^0) & R_2^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} * (O_5^0 - O_2^0) & R_3^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} * (O_5^0 - O_3^0) & R_4^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} * (O_5^0 - O_4^0) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} * (O_5^0 - O_0^0) & \begin{bmatrix} C\theta_1 & 0 & S\theta_1 \\ S\theta_1 & 0 & -C\theta_1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} * (O_5^0 - O_1^0) & \begin{bmatrix} C\theta_1 C\theta_2 & -C\theta_1 S\theta_2 & S\theta_1 \\ S\theta_1 C\theta_2 & -S\theta_1 S\theta_2 & -C\theta_1 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} * (O_5^0 - O_2^0) \\ \begin{bmatrix} C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 & -C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 & S\theta_1 \\ S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 & -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 & -C\theta_1 \\ S\theta_2 C\theta_3 + C\theta_2 S\theta_3 & -S\theta_2 S\theta_3 + C\theta_2 C\theta_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} * (O_5^0 - O_3^0) & R_4^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} * (O_5^0 - O_4^0) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} * (O_5^0 - O_0^0) & \begin{bmatrix} S\theta_1 \\ -C\theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} * (O_5^0 - O_1^0) & \begin{bmatrix} S\theta_1 \\ -C\theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} * (O_5^0 - O_2^0) & \begin{bmatrix} S\theta_1 \\ -C\theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} * (O_5^0 - O_3^0) \\ \begin{bmatrix} C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 - C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 \\ S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 - S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 \\ S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 + C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 - S\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 + C\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 \end{bmatrix} * (O_5^0 - O_4^0) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} a_2 C\theta_2 + a_3 C\theta_3 \\ a_2 S\theta_2 + a_3 S\theta_3 \\ a_1 + a_4 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} S\theta_1 \\ -C\theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} a_2 C\theta_2 + a_3 C\theta_3 \\ a_2 S\theta_2 + a_3 S\theta_3 \\ a_1 + a_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} S\theta_1 \\ -C\theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} a_2 C\theta_2 + a_3 C\theta_3 \\ a_2 S\theta_2 + a_3 S\theta_3 \\ a_1 + a_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} S\theta_1 \\ -C\theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} a_2 C\theta_2 + a_3 C\theta_3 \\ a_2 S\theta_2 + a_3 S\theta_3 \\ a_1 + a_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_2 C\theta_2 \\ a_2 S\theta_2 \\ a_1 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} S\theta_1 \\ -C\theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} a_2 C\theta_2 + a_3 C\theta_3 \\ a_2 S\theta_2 + a_3 S\theta_3 \\ a_1 + a_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_2 C\theta_2 + a_3 C\theta_3 \\ a_2 S\theta_2 + a_3 S\theta_3 \\ a_1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 - C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 \\ S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 - S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 \\ S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 + C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 - S\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 + C\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} a_2 C\theta_2 + a_3 C\theta_3 \\ a_2 S\theta_2 + a_3 S\theta_3 \\ a_1 + a_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_2 C\theta_2 + a_3 C\theta_3 \\ a_2 S\theta_2 + a_3 S\theta_3 \\ a_1 \end{bmatrix}$$

Para el desarrollo de esta multiplicación realizaremos el método Cross Product

para resolver la multiplicación de los vectores que tenemos

$$= \begin{bmatrix} -a_2 S\theta_2 - a_3 S\theta_3 & -a_4 C\theta_1 & -a_4 C\theta_1 \\ a_2 C\theta_2 + a_3 C\theta_3 & -a_4 S\theta_1 & -a_4 S\theta_1 \\ 0 & a_2 S\theta_1 S\theta_2 + a_3 S\theta_1 S\theta_3 - a_2 C\theta_1 C\theta_2 - a_3 C\theta_1 C\theta_3 & a_3 S\theta_1 S\theta_3 + a_3 C\theta_1 C\theta_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -a_4 C \theta_1 & a_4 S \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 C \theta_4 - a_4 S \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 C \theta_4 - a_4 S \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 S \theta_4 - a_4 S \theta_1 S \theta_2 C \theta_3 S \theta_4 \\ -a_4 S \theta_1 & -a_4 C \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 C \theta_4 + a_4 C \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 C \theta_4 + a_4 C \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 S \theta_4 + a_4 C \theta_1 S \theta_2 C \theta_3 S \theta_4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ahora reemplazamos nuestros resultados en la ecuación $J = \begin{bmatrix} J_v \\ J_w \end{bmatrix}$

$$J = \begin{bmatrix} -a_2 S \theta_2 - a_3 S \theta_3 & -a_4 C \theta_1 & -a_4 C \theta_1 \\ a_2 C \theta_2 + a_3 C \theta_3 & -a_4 S \theta_1 & -a_4 S \theta_1 \\ 0 & a_2 S \theta_1 S \theta_2 + a_3 S \theta_1 S \theta_3 - a_2 C \theta_1 C \theta_2 - a_3 C \theta_1 C \theta_3 & a_3 S \theta_1 S \theta_3 + a_3 C \theta_1 C \theta_3 \\ 0 & S \theta_1 & S \theta_1 \\ 0 & -C \theta_1 & -C \theta_1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -a_4 C \theta_1 & a_4 S \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 C \theta_4 - a_4 S \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 C \theta_4 - a_4 S \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 S \theta_4 - a_4 S \theta_1 S \theta_2 C \theta_3 S \theta_4 \\ -a_4 S \theta_1 & -a_4 C \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 C \theta_4 + a_4 C \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 C \theta_4 + a_4 C \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 S \theta_4 + a_4 C \theta_1 S \theta_2 C \theta_3 S \theta_4 \\ 0 & 0 \\ S \theta_1 & C \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 C \theta_4 - C \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 C \theta_4 - C \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 S \theta_4 - C \theta_1 S \theta_2 C \theta_3 S \theta_4 \\ -C \theta_1 & S \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 C \theta_4 - S \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 C \theta_4 - S \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 S \theta_4 - S \theta_1 S \theta_2 C \theta_3 S \theta_4 \\ 0 & S \theta_2 C \theta_3 C \theta_4 + C \theta_2 S \theta_3 C \theta_4 - S \theta_2 S \theta_3 S \theta_4 + C \theta_2 C \theta_3 S \theta_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \\ \dot{q}_5 \\ \dot{q}_6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_2 S \theta_2 - a_3 S \theta_3 & -a_4 C \theta_1 & -a_4 C \theta_1 \\ a_2 C \theta_2 + a_3 C \theta_3 & -a_4 S \theta_1 & -a_4 S \theta_1 \\ 0 & a_2 S \theta_1 S \theta_2 + a_3 S \theta_1 S \theta_3 - a_2 C \theta_1 C \theta_2 - a_3 C \theta_1 C \theta_3 & a_3 S \theta_1 S \theta_3 + a_3 C \theta_1 C \theta_3 \\ 0 & S \theta_1 & S \theta_1 \\ 0 & -C \theta_1 & -C \theta_1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -a_4 C \theta_1 & a_4 S \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 C \theta_4 - a_4 S \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 C \theta_4 - a_4 S \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 S \theta_4 - a_4 S \theta_1 S \theta_2 C \theta_3 S \theta_4 \\ -a_4 S \theta_1 & -a_4 C \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 C \theta_4 + a_4 C \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 C \theta_4 + a_4 C \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 S \theta_4 + a_4 C \theta_1 S \theta_2 C \theta_3 S \theta_4 \\ 0 & 0 \\ S \theta_1 & C \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 C \theta_4 - C \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 C \theta_4 - C \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 S \theta_4 - C \theta_1 S \theta_2 C \theta_3 S \theta_4 \\ -C \theta_1 & S \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 C \theta_4 - S \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 C \theta_4 - S \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 S \theta_4 - S \theta_1 S \theta_2 C \theta_3 S \theta_4 \\ 0 & S \theta_2 C \theta_3 C \theta_4 + C \theta_2 S \theta_3 C \theta_4 - S \theta_2 S \theta_3 S \theta_4 + C \theta_2 C \theta_3 S \theta_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \\ \dot{q}_5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_2 S \theta_2 - a_3 S \theta_3 & -a_4 C \theta_1 & -a_4 C \theta_1 & -a_4 C \theta_1 \\ a_2 C \theta_2 + a_3 C \theta_3 & -a_4 S \theta_1 & -a_4 S \theta_1 & -a_4 S \theta_1 \\ 0 & a_2 S \theta_1 S \theta_2 + a_3 S \theta_1 S \theta_3 - a_2 C \theta_1 C \theta_2 - a_3 C \theta_1 C \theta_3 & a_3 S \theta_1 S \theta_3 + a_3 C \theta_1 C \theta_3 & 0 \\ 0 & S \theta_1 & S \theta_1 & S \theta_1 \\ 0 & -C \theta_1 & -C \theta_1 & -C \theta_1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} a_4 S \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 C \theta_4 - a_4 S \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 C \theta_4 - a_4 S \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 S \theta_4 - a_4 S \theta_1 S \theta_2 C \theta_3 S \theta_4 \\ -a_4 C \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 C \theta_4 + a_4 C \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 C \theta_4 + a_4 C \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 S \theta_4 + a_4 C \theta_1 S \theta_2 C \theta_3 S \theta_4 \\ 0 \\ C \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 C \theta_4 - C \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 C \theta_4 - C \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 S \theta_4 - C \theta_1 S \theta_2 C \theta_3 S \theta_4 \\ S \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 C \theta_4 - S \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 C \theta_4 - S \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 S \theta_4 - S \theta_1 S \theta_2 C \theta_3 S \theta_4 \\ S \theta_2 C \theta_3 C \theta_4 + C \theta_2 S \theta_3 C \theta_4 - S \theta_2 S \theta_3 S \theta_4 + C \theta_2 C \theta_3 S \theta_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \\ \dot{\theta}_5 \end{bmatrix}$$

$$\dot{x} = -a_2 S \theta_2 \dot{\theta}_1 - a_3 S \theta_3 \dot{\theta}_1 - a_4 C \theta_1 \dot{\theta}_2 - a_4 C \theta_1 \dot{\theta}_3 - a_4 C \theta_1 \dot{\theta}_4 + a_4 S \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 C \theta_4 \dot{\theta}_5 \\ - a_4 S \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 C \theta_4 \dot{\theta}_5 - a_4 S \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 S \theta_4 \dot{\theta}_5 - a_4 S \theta_1 S \theta_2 C \theta_3 S \theta_4 \dot{\theta}_5$$

$$\dot{y} = a_2 C \theta_2 \dot{\theta}_1 + a_3 C \theta_3 \dot{\theta}_1 - a_4 S \theta_1 \dot{\theta}_2 - a_4 S \theta_1 \dot{\theta}_3 - a_4 S \theta_1 \dot{\theta}_4 - a_4 C \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 C \theta_4 \dot{\theta}_5 \\ + a_4 C \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 C \theta_4 \dot{\theta}_5 + a_4 C \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 S \theta_4 \dot{\theta}_5 + a_4 C \theta_1 S \theta_2 C \theta_3 S \theta_4 \dot{\theta}_5$$

$$\dot{z} = a_2 S \theta_1 S \theta_2 \dot{\theta}_2 + a_3 S \theta_1 S \theta_3 \dot{\theta}_2 - a_2 C \theta_1 C \theta_2 \dot{\theta}_2 - a_3 C \theta_1 C \theta_3 \dot{\theta}_2 + a_3 S \theta_1 S \theta_3 \dot{\theta}_3 \\ + a_3 C \theta_1 C \theta_3 \dot{\theta}_3$$

$$\dot{w}_x = S \theta_1 \dot{\theta}_2 + S \theta_1 \dot{\theta}_3 + S \theta_1 \dot{\theta}_4 + C \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 C \theta_4 \dot{\theta}_5 - C \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 C \theta_4 \dot{\theta}_5 \\ - C \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 S \theta_4 \dot{\theta}_5 - C \theta_1 S \theta_2 C \theta_3 S \theta_4 \dot{\theta}_5$$

$$\dot{w}_y = -C \theta_1 \dot{\theta}_2 - C \theta_1 \dot{\theta}_3 - C \theta_1 \dot{\theta}_4 + S \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 C \theta_4 \dot{\theta}_5 - S \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 C \theta_4 \dot{\theta}_5 \\ - S \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 S \theta_4 \dot{\theta}_5 - S \theta_1 S \theta_2 C \theta_3 S \theta_4 \dot{\theta}_5$$

$$\dot{w}_z = \dot{\theta}_1 + S \theta_2 C \theta_3 C \theta_4 \dot{\theta}_5 + C \theta_2 S \theta_3 C \theta_4 \dot{\theta}_5 - S \theta_2 S \theta_3 S \theta_4 \dot{\theta}_5 + C \theta_2 C \theta_3 S \theta_4 \dot{\theta}_5$$

Ahora utilizaremos la matriz jacobiana para hallar las **fuerzas** en el efector final

$$T = J^T F$$

$$F = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} ; \quad T = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{14} & J_{15} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} & J_{25} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & J_{34} & J_{35} \\ J_{41} & J_{42} & J_{43} & J_{44} & J_{45} \\ J_{51} & J_{52} & J_{53} & J_{54} & J_{55} \\ J_{61} & J_{62} & J_{63} & J_{64} & J_{65} \end{bmatrix} \rightarrow J^T = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{21} & J_{31} & J_{41} & J_{51} & J_{61} \\ J_{12} & J_{22} & J_{32} & J_{42} & J_{52} & J_{62} \\ J_{13} & J_{23} & J_{33} & J_{43} & J_{53} & J_{63} \\ J_{14} & J_{24} & J_{34} & J_{44} & J_{54} & J_{64} \\ J_{15} & J_{25} & J_{35} & J_{45} & J_{55} & J_{65} \end{bmatrix}$$



Donde:

$$J_{11} = -a_2 S\theta_2 - a_3 S\theta_3$$

$$J_{12} = -a_4 C\theta_1$$

$$J_{13} = -a_4 C\theta_1$$

$$J_{14} = -a_4 C\theta_1$$

$$J_{15} = a_4 S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 - a_4 S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 - a_4 S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - a_4 S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4$$

$$J_{21} = a_2 C\theta_2 + a_3 C\theta_3$$

$$J_{22} = -a_4 S\theta_1$$

$$J_{23} = -a_4 S\theta_1$$

$$J_{24} = -a_4 S\theta_1$$

$$J_{25} = -a_4 C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 + a_4 C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 + a_4 C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4$$

$$+ a_4 C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4$$

$$J_{31} = 0$$

$$J_{32} = a_2 S\theta_1 S\theta_2 + a_3 S\theta_1 S\theta_3 - a_2 C\theta_1 C\theta_2 - a_3 C\theta_1 C\theta_3$$

$$J_{33} = a_3 S\theta_1 S\theta_3 + a_3 C\theta_1 C\theta_3$$

$$J_{34} = 0$$

$$J_{35} = 0$$

$$J_{41} = 0$$

$$J_{42} = S\theta_1$$

$$J_{43} = S\theta_1$$

$$J_{44} = S\theta_1$$

$$J_{45} = C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 - C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4$$

$$J_{51} = 0$$

$$J_{52} = -C\theta_1$$

$$J_{53} = -C\theta_1$$



$$J_{54} = -C\theta_1$$

$$J_{55} = \theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 - S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4$$

$$J_{61} = 1$$

$$J_{62} = 0$$

$$J_{63} = 0$$

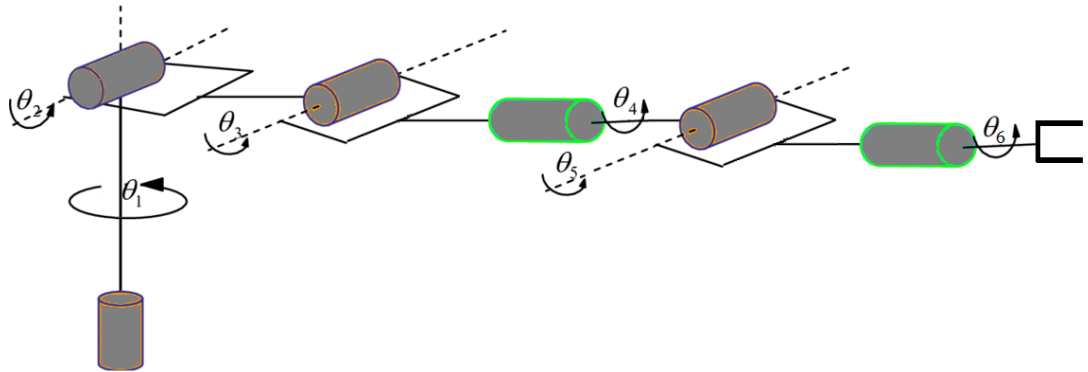
$$J_{64} = 0$$

$$J_{65} = S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 + C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 - S\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 + C\theta_2 C\theta_3 S\theta_4$$

Análisis de Cinemática Directa 6GDL

Como primer paso realizamos las gráficas con los sistemas cartesianos respetando las reglas de marcos ortonormales.

