UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

ANÁLISIS DE OBJETOS Y PROCESOS MATEMÁTICOS DESARROLLADOS EN UNA SESIÓN DE APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA DESDE EL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO EN EL NIVEL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

TESIS

PRESENTADA POR:

PEDRO HUAYTA TICONA

PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:

LICENCIADO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA EN LA ESPECIALIDAD DE: MATEMÁTICA, COMPUTACIÓN E INFORMÁTICA.

PUNO – PERÚ

2019

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

ANÁLISIS DE OBJETOS Y PROCESOS MATEMÁTICOS DESARROLLADOS EN UNA SESIÓN DE APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA DESDE EL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO EN EL NIVEL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

TESIS PRESENTADA POR:
PEDRO HUAYTA TICONA

TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:
LICENCIADO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA EN LA ESPECIALIDAD DE: MATEMÁTICA, COMPUTACIÓN E INFORMÁTICA

APROBADA POR EL SIGUIENTE JURADO:

PRESIDENTE : ---
Dr. Wenceslao Quispe Yapo

PRIMER MIEMBRO : ---
Dra. Brisvani Bonifaz Valdez

SEGUNDO MIEMBRO : ---
Dra. Bethzabe Cotrado Mendoza

DIRECTOR / ASESOR : ---
Dr. Lino Vilca Mamani

Área : Interdisciplinaridad en la Dinámica Educativa: Teoría y Métodos de Investigación de la Didáctica de la Matemática.

Tema : Desarrollo y aplicación de criterios de idoneidad didáctica de procesos de estudio matemático. Aplicación al campo de la formación de profesores de matemática.

Fecha de sustentación: 23 / Diciembre /2019

DEDICATORIA

El presente tesis esta dedicada a Dios por haberme guíado día a día para culminarlo este presente trabajo de investigacion como también me fortalece en los momentos más difíciles de mi vida.

Dedico a mis queridos padres y hermanas por ser las guías de cada acto que realizo a diario, mañana y siempre como también por sus apoyos incondicionales que me fortalecen diario para ser mejor cada dia mas y a valorar las cosas con humulidad.

Dedico a todo lo docentes y compañeros que me apoyaron y guiaron durante mi carrera universitaria con la dedicación de su tiempo a inculcarme los valores positivos y con profesionalismo que fortalece mis conocimientos.

AGRADECIMIENTO

A Dios

Agradezco a Dios por haberme dado la oportunidad de estar en esta vida, por todas las bendiciones que a diario deposita en mi existir y por estar presente siempre conmigo.

A mis padres

Por ser el ejemplo de vida a seguir y por inculcarme valores que de una u otra forma me servirá en la vida; también por el apoyo en todo momento, por cuidarme, protegerme y apartarme de todo mal de la vida, gracias por eso y por muchos más.

A los docentes de la universidad

Doy las gracias por compartir sus conocimientos que aporta en mi formación como profesional de éxito por brindarme su apoyo y su comprensión del caso.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE ACRÓNIMOS

ECE: Evaluaciones Censales de los Estudiantes

EOS: Enfoque Ontosemiótico

IES: Institución Educativa Secundaria

PISA: Program for International Student Assessment

UNA: Universidad Nacional del Altiplano

RESUMEN

El objetivo de la investigación es analizar los objetos y procesos matemáticos desarrollados en una sesión de aprendizaje de funciones cuadráticas desde el Enfoque Ontosemiótico (EOS) en la Institución Educativa Secundaria (IES) "José Carlos Mariátegui" Aplicación UNA Puno-2019. Se consideró como eje de análisis, la sesión de aprendizaje de funciones cuadráticas y como unidad de análisis objetos y procesos matemáticos, planteado por Godino. La metodología de investigación aplicada es de naturaleza cualitativa focalizada desde el paradigma hermenéutico-interpretativo, cuyo diseño de investigación corresponde al estudio de casos. Para lograr una efectividad de los resultados se optó por la técnica de la observación y el análisis de contenido, con el instrumento guía de observación. Los resultados obtenidos son densos al análisis de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos, de donde se puede apreciar la ausencia de situaciones de problemas contextualizadas y escaso uso de lenguaje gráfico, lenguaje algebraico, falta de argumentos, procedimientos matemáticos y escaso uso de propiedades. Así mismo también no se han identificado con claridad las configuraciones de los procesos matemáticos planteado por el EOS, donde se observaron conflictos semióticos que están relacionados con dificultades de la enseñanza y aprendizaje. En conclusión, podemos afirmar como muestra la investigación que los estudiantes tienen problemas para comprender la resolución de funciones cuadráticas y se observan entre otras evidencias a través de los conflictos semióticos descritos.

Palabras clave: Ontosemiotic approach, quadratic functions, mathematical object, mathematical process and learning session.

ABSTRACT

The objective of the research is to analyze the mathematical objects and processes developed in a quadratic functions learning session from the Ontosemiotic Approach (EOS) in the Secondary Educational Institution (IES) "José Carlos Mariátegui" Application UNA Puno-2019. The learning session of quadratic functions and as a unit of analysis of mathematical objects and processes, raised by Godino, was considered as the axis of analysis. The applied research methodology is of a qualitative nature focused from the hermeneutic-interpretive paradigm, whose research design corresponds to the case study. To achieve an effectiveness of the results, the observation technique and content analysis were chosen, with the observation guidance instrument. The results obtained are dense to the analysis of the configurations of mathematical objects and processes, from which one can appreciate the absence of situations of contextualized problems and low use of graphic language, algebraic language, lack of arguments, mathematical procedures and little use of properties. Likewise, the configurations of the mathematical processes proposed by the EOS have not been clearly identified, where semiotic conflicts were observed that are related to teaching and learning difficulties. In conclusion, we can affirm as the research shows that students have problems in understanding the resolution of quadratic functions and are observed among other evidences through the semiotic conflicts described.