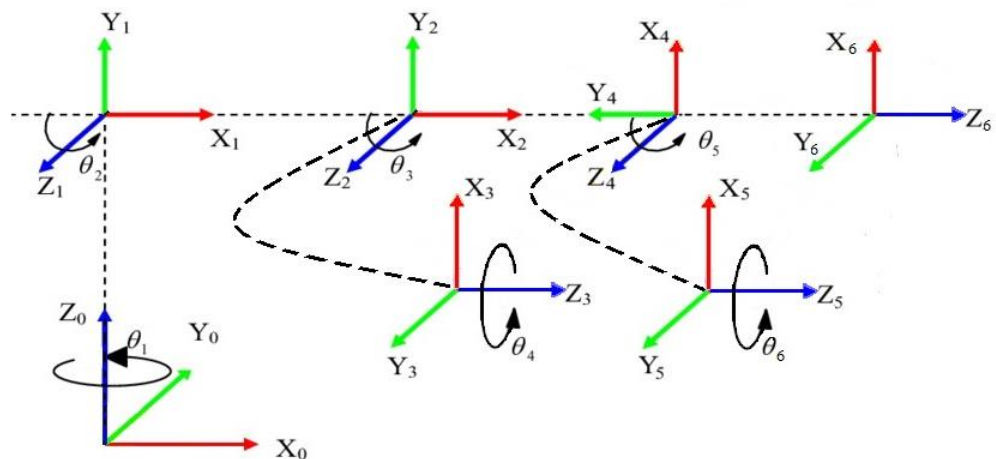
Figura A.10: Ángulos de robot de 6GDL



Elaboración propia

Realizamos el análisis de los planos cartesianos de cada articulación:

Figura A.11: Asignación de planos cartesianos 6GDL



Elaboración propia

Procedemos a encontrar las matrices rotacionales del robot.

$$R_6^0 = R_1^0 R_2^1 R_3^2 R_4^3 R_5^4 R_6^5$$

$$R_1^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 \\ S\theta_1 & C\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta_1 & 0 & S\theta_1 \\ S\theta_1 & 0 & -C\theta_1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

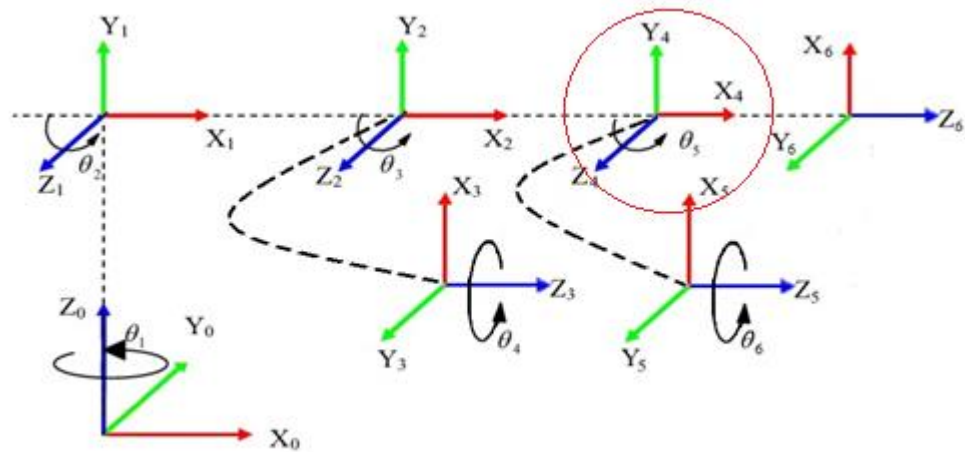
$$R_2^1 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_3^2 = \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -S\theta_3 & 0 & C\theta_3 \\ C\theta_3 & 0 & S\theta_3 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_4^3 = \begin{bmatrix} C\theta_4 & -S\theta_4 & 0 \\ S\theta_4 & C\theta_4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta_4 & 0 & -S\theta_4 \\ S\theta_4 & 0 & C\theta_4 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

En el caso que el plano $(x_4y_4z_4)$ sea:

Figura A.12: Variación en el cuarto plano



Elaboración propia

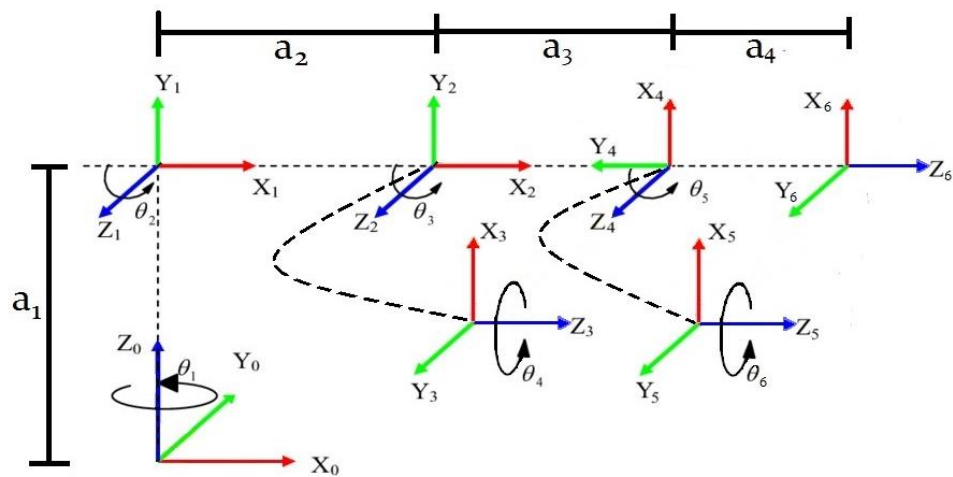
R_4^3 Será:

$$R_4^3 = \begin{bmatrix} C\theta_4 & -S\theta_4 & 0 \\ S\theta_4 & C\theta_4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta_4 & 0 & S\theta_4 \\ S\theta_4 & 0 & -C\theta_4 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_5^4 = \begin{bmatrix} C\theta_5 & -S\theta_5 & 0 \\ S\theta_5 & C\theta_5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta_5 & 0 & S\theta_5 \\ S\theta_5 & 0 & -C\theta_5 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_6^5 = \begin{bmatrix} C\theta_6 & -S\theta_6 & 0 \\ S\theta_6 & C\theta_6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta_6 & -S\theta_6 & 0 \\ S\theta_6 & C\theta_6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Figura A.13: 6GDL Variables



Elaboración propia

Ya que el cuarto plano (x_3, y_3, z_3) está en el origen del tercer plano (x_2, y_2, z_2) para cumplir las reglas de marcos ortonormales se tendrá en cuenta que $a_3 = b_1 + b_2$.

Donde:

b_1 : es la distancia entre el tercer plano (x_2, y_2, z_2) y el cuarto plano (x_3, y_3, z_3)

b_2 : es la distancia entre el cuarto plano (x_3, y_3, z_3) y el quinto plano (x_4, y_4, z_4)

Y el sexto plano (x_5, y_5, z_5) está en el origen del quinto plano (x_4, y_4, z_4) para cumplir las reglas de los marcos ortonormales se tendrá en cuenta que $a_4 = c_1 + c_2$.

Donde:

c_1 : es la distancia entre el quinto plano (x_4, y_4, z_4) y el sexto plano (x_5, y_5, z_5)

c_2 : es la distancia entre el sexto plano (x_5, y_5, z_5) y el séptimo plano (x_6, y_6, z_6)

$$d_1^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_1 \end{bmatrix}$$

$$d_2^1 = \begin{bmatrix} a_2 C \theta_2 \\ a_2 S \theta_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$d_3^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



$$d_4^3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_3 \end{bmatrix}$$

$$d_5^4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$d_6^5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_4 \end{bmatrix}$$

Ya que tenemos nuestras matrices rotacionales y nuestros vectores de desplazamiento, procedemos a hacer el reemplazo para tener nuestras matrices de transformación homogénea.

$$H_n^m = \begin{vmatrix} R_n^m & d_n^m \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$H_6^0 = H_1^0 H_2^1 H_3^2 H_4^3 H_5^4 H_6^5$$

$$H_1^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & 0 & S\theta_1 & 0 \\ S\theta_1 & 0 & -C\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_2^1 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & a_2 C\theta_2 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 & a_2 S\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_3^2 = \begin{bmatrix} -S\theta_3 & 0 & C\theta_3 & 0 \\ C\theta_3 & 0 & S\theta_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_4^3 = \begin{bmatrix} C\theta_4 & 0 & -S\theta_4 & 0 \\ S\theta_4 & 0 & C\theta_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_5^4 = \begin{bmatrix} C\theta_5 & 0 & S\theta_5 & 0 \\ S\theta_5 & 0 & -C\theta_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_6^5 = \begin{bmatrix} C\theta_6 & -S\theta_6 & 0 & 0 \\ S\theta_6 & C\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_6^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & 0 & S\theta_1 & 0 \\ S\theta_1 & 0 & -C\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & a_2 C\theta_2 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 & a_2 S\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -S\theta_3 & 0 & C\theta_3 & 0 \\ C\theta_3 & 0 & S\theta_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_4 & 0 & -S\theta_4 & 0 \\ S\theta_4 & 0 & C\theta_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_5 & 0 & S\theta_5 & 0 \\ S\theta_5 & 0 & -C\theta_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_6 & -S\theta_6 & 0 & 0 \\ S\theta_6 & C\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ahora tenemos nuestra matriz de transformación homogénea:

$$H_6^0 = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & t_{34} \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} & t_{44} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} t_{11} = & -C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 C\theta_5 C\theta_6 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 C\theta_5 C\theta_6 + S\theta_1 S\theta_4 C\theta_5 C\theta_6 \\ & - C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 S\theta_5 C\theta_6 + C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 S\theta_5 C\theta_6 + C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 S\theta_6 \\ & + C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 S\theta_6 + S\theta_1 C\theta_4 S\theta_6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_{12} = & C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 C\theta_5 S\theta_6 + C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 C\theta_5 S\theta_6 - S\theta_1 S\theta_4 C\theta_5 S\theta_6 \\ & + C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 S\theta_5 S\theta_6 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 S\theta_5 S\theta_6 + C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 C\theta_6 \\ & + C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 C\theta_6 + S\theta_1 C\theta_4 C\theta_6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_{13} = & -C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 + S\theta_1 S\theta_4 S\theta_5 + C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 \\ & - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_{14} = & -C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 a_4 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 a_4 + S\theta_1 S\theta_4 S\theta_5 a_4 \\ & + C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 a_4 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_5 a_4 + C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 a_3 \\ & - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 a_3 + C\theta_1 C\theta_2 a_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_{21} = & -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 C\theta_5 C\theta_6 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 C\theta_5 C\theta_6 - C\theta_1 S\theta_4 C\theta_5 C\theta_6 \\ & - S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 S\theta_5 C\theta_6 + S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 S\theta_5 C\theta_6 + S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 S\theta_6 \\ & + S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 S\theta_6 - C\theta_1 C\theta_4 S\theta_6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_{22} = & S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 C\theta_5 S\theta_6 + S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 C\theta_5 S\theta_6 + C\theta_1 S\theta_4 C\theta_5 S\theta_6 \\ & + S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 S\theta_5 S\theta_6 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 S\theta_5 S\theta_6 + S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 C\theta_6 \\ & + S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 C\theta_6 - C\theta_1 C\theta_4 C\theta_6 \end{aligned}$$



$$t_{23} = -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 - C\theta_1 S\theta_4 S\theta_5 + S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 \\ - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_5$$

$$t_{24} = -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 a_4 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 a_4 - C\theta_1 S\theta_4 S\theta_5 a_4 \\ + S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 a_4 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_5 a_4 + S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 a_3 \\ - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 a_3 + S\theta_1 C\theta_2 a_2$$

$$t_{31} = -S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 C\theta_5 C\theta_6 + C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 C\theta_5 C\theta_6 - S\theta_2 C\theta_3 S\theta_5 C\theta_6 - C\theta_2 S\theta_3 S\theta_5 C\theta_6 \\ + S\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 S\theta_6 - C\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 S\theta_6$$

$$t_{32} = S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 C\theta_5 S\theta_6 - C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 C\theta_5 S\theta_6 + S\theta_2 C\theta_3 S\theta_5 S\theta_6 + C\theta_2 S\theta_3 S\theta_5 S\theta_6 \\ + S\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 C\theta_6 - C\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 C\theta_6$$

$$t_{33} = -S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 + C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 + S\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 + C\theta_2 S\theta_3 C\theta_5$$

$$t_{34} = -S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 a_4 + C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 a_4 + S\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 a_4 + C\theta_2 S\theta_3 C\theta_5 a_4 \\ + S\theta_2 C\theta_3 a_3 + C\theta_2 S\theta_3 a_3 + S\theta_2 a_2 + a_1$$

$$t_{41} = 0$$

$$t_{42} = 0$$

$$t_{43} = 0$$

$$t_{44} = 1$$

$$x = t_{14} = -C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 a_4 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 a_4 + S\theta_1 S\theta_4 S\theta_5 a_4 \\ + C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 a_4 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_5 a_4 + C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 a_3 \\ - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 a_3 + C\theta_1 C\theta_2 a_2$$

$$y = t_{24} = -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 a_4 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 a_4 - C\theta_1 S\theta_4 S\theta_5 a_4 \\ + S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 a_4 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_5 a_4 + S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 a_3 \\ - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 a_3 + S\theta_1 C\theta_2 a_2$$

$$z = t_{34} = -S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 a_4 + C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 a_4 + S\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 a_4 + C\theta_2 S\theta_3 C\theta_5 a_4 \\ + S\theta_2 C\theta_3 a_3 + C\theta_2 S\theta_3 a_3 + S\theta_2 a_2 + a_1$$

Realizamos el análisis según el método de Denavit-Hartenberg para comparar nuestros resultados y ver si tenemos algún error en nuestro análisis.

Tabla A.2: Parámetros Denavit-hartenberg 6GDL

	θ	α	r	d
1	θ_1	90	0	a_1
2	θ_2	0	a_2	0
3	$\theta_3 + 90$	90	0	0
4	θ_4	-90	0	$a_3 + a_4$
5	θ_5	90	0	0
6	θ_6	0	0	$a_5 + a_6$

Elaboración propia

$$H_n^{n-1} = \begin{bmatrix} C\theta_n & -S\theta_n C\alpha_n & S\theta_n S\alpha_n & r_n C\theta_n \\ S\theta_n & C\theta_n C\alpha_n & -C\theta_n S\alpha_n & r_n S\theta_n \\ 0 & S\alpha_n & C\alpha_n & d_n \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_1^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 C(90) & S\theta_1 S(90) & (0)C\theta_1 \\ S\theta_1 & C\theta_1 C(90) & -C\theta_1 S(90) & (0)S\theta_1 \\ 0 & S(90) & C(90) & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta_1 & 0 & S\theta_1 & 0 \\ S\theta_1 & 0 & -C\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_2^1 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2(1) & S\theta_2(0) & a_2 C\theta_2 \\ S\theta_2 & C\theta_2(1) & -C\theta_2(0) & a_2 S\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & a_2 C\theta_2 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 & a_2 S\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_3^2 = \begin{bmatrix} C\theta_3 + 90 & (-S\theta_3 + 90)(0) & (S\theta_3 + 90)(1) & (0)(C\theta_4 + 90) \\ S\theta_3 + 90 & (C\theta_3 + 90)(0) & (-C\theta_3 + 90)(1) & (0)(S\theta_4 + 90) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} C\theta_3 + 90 & 0 & S\theta_3 + 90 & 0 \\ S\theta_3 + 90 & 0 & -C\theta_3 + 90 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_4^3 = \begin{bmatrix} C\theta_4 & (-S\theta_4)(0) & (S\theta_4)(-1) & (0)C\theta_4 \\ S\theta_4 & (C\theta_4)(0) & (-C\theta_4)(-1) & (0)S\theta_4 \\ 0 & S(-90) & 0 & a_3 + a_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta_4 & 0 & -S\theta_4 & 0 \\ S\theta_4 & 0 & C\theta_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & a_3 + a_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_5^4 = \begin{bmatrix} C\theta_5 & -S\theta_5(0) & S\theta_5(1) & (0)C\theta_5 \\ S\theta_5 & C\theta_5(0) & -C\theta_5(1) & (0)S\theta_5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta_5 & 0 & S\theta_5 & 0 \\ S\theta_5 & 0 & -C\theta_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_6^5 = \begin{bmatrix} C\theta_6 & (-S\theta_6)(1) & (S\theta_6)(0) & (0)C\theta_6 \\ S\theta_6 & (C\theta_6)(1) & (-C\theta_6)(0) & (0)S\theta_6 \\ 0 & 0 & 1 & a_5 + a_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta_6 & -S\theta_6 & 0 & 0 \\ S\theta_6 & C\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a_5 + a_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_6^0 = H_1^0 H_2^1 H_3^2 H_4^3 H_5^4 H_6^5$$

$$H_6^5 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & 0 & S\theta_1 & 0 \\ S\theta_1 & 0 & -C\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & a_2 C\theta_2 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 & a_2 S\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_3 + 90 & 0 & S\theta_3 + 90 & 0 \\ S\theta_3 + 90 & 0 & -C\theta_3 + 90 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C\theta_4 & 0 & -S\theta_4 & 0 \\ S\theta_4 & 0 & C\theta_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & a_3 + a_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_5 & 0 & S\theta_5 & 0 \\ S\theta_5 & 0 & -C\theta_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_6 & -S\theta_6 & 0 & 0 \\ S\theta_6 & C\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a_5 + a_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Comparamos nuestro resultado con el resultado obtenido según el análisis geométrico.

$$H_6^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & 0 & S\theta_1 & 0 \\ S\theta_1 & 0 & -C\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & a_2 C\theta_2 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 & a_2 S\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -S\theta_3 & 0 & -C\theta_3 & 0 \\ C\theta_3 & 0 & S\theta_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C\theta_4 & 0 & -S\theta_4 & 0 \\ S\theta_4 & 0 & C\theta_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_5 & 0 & S\theta_5 & 0 \\ S\theta_5 & 0 & -C\theta_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_6 & -S\theta_6 & 0 & 0 \\ S\theta_6 & C\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

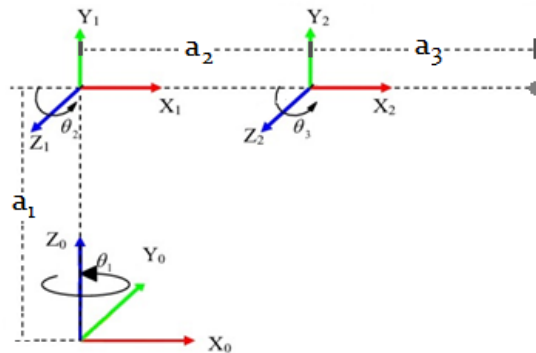
Cinemática Inversa de robot de 6GDL

Los primeros 3 ejes determinan la posición del efector final.

Los siguientes 3 ejes determinan la orientación del efector final.

Graficamos R_3^0 :

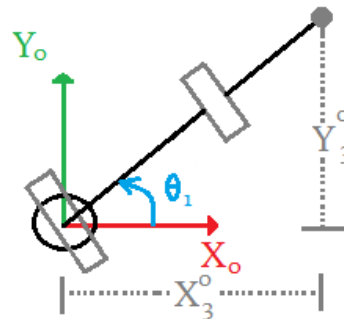
Figura A.14: Grafica 6GDL primeras articulaciones



Elaboración propia

Vista de arriba:

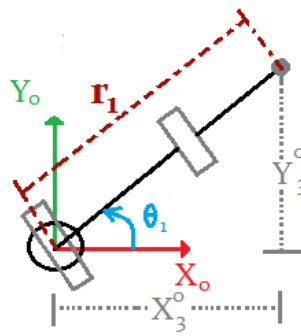
Figura A.15: Vista de arriba



Elaboración propia

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left(\frac{Y_3^0}{X_3^0} \right)$$

Figura A.16: Colocación de valor “r”

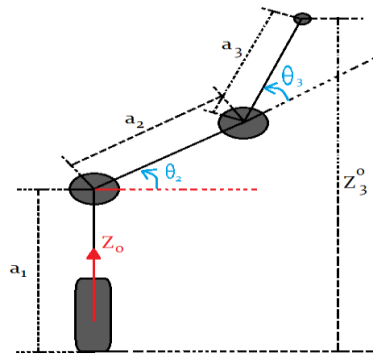


Elaboración propio

$$r_1 = \sqrt{(X_3^0)^2 + (Y_3^0)^2}$$

Vista de lado:

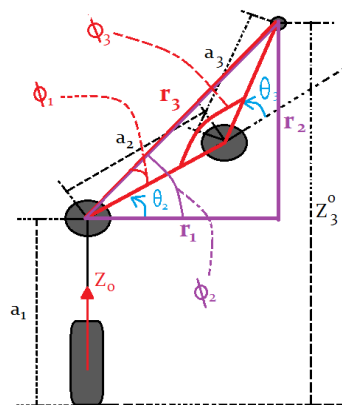
Figura A.17: Vista horizontal



Elaboración propia

Procedemos a graficar los ángulos:

Figura A.18: Asignación de ángulos



Elaboración propia

$$\theta_2 = \phi_2 - \phi_1$$

$$\phi_2 = \tan^{-1}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

$$r_2 = Z_3^0 - a_1$$

$$a_3^2 = a_2^2 + r_3^2 - 2a_2r_3 \cos \phi_1$$

$$\phi_1 = \cos^{-1}\left(\frac{a_3^2 - a_2^2 - r_3^2}{-2a_2r_3}\right)$$

$$r_3 = \sqrt{(r_1)^2 + (r_2)^2}$$

$$\theta_3 = 180 - \phi_3$$

$$r_3^2 = a_2^2 + a_3^2 - 2a_2a_3 \cos \phi_3$$

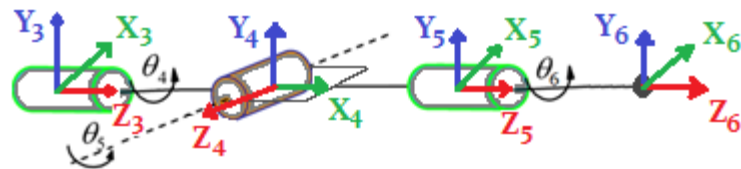
$$\phi_3 = \cos^{-1}\left(\frac{r_3^2 - a_2^2 - a_3^2}{-2a_2a_3}\right)$$

Ahora calculamos R_6^3 :

Graficamos R_6^3 :

$$R_6^3 = R_3^3 R_4^4 R_5^5 R_6^6$$

Figura A.19: Grafica de Wrist 6GDL



Elaboración propia

$$R_4^3 = R_{(-90,Y)} R_{(\theta_4,X)}$$

Recordamos nuestras 3 matrices de rotación:

$$R_{x,\phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}$$

$$R_{y,\psi} = \begin{bmatrix} \cos \psi & 0 & \sin \psi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \psi & 0 & \cos \psi \end{bmatrix}$$

$$R_{z,\theta} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ahora resolvemos nuestra ecuación:

$$R_4^3 = R_{(-90,Y)} R_{(\vartheta_4,X)}$$

$$R_4^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\theta_4 & -S\theta_4 \\ 0 & S\theta_4 & C\theta_4 \end{bmatrix}$$

$$R_4^3 = \begin{bmatrix} 0 & -S\theta_4 & -C\theta_4 \\ 0 & C\theta_4 & -S\theta_4 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_5^4 = R_{(90,Y)} R_{(-\vartheta_5,X)}$$

$$R_5^4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C(-\theta_5) & -S(-\theta_5) \\ 0 & S(-\theta_5) & C(-\theta_5) \end{bmatrix}$$

$$R_5^4 = \begin{bmatrix} 0 & S(-\theta_5) & C(-\theta_5) \\ 0 & C(-\theta_5) & -S(-\theta_5) \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_6^5 = \begin{bmatrix} C\theta_6 & -S\theta_6 & 0 \\ S\theta_6 & C\theta_6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_6^3 = \begin{bmatrix} 0 & -S\theta_4 & -C\theta_4 \\ 0 & C\theta_4 & -S\theta_4 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & S(-\theta_5) & C(-\theta_5) \\ 0 & C(-\theta_5) & -S(-\theta_5) \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_6 & -S\theta_6 & 0 \\ S\theta_6 & C\theta_6 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_6^3 = \begin{bmatrix} C\theta_4 C\theta_6 - S\theta_4 C(-\theta_5) S\theta_6 & -C\theta_4 S\theta_6 - C\theta_4 C(-\theta_5) C\theta_6 & S\theta_4 S(-\theta_5) \\ S\theta_4 C\theta_6 + C\theta_4 C(-\theta_5) S\theta_6 & -S\theta_4 S\theta_6 + C\theta_4 C(-\theta_5) C\theta_6 & -C\theta_4 S(-\theta_5) \\ S(-\theta_5) S\theta_6 & S(-\theta_5) C\theta_6 & C(-\theta_5) \end{bmatrix}$$

Otra forma con la cual podemos obtener nuestras matrices de orientación es:

$$R_6^3 = (R_3^0)^{-1} R_6^0$$

Donde:

$$R_6^3 = \begin{bmatrix} -S\theta_4 C\theta_5 C\theta_6 - C\theta_4 S\theta_6 & S\theta_4 C\theta_5 S\theta_6 - C\theta_4 C\theta_6 & -S\theta_4 S\theta_5 \\ C\theta_4 C\theta_5 C\theta_6 - S\theta_4 S\theta_6 & -C\theta_4 C\theta_5 S\theta_6 - S\theta_4 C\theta_6 & C\theta_4 S\theta_5 \\ -S\theta_5 C\theta_6 & S\theta_5 S\theta_6 + C\theta_5 & C\theta_5 \end{bmatrix}$$



Luego calculamos θ_5

$$\theta_5 = -\text{arcCos}(R_6^3(3,3))$$

Si $\theta_5 = 0$ o múltiplo de 180, tendremos $\theta_4 = 0$ y

Calcularemos $\theta_6 = \text{arcCos}(R_6^3(1,1))$

Y si $\theta_5 \neq 0$ o múltiplo de 180, calcularemos:

$$\theta_4 = \text{arcCos}\left(\frac{R_6^3(2,3)}{S\theta_5}\right)$$

$$\theta_6 = \text{arcCos}\left(\frac{-R_6^3(3,2)}{S\theta_5}\right)$$

$$R_6^3 = \begin{bmatrix} -S\theta_4 C\theta_5 C\theta_6 - C\theta_4 S\theta_6 & S\theta_4 C\theta_5 S\theta_6 - C\theta_4 C\theta_6 & -S\theta_4 S\theta_5 \\ C\theta_4 C\theta_5 C\theta_6 - S\theta_4 S\theta_6 & -C\theta_4 C\theta_5 S\theta_6 - S\theta_4 C\theta_6 & C\theta_4 S\theta_5 \\ -S\theta_5 C\theta_6 & S\theta_5 S\theta_6 + C\theta_5 & C\theta_5 \end{bmatrix}$$

Jacobiano de 6 GDL

Utilizamos la matriz jacobiana para encontrar la velocidad del efector final.

$$\xi = \begin{bmatrix} v_n^0 \\ w_n^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_n^0 \\ \dot{y}_n^0 \\ \dot{z}_n^0 \\ w_{x_n}^0 \\ w_{y_n}^0 \\ w_{z_n}^0 \end{bmatrix}$$

Donde:

v_n^0 : Velocidad lineal

w_n^0 : Velocidad rotacional

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \vdots \\ \dot{\theta}_n \end{bmatrix}$$

$$\xi = J\dot{q}$$

$$J = \begin{bmatrix} J_v \\ J_w \end{bmatrix} \quad k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$J_{v_i} = R_{i-1}^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} * (O_n - O_{i-1})$$

$$J_w = R_i^0 * \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$J_w = [R_0^0 k \quad R_1^0 k \quad R_2^0 k \quad R_3^0 k \quad R_4^0 k \quad R_5^0 k]$$

$$R_0^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_1^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & 0 & S\theta_1 \\ S\theta_1 & 0 & -C\theta_1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_2^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 C\theta_2 & -C\theta_1 S\theta_2 & S\theta_1 \\ S\theta_1 C\theta_2 & -S\theta_1 S\theta_2 & -C\theta_1 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 \end{bmatrix}$$



$$R_3^0 = \begin{bmatrix} -C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 & S\theta_1 & -C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 \\ -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 & -C\theta_1 & -S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 \\ -S\theta_2 S\theta_3 + C\theta_2 C\theta_3 & 0 & -S\theta_2 C\theta_3 + C\theta_2 S\theta_3 \end{bmatrix}$$

$$R_4^0 = \begin{bmatrix} -C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 + S\theta_1 S\theta_4 & -C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 \\ -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 - C\theta_1 S\theta_4 & -S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 \\ -S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 + C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 & -S\theta_2 C\theta_3 + C\theta_2 S\theta_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 - S\theta_1 C\theta_4 \\ -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 + C\theta_1 C\theta_4 \\ -S\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 + C\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 \end{bmatrix}$$

$$R_5^0 = \begin{bmatrix} t_{1,1} & t_{1,2} & t_{1,3} \\ t_{2,1} & t_{2,2} & t_{2,3} \\ t_{3,1} & t_{3,2} & t_{3,3} \end{bmatrix}$$

$$t_{1,1} = -C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 C\theta_5 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 C\theta_5 + S\theta_1 S\theta_4 C\theta_5 - C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 S\theta_5 \\ - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 S\theta_5$$

$$t_{1,2} = -C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 - S\theta_1 C\theta_4$$

$$t_{1,3} = -C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 + S\theta_1 S\theta_4 S\theta_5 + C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 \\ + C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_5$$

$$t_{2,1} = -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 C\theta_5 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 C\theta_5 - C\theta_1 S\theta_4 C\theta_5 - S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 S\theta_5 \\ - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 S\theta_5$$

$$t_{2,2} = -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 + C\theta_1 C\theta_4$$

$$t_{2,3} = -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 - C\theta_1 S\theta_4 S\theta_5 + S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 \\ + S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_5$$

$$t_{3,1} = -S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 C\theta_5 + C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 C\theta_5 - S\theta_2 C\theta_3 S\theta_5 + C\theta_2 S\theta_3 S\theta_5$$

$$t_{3,2} = -S\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 + C\theta_2 C\theta_3 S\theta_4$$

$$t_{3,3} = -S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 + C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 + S\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 - C\theta_2 S\theta_3 C\theta_5$$

$$R_0^0 k = R_0^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$R_1^0 k = R_1^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta_1 & 0 & S\theta_1 \\ S\theta_1 & 0 & -C\theta_1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S\theta_1 \\ -C\theta_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$



$$R_2^0 k = R_2^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\theta_1 C\theta_2 & -C\theta_1 S\theta_2 & S\theta_1 \\ S\theta_1 C\theta_2 & -S\theta_1 S\theta_2 & -C\theta_1 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S\theta_1 \\ -C\theta_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$R_3^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 & S\theta_1 & -C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 \\ -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 & -C\theta_1 & -S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 \\ -S\theta_2 S\theta_3 + C\theta_2 C\theta_3 & 0 & -S\theta_2 C\theta_3 + C\theta_2 S\theta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 \\ -S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 \\ -S\theta_2 C\theta_3 + C\theta_2 S\theta_3 \end{bmatrix}$$

$$R_4^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 + S\theta_1 S\theta_4 & -C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 \\ -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 - C\theta_1 S\theta_4 & -S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 \\ -S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 + C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 & -S\theta_2 C\theta_3 + C\theta_2 S\theta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 - S\theta_1 C\theta_4 \\ -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 + C\theta_1 C\theta_4 \\ -S\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 + C\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 - S\theta_1 C\theta_4 \\ -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 + C\theta_1 C\theta_4 \\ -S\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 + C\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 \end{bmatrix}$$

$$R_5^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{1,1} & t_{1,2} & t_{1,3} \\ t_{2,1} & t_{2,2} & t_{2,3} \\ t_{3,1} & t_{3,2} & t_{3,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 + S\theta_1 S\theta_4 S\theta_5 + C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 + C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_5 \\ -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 - C\theta_1 S\theta_4 S\theta_5 + S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 + S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_5 \\ -S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 + C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 + S\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 - C\theta_2 S\theta_3 C\theta_5 \end{bmatrix}$$

$$J_w = [R_0^0 k \quad R_1^0 k \quad R_2^0 k \quad R_3^0 k \quad R_4^0 k \quad R_5^0 k]$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & S\theta_1 & S\theta_1 & -C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 & -C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 - S\theta_1 C\theta_4 \\ 0 & -C\theta_1 & -C\theta_1 & -S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 & -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 + C\theta_1 C\theta_4 \\ 1 & 0 & 0 & -S\theta_2 C\theta_3 + C\theta_2 S\theta_3 & -S\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 + C\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 + S\theta_1 S\theta_4 S\theta_5 + C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 + C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_5 \\ -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 - C\theta_1 S\theta_4 S\theta_5 + S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 + S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_5 \\ -S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 + C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 + S\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 - C\theta_2 S\theta_3 C\theta_5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 &= (O_6^0 - O_0^0) = \begin{bmatrix} a_2 C\theta_2 \\ a_2 S\theta_2 \\ a_1 + a_3 + a_4 \end{bmatrix}, \quad (O_6^0 - O_1^0) = \begin{bmatrix} a_2 C\theta_2 \\ a_2 S\theta_2 \\ a_1 + a_3 + a_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_2 C\theta_2 \\ a_2 S\theta_2 \\ a_3 + a_4 \end{bmatrix}, \\
 &(O_6^0 - O_2^0) = \begin{bmatrix} a_2 C\theta_2 \\ a_2 S\theta_2 \\ a_1 + a_3 + a_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_2 C\theta_2 \\ a_2 S\theta_2 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_3 + a_4 \end{bmatrix}, \\
 &(O_6^0 - O_3^0) = \begin{bmatrix} a_2 C\theta_2 \\ a_2 S\theta_2 \\ a_1 + a_3 + a_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_2 C\theta_2 \\ a_2 S\theta_2 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_3 + a_4 \end{bmatrix}, \\
 &(O_6^0 - O_4^0) = \begin{bmatrix} a_2 C\theta_2 \\ a_2 S\theta_2 \\ a_1 + a_3 + a_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_2 C\theta_2 \\ a_2 S\theta_2 \\ a_1 + a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_4 \end{bmatrix}, \\
 &(O_6^0 - O_5^0) = \begin{bmatrix} a_2 C\theta_2 \\ a_2 S\theta_2 \\ a_1 + a_3 + a_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_2 C\theta_2 \\ a_2 S\theta_2 \\ a_1 + a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_4 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$J_{v_i} = R_{i-1}^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} * (O_n - O_{i-1})$$

$$\begin{aligned}
 J_v &= \begin{bmatrix} R_0^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} * (O_6^0 - O_0^0) & R_1^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} * (O_6^0 - O_1^0) & R_2^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} * (O_6^0 - O_2^0) \\
 & R_3^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} * (O_6^0 - O_3^0) & R_4^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} * (O_6^0 - O_4^0) & R_5^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} * (O_6^0 - O_5^0) \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} * (O_6^0 - O_0^0) & \begin{bmatrix} S\theta_1 \\ -C\theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} * (O_6^0 - O_1^0) & \begin{bmatrix} S\theta_1 \\ -C\theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} * (O_6^0 - O_2^0) & \begin{bmatrix} -C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 \\ -S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 \\ -S\theta_2 C\theta_3 + C\theta_2 S\theta_3 \end{bmatrix} * (O_6^0 - O_3^0) \\
 & \begin{bmatrix} -C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 - S\theta_1 C\theta_4 \\ -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 + C\theta_1 C\theta_4 \\ -S\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 + C\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 \end{bmatrix} * (O_6^0 - O_4^0) & R_5^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} * (O_6^0 - O_5^0) \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} a_2 C\theta_2 \\ a_2 S\theta_2 \\ a_1 + a_3 + a_4 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} S\theta_1 \\ -C\theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} a_2 C\theta_2 \\ a_2 S\theta_2 \\ a_3 + a_4 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} S\theta_1 \\ -C\theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_3 + a_4 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 \\ -S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 \\ -S\theta_2 C\theta_3 + C\theta_2 S\theta_3 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_3 + a_4 \end{bmatrix} \\
 & \begin{bmatrix} -C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 - S\theta_1 C\theta_4 \\ -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 + C\theta_1 C\theta_4 \\ -S\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 + C\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_4 \end{bmatrix} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$



$$\begin{bmatrix} -C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 + S\theta_1 S\theta_4 S\theta_5 + C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 + C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_5 \\ -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 - C\theta_1 S\theta_4 S\theta_5 + S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 + S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_5 \\ -S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 + C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 + S\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 - C\theta_2 S\theta_3 C\theta_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_4 \end{bmatrix}$$