Keywords: Ontosemiotic approach, mathematical object, mathematical process, learning session, quadratic functions.

I. INTRODUCCIÓN

Esta investigación tiene un sustento teórico del EOS y esto es una propuesta teórico-metodológica de investigación en didáctica de la matemática que organiza, unifica y clarifica nociones de otras teorías, enfoques y modelos del conocimiento matemático, abarcando diferentes dimensiones: epistémicas, cognitivas, instruccionales, sistémicos-ecológicas y adopta principios didácticos de tipo socio-constructivista e interaccionista para describir, analizar e investigar de forma holística, a partir de presupuestos antropológicos y semióticos sobre las matemáticas con el fin de aportar herramientas para analizar los procesos de aprender y enseñar matemáticas (Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017). Se ha iniciado desde los años 1980 bajo el liderazgo del Dr. Juan D. Godino, en la Universidad de Granada, para investigar los objetos y procesos didácticos en diversos temas de matemáticas, en la cual se ha optado por el modelo de análisis didáctico propuesto por el EOS (Font, Planas y Godino, 2010), que considera los siguientes cinco niveles o tipos de análisis:

1. Identificación de prácticas matemáticas.
2. Elaboración de las configuraciones didácticas y epistémicas de objetos y procesos matemáticos.
3. Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas.
4. Identificación del sistema de normas y metanormas.
5. Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de instrucción.

En la investigación se analizó el segundo nivel del (EOS) que comprende el análisis de los objetos y procesos matemáticos desarrollados en una sesión de funciones cuadráticas, que nos permita analizar las necesidades conceptuales, fortalezas, dificultades y motivaciones en el aprendizaje de las matemáticas, para el desarrollo de competencias que le permitan desempeñarse de manera satisfactoria y competente.

La finalidad de este trabajo de investigación es la viabilidad de aprendizaje desde un enfoque antropológico, con esta intensión se plantea el siguiente problema de investigación que es el núcleo de esta investigación ¿Cómo se desarrollan los objetos y procesos matemáticos en una sesión de aprendizaje de funciones cuadráticas desde el EOS en el cuarto grado de la IES "José Carlos Mariátegui" Aplicación UNA Puno, 2019? con el objetivo de analizar los objetos y procesos matemáticos desarrollados en una sesión de aprendizaje de funciones cuadráticas desde el EOS en el cuarto grado de la IES "José Carlos Mariátegui" Aplicación UNA Puno-2019. De la misma forma se planteó los objetivos específicos y fueron los siguientes: describir la secuencia de prácticas de objetos y procesos matemáticos desarrolladas en una sesión de clase de funciones cuadráticas, Identificar y categorizar los objetos y procesos matemáticos que intervienen en el desarrollado de la sesión de clase de funciones cuadráticas, Interpretar las configuraciones según los diversos objetos y procesos matemáticos que posibilitan el desarrollo de la sesión de clase de funciones cuadráticas.

La investigación consta de siete capítulos.

El Capítulo I, presenta la introducción, descripción, definición, justificación, objetivos y aspectos que posibilitan fundamentar la investigación.

El Capítulo II, considera la revisión de la literatura; antecedentes y sustento teórico en función al aje de análisis, unidades de análisis, sub unidades de análisis e indicadores, aspectos que posibilitan la secuencia lógica del desarrollo de la investigación.

El Capítulo III, explica los materiales, métodos de la investigación, tipo de investigación, diseño, población, muestra y técnica de recolección de datos, aspectos que posibilitaron alcanzar los objetivos previstos de la investigación.

El Capítulo IV, detalla el análisis y discusión de resultados los cuales fueron obtenidos tras la observación.

En la parte V, describe la conclusión en función a los objetivos planteados en la presente investigación.

En la parte VI, presenta las recomendaciones pertinentes de acuerdo a los resultados de la investigación, los cuales están bien ligados a los objetivos.

En la parte VII, considera las referencias bibliográficas empleadas en el desarrolla de la investigación y como parte complementaria al informe de tesis se acompaña los Anexos, los cuales demuestran la veracidad de la investigación.

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En el presente capítulo presentamos la problemática de nuestra investigación, a partir de antecedentes que validan su relevancia ante la comunidad científica. Así mismo, se presentan argumentos para mostrar la pertinencia, en nuestro contexto, del tema de funciones cuadráticas en el que hemos centrado nuestra investigación; finalmente se plantean la pregunta de investigación, el objetivo general y los objetivos específicos.

Esta investigación, análisis de objetos y procesos matemáticos desarrollados en una sesión de aprendizaje de matemática desde el EOS, emerge de la observación del desarrollo de las prácticas pre-profesionales y la experiencia que se tuvo en la Educación Básica Regular, en este contexto se ha notado que los docentes presentan deficiencias y debilidades en el desarrollo de sus sesiones de aprendizaje, lo que recae en prácticas pedagógicas tradicionales.

Por otro lado, la falta de propuestas metodológicas de enseñanza y aplicación a la realidad o contextualización, trae como consecuencia deficiencias en los niveles de logros de aprendizaje de la matemática. Las deficiencias de los niveles de logros de aprendizaje se evidencian en los resultados de las Evaluaciones Censales de los Estudiantes (ECE) aplicadas a nivel nacional de manera estandarizada desde 2006 y en los resultados de las evaluaciones internacionales Program for International Student Assessment (PISA) aplicada en el Perú desde 2001. A partir de esta realidad observada se pretende con la investigación comprender los procesos desarrollados en una sesión de clase, la cual conllevará a los profesores de matemática a un juicio de reflexión y mejora de diseño de plan de sesiones de aprendizaje en el área de matemática.

En consecuencia, el docente de educación secundaria, debe tener una competencia matemática, para resolver los problemas de situaciones reales de forma sistemática y articulada. Desde el punto de vista de la enseñanza y aprendizaje, el docente debe ser capaz de analizar la actividad matemática al resolver los problemas, identificando los objetos y procesos matemáticos que intervienen en el desarrollo de la sesión de clase, así mismo el análisis de los propios conocimientos matemáticos, implica adoptar una visión amplia que reconozca el papel central de la resolución de problemas en la generación del conocimiento. Por lo que es necesario tener un conocimiento sistemático, para lo cual se planteó el siguiente problema de investigación.

1.2 FORMULACIÓN DE PROBLEMA

Se propuso la siguiente pregunta de investigación:

1.2.1 Problema general

¿Cómo se desarrollan los objetos y procesos matemáticos en una sesión de aprendizaje de funciones cuadráticas desde el EOS en el cuarto grado de la IES "José Carlos Mariátegui" Aplicación UNA Puno 2019?

1.3 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

1.3.1 Objetivo general

Analizar los objetos y procesos matemáticos desarrollados en una sesión de aprendizaje de funciones cuadráticas desde el EOS en el cuarto grado de la IES "José Carlos Mariátegui" Aplicación UNA Puno, 2019.

1.3.2 Objetivos específicos

a) Describir la secuencia de prácticas de objetos y procesos matemáticos desarrolladas en una sesión de clase de funciones cuadráticas.

b) Identificar y categorizar los objetos y procesos matemáticos que intervienen en el desarrollado de la sesión de clase de funciones cuadráticas.

c) interpretar la configuración de los diversos objetos y procesos matemáticos que posibilitan el desarrollo de la sesión de clase de funciones cuadráticas.

1.3.3 Hipótesis

Los objetos y procesos matemáticos de las funciones cuadráticas son desarrollados con idoneidad.

II. REVISIÓN DE LITERATURA

2.1 ANTECEDENTES

La investigación está sustentada en base a los estudios de los antecedentes de artículos de investigación publicadas en revistas científicas internacionales y trabajos de investigación desarrollados en las universidades del país, como son:

La investigación, realizada por Markiewicz y Etchegaray (2017), tuvo el objetivo de mostrar un análisis didáctico realizado a una tarea y a un fragmento de clase correspondientes a la asignatura de introducción al algebra de primer año de la universidad. Este trabajo fue realizado utilizando herramientas que propone el EOS del conocimiento y la instrucción matemáticos, efectuando el análisis en términos de "objetos y procesos" intervinientes en la actividad matemática involucradas en las tareas planteadas y en el fragmento de clase registrado, los resultados obtenidos de los procesos son densos en la trama de objetos y procesos que se ponen en juego en la actividad matemática.

Torres (2016), tuvo el objetivo de analizar las nociones didácticas de creación de problemas sobre funciones cuadráticas por profesores, mediante una estrategia que integran y pretende contribuir a la formulación de problemas con énfasis didáctico para el aprendizaje y enseñanza en entorno a las funciones cuadráticas y cuyo finalidad fue la valoración de estrategia de creación de problemas por profesores de matemática en servicio y su relación con el EOS, los resultados obtenidos de la investigación permite analiza la actividad de modificación de problemas y fue motivadora para los estudiantes en la cual esta permitió un mejor desempeño en el desarrollo de la sesión de clase. La metodología utilizada en esta investigación es de tipo cualitativa, diseño de investigación estudio de casos. En conclusión, el trabajo con profesores en servicio mediante talleres de creación de problemas provee más sesiones de trabajo para que los participantes estén mejor familiarizados con las nociones del análisis didáctico propuestas por el EOS, en particular con la elaboración de configuraciones de objetos y el análisis de la práctica matemática.

En el trabajo de Pochulu y Font (2011), permite realizar un análisis didáctico sistemático para la descripción, explicación y valoración de episodios de clases de matemáticas. La noción de idoneidad didáctica y sus criterios para describirla, junto con las herramientas de los cuatro primeros niveles de análisis, han hecho posible que establezcamos un puente entre una didáctica descriptiva explicativa y una didáctica axiológica que propicie la crítica, la justificación del cambio. En conclusión, el análisis hecho resulta útil en dos aspectos. Por una parte, como se afirma en Font et al. (2010), el modelo de análisis didáctico aplicado en este trabajo puede ser útil para el colectivo de profesores interesados en reflexionar sobre su propia práctica. Por otra parte, la radiografía de la clase mecanicista puede orientar a los profesores en formación y a los que imparten este tipo de clase a valorar, reflexionar y sugerir acciones de mejora.

Los resultados que obtuvo Rojas (2015) en su investigación, permitieron relativizar el planteamiento según el cual, en el aprendizaje de las matemáticas, las principales dificultades están asociadas a la conversión, en tanto operación cognitiva fundamental (Duval, 1999, 2004). En matemáticas, las transformaciones de tratamiento no solo son fundamentales, sino que, como puede concluirse de las evidencias presentadas en este escrito, pueden ser fuente de diversas dificultades en la construcción y comprensión de los objetos matemáticos.

Torres (2011), asume que “el EOS ha resultado ser una herramienta valiosa para entender las complejidades de los procesos de enseñar y aprender matemáticas, así como para guiar investigaciones importantes en la didáctica de las matemáticas. La clarificación de términos y nociones, así como de relaciones entre los componentes que interactúan en estos procesos ha sido un punto de partida seguro para guiar a muchos investigadores y educadores”. En este trabajo, se ha intentado aportar algunas ideas adicionales con el propósito de aclarar y, a veces, reenfocar, algunos aspectos específicos del EOS, pues se entiende que pueden ser de beneficio para quienes lo utilizan y aliciente para motivar a quienes aún puedan tener dudas de sus importantes aplicaciones.