Para el desarrollo de esta multiplicación realizaremos el método Cross Product para resolver la multiplicación de los vectores que tenemos

$$= \begin{bmatrix} -a_2 S\theta_2 & -a_3 C\theta_1 - a_4 C\theta_1 & -a_3 C\theta_1 - a_4 C\theta_1 & -a_3 S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - a_3 S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 - a_4 S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - a_4 S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 \\ a_2 C\theta_2 & -a_3 S\theta_1 - a_4 S\theta_1 & -a_3 S\theta_1 - a_4 S\theta_1 & a_3 C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 + a_3 C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 + a_4 C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 + a_4 C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 \\ 0 & a_2 S\theta_1 S\theta_2 + a_2 C\theta_1 C\theta_2 & 0 & 0 \\ -a_4 S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - a_4 S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 + a_4 C\theta_1 C\theta_4 \\ a_4 C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 + a_4 C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 + a_4 S\theta_1 C\theta_4 \\ 0 \\ -a_4 C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 - a_4 C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 + a_4 S\theta_1 S\theta_4 S\theta_5 + a_4 C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 + a_4 C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_5 \\ a_4 C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 + a_4 C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 - a_4 S\theta_1 S\theta_4 S\theta_5 - a_4 C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 - a_4 C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ahora reemplazamos nuestros resultados en la ecuación $J = \begin{bmatrix} J_v \\ J_w \end{bmatrix}$

$$J = \begin{bmatrix} -a_2 S\theta_2 & -a_3 C\theta_1 - a_4 C\theta_1 & -a_3 C\theta_1 - a_4 C\theta_1 & -a_3 S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - a_3 S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 - a_4 S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - a_4 S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 \\ a_2 C\theta_2 & -a_3 S\theta_1 - a_4 S\theta_1 & -a_3 S\theta_1 - a_4 S\theta_1 & a_3 C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 + a_3 C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 + a_4 C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 + a_4 C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 \\ 0 & a_2 S\theta_1 S\theta_2 + a_2 C\theta_1 C\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & S\theta_1 & S\theta_1 & -C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 \\ 0 & -C\theta_1 & -C\theta_1 & -S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 \\ 1 & 0 & 0 & -S\theta_2 C\theta_3 + C\theta_2 S\theta_3 \\ -a_4 S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - a_4 S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 + a_4 C\theta_1 C\theta_4 \\ a_4 C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 + a_4 C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 + a_4 S\theta_1 C\theta_4 \\ 0 \\ -C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 - S\theta_1 C\theta_4 \\ -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 + C\theta_1 C\theta_4 \\ -S\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 + C\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 \\ -a_4 C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 - a_4 C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 + a_4 S\theta_1 S\theta_4 S\theta_5 + a_4 C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 + a_4 C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_5 \\ a_4 C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 + a_4 C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 - a_4 S\theta_1 S\theta_4 S\theta_5 - a_4 C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 - a_4 C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_5 \\ 0 \\ -C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 + S\theta_1 S\theta_4 S\theta_5 + C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 + C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_5 \\ -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 - C\theta_1 S\theta_4 S\theta_5 + S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 + S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_5 \\ -S\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 + C\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 + S\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 - C\theta_2 S\theta_3 C\theta_5 \end{bmatrix}$$



$$\begin{aligned}\dot{x} = & -a_2 S \theta_2 \dot{\theta}_1 - a_3 C \theta_1 \dot{\theta}_2 - a_4 C \theta_1 \dot{\theta}_2 - a_3 C \theta_1 \dot{\theta}_3 - a_4 C \theta_1 \dot{\theta}_3 - a_3 S \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 \dot{\theta}_4 \\ & - a_3 S \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 \dot{\theta}_4 - a_4 S \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 \dot{\theta}_4 - a_4 S \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 \dot{\theta}_4 \\ & - a_4 S \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 S \theta_4 \dot{\theta}_5 - a_4 S \theta_1 S \theta_2 C \theta_3 S \theta_4 \dot{\theta}_5 + a_4 C \theta_1 C \theta_4 \dot{\theta}_5 \\ & - a_4 C \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 C \theta_4 S \theta_5 \dot{\theta}_6 - a_4 C \theta_1 S \theta_2 C \theta_3 C \theta_4 S \theta_5 \dot{\theta}_6 \\ & + a_4 S \theta_1 S \theta_4 S \theta_5 \dot{\theta}_6 + a_4 C \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 C \theta_5 \dot{\theta}_6 + a_4 C \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 C \theta_5 \dot{\theta}_6\end{aligned}$$

\dot{y}

$$\begin{aligned}= & a_2 C \theta_2 \dot{\theta}_1 - a_3 S \theta_1 \dot{\theta}_2 - a_4 S \theta_1 \dot{\theta}_2 - a_3 S \theta_1 \dot{\theta}_3 - a_4 S \theta_1 \dot{\theta}_3 \\ & + a_3 C \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 \dot{\theta}_4 + a_3 C \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 \dot{\theta}_4 + a_4 C \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 \dot{\theta}_4 + a_4 C \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 \dot{\theta}_4 \\ & + a_4 C \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 S \theta_4 \dot{\theta}_5 + a_4 C \theta_1 S \theta_2 C \theta_3 S \theta_4 \dot{\theta}_5 + a_4 S \theta_1 C \theta_4 \dot{\theta}_5 \\ & + a_4 C \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 C \theta_4 S \theta_5 \dot{\theta}_6 + a_4 C \theta_1 S \theta_2 C \theta_3 C \theta_4 S \theta_5 \dot{\theta}_6 - a_4 S \theta_1 S \theta_4 S \theta_5 \dot{\theta}_6 \\ & - a_4 C \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 C \theta_5 \dot{\theta}_6 - a_4 C \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 C \theta_5 \dot{\theta}_6\end{aligned}$$

$$\dot{z} = a_2 S \theta_1 S \theta_2 \dot{\theta}_2 + a_2 C \theta_1 C \theta_2 \dot{\theta}_2$$

$$\begin{aligned}\mathbf{w}_x = & S \theta_1 \dot{\theta}_2 + S \theta_1 \dot{\theta}_3 - C \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 \dot{\theta}_4 - C \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 \dot{\theta}_4 - C \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 S \theta_4 \dot{\theta}_5 \\ & - C \theta_1 S \theta_2 C \theta_3 S \theta_4 \dot{\theta}_5 - S \theta_1 C \theta_4 \dot{\theta}_5 - C \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 C \theta_4 S \theta_5 \dot{\theta}_6 \\ & - C \theta_1 S \theta_2 C \theta_3 C \theta_4 S \theta_5 \dot{\theta}_6 + S \theta_1 S \theta_4 S \theta_5 \dot{\theta}_6 + C \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 C \theta_5 \dot{\theta}_6 \\ & + C \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 C \theta_5 \dot{\theta}_6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{w}_y = & -C \theta_1 \dot{\theta}_2 - C \theta_1 \dot{\theta}_3 - S \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 \dot{\theta}_4 - S \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 \dot{\theta}_4 - S \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 S \theta_4 \dot{\theta}_5 \\ & - S \theta_1 S \theta_2 C \theta_3 S \theta_4 \dot{\theta}_5 + C \theta_1 C \theta_4 \dot{\theta}_5 - S \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 C \theta_4 S \theta_5 \dot{\theta}_6 \\ & - S \theta_1 S \theta_2 C \theta_3 C \theta_4 S \theta_5 \dot{\theta}_6 - C \theta_1 S \theta_4 S \theta_5 \dot{\theta}_6 + S \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 C \theta_5 \dot{\theta}_6 \\ & + S \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 C \theta_5 \dot{\theta}_6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{w}_z = & \dot{\theta}_1 - S \theta_2 C \theta_3 \dot{\theta}_4 + C \theta_2 S \theta_3 \dot{\theta}_4 - S \theta_2 S \theta_3 S \theta_4 \dot{\theta}_5 + C \theta_2 C \theta_3 S \theta_4 \dot{\theta}_5 \\ & - S \theta_2 S \theta_3 C \theta_4 S \theta_5 \dot{\theta}_6 + C \theta_2 C \theta_3 C \theta_4 S \theta_5 \dot{\theta}_6 + S \theta_2 C \theta_3 C \theta_5 \dot{\theta}_6 \\ & - C \theta_2 S \theta_3 C \theta_5 \dot{\theta}_6\end{aligned}$$

$$\xi = J \dot{q}$$



$$J^{-1}\xi = J^{-1}J\dot{q} \quad ; \quad J^{-1}\xi = \dot{q}$$

La matriz jacobiana solo se puede invertir si el robot tiene 6 grados de libertad.

Recordemos que:

$$\xi = \begin{bmatrix} v_n^0 \\ w_n^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_n^0 \\ \dot{y}_n^0 \\ \dot{z}_n^0 \\ w_{x_n}^0 \\ w_{y_n}^0 \\ w_{z_n}^0 \end{bmatrix}$$

$$J^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x}_n^0 \\ \dot{y}_n^0 \\ \dot{z}_n^0 \\ w_{x_n}^0 \\ w_{y_n}^0 \\ w_{z_n}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \\ \dot{q}_5 \\ \dot{q}_6 \end{bmatrix}$$

Ahora utilizamos la matriz jacobiana para hallar las fuerzas del efector final, teniendo los torques de las articulaciones.

$$T = J^T F$$

Donde:

T: torques

J^T : Transpuesta de la matriz jacobiana

F: Fuerza

$$F = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} \quad ; \quad T = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix}$$



$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{14} & J_{15} & J_{16} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} & J_{25} & J_{26} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & J_{34} & J_{35} & J_{36} \\ J_{41} & J_{42} & J_{43} & J_{44} & J_{45} & J_{46} \\ J_{51} & J_{52} & J_{53} & J_{54} & J_{55} & J_{56} \\ J_{61} & J_{62} & J_{63} & J_{64} & J_{65} & J_{66} \end{bmatrix} \rightarrow J^T$$

$$= \begin{bmatrix} J_{11} & J_{21} & J_{31} & J_{41} & J_{51} & J_{61} \\ J_{12} & J_{22} & J_{32} & J_{42} & J_{52} & J_{62} \\ J_{13} & J_{23} & J_{33} & J_{43} & J_{53} & J_{63} \\ J_{14} & J_{24} & J_{34} & J_{44} & J_{54} & J_{64} \\ J_{15} & J_{25} & J_{35} & J_{45} & J_{55} & J_{65} \\ J_{16} & J_{26} & J_{36} & J_{46} & J_{56} & J_{66} \end{bmatrix}$$

$$J_{11} = -a_2 S \theta_2$$

$$J_{12} = -a_3 C \theta_1 - a_4 C \theta_1$$

$$J_{13} = -a_3 C \theta_1 - a_4 C \theta_1$$

$$J_{14} = -a_3 S \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 - a_3 S \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 - a_4 S \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 - a_4 S \theta_1 S \theta_2 S \theta_3$$

$$J_{15} = -a_4 S \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 S \theta_4 - a_4 S \theta_1 S \theta_2 C \theta_3 S \theta_4 + a_4 C \theta_1 C \theta_4$$

$$J_{16} = -a_4 C \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 C \theta_4 S \theta_5 - a_4 C \theta_1 S \theta_2 C \theta_3 C \theta_4 S \theta_5 + a_4 S \theta_1 S \theta_4 S \theta_5$$

$$+ a_4 C \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 C \theta_5 + a_4 C \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 C \theta_5$$

$$J_{21} = a_2 C \theta_2$$

$$J_{22} = -a_3 S \theta_1 - a_4 S \theta_1$$

$$J_{23} = -a_3 S \theta_1 - a_4 S \theta_1$$

$$J_{24} = a_3 C \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 + a_3 C \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 + a_4 C \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 + a_4 C \theta_1 S \theta_2 S \theta_3$$

$$J_{25} = a_4 C \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 S \theta_4 + a_4 C \theta_1 S \theta_2 C \theta_3 S \theta_4 + a_4 S \theta_1 C \theta_4$$

$$J_{26} = a_4 C \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 C \theta_4 S \theta_5 + a_4 C \theta_1 S \theta_2 C \theta_3 C \theta_4 S \theta_5 - a_4 S \theta_1 S \theta_4 S \theta_5$$

$$- a_4 C \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 C \theta_5 - a_4 C \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 C \theta_5$$

$$J_{31} = 0$$

$$J_{32} = a_2 S \theta_1 S \theta_2 + a_2 C \theta_1 C \theta_2$$

$$J_{33} = 0$$

$$J_{34} = 0$$



$$J_{35} = 0$$

$$J_{36} = 0$$

$$J_{41} = 0$$

$$J_{42} = S\theta_1$$

$$J_{43} = S\theta_1$$

$$J_{44} = -C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3$$

$$J_{45} = -C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 - S\theta_1 C\theta_4$$

$$J_{46} = -C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 - C\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 + S\theta_1 S\theta_4 S\theta_5 + C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 \\ + C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_5$$

$$J_{51} = 0$$

$$J_{52} = -C\theta_1$$

$$J_{53} = -C\theta_1$$

$$J_{54} = -S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3$$

$$J_{55} = -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 + C\theta_1 C\theta_4$$

$$J_{56} = -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 - C\theta_1 S\theta_4 S\theta_5 + S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 \\ + S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_5$$

$$J_{61} = 0$$

$$J_{62} = -C\theta_1$$

$$J_{63} = -C\theta_1$$

$$J_{64} = -S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3$$

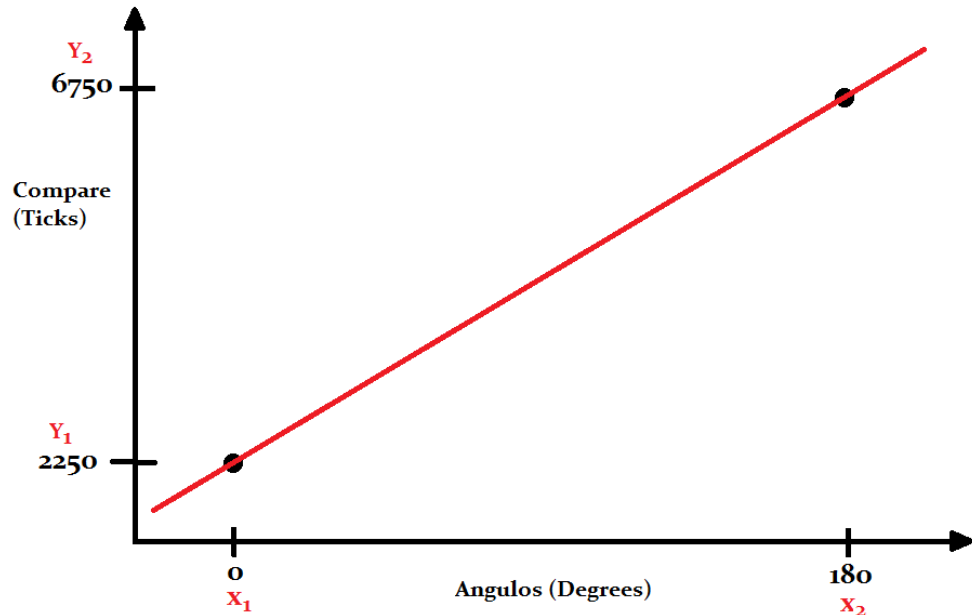
$$J_{65} = -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 S\theta_4 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 S\theta_4 + C\theta_1 C\theta_4$$

$$J_{66} = -S\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 - S\theta_1 S\theta_2 C\theta_3 C\theta_4 S\theta_5 - C\theta_1 S\theta_4 S\theta_5 + S\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 C\theta_5 \\ + S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 C\theta_5$$

Análisis de precisión de servomotor

Análisis para el correcto funcionamiento de la posición del servomotor

Figura B.1: Grafica para analizar grados de servomotor



Elaboración propia

La fórmula de dos puntos para una línea en el plano cartesiano que pasa a través del punto (x_1, y_1) y (x_2, y_2) es dada por:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

$$ticks - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (angulo - x_1)$$

$$ticks - 2250 = \frac{6750 - 2250}{180 - 0} (angulo - 0)$$

$$ticks = \frac{4500}{180} (angulo) + 2250$$

Con esta ecuación ahora podemos corregir y controlar al servomotor e insertar el ángulo que deseamos.

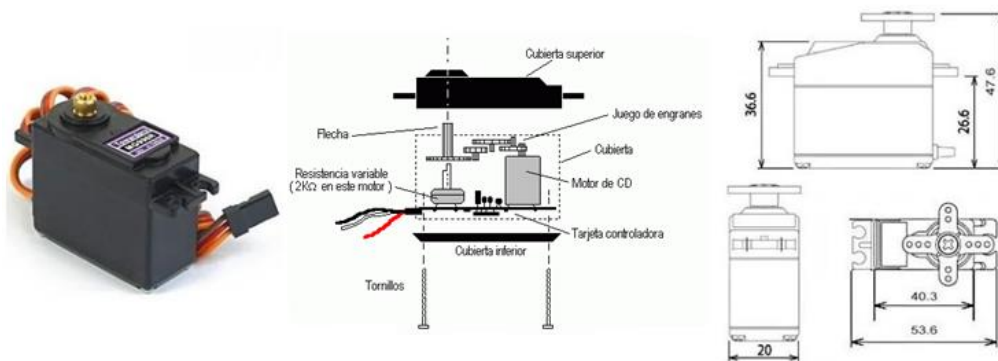
ANEXO 2

DATASHEET

SERVOMOTOR MG996R

Este servomotor es una versión mejorada de la versión MG995 y tiene la fuerza de 10Kg en el torque, el sistema de control es mucho mejor y más preciso que su versión anterior.

Figura C.1: Servomotor MG996R

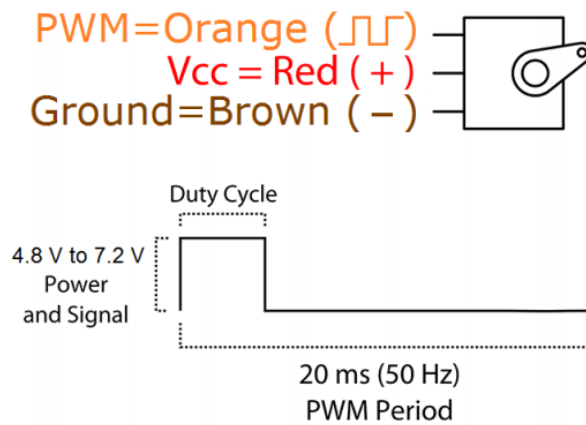


Fuente: MG996R Datasheet

Especificaciones:

- Peso: 55g.
- Dimensiones: 44.7x17.7x42.9mm aprox.
- Torque: 9.4Kgf*cm (4.8 V), 11Kgf*cm(6V)
- Velocidad:0.17 s/60° (4.8 V), 0.14 s/60° (6V)
- Voltaje de Operación: 4.8 V a 7.2 V
- Corriente: 500mA – 900mA(6V)
- Corriente: 2.5 A(6V)
- Rango de temperatura: 0 °C – 55 °C

Figura C.2: datos de MG996R



Fuente: MG996R Datasheet

Servomotor ROBSG HS3225

Este servomotor tiene una mayor fuerza la cual es de 25kg. Necesario para el trabajo del segundo eje articular que levanta el brazo en el plano x, y.