2.2 MARCO TEÓRICO

La investigación se sustenta teóricamente de las siguientes concepciones:

2.2.1 Aspectos preliminares del EOS

Desde hace 20 años la problemática de fundamentación teórica de la investigación en Didáctica de las Matemáticas ha interesado a nuestro grupo de investigación (e.g., Godino, 1991) donde se han estudiado distintos enfoques y teorías propuestas en el área de conocimiento y disciplinas relacionadas. A principios de los años noventa se tuvo la oportunidad de conocer con detalle los trabajos publicados por Brousseau, Douady, Vergnaud, Chevallard, entre otros investigadores, en el marco de los cursos y seminarios de doctorado que impartieron en la Universidad de Granada. Así mismo, la impartición desde 1988 del curso “Teoría de la Educación Matemática” y la participación en los Seminarios de Investigación del programa de doctorado de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, permitieron situar las aportaciones de la didáctica fundamental en un contexto más amplio, en interacción con autores como H. Steiner, J. Kilpatrick, A. Bell, E. Fischbein, P. Ernest, entre otros (Godino, 2012).

Se propone un modelo epistemológico sobre las matemáticas basado en presupuestos antropológicos/ socioculturales (Bloor, 1983; Chevallard, 1992; Radford, 2006); Un modelo de cognición matemática - sobre bases semióticas (Eco, 1976; Hjelmslev, 1943; Peirce, 1931-58); Un modelo instruccional - sobre bases socio-constructivistas (Ernest, 1998; Brousseau, 1998); Un modelo sistémico – ecológico (Morin, 1977) que relaciona las anteriores dimensiones entre sí y con el trasfondo biológico, material y sociocultural (Maturana y Varela, 1984) en que tiene lugar la actividad de estudio y comunicación matemática. Así mismo también el EOS se apoya y nutre de aportaciones de las diversas disciplinas y tecnologías interesadas en la cognición humana: epistemología, psicología, sociología, semiótica, y entre otros.

Esta experiencia, y el contexto académico de la dirección de tesis doctorales, llevaron a la convicción de la necesidad y utilidad de clarificar, comparar y articular las principales teorías existentes, problemática de investigación que ha tomado recientemente un notable impulso a nivel internacional (Bikner-Ahsbah, et al., 2010). Fruto de este trabajo de fundamentación teórica es el EOS del conocimiento y la instrucción matemática que han sido desarrollados por (Godino y Batanero, 1994,1998; Godino, 2002,2012; Godino, Batanero y Font, 2007). Se trata de un marco teórico integrativo en didáctica de las matemáticas que aborda el problema de la articulación de teorías para superar los dilemas que se plantean entre los diversos paradigmas en competición: realismo - pragmatismo, cognición individual - institucional, constructivismo - conductismo, etc. Así mismo Teniendo en cuenta enfoques conceptuales y metodológicos de disciplinas de tipo holístico como la semiótica, la antropología y la ecología, articuladas de manera coherente con disciplinas como la psicología y pedagogía, que tradicionalmente han sido el punto de referencia inmediato para la Didáctica de las Matemáticas (Godino, 2012).

2.2.2 Enfoque Ontosemiótico

El EOS es la formulación de una ontología de objetos matemáticos que tiene en cuenta el triple aspecto de la matemática: como actividad de resolución de problemas, socialmente compartida; como lenguaje simbólico; y como sistema conceptual lógicamente organizado. Tomando como noción primitiva la de situación-problemática, se definen conceptos teóricos como práctica y objeto y considerando significados personales e institucionales, se muestra, por un lado, el triple carácter de la matemática a que hemos aludido, y por otro, la génesis personal e institucional del conocimiento matemático, así como su mutua interdependencia

El EOS, es un sistema teórico que trata de integrar diversas aproximaciones y modelos teóricos usados en la investigación en educación matemática. Dicho enfoque se apoya en presupuestos antropológicos y semióticos sobre las matemáticas, y adopta principios didácticos de tipo socio-constructivista e interaccionista para el estudio de los procesos de enseñanza y aprendizaje (Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017).

El EOS de la cognición y la instrucción matemática es una propuesta teórico-metodológica de investigación en Didáctica de la Matemática que busca aportar herramientas para analizar conjuntamente el pensamiento matemático, los ostensivos que le acompañan, las situaciones y factores que condicionan su desarrollo (Godino, Batanero y Font, 2009). A partir de una mirada de la matemática divide en tres aspectos: como actividad de resolución de problemas socialmente compartida, como lenguaje simbólico y como sistema conceptual lógicamente organizado, desarrolla una ontología de los objetos matemáticos (Aznar, Moler y Pesa, 2017).

El EOS asume los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas desde un enfoque unificado del conocimiento matemático, abarcando diferentes dimensiones: epistémica, cognitiva, instruccional y sistémico-ecológica y adoptando las nociones de "sistemas de prácticas", "objeto" y "significado" (personal e institucional) como un emergente de los sistemas de prácticas.

2.2.3 Niveles o tipos de análisis del EOS

El EOS del conocimiento y la instrucción matemática asume un conjunto de nociones teóricas que comprende y clasifica en cinco niveles o tipos de análisis de las cuales cada nivel permite un análisis de los procesos de enseñanza y aprendizaje en prácticas matemáticas (Pochulu y Font, 2011).

1. Identificación de prácticas matemáticas.
2. Elaboración de las configuraciones didácticas y epistémicas de objetos y procesos matemáticos.
3. Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas.
4. Identificación del sistema de normas y metanormas.
5. Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de instrucción.

2.2.4 Identificación de prácticas matemáticas

La práctica matemática se define como cualquier acción, expresión o manifestación (lingüística o de otro tipo) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar la solución obtenida a otras personas, validar y generalizar esa solución a otros contextos. Godino (2009) indica que la práctica matemática puede ser de índole personal o compartida en el seno de una institución que comprende una concepción pragmatista antropológica de las matemáticas, tanto desde el punto de vista institucional (sociocultural) como personal (psicológico), concibiendo como tal al conjunto de personas que comparten una misma clase de situaciones problemáticas. A partir de este constructo surge la noción de significado, definido como el sistema de prácticas operativas y discursivas para resolver un cierto tipo de problemas (Aznar, Moler y Pesa, 2017).

El sistema de prácticas (operativas y discursivas) del EOS adopta como elemento central la actividad de resolución de problemas en la construcción del conocimiento matemático que han sido desarrollados por (Godino y Batanero, 1994). La noción de sistema de prácticas (institucionales y personales) aporta la visión antropológica y pragmatista de las matemáticas e introduce las nociones de significado institucional y personal de los objetos matemáticos (Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017).

El primer nivel de análisis explora las prácticas matemáticas hechas en un proceso de instrucción matemático esto se puede entender como la narración que haría un profesor para explicar a otro profesor lo que ha sucedido desde el punto de vista matemático, dicha actividad de resolución de problemas se adopta como elemento central de la construcción del conocimiento matemático que interviene los objetos primarios en las en las practicas matemáticas

2.2.5 Elaboración de las configuraciones didácticas y epistémicas de objetos y procesos matemáticos

El segundo nivel de análisis se centra en los objetos y procesos matemáticos que intervienen en la realización de las prácticas, así como los que emergen de ellas. Dado que el estudio de las matemáticas tiene lugar usualmente bajo la dirección de un profesor y en interacción con otros estudiantes.

Configuración de objetos y procesos matemáticos, son emergentes e intervinientes en las prácticas matemáticas. Se asume una noción interaccionista de objeto y pragmatista del significado (contenido de funciones semióticas) articula, de manera coherente, la concepción antropológica (Wittgenstein) con posiciones realistas (no platónicas) de las matemáticas. Los diversos medios de expresión (lenguajes) desempeñan el doble papel de instrumentos del trabajo matemático y de representación de los restantes objetos matemáticos, (Godino et al., 2011) asume que la noción de configuración ontosemiótico (de prácticas, objetos y procesos) responde a la necesidad de identificar los objetos y procesos implicados en las prácticas matemáticas que se realizan para la resolución de las situaciones-problemas cuya resolución competente se trata de desarrollar en los estudiantes. El reconocimiento explícito de tales objetos y procesos permite prever conflictos potenciales y efectivos de aprendizaje, evaluar las competencias matemáticas de los estudiantes e identificar objetos (conceptos, proposiciones, procedimientos, argumentos) que deben ser recordados e institucionalizados en los momentos oportunos de los procesos de estudio (Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017).

2.2.6 Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas

La configuración didáctica, es entendida como sistema articulado de roles del docentes y discentes, a propósito de una configuración de objetos y procesos matemáticos ligados a una situación-problema. Constituye la principal herramienta para el análisis de la instrucción matemática. Las configuraciones didácticas y su secuencia en trayectorias didácticas tienen en cuenta las facetas epistémicas (conocimientos institucionales), cognitiva (conocimientos personales), afectiva, mediacional (recursos tecnológicos y temporales), interaccional y ecológica que caracterizan los procesos de estudio matemático (Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017).

Este componente describe con detalle los roles entre los sujetos (docentes y estudiantes) y de estos con los objetos matemáticos como un sistema integrado y complejo vinculado a una o más situaciones-problemas. Es un trabajo que tiene como punto de partida la Teoría de Configuraciones Didácticas (Godino, Contreras y Font, 2006) y es de mucha utilidad para describir y analizar la relación entre los procesos de enseñar y aprender matemáticas. En una Configuración Didáctica se definen varios subprocesos que, integrados, modelan las relaciones sujetos-objetos: (1) epistémico, (2) cognitivo-afectivo, (3) instruccional. En este último se articulan las relaciones estudiantes-docente-medios (Torres, 2011).

2.2.7 Identificación del sistema de normas y metanormas

Se consideran, en este componente, todas las normas sociales y socio matemáticas que condicionan y hacen posible el proceso de estudio. Estas normas, implícitas o explícitas, existen para dar sostén y sentido a las configuraciones y trayectorias didácticas planificadas. Las normas son importantes referentes para todos los demás componentes del sistema didáctico, pues permiten establecer pautas de acción a lo largo de cada trayectoria. El EOS propone cuatro tipologías para clasificar todas las normas. Estas son: (1) según su faceta, (2) según su origen, (3) según su momento, (4) según grado de coerción (Torres, 2011).

2.2.8 Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de instrucción.

Se asume como criterio general de adecuación y pertinencia de las acciones de los agentes educativos, de los conocimientos puestos en juego y de los recursos usados en un proceso de estudio matemático. El sistema de indicadores empíricos identificados en cada una de las facetas constituye una guía para el análisis y reflexión sistemática que aporta criterios para la mejora progresiva de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2007), citado en (Godino, 2013) asume como herramientas que permiten el paso de una didáctica descriptiva y explicativa a una didáctica normativa, así mismo asume como una didáctica que se orienta hacia la intervención efectiva en el aula. Considera que esta noción es punto de partida para una teoría de diseño instruccional (Teoría de la Idoneidad Didáctica) de manera sistémica, las dimensiones de: epistémica, ecológica, cognitiva, afectiva, interaccional y mediacional implicadas en los procesos de estudio de las áreas curriculares específicas.

- **La idoneidad didáctica:** De un proceso de instrucción se define como la articulación coherente y sistémica de las seis componentes siguientes (Godino, Batanero y Font, 2007).

- **Idoneidad epistémica:** Se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia.

- **Idoneidad cognitiva:** Expresa el grado en que los significados pretendidos/ implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/ implementados.

- **Idoneidad interaccional:** Un proceso de enseñanza-aprendizaje tendrá mayor idoneidad desde el punto de vista interaccional si las configuraciones y trayectorias didácticas permiten, por una parte, identificar conflictos semióticos potenciales, y por otra parte permitan resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción.

- **Idoneidad mediacional:** Grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje.

- **Idoneidad afectiva:** Grado de implicación (interés, motivación) del alumnado en el proceso de estudio. La idoneidad afectiva está relacionada tanto con factores que dependen de la institución como con factores que dependen básicamente del alumno y de su historia escolar previa.