Figura C.3: Servomotor ROBSG HS3225



Fuente: Aliexpress

Especificaciones:

- Voltaje de funcionamiento: 6 - 7.4V
- Torque: 25kg/0.16 segundos en 6V, 27Kg/0.14 segundos en 7.4V
- Tipo de motor: sin núcleo
- Banda de ancho muerta: 1us
- Rango de Operación temperatura: -20°C a +60°C
- Tamaño: 40*20*39 mm

Figura C.4: Engranajes Metálicos de servomotor



Fuente: Aliexpress

Servomotor Tester

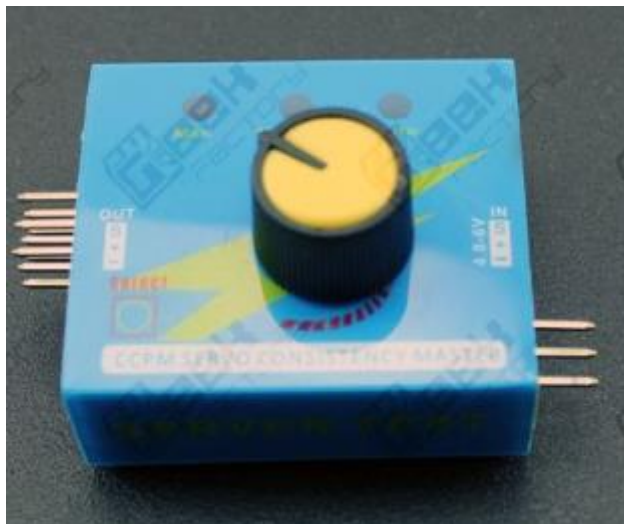
Necesario para un rápido acceso al funcionamiento del servomotor y ver el funcionamiento de este. Dispone de 3 modos de funcionamiento con los cuales se puede ver el correcto funcionamiento. La alimentación debe ser de 5DC. El control de posición del servomotor es por medio del potenciómetro que tiene.

La entrada del voltaje debe ser entre 4.2V a 6V. la salida de la señal es entre 0.5ms y 1.5ms.

Modos de uso:

- Manual: Se controla la posición del servomotor por medio del potenciómetro.
- Neutral: Devuelve el servomotor a su posición central.
- Auto: Realiza el movimiento del servomotor de 0 a 180 grados.

Figura C.5: Servomotor Tester



Fuente: Geek Factory

Modulo Joystick

Este módulo joystick analógico se utilizó para probar el funcionamiento de los servomotores y ajustar los valores de estos para que estén en el funcionamiento requerido.

Figura C.6: Joystick



Fuente: Naylamp

Este módulo produce una salida de 2.5V en “X” y “Y” cuando está en reposo. Al mover el joystick la salida varía entre 0V a 5V.

Especificaciones:

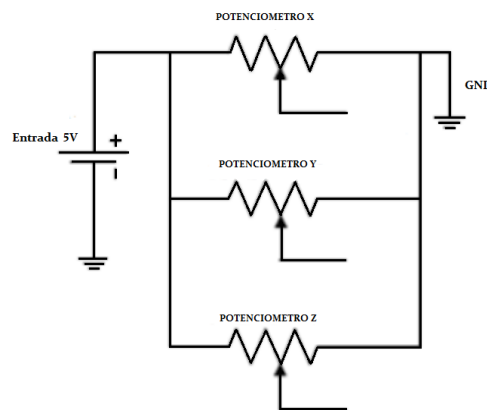
- Dos potenciómetros de movimiento direccionales, uno para cada eje.
- Compatible con Arduino
- Dimensiones: 1.57 in * 1.02 in * 1.26 in (4.0 cm * 2.6 cm * 3.2 cm)
- 5 pines

Configuración de Pines:

- GND: Tierra
- +5V: 5V DC
- VRx: voltaje proporcional de la posición X
- VRy: voltaje proporcional de la posición Y
- SW: botón switch

Diagrama esquemático:

Figura C.7: Joystick diagrama esquemático



Fuente: Naylamp

JOYSTICK FUNDUINO Y LCD 5110

Figura C.8: Joystick Funduino y LCD 5110



Fuente: Prometec.net

Este Joystick shield es un módulo sencillo para Arduino, a comparación de un simple joystick este tiene 4 pulsadores más y dos pulsadores micro. Otras ventajas es que puede ser conectado directamente a la placa Arduino.



Las especificaciones del LCD 5110 son las siguientes:

- Controlador: PCD8544
- Protocolo de control: SPI
- Resolución: 84x48
- Iluminación: Azul
- Píxeles: Negro
- Tamaño: 1.6"

Pines:

- RST: Reset
- CE: Enable
- DC: Selección de datos y comandos
- Din: Entrada Serial
- CLK: Entrada de reloj
- Vcc: Alimentación 3V – 5V
- BL: Luz de fondo 2.7V – 3.2V
- GND: Ground

MODULO BLUETOOTH HC05

Figura C.9: Bluetooth HC05



Fuente: Naylamp

Especificaciones Técnicas:

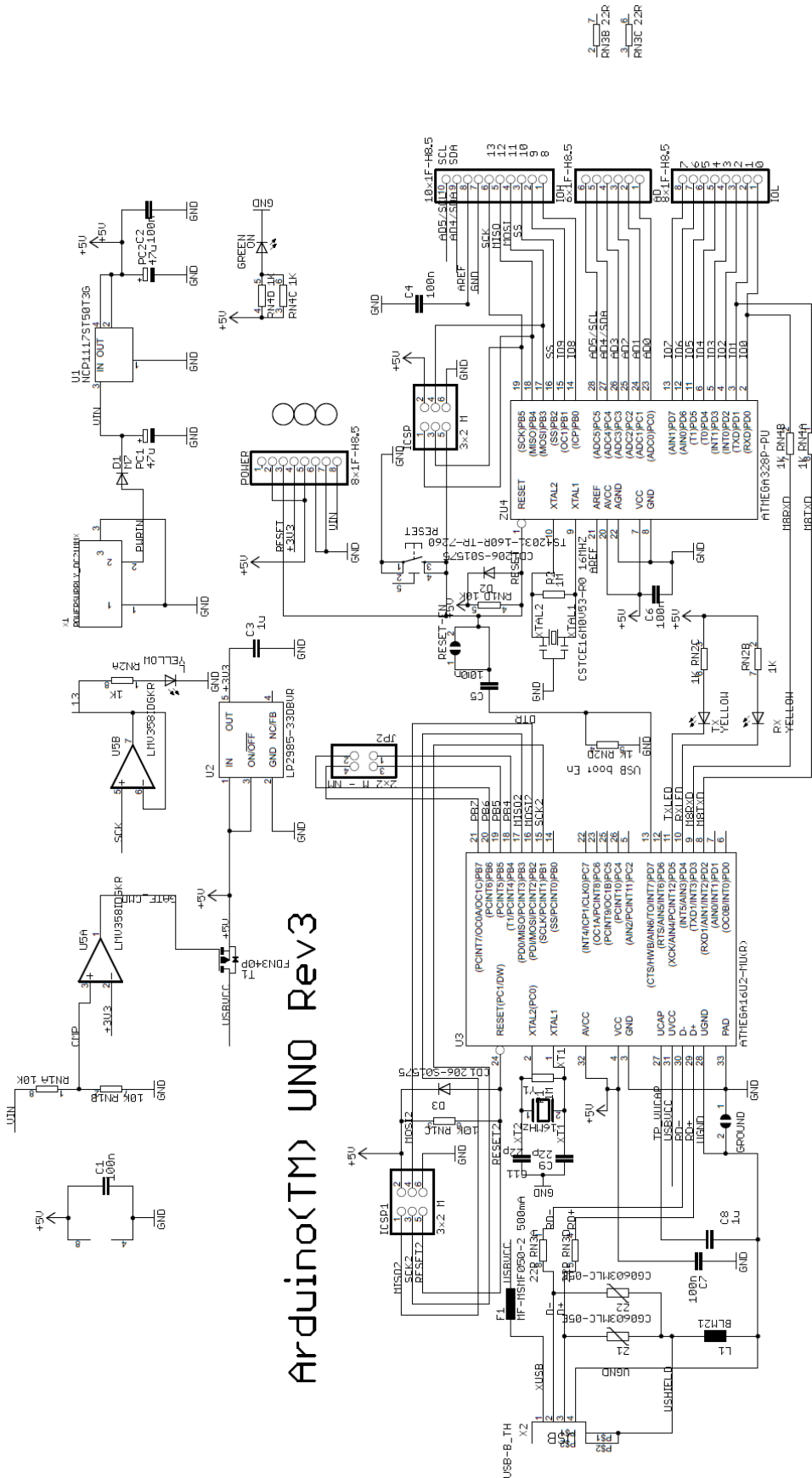
- Voltaje de Operación: 3.6V – 6V DC
- Consumo de corriente: 50Ma
- Bluetooth: V2.0+EDR
- Frecuencia: Banda ISM 2.4GHz
- Modulación: GFSK (Gaussian Frequency Shift Keying)
- Potencia de transmisión: 4dBm, Class2
- Sensibilidad: -84dBm a 0.1% BER
- Alcance: 10 metros
- Interface de comunicación: Serial TTL
- Velocidad de transmisión: 1200bps hasta 1.3Mbps
- Baudrate por defecto: 38400,8,1, n
- Seguridad: Autenticación y encriptación
- Temperatura de trabajo: -20C a +75C
- Compatible con Android
- Dimensiones: 37*16mm
- Peso: 3.6 gramos



Descripción de pines:

- TXD: Salida UART TXD
- RXD: Entrada UART RXD
- RESET: Entrada RESET
- Vcc: Alimentación +3.1 a 4.2VDC
- GND: Tierra común
- GND: Tierra común

ARDUINO UNO ESQUEMÁTICO

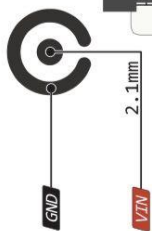


Arduino(TM) UNO Rev3

ARDUINO UNO PIN NAMES

UNO PINOUT

7-12V depending on current drawn

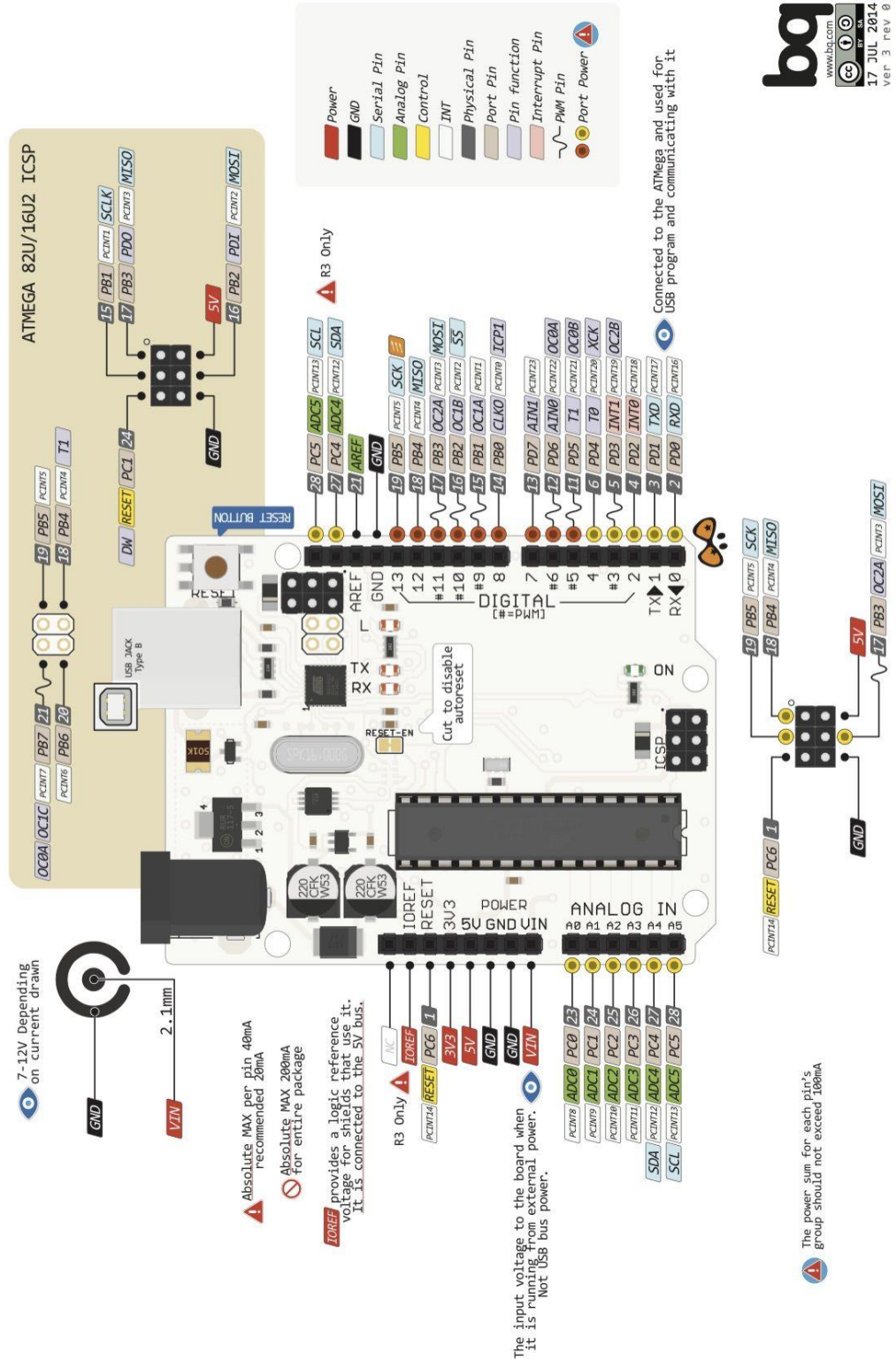


! Absolute MAX per pin 40mA recommended 20mA
! Absolute MAX 200mA for entire package

! IOREF provides a logic reference voltage for shields that use it. It is connected to the 5V bus.

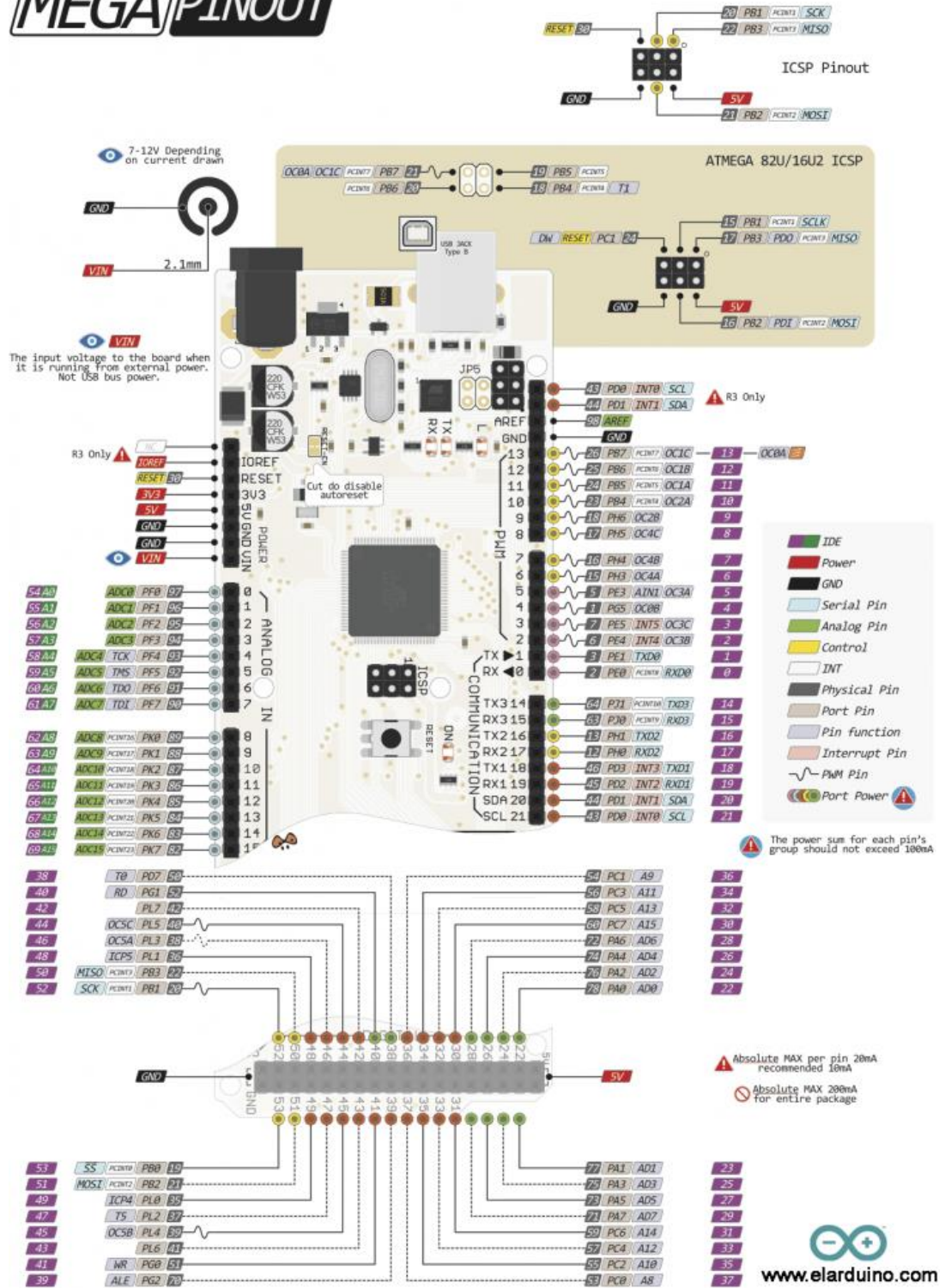
The input voltage to the board when it is running from external power. Not USB bus power.