- **Idoneidad ecológica:** Grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla.

2.3 ELABORACIÓN DE LAS CONFIGURACIONES DIDÁCTICAS Y EPISTÉMICAS DE OBJETOS Y PROCESOS MATEMÁTICOS

2.3.1 Objetos matemáticos

Chevallard (1991) define un objeto matemático como emergente de un sistema de praxis donde se manipulan objetos materiales que se descomponen en diferentes registros semióticos: registro oral, de la palabra o de expresiones pronunciadas; registro gestual; domino de las inscripciones, es decir aquello que se escribe o se dibuja (gráficas, formulas, cálculos,…), se puede decir, registros de la escritura ; siendo el “praxema” un objeto material ligado a la práxis, el objeto es entonces un “emergente de un sistema de proxemas” citado en (D´amore, 2005).

Según Godino, Font, Wilhelmi y Castro, 2009, citado en (Torres, 2011) los objetos matemáticos no son sólo conceptos, sino cualquier entidad a la que nos referimos (real o imaginaria) que intervienen, y los que emergen, de algún modo en la actividad matemática.

Godino et al., (2007), el EOS es un sistema teórico que articula diversas aproximaciones y modelos teóricos usados en la investigación en Educación Matemática. El EOS incluye una tipología explícita de objetos matemáticos (y de sus respectivos procesos), que facilita la descripción y el análisis de la actividad matemática; estos objetos matemáticos primarios son:

Lenguajes: Son los diferentes modos de expresiones matemáticas, términos, notaciones simbólicas y representaciones gráficas en sus diversos registros (escrito, oral, gestual, etc.).

- Uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...), traducciones y conversiones entre los mismas.
- Nivel del lenguaje adecuado a los niños a que se dirige y proponen situaciones de expresión matemática e interpretación.

Situaciones-problemas: Son problemas de aplicaciones intra o extra-matemáticas y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación.

- Se presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación.
- Se proponen situaciones de generación de problemas (problematización).

Conceptos-definiciones: Son entidades matemáticas introducidas mediante definiciones o descripciones como (recta, punto, número, media, función, etc.).

- Las definiciones y procedimientos son claros y correctos, y están adaptados al nivel educativo al que se dirigen.
- Se presentan los enunciados y procedimientos funda- mentales del tema para el nivel educativo dado.
- Comprende, formula y define los procedimientos algebraicos de funciones como procedimientos previos y emergentes.
- Se proponen situaciones donde los alumnos tengan que generar o negociar definiciones proposiciones o procedimientos.

Proposiciones: Son enunciados sobre conceptos.

Procedimientos: Son algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo.

Argumentos: Son enunciados usados para justificar o explicar las proposiciones y procedimientos, deductivos o de otro tipo.

- Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones son adecuadas al nivel educativo a que se dirigen.
- Se promueven situaciones donde el alumno tenga que argumentar.

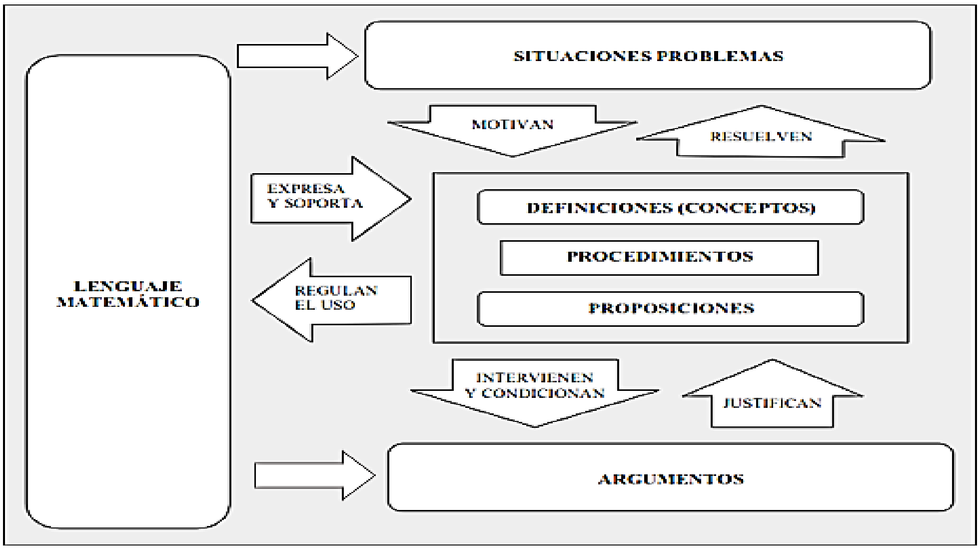


Figura 1 Configuración de objetos primarios.

***Fuente*:** Rojas (2015, p.154).

Estos seis tipos de objetos matemáticos, conforman lo que denominaremos configuración ontosemiótico, la cual puede ser de carácter cognitiva (configuración cognitiva) si se tratan de los objetos matemáticos primarios que moviliza un sujeto como parte de su práctica matemática desarrollada a propósito de la solución de un problema, o de tipo epistémica (configuración epistémica) si se trata de los objetos matemáticos institucionales (Parra-Urrea y Pino-Fan, 2017).

2.3.2 Procesos matemáticos

En el EOS no se intenta dar, de entrada, una definición de "proceso" ya que hay muchas clases diferentes de procesos; se puede hablar de proceso como secuencia de prácticas, de procesos cognitivos, metacognitivos, procesos de instrucción, procesos de cambio, procesos sociales, etc. Se trata de procesos muy diferentes en los que la única característica común a muchos de ellos puede ser la consideración del factor "tiempo" y, en menor medida, el de "secuencia en la que cada miembro toma parte en la determinación del siguiente". Por tanto, se ha optado por seleccionar una lista de los procesos que se consideran importantes en la actividad matemática (los incluidos en la figura 2), sin pretender incluir en ella a todos los procesos implicados, entre otros motivos porque algunos de los más importantes (por ejemplo, el proceso de resolución de problemas o el de modelización) más que procesos son hiper o mega procesos, puesto que implican procesos más elementales: representación, argumentación, idealización, generalización, etc. (Godino, Batanero y Font, 2007, p. 9-10).

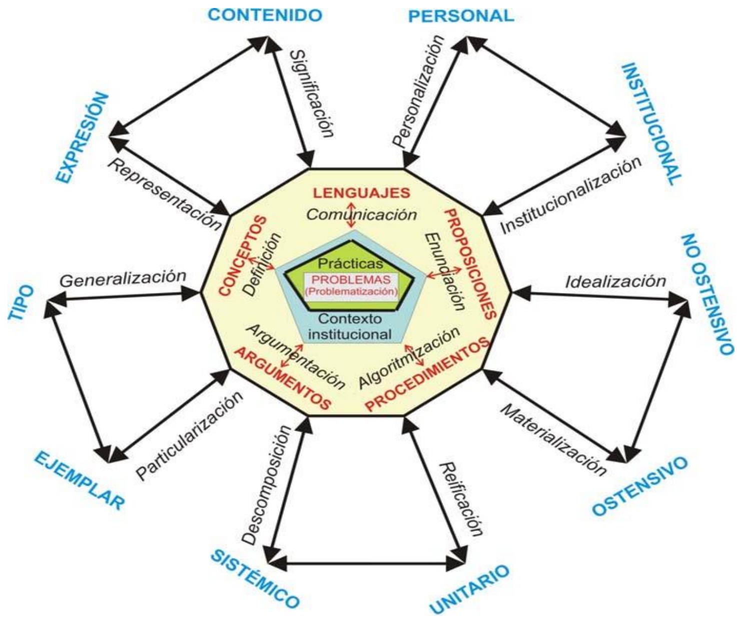


Figura 2 Configuración de objetos y procesos

***Fuente*:** Godino, Batanero y Font (2007, p. 10)

"El segundo nivel de análisis se centra fundamentalmente en los procesos que intervienen (o emergen) en la realización de las prácticas y en los conflictos semióticos que se pueden producir en la misma. Entre los procesos a los que hace referencia el EOS podemos mencionar:" (Markiewicz y Etchegaray, 2017, p. 2).

- **Proceso de materialización-idealización:** Asociado a la dualidad ostensiva - no ostensivo, un objeto ostensivo es utilizado para representar, evocar o visualizar un objeto no ostensivo ideal.

- **Proceso de particularización-generalización:** Dualidad ejemplar-tipo, un objeto que interviene en un juego de lenguaje como un caso particular y como una clase más general. Este proceso tiene relación con la dialéctica entre lo particular y lo general.

- **Proceso de descomposición-reificación:** Dualidad sistémico-unitaria, el problema global puede descomponerse en problemas elementales, donde los objetos intervinientes (unitarios) deben ser tratados como sistémicos. Pero, tras el proceso de estudio los conceptos y propiedades emergentes deben ser reificados, es decir, vistos como objetos unitarios a fin de ser aplicados a la resolución de nuevos problemas.

- **Proceso de representación-significación:** Dualidad expresión-contenido, consiste en atribuir significado a una expresión, como resultado del establecimiento de funciones semióticas. Estos procesos son densos en la trama de objetos y procesos que se ponen en juego en la actividad matemática.

- **Proceso de personalización-institucionalización:** Dualidad personal-institucional, en una primera fase de estudio es necesario lograr que los estudiantes asuman el problema y se involucren en su resolución (personalización). Luego, mediante una adecuada gestión docente, se promoverá la institucionalización de los mismos.

Como ya hemos mencionado, estos procesos pueden ser fuente de conflictos semióticos potenciales, es decir, de disparidades o desajustes entre los significados atribuidos a una misma expresión por dos sujetos (personas o instituciones) y pueden explicar las dificultades y limitaciones de los aprendizajes y las enseñanzas implementadas.

2.3.3 Atributos contextuales de objetos y proceso matemáticos

Los objetos y procesos matemáticos se complementan y enriquecen con la consideración de cinco facetas o dimensiones duales y son los siguientes:

Ostensiva - no ostensivo): Intervienen objetos ostensivos como (símbolos, gráficos, etc.) e intervienen objetos no ostensivos como (conceptos, proposiciones, etc., además un objeto ostensivo es utilizado para representar, evocar o visualizar un objeto no ostensivo ideal.

Ejemplar - tipo: Un objeto que interviene en un juego de lenguaje como un caso particular y una clase más general. La dualidad extensivo-intensivo se utiliza para explicar una de las características básicas de la actividad matemática: el uso de elementos genéricos. Esta dualidad permite centrar la atención en la dialéctica entre lo particular y lo general, que sin duda es una cuestión clave en la construcción y aplicación del conocimiento matemático.

Sistémico - unitario: En algunas circunstancias los objetos matemáticos participan como entidades unitarias y son conocidas como previas, mientras que otras intervienen como sistemas que se deben descomponer para su estudio.

Expresión - contenido: La actividad matemática y los procesos de construcción y uso de los objetos matemáticos se caracterizan por ser esencialmente relacionales. Los distintos objetos no se deben concebir como entidades aisladas, sino puestas en relación unos con otros. La relación se establece por medio de funciones semióticas, entendidas como una relación entre un antecedente (expresión, significante) y un consecuente (contenido, significado) establecida por un sujeto (persona o institución).

Personal - institucional: La cognición matemática debe contemplar las facetas personal e institucional. La "cognición personal" es el resultado del pensamiento y la acción del sujeto individual ente una cierta clase de problemas, mientras la "cognición institucional" es el resultado del dialogo, el convenio y la regulación en el seno de un grupo de individuos que forman una comunidad de prácticas. Si los sistemas de prácticas son compartidos en el seno de una institución, los objetos emergentes se consideran "objetos institucionales", mientras que si estos sistemas son específicos de una persona se consideran como "objetos personales" Godino y Batanero (1994).