! The power sum for each pin's group should not exceed 160mA



Arduino Mega Pin Names

MEGA PINOUT





ANEXO 3

PROGRAMACIÓN

Programa Python C.D. 5GDL

```
import numpy as np

from numpy import *

a1 = 6.2 # longitud del eslabón a1 en cm

a2 = 5.2 # longitud del eslabón a2 en cm

a3 = 0 # longitud del eslabón a3 en cm

a4 = 7 # longitud del eslabón a4 en cm

theta_1 = 45 # ángulo theta 1

theta_2 = 45 # ángulo theta 2

theta_3 = 45 # ángulo theta 3

theta_4 = 45 # ángulo theta 4

theta_5 = 45 # ángulo theta 5

theta_1 = (theta_1/180)*pi # theta 1 en radianes

theta_2 = (theta_2/180)*pi # theta 2 en radianes

theta_3 = (theta_3/180)*pi # theta 3 en radianes

theta_4 = (theta_4/180)*pi # theta 4 en radianes

theta_5 = (theta_5/180)*pi # theta 5 en radianes

R0_1 = [[cos(theta_1), 0, sin(theta_1)],

        [sin(theta_1), 0, -cos(theta_1)],

        [0, 1, 0]]
```



$$\begin{aligned} R1_2 &= [[\cos(\theta_2), -\sin(\theta_2), 0], \\ &\quad [\sin(\theta_2), \cos(\theta_2), 0], \\ &\quad [0, 0, 1]] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R2_3 &= [[\cos(\theta_3), -\sin(\theta_3), 0], \\ &\quad [\sin(\theta_3), \cos(\theta_3), 0], \\ &\quad [0, 0, 1]] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R3_4 &= [[-\sin(\theta_4), 0, \cos(\theta_4)], \\ &\quad [\cos(\theta_4), 0, \sin(\theta_4)], \\ &\quad [0, 1, 0]] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R4_5 &= [[\cos(\theta_5), -\sin(\theta_5), 0], \\ &\quad [\sin(\theta_5), \cos(\theta_5), 0], \\ &\quad [0, 0, 1]] \end{aligned}$$

$$R0_5 = \text{dot}(R0_1, R1_2, R2_3, R3_4, R4_5) \text{ \# dot product}$$

Vectores de desplazamiento

$$d0_1 = [[0], [0], [a1]]$$

$$d1_2 = [[a2*\cos(\theta_2)], [a2*\sin(\theta_2)], [0]]$$

$$d2_3 = [[a3*\cos(\theta_3)], [a3*\sin(\theta_3)], [0]]$$

$$d3_4 = [[0], [0], [0]]$$

$$d4_5 = [[0], [0], [a4]]$$



```
# Matriz de Transformación Homogénea 0 - 1

H0_1 = concatenate((R0_1, d0_1), 1) # 1 appends to the right

H0_1 = concatenate((H0_1, [[0, 0, 0, 1]]), 0) # 0 appends to the bottom

print(matrix(H0_1))

print('\n')

# Matriz de Transformación Homogénea 1 - 2

H1_2 = concatenate((R1_2, d1_2), 1) # 1 appends to the right

H1_2 = concatenate((H1_2, [[0, 0, 0, 1]]), 0) # 0 appends to the bottom

print(matrix(H1_2))

print('\n')

# Matriz de Transformación Homogénea 2 - 3

H2_3 = concatenate((R2_3, d2_3), 1) # 1 appends to the right

H2_3 = concatenate((H2_3, [[0, 0, 0, 1]]), 0) # 0 appends to the bottom

print(matrix(H2_3))

print('\n')

# Matriz de Transformación Homogénea 3 - 4

H3_4 = concatenate((R3_4, d3_4), 1) # 1 appends to the right

H3_4 = concatenate((H3_4, [[0, 0, 0, 1]]), 0) # 0 appends to the bottom

print(matrix(H3_4))

print('\n')
```



```
# Matriz de Transformación Homogénea 4 - 5

H4_5 = concatenate((R4_5, d4_5), 1) # 1 appends to the right

H4_5 = concatenate((H4_5, [[0, 0, 0, 1]]), 0) # 0 appends to the bottom

print(matrix(H4_5))

print('\n')

# Matriz de Transformación Homogénea 0 - 5

H0_5 = dot(H0_1, H1_2, H2_3, H3_4, H4_5)

print(matrix(H0_5))
```

Programa Python C.D. 6GDL

```
import numpy as np

from numpy import *

a1 = 6.2 # longitud del eslabón a1 en cm

a2 = 5.2 # longitud del eslabón a2 en cm

a3 = 0 # longitud del eslabón a3 en cm

a4 = 7 # longitud del eslabón a4 en cm

theta_1 = 45 # ángulo theta 1

theta_2 = 45 # ángulo theta 2

theta_3 = 45 # ángulo theta 3

theta_4 = 45 # ángulo theta 4

theta_5 = 45 # ángulo theta 5

theta_6 = 45 # ángulo theta 5
```



$\theta_1 = (\theta_1/180)*\pi$ # θ_1 en radianes

$\theta_2 = (\theta_2/180)*\pi$ # θ_2 en radianes

$\theta_3 = (\theta_3/180)*\pi$ # θ_3 en radianes

$\theta_4 = (\theta_4/180)*\pi$ # θ_4 en radianes

$\theta_5 = (\theta_5/180)*\pi$ # θ_5 en radianes

$\theta_6 = (\theta_5/180)*\pi$ # θ_5 en radianes

$R_{0_1} = [[\cos(\theta_1), 0, \sin(\theta_1)],$

$[\sin(\theta_1), 0, -\cos(\theta_1)],$

$[0, 1, 0]]$

$R_{1_2} = [[\cos(\theta_2), -\sin(\theta_2), 0],$

$[\sin(\theta_2), \cos(\theta_2), 0],$

$[0, 0, 1]]$

$R_{2_3} = [[-\sin(\theta_3), 0, -\cos(\theta_3)],$

$[\cos(\theta_3), 0, \sin(\theta_3)],$

$[0, 1, 0]]$

$R_{3_4} = [[\cos(\theta_4), 0, -\sin(\theta_4)],$

$[\sin(\theta_4), 0, \cos(\theta_4)],$

$[0, -1, 0]]$

$R_{4_5} = [[\cos(\theta_5), 0, \sin(\theta_5)],$

$[\sin(\theta_5), 0, -\cos(\theta_5)],$



[0, 1, 0]]

R5_6 = [[cos(theta_6), -sin(theta_6), 0],

[sin(theta_6), cos(theta_6), 0],

[0, 0, 1]]

R0_6 = dot(R0_1, R1_2, R2_3, R3_4, R4_5, R5_6) # dot product

Vectores de desplazamiento

d0_1 = [[0], [0], [a1]]

d1_2 = [[a2*cos(theta_2)], [a2*sin(theta_2)], [0]]

d2_3 = [[0], [0], [0]]

d3_4 = [[0], [0], [a3]]

d4_5 = [[0], [0], [0]]

d5_6 = [[0], [0], [a4]]

Matriz de Transformación Homogénea 0 - 1

H0_1 = concatenate((R0_1, d0_1), 1) # 1 appends to the right

H0_1 = concatenate((H0_1, [[0, 0, 0, 1]]), 0) # 0 appends to the bottom

print(matrix(H0_1))

print('\n')

Matriz de Transformación Homogénea 1 - 2

H1_2 = concatenate((R1_2, d1_2), 1) # 1 appends to the right

H1_2 = concatenate((H1_2, [[0, 0, 0, 1]]), 0) # 0 appends to the bottom



```
print(matrix(H1_2))

print('\n')

# Matriz de Transformación Homogénea 2 - 3

H2_3 = concatenate((R2_3, d2_3), 1) # 1 appends to the right
H2_3 = concatenate((H2_3, [[0, 0, 0, 1]]), 0) # 0 appends to the bottom

print(matrix(H2_3))

print('\n')

# Matriz de Transformación Homogénea 3 - 4

H3_4 = concatenate((R3_4, d3_4), 1) # 1 appends to the right
H3_4 = concatenate((H3_4, [[0, 0, 0, 1]]), 0) # 0 appends to the bottom

print(matrix(H3_4))

print('\n')

# Matriz de Transformación Homogénea 4 - 5

H4_5 = concatenate((R4_5, d4_5), 1) # 1 appends to the right
H4_5 = concatenate((H4_5, [[0, 0, 0, 1]]), 0) # 0 appends to the bottom

print(matrix(H4_5))

print('\n')

# Matriz de Transformación Homogénea 5 - 6

H5_6 = concatenate((R5_6, d5_6), 1) # 1 appends to the right
H5_6 = concatenate((H5_6, [[0, 0, 0, 1]]), 0) # 0 appends to the bottom
```



```
print(matrix(H5_6))

print('\n')

# Matriz de Transformación Homogénea 0 - 6

H0_6 = dot(H0_1, H1_2, H2_3, H3_4, H4_5, H5_6)

print(matrix(H0_6))
```

Programa Python C.I. 6GDL

```
import numpy as np

Theta1=np.arctan2(Y,X)

Theta2=np.phi_2-phi_1

Theta3=np.180-phi_3

r1=np.sqrt(X**2+Y**2)

r2=np.Z-a1

r3=np.sqrt(r1**2+r2**2)

phi_1=np.arccos((a3**2-a2**2-r3**2)/(-2*a2*r3))

phi_2=np.arctan2(r2,r1)

phi_3=np.arccos((r3**2-a2**2-a3**2)/(-2*a2*a3))

R0_6=[[-1.0,0.0,0.0],

[0.0,-1.0,0.0],

[0.0,0.0,1.0]]

R0_3=[[-np.(cos(Theta1)*cos(Theta2)*sin(Theta3)-

cos(Theta1)*sin(Theta2)*cos(Theta3)),np.sin(Theta1),-

np.(cos(Theta1)*cos(Theta2)*cos(Theta3)-cos(Theta1)*sin(Theta2)*sin(Theta3))],
```




```
[-np.(sin(Theta1)*cos(Theta2)*sin(Theta3)-  
sin(Theta1)*sin(Theta2)*cos(Theta3)), -np.cos(Theta1), -  
np.(sin(Theta1)*cos(Theta2)*cos(Theta3)+sin(Theta1)*sin(Theta2)*sin(Theta3))],  
[-np.(sin(Theta2)*sin(Theta3)+cos(Theta2)*cos(Theta3)), 0.0, -  
np.(sin(Theta2)*cos(Theta3)-cos(Theta2)*sin(Theta3))]]  
  
invR0_3=np.linalg.inv(R0_3)  
  
R3_6=np.dot(invR0_3,R0_6)  
  
print 'R3_6' = ',np.matrix(R3_6)  
  
Theta5=np.arccos(R3_6[2][2])  
  
print 'Theta5=',Theta5,'radians'  
  
Theta6=np.arccos(-R3_6[2][0]/np.sin(Theta5))  
  
print 'Theta6=',Theta6, 'radians'  
  
Theta4=np.arccos(R3_6[1][2]/np.sin(Theta5))  
  
print 'Theta4'=',Theta4,'radians'  
  
R3_6_Check=[[-np.sin(Theta4)*np.cos(Theta5)*np.cos(Theta6)-  
np.cos(Theta4)*np.sin(Theta6), np.sin(Theta4)*np.cos(Theta5)*np.sin(Theta6)-  
np.cos(Theta4)*np.cos(Theta6), -np.sin(Theta4)*np.sin(Theta5)],  
[np.cos(Theta4)*np.cos(Theta5)*np.cos(Theta6)-  
np.sin(Theta4)*np.sin(Theta6), -np.cos(Theta4)*np.cos(Theta5)*np.sin(Theta6)-  
np.sin(Theta4)*np.cos(Theta6), np.cos(Theta4)*np.sin(Theta5)],  
[-  
np.sin(Theta5)*np.cos(Theta6), np.sin(Theta5)*np.sin(Theta6)+np.cos(Theta5), np.cos(T  
heta5)]]  
  
print 'R3_6_Check = ',np.matrix(R3_6_Check)
```



PROGRAMACIÓN EN ARDUINO

```
#include <Wire.h>
```

```
#include <SoftwareSerial.h>
```

```
#include <Adafruit_PWMServoDriver.h>
```

```
#include <SD.h>
```

```
#include <SPI.h>
```

```
#include <LiquidCrystal_I2C.h>
```

```
LiquidCrystal_I2C lcd(0x27, 20, 4);
```

```
#define DS1307_ADDRESS 0x68
```

```
// called this way, it uses the default address 0x40
```

```
Adafruit_PWMServoDriver pwm = Adafruit_PWMServoDriver();
```

```
// you can also call it with a different address you want
```

```
//Adafruit_PWMServoDriver pwm = Adafruit_PWMServoDriver(0x41);
```

```
#define SERVOMIN 120 // this is the 'minimum' pulse length count (out of 4096)
```

```
#define SERVOMAX 470 // this is the 'maximum' pulse length count (out of  
4096)
```

```
SoftwareSerial Bluetooth(8, 9); // TX, RX
```

```
byte zero = 0x00;
```

```
unsigned long previousMillis = 0; // guarda lo ultimo que se actualizo
```

```
const long interval = 1000; // intervalo de parpadeo
```



```
String stringGeneral, dispositivo, servo, posicion, j1, j2, j3, j4, j5, j6,  
valorGeneral, valorRecibido, valorRecibido2, valorDrive,BT;
```

```
int comando, t1, t2, modo, cont, ciclo, ang;
```

```
void setup() {
```

```
    // put your setup code here, to run once:
```

```
    Wire.begin();
```

```
    lcd.begin();
```

```
    Serial.begin(9600);
```

```
    Bluetooth.begin(9600);
```

```
    pwm.begin();
```

```
    pwm.setPWMFreq(60);
```

```
    yield();
```

```
    lcd.clear();
```

```
    lcd.setCursor(0, 0);
```

```
    lcd.print("UNA PUNO");
```

```
    lcd.setCursor(0, 1);
```

```
    lcd.print("INGENIERIA ELECTRONICA");
```

```
    lcd.setCursor(0, 2);
```

```
    lcd.print("PROYECTO DE TESIS");
```

```
    lcd.setCursor(0, 3);
```

```
    lcd.print("JCRA");
```



```
    delay(2000);

    lcd.clear();
}

// you can use this function if you'd like to set the pulse length in seconds
// e.g. setServoPulse(0, 0.001) is a ~1 millisecond pulse width. its not precise!

void setServoPulse(uint8_t n, double pulse) {

    double pulselength;

    pulselength = 1000000; // 1,000,000 us per second

    pulselength /= 60; // 60 Hz

    Serial.print(pulselength); Serial.println(" us por periodo");

    pulselength /= 4096; // 12 bits of resolution

    Serial.print(pulselength); Serial.println(" us por bit");

    pulse *= 1000;

    pulse /= pulselength;

    Serial.println(pulse);
}

void divideDatos() {

    if (stringGeneral.indexOf("!") >= 0) {

        dispositivo = stringGeneral.substring(0, (stringGeneral.indexOf("P")));

        valorRecibido = stringGeneral.substring(stringGeneral.indexOf("P") + 1);

        valorRecibido2 = valorRecibido.substring(0, (valorRecibido.indexOf("!")));

    }
}
```



```
}

void loop() {

    unsigned long currentMillis = millis();

    if (currentMillis - previousMillis >= interval) {

        // save the last time you blinked the LED

        previousMillis = currentMillis;

    }

    if (Bluetooth.available())

    {

        stringGeneral = String("");

        while (Bluetooth.available())

        {

            stringGeneral = stringGeneral + char(Bluetooth.read());

        }

        divideDatos();

        Serial.println("\nString General: " + stringGeneral);

        Serial.println("Dispositivo: " + dispositivo);

        Serial.println("Valor Recibido: " + valorRecibido);

        Serial.println("Valor Recibido2: " + valorRecibido2);

        servo = dispositivo;
```



```
posicion = valorRecibido2;

servo.toInt();

posicion.toInt();

valorDrive = (dispositivo + "P" + valorRecibido2 + "!");
Serial.println("\nDrive:" + valorDrive);

ang = map(valorRecibido2.toInt(), 0, 180, SERVOMIN, SERVOMAX);

if (dispositivo.toInt() == "1" || "2" || "3" || "4" || "5" || "6") {
    pwm.setPWM(dispositivo.toInt(), 0, ang);
    Serial.println("Valor Real Drive: " + dispositivo + "Ang:" + ang);
    lcd.setCursor(17, 3);
    lcd.print(ang);
    lcd.setCursor(19,2);
    lcd.print(dispositivo);
}

t1=200;
t2=500;

if (stringGeneral == "#BTPtrue!") {
    lcd.setCursor(0, 2);
    lcd.print("BLUETOOTH CONECTADO");

    delay(900);

    inicio:
```



```
lcd.setCursor(0, 2);  
  
lcd.print("      ");  
  
lcd.setCursor(0, 1);  
lcd.print("J1:");  
  
lcd.setCursor(0, 2);  
lcd.print("J2:");  
  
lcd.setCursor(0, 3);  
lcd.print("J3:");  
  
lcd.setCursor(7, 1);  
lcd.print("J4:");  
  
lcd.setCursor(7, 2);  
lcd.print("J5:");  
  
lcd.setCursor(7, 3);  
lcd.print("J6:");  
  
}  
  
if (servo == "1") {  
    j1 = posicion.toInt();
```



```
lcd.setCursor(0, 1);  
  
if (posicion.toInt() > 99) {  
    lcd.print("J1:" + j1);  
}  
  
else {  
    lcd.print("J1:" + j1 + " ");  
}  
}  
  
if (servo == "2") {  
    j2 = posicion.toInt();  
    lcd.setCursor(0, 2);  
    if (posicion.toInt() > 99) {  
        lcd.print("J2:" + j2);  
    }  
    else {  
        lcd.print("J2:" + j2 + " ");  
    }  
}  
  
if (servo == "3") {  
    j3 = posicion.toInt();  
    lcd.setCursor(0, 3);  
    if (posicion.toInt() > 99) {  
        lcd.print("J3:" + j3);  
    }  
    else {
```




```
        lcd.print("J3:" + j3 + " ");  
    }  
}  
  
if (servo == "4") {  
    j4 = posicion.toInt();  
    lcd.setCursor(7, 1);  
    if (posicion.toInt() > 99) {  
        lcd.print("J4:" + j4);  
    }  
    else {  
        lcd.print("J4:" + j4 + " ");  
    }  
}  
  
if (servo == "5") {  
    j5 = posicion.toInt();  
    lcd.setCursor(7, 2);  
    if (posicion.toInt() > 99) {  
        lcd.print("J5:" + j5);  
    }  
    else {  
        lcd.print("J5:" + j5 + " ");  
    }  
}  
  
if (servo == "6") {  
    j6 = posicion.toInt();
```



```
lcd.setCursor(7, 3);

if (posicion.toInt() > 99) {

    lcd.print("J6:" + j6);

}

else {

    lcd.print("J6:" + j6 + " ");

}

}

if (stringGeneral == "#BTPfalse!") {

    lcd.clear();

    lcd.setCursor(0, 2);

    lcd.print("  BLUETOOTH  ");

    lcd.setCursor(0, 3);

    lcd.print("  DESCONECTADO  ");

    delay(500);

    lcd.clear();

    lcd.setCursor(0, 2);

    lcd.print("  NO CONECTADO  ");

}

}

if (stringGeneral == "#CallP1!"){

    pwm.setPWM(1, 0, 300);

    delay(t1);
```



```
pwm.setPWM(2, 0, 313);  
  
delay(t1);  
  
pwm.setPWM(3, 0, 610);  
  
delay(t1);  
  
pwm.setPWM(4, 0, 466);  
  
delay(t1);  
  
pwm.setPWM(5, 0, 380);  
  
delay(t1);  
  
pwm.setPWM(6, 0, 180);  
  
}  
  
if (stringGeneral == "#CallP2!") {  
    while (ciclo < 6) {  
        lcd.setCursor(0, 1);  
        lcd.print("          ");  
        lcd.setCursor(0, 2);  
        lcd.print(" MODO AUTOMATICO" );  
        lcd.setCursor(0, 3);  
        lcd.print("          ");  
  
        pwm.setPWM(1, 0, 300);  
        delay(t1);  
        pwm.setPWM(2, 0, 343);  
        delay(t1);
```



```
pwm.setPWM(3, 0, 430);  
  
delay(t1);  
  
pwm.setPWM(4, 0, 500);  
  
delay(t1);  
  
pwm.setPWM(5, 0, 190);  
  
delay(t1);  
  
pwm.setPWM(6, 0, 330);  
  
  
  
pwm.setPWM(2, 0, 183);  
  
delay(t1);  
  
pwm.setPWM(3, 0, 233);  
  
delay(t1);  
  
pwm.setPWM(4, 0, 310);  
  
delay(t1);  
  
pwm.setPWM(5, 0, 386);  
  
delay(t1);  
  
pwm.setPWM(6, 0, 180);  
  
ciclo= ciclo + 1;  
  
Serial.println(ciclo);  
  
Bluetooth.print("T1: ");  
  
Bluetooth.println(ciclo);  
  
delay(100);  
  
Bluetooth.print("T2: ");  
  
Bluetooth.println(ciclo + 2);
```



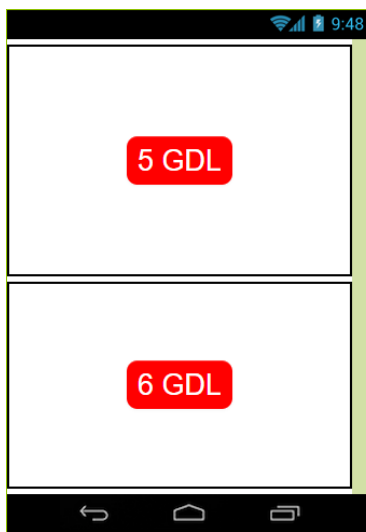
```
if (ciclo==6){  
  
    ciclo=0;  
  
    stringGeneral = "#CallP1!";  
  
    goto inicio;  
}  
  
}  
  
}  
  
return;  
  
}  
  
}
```

PROGRAMACIÓN EN APP INVENTOR



```
when Screen1.Initialize
do
  set Screen1.BackgroundColor to make color (make a list (255, 255, 255))
  call Sound1.Play
  set Clock1.TimerEnabled to true

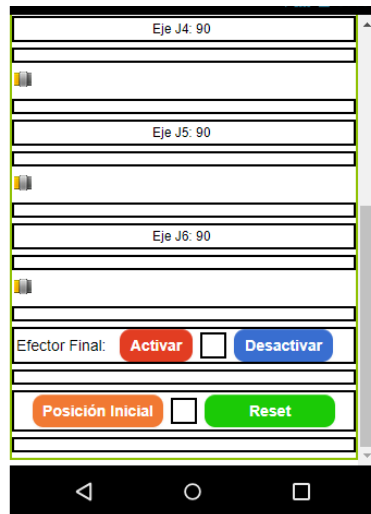
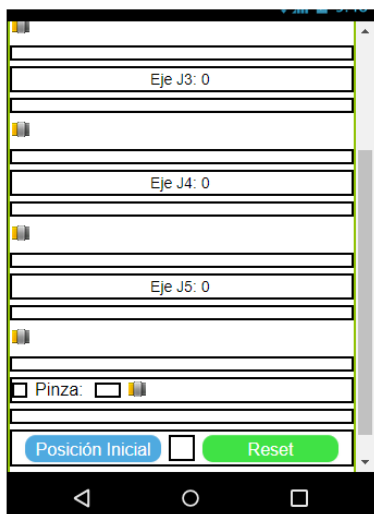
when Clock1.Timer
do
  open another screen screenName "Screen2"
```



```
when Button1.Click
do
  open another screen screenName "Screen3"

when Button2.Click
do
  open another screen screenName "Screen4"
```

Variación y Diferencia en el control de Slider en Robot de 5GDL y 6GDL



```
when Slider1 . PositionChanged  
thumbPosition  
do  
  set global posj1 to get start value  
  set Eje1 . Text to join " Eje J1: "  
    round Slider1 . ThumbPosition  
  set j1pos . Text to round Slider1 . ThumbPosition  
  call TinyDB1 . StoreValue  
    tag " posición1 "  
    valueToStore get global posj1  
  call BluetoothClient1 . SendText  
    text join " 1P "  
      round Slider1 . ThumbPosition  
      " ! "
```

```
when Slider2 . PositionChanged  
thumbPosition  
do  
  set global posj2 to get start value  
  set Eje2 . Text to join " Eje J2: "  
    round Slider2 . ThumbPosition  
  set j2pos . Text to round Slider2 . ThumbPosition  
  call TinyDB1 . StoreValue  
    tag " posición2 "  
    valueToStore get global posj2  
  call BluetoothClient1 . SendText  
    text join " 2P "  
      round Slider2 . ThumbPosition  
      " ! "
```

```
when Slider3 . PositionChanged  
thumbPosition  
do  
  set global posj3 to get start value  
  set Eje3 . Text to join " Eje J3: " round Slider3 . ThumbPosition  
  set j3pos . Text to round Slider3 . ThumbPosition  
  call TinyDB1 . StoreValue  
  tag " posición3 "  
  valueToStore get global posj3  
  call BluetoothClient1 . SendText  
  text join " 3P " round Slider3 . ThumbPosition  
  " ! "
```

```
when Slider4 . PositionChanged  
thumbPosition  
do  
  set global posj4 to get start value  
  set Eje4 . Text to join " Eje J4: " round Slider4 . ThumbPosition  
  set j4pos . Text to round Slider4 . ThumbPosition  
  call TinyDB1 . StoreValue  
  tag " posición4 "  
  valueToStore get global posj4  
  call BluetoothClient1 . SendText  
  text join " 4P " round Slider4 . ThumbPosition  
  " ! "
```

```
when Slider5 . PositionChanged  
thumbPosition  
do  
  set global posj5 to get start value  
  set Eje5 . Text to join " Eje J5: " round Slider5 . ThumbPosition  
  set j5pos . Text to round Slider5 . ThumbPosition  
  call TinyDB1 . StoreValue  
  tag " posición5 "  
  valueToStore get global posj5  
  call BluetoothClient1 . SendText  
  text join " 5P " round Slider5 . ThumbPosition  
  " ! "
```




```
when Slider6 . PositionChanged
  thumbPosition
do
  set global posj6 to get start value
  set EjeJ6 . Text to join " Eje J6: "
    round Slider6 . ThumbPosition
  set j6pos . Text to round Slider6 . ThumbPosition
  call TinyDB1 . StoreValue
    tag " posición6 "
    valueToStore get global posj6
  call BluetoothClient1 . SendText
    text join " 6P "
      round Slider6 . ThumbPosition
      " ! "
```

```
when j1mas . Click
do
  set global posj1 to get start value
  set Slider1 . ThumbPosition to round Slider1 . ThumbPosition + round Valor_Inc_y_Decre . Text
  set EjeJ1 . Text to join " Eje J1: "
    round Slider1 . ThumbPosition
  set j1pos . Text to round Slider1 . ThumbPosition
  call TinyDB1 . StoreValue
    tag " posición1 "
    valueToStore get global posj1
```

```
when j2mas . Click
do
  set global posj2 to get start value
  set Slider2 . ThumbPosition to round Slider2 . ThumbPosition + round Valor_Inc_y_Decre . Text
  set EjeJ2 . Text to join " Eje J2: "
    round Slider2 . ThumbPosition
  set j2pos . Text to round Slider2 . ThumbPosition
  call TinyDB1 . StoreValue
    tag " posición2 "
    valueToStore get global posj2
```

```
when j3mas . Click
do
  set global posj3 to get start value
  set Slider3 . ThumbPosition to round Slider3 . ThumbPosition + round Valor_Inc_y_Decre . Text
  set EjeJ3 . Text to join " Eje J3: "
    round Slider3 . ThumbPosition
  set j3pos . Text to round Slider3 . ThumbPosition
  call TinyDB1 . StoreValue
    tag " posición3 "
    valueToStore get global posj3
```



```
when j4mas .Click
do
  set global posj4 to get start value
  set Slider4 . ThumbPosition to round Slider4 . ThumbPosition + round Valor_Inc_y_Decre . Text
  set Eje4 . Text to join "Eje J4:" round Slider4 . ThumbPosition
  set j4pos . Text to round Slider4 . ThumbPosition
  call TinyDB1 .StoreValue
  tag "posición4"
  valueToStore get global posj4
```

```
when j5mas .Click
do
  set global posj5 to get start value
  set Slider5 . ThumbPosition to round Slider5 . ThumbPosition + round Valor_Inc_y_Decre . Text
  set Eje5 . Text to join "Eje J5:" round Slider5 . ThumbPosition
  set j5pos . Text to round Slider5 . ThumbPosition
  call TinyDB1 .StoreValue
  tag "posición5"
  valueToStore get global posj5
```

```
when j6mas .Click
do
  set global posj6 to get start value
  set Slider6 . ThumbPosition to round Slider6 . ThumbPosition + round Valor_Inc_y_Decre . Text
  set Eje6 . Text to join "Eje J6:" round Slider6 . ThumbPosition
  set j6pos . Text to round Slider6 . ThumbPosition
  call TinyDB1 .StoreValue
  tag "posición6"
  valueToStore get global posj6
```

```
when j1menos .Click
do
  set global posj1 to get start value
  set Slider1 . ThumbPosition to round Slider1 . ThumbPosition - round Valor_Inc_y_Decre . Text
  set Eje1 . Text to join "Eje J1:" round Slider1 . ThumbPosition
  set j1pos . Text to round Slider1 . ThumbPosition
  call TinyDB1 .StoreValue
  tag "posición1"
  valueToStore get global posj1
```

```
when j2menos .Click
do
  set global posj2 to get start value
  set Slider2 . ThumbPosition to round Slider2 . ThumbPosition - round Valor_Inc_y_Decre . Text
  set Eje2 . Text to join "Eje J2:" round Slider2 . ThumbPosition
  set j2pos . Text to round Slider2 . ThumbPosition
  call TinyDB1 .StoreValue
  tag "posición2"
  valueToStore get global posj2
```



```
when j3menos .Click
do
  set global pos3 to get start value
  set Slider3 .ThumbPosition to round Slider3 .ThumbPosition - round Valor_Inc_y_Decre .Text
  set Eje3 .Text to join "Eje J3:" round Slider3 .ThumbPosition
  set j3pos .Text to round Slider3 .ThumbPosition
  call TinyDB1 .StoreValue
  tag "posición3"
  valueToStore get global pos3
```

```
when j4menos .Click
do
  set global pos4 to get start value
  set Slider4 .ThumbPosition to round Slider4 .ThumbPosition - round Valor_Inc_y_Decre .Text
  set Eje4 .Text to join "Eje J4:" round Slider4 .ThumbPosition
  set j4pos .Text to round Slider4 .ThumbPosition
  call TinyDB1 .StoreValue
  tag "posición4"
  valueToStore get global pos4
```

```
when j5menos .Click
do
  set global pos5 to get start value
  set Slider5 .ThumbPosition to round Slider5 .ThumbPosition - round Valor_Inc_y_Decre .Text
  set Eje5 .Text to join "Eje J5:" round Slider5 .ThumbPosition
  set j5pos .Text to round Slider5 .ThumbPosition
  call TinyDB1 .StoreValue
  tag "posición5"
  valueToStore get global pos5
```

```
when j6menos .Click
do
  set global pos6 to get start value
  set Slider6 .ThumbPosition to round Slider6 .ThumbPosition - round Valor_Inc_y_Decre .Text
  set Eje6 .Text to join "Eje J6:" round Slider6 .ThumbPosition
  set j6pos .Text to round Slider6 .ThumbPosition
  call TinyDB1 .StoreValue
  tag "posición6"
  valueToStore get global pos6
```

```
when Comando_Manual .Click
do
  set TConexion . Visible to false
  set Menu . Visible to false
  set Com_Manual_Slider . Visible to true
  The user clicked on the feature. . Visible to false
  set Comando_Digita . Visible to false
  set Comando_Manual_BTN . Visible to false
  set global tela to 1
```

```
when menu .LongClick
do
  if
  then
    set TConexion . Visible to false
    set Menu . Visible to true
    set Com_Manual_Slider . Visible to false
    set Llamar_Progr . Visible to false
    set Comando_Digita . Visible to false
    set Comando_Manual_BTN . Visible to false
    call Player1 .Vibrate
      milliseconds 500
    call Notifier1 .ShowAlert
      notice "Dispositivo No Conectado!"
  else
    call Notifier1 .ShowAlert
      notice "Dispositivo Conectado!"
```



```
when btnBuscar .AfterPicking
do
  set global device to btnBuscar . Selection
  call TinyDB1 .StoreValue
    tag "StoredDevice"
    valueToStore get global device
  set lblDispositivo . Text to join "Dispositivo:" get global device
```

```
when pos_inicial1 .Click
do
  call BluetoothClient1 .SendText
    text join "#COM\r\nP\r\nHPOS\r\n!"
  set Slider1 . ThumbPosition to 90
  set Eje1 . Text to join "Eje J1:" round Slider1 . ThumbPosition
  set Slider2 . ThumbPosition to 90
  set Eje2 . Text to join "Eje J2:" round Slider2 . ThumbPosition
  set Slider3 . ThumbPosition to 90
  set Eje3 . Text to join "Eje J3:" round Slider3 . ThumbPosition
  set Slider4 . ThumbPosition to 90
  set Eje4 . Text to join "Eje J4:" round Slider4 . ThumbPosition
  set Slider5 . ThumbPosition to 90
  set Eje5 . Text to join "Eje J5:" round Slider5 . ThumbPosition
  set Slider6 . ThumbPosition to 90
  set Eje6 . Text to join "Eje J6:" round Slider6 . ThumbPosition
  call Notifier1 .ShowAlert
    notice "Posición Inicial!"
  call Player1 .Vibrate
    milliseconds 200
```

```
when Notifier1 .AfterChoosing
choice
do
  if [get choice] = "SIM"
  then
    call BluetoothClient1 .SendText
      text "#BTPfalse!"
    call Notifier1 .LogInfo
      message "Cerrando Programa!"
    call BluetoothClient1 .Disconnect
    close application
  else
    call Notifier1 .DismissProgressDialog
```

```
when btnConectar .Click
do
  if call BluetoothClient1 .IsDevicePaired
    address [get global device]
  then
    if call BluetoothClient1 .Connect
      address [get global device]
    then
      call Notifier1 .ShowAlert
        notice "Dispositivo conectado!"
      call Player1 .Vibrate
        milliseconds 500
      call BluetoothClient1 .SendText
        text "#BTPtrue!"
      set TConexion .Visible to false
      set Menu .Visible to true
      set Com_Manual_Slider .Visible to false
      set Llamar_Progr .Visible to false
      set Comando_Digita .Visible to false
      set Comando_Manual_BTN .Visible to false
      set global BT to 1
    else
      call Notifier1 .ShowAlert
        notice "Dispositivo No conectado!"
      call Player1 .Vibrate
        milliseconds 500
    else
      call Notifier1 .ShowAlert
        notice "No se pudo Conectar"
      call Player1 .Vibrate
        milliseconds 500
```

```
when Llamada_Programa .Click
do
  set TConexion . Visible to false
  set Menu . Visible to false
  set Com_Manual_Slider . Visible to false
  set Llamar_Progr . Visible to true
  set Comando_Digita . Visible to false
  set Comando_Manual_BTN . Visible to false
  set global tela to 1
```

```
when btnBuscar .BeforePicking
do
  set btnBuscar . Elements to BluetoothClient1 . AddressesAndNames
```

```
when Comando_Digitavel .Click
do
  set TConexion . Visible to false
  set Menu . Visible to false
  set Com_Manual_Slider . Visible to false
  set Llamar_Progr . Visible to false
  set Comando_Digita . Visible to true
  set Comando_Manual_BTN . Visible to false
  set global tela to 1
```

```
when Screen1 .Initialize
do
  set global device to call TinyDB1 .GetValue
  tag "StoredDevice"
  valueIfTagNotThere ""
  if length get global device > 0
  then
    if not call BluetoothClient1 .IsDevicePaired
    address get global device
    then
      call Notifier1 .ShowAlert
      notice "Dispositivo não pareado!"
      call Player1 .Vibrate
      milliseconds 500
    else
      set global device to "Nenhum"
  set lblDispositivo . Text to join "Dispositivo:"
  get global device
```



```
when HomePos2 - Click
do
  call BluetoothClient1 - SendText
  text join #
  COM
  P
  HPOS
  !

  set Slider1 - ThumbPosition to 90
  set Eje1 - Text to join Eje J1:
  round Slider1 - ThumbPosition

  set Slider2 - ThumbPosition to 90
  set Eje2 - Text to join Eje J2:
  round Slider2 - ThumbPosition

  set Slider3 - ThumbPosition to 90
  set Eje3 - Text to join Eje J3:
  round Slider3 - ThumbPosition

  set Slider4 - ThumbPosition to 90
  set Eje4 - Text to join Eje J4:
  round Slider4 - ThumbPosition

  set Slider5 - ThumbPosition to 90
  set Eje5 - Text to join Eje J5:
  round Slider5 - ThumbPosition

  set Slider6 - ThumbPosition to 90
  set Eje6 - Text to join Eje J6:
  round Slider6 - ThumbPosition

  call Notifier1 - ShowAlert
  notice Retornando Posición Inicial !

  call Player1 - Vibrate
  milliseconds 200
```

```
when llamadaProg - GotFocus
do
  set global N_Programa to get start value
```

```
when Comando_Man_Boton - Click
do
  set TConexion - Visible to false
  set Menu - Visible to false
  set Com_Manual_Slider - Visible to false
  set Llamar_Progr - Visible to false
  set Comando_Digita - Visible to false
  set Comando_Manual_BTN - Visible to true
  set global tela to 1
```

```
when Screen1 - BackPressed
do
  if get global tela = 1
  then
    set TConexion - Visible to false
    set Menu - Visible to true
    set Com_Manual_Slider - Visible to false
    set Comando_Digita - Visible to false
    set Llamar_Progr - Visible to false
    set Comando_Manual_BTN - Visible to false
    set global tela to 0
  else
    call Player1 - Vibrate
    milliseconds 100
    call Notifier1 - ShowChooseDialog
    message Cerrar Aplicación ?
    title Control de Robot
    button1Text SI
    button2Text NO
    cancelable true
```



```
when intr_val .Click
do
  set j1rad .Text to convert degrees to radians j1ang .Text
  set j2rad .Text to convert degrees to radians j2ang .Text
  set j3rad .Text to convert degrees to radians j3ang .Text
  set j4rad .Text to convert degrees to radians j4ang .Text
  set j5rad .Text to convert degrees to radians j5ang .Text
  set r01a11 .Text to cos j1rad .Text
  set r01a12 .Text to 0
  set r01a13 .Text to sin j1rad .Text
  set r01a21 .Text to sin j1rad .Text
  set r01a22 .Text to 0
  set r01a23 .Text to -1 * cos j1rad .Text
  set r01a31 .Text to 0
  set r01a32 .Text to 1
  set r01a33 .Text to 0
  set r12a11 .Text to cos j2rad .Text
  set r12a12 .Text to -1 * sin j2rad .Text
  set r12a13 .Text to 0
  set r12a21 .Text to sin j2rad .Text
  set r12a22 .Text to cos j2rad .Text
  set r12a23 .Text to 0
  set r12a31 .Text to 0
  set r12a32 .Text to 0
  set r12a33 .Text to 1
  set r23a11 .Text to cos j3rad .Text
  set r23a12 .Text to -1 * sin j3rad .Text
  set r23a13 .Text to 0
  set r23a21 .Text to sin j3rad .Text
  set r23a22 .Text to cos j3rad .Text
  set r23a31 .Text to 0
  set r23a32 .Text to 0
  set r23a33 .Text to 1
```

```
when Valor_Servo .GotFocus
do set global ValorPos to get start value
```

```
when N_Eje .GotFocus
do set global N_Eje to get start value
```

```
initialize global posj1 to "0"
initialize global posj2 to "0"
initialize global posj3 to "0"
initialize global posj4 to "0"
initialize global posj5 to "0"
initialize global posj6 to "0"
```

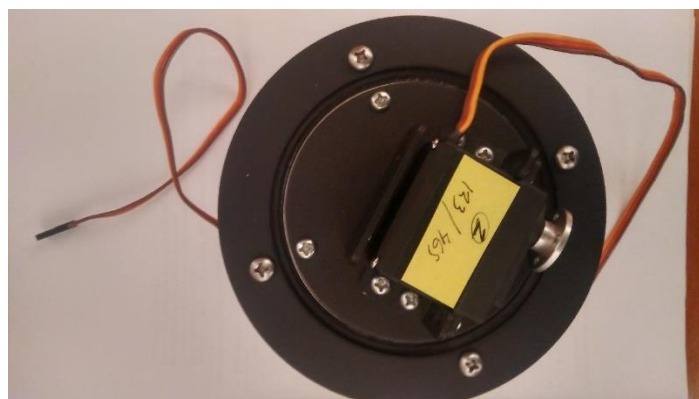
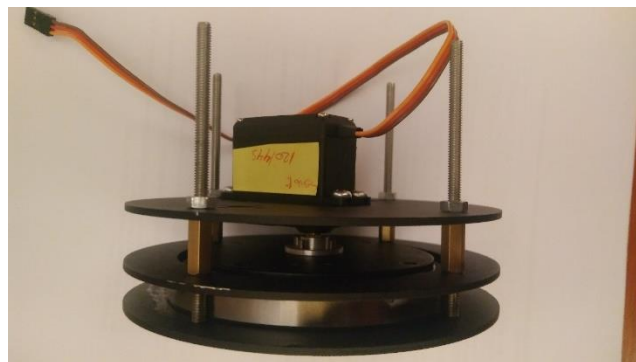
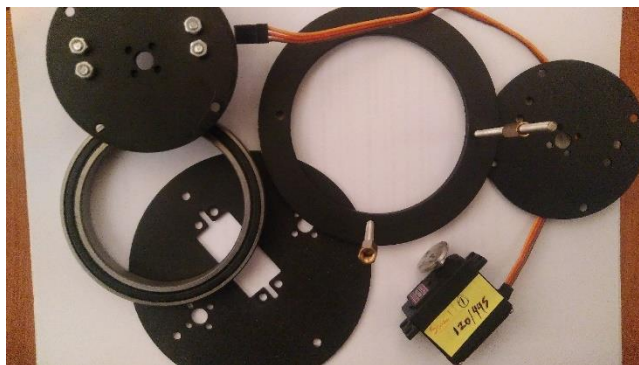
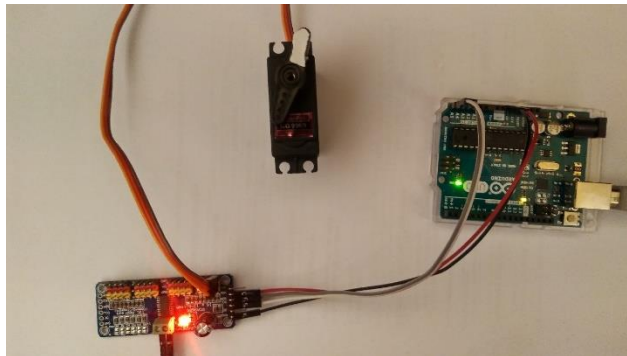


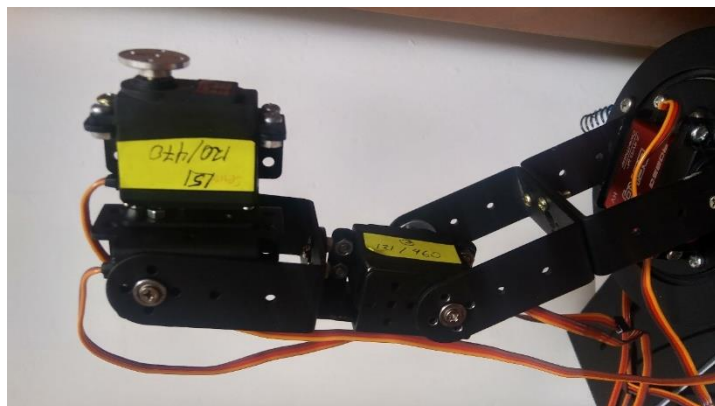
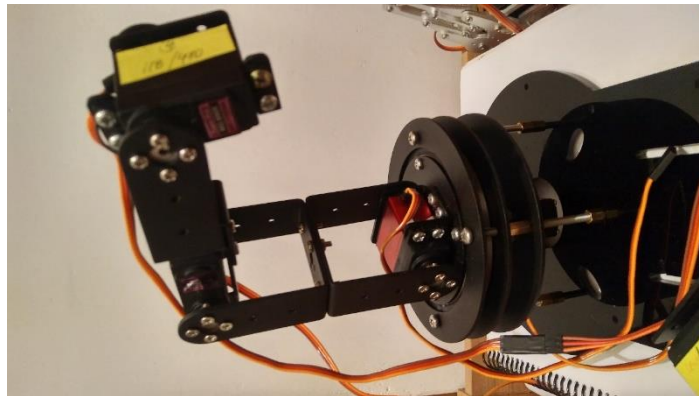
```
initialize global BT to 0
initialize global ValorPos to 0
initialize global VaServo2 to 0
initialize global N_Programa to 0
initialize global N_Eje to 0
initialize global VaServo to 0

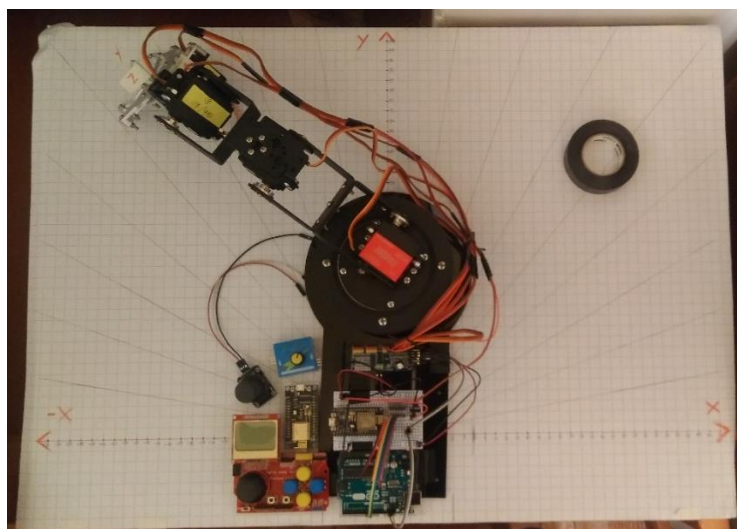
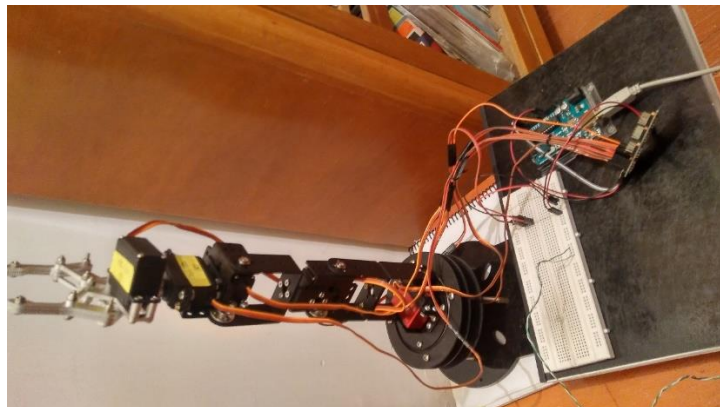
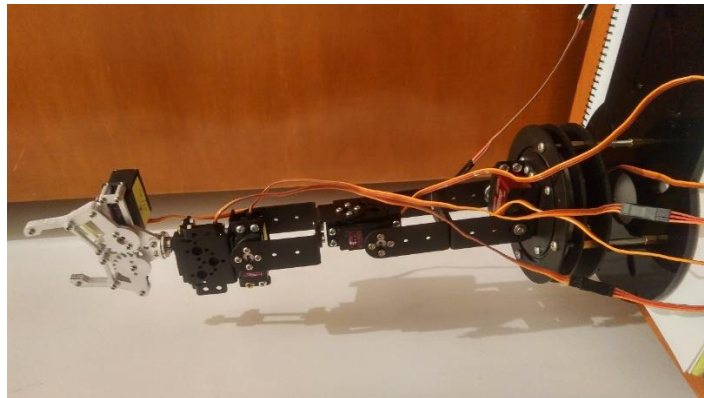
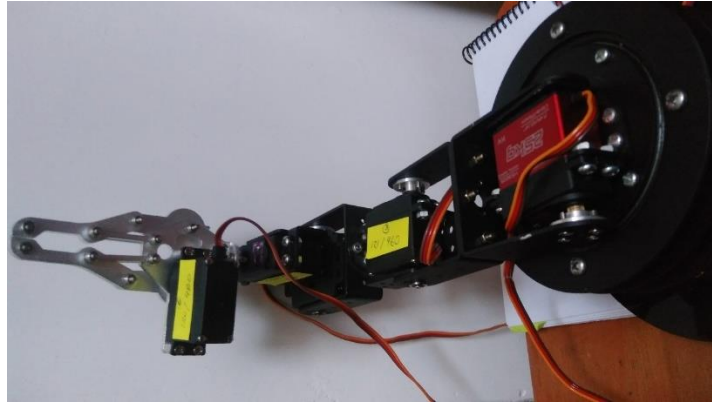
initialize global device to ""
initialize global Test2 to 0
initialize global screen to 0
initialize global Eje to 0
initialize global Test to 0
```

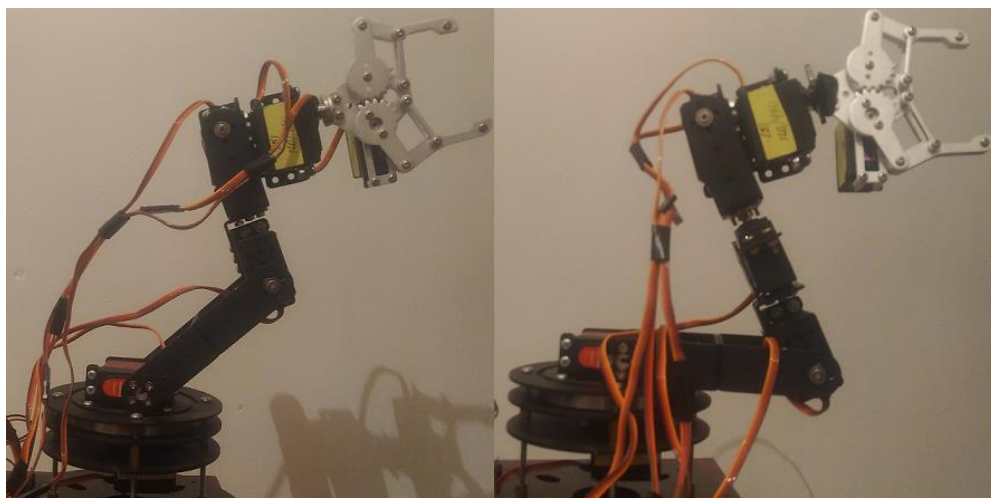
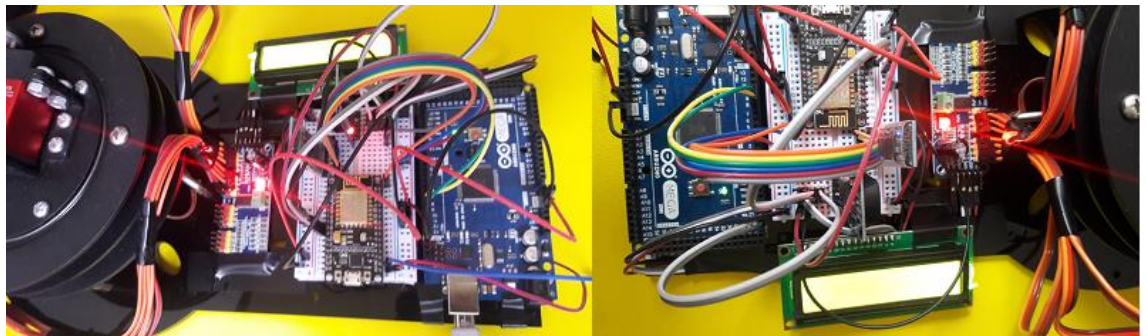
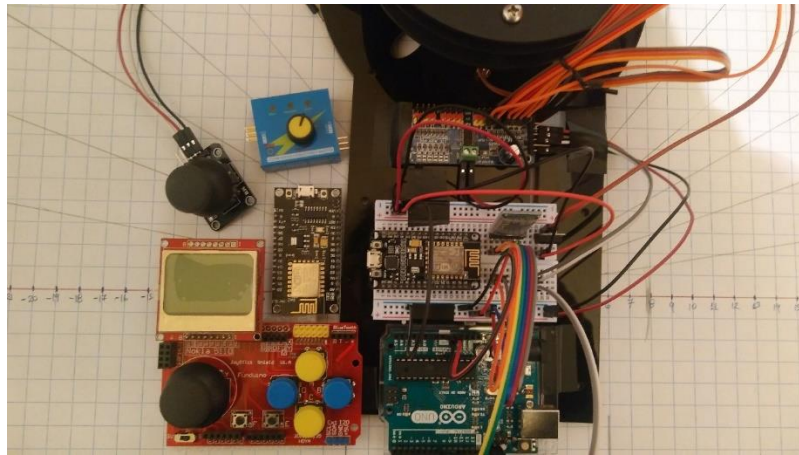

ANEXO 5

FOTOGRAFÍAS









ROBOT 5 GDL

ROBOT 6GDL