2.4. ASPECTOS PRELIMINARES DE FUNCIONES CUADRÁTICAS

El concepto de función cuadrática pudiese haber llegado a ser considerado como de gran importancia para la física y la matemática, era necesario que Galileo Galilei (1564-1642) descubriera que para la trayectoria de puntos del movimiento en caída libre le correspondía un espacio, un tiempo y una velocidad determinada, estableciendo así una correspondencia biunívoca entre el tiempo transcurrido en la caída y el espacio recorrido por el cuerpo; al igual que entre el tiempo transcurrido en la caída y la velocidad adquirida por el objeto que cae. Con esto se hace evidente que estas situaciones tendrán: variables, relación de dependencia, correspondencia biunívoca y adicionalmente están presentes constantemente en el entorno natural para provocar su estudio en un proceso de modelización matemática. Como por ejemplo la caída de un cuerpo o el movimiento de proyectiles (Álvarez, 2012).

2.4.1 Definición de función cuadrática

Una función cuadrática se refiere a una función polinomial de grado 2, de tal forma que una función cuadrática viene a ser una función de la forma: $\mathrm{f}\,(\mathrm{x}) = ax^2 + \mathrm{bx} + \mathrm{c}, \mathrm{a} \neq 0$; Su gráfica en el plano cartesiano corresponde a una parábola.

2.4.2 Gráfica de la función cuadrática (parábola)

Una parábola es una sección cónica, la cual puede definirse como el “lugar geométrico de los puntos del plano cartesiano que equidistan de una recta fija llamada directriz y un punto fijo llamado foco que está fuera de dicha recta”.

III. MATERIALES Y MÉTODOS

3.1 UBICACIÓN GEOGRÁFICA DEL ESTUDIO

El área de estudio está ubicada en la IES. "José Carlos Mariátegui" Aplicación UNA Puno, de la ciudad de Puno, capital del departamento del mismo, el cual se encuentra ubicado al sureste, exactamente a las orillas del lago Titicaca de Puno, de igual forma se encuentra a una latitud de 3,520 m.s.n.m. con una superficie de 6,494.76 km2 y limita con las siguientes provincias o lugares:

- Norte: Provincia de San Román.
- Sur: Provincia de Chucuito.
- Este: Lago Titicaca.
- Oeste: Departamento de Moquegua.

3.2 PERIODO DE DURACIÓN DE LA EJECUCIÓN DE LA INVESTIGACIÓN DEL ESTUDIO

La investigación tuvo un periodo de duración de 5 meses el cual consistió en el siguiente:

- 1er y 2do mes: Elaboración y validación del instrumento. Para su respectiva categorización.
- 3ter mes: Aplicación del instrumento.
- 4to y 5to mes: Procesamiento de la información de la aplicación del instrumento.

3.3 POBLACIÓN Y MUESTRA DE INVESTIGACIÓN

La población y muestra, se ha realizado la selección por criterio del investigador, para la cual se ha seleccionado la IES. "José Carlos Mariátegui" Aplicación UNA Puno, del cuarto grado de la institución educativa mencionada y con una cantidad de 32 estudiantes aproximadamente dirigido por docente del área de matemática del: docente Fredy Gallegos Flores quien tiene muchos años de experiencia laboral.

Se caracteriza la población desde esta perspectiva y seleccionamos la IES. "José Carlos Mariátegui" Aplicación UNA PUNO. Para ello, consideramos los siguientes criterios: condición laboral (docente nombrado), tiempo de servicio (más de 5 años) y reconocida por la institución educativa como generadora de buenas clases de matemáticas.

El tamaño de muestra está definido de los criterios de selección (Hernández, 2014, p. 385). En este sentido se hizo una muestra intencional, así mismo el presente trabajo de investigación se orienta desde la perspectiva hermenéutica interpretativa, siguiendo la naturaleza valorativa del enfoque cualitativo.

3.4 DISEÑO DE ANÁLISIS CUALITATIVO

3.4.1 Tipo o método de investigación

El método de la investigación que asumió esta investigación es de naturaleza cualitativa focalizada desde el paradigma hermenéutico-interpretativo. Para Sandin (2003) la investigación cualitativa, es una actividad sistemática orientada para comprender prácticas en escenarios socioeducativos, permitiendo la toma de decisiones y posibilitando el descubrimiento y desarrollo de un cuerpo organizado de conocimientos, citado en (Rojas y Rojas, 2009).

En ese entender este estudio empírico interpretativo nos permitirá analizar y profundizar el conocimiento de una situación en un contexto dado mediante la observación del comportamiento en el desarrollo de una sesión de clases de matemática.

3.4.2 Diseño de investigación

Para clarificar el proceso de esta investigación emplearemos el estudio de casos. Ya que, en el ámbito del paradigma interpretativo, el estudio de casos es un abordaje empírico que investiga determinados fenómenos en un contexto real.

Asimismo, Yin (1994), señala que el estudio de casos es una investigación empírica que estudia un fenómeno contemporáneo dentro de su contexto de la vida real, especialmente cuando los límites entre el fenómeno y su contexto no son claramente evidentes. Una investigación de estudio de casos trata exitosamente con una situación técnicamente distintiva en la cual hay muchas más variables de interés que datos observacionales y como resultado, se basa en múltiples fuentes de evidencias, con datos que deben converger en un estilo de triangulación; además, se beneficia del desarrollo previo de proposiciones teóricas que guían la recolección y el análisis de datos. Citado en (Jiménez y Comet, 2016, p. 2).

3.4.3. Técnica de recolección de datos

Observación.

Para obtener y procesar la información pertinente se ha utilizado la técnica de la observación directa.

En la investigación cualitativa necesitamos estar entrenados para observar, que es diferente de ver (lo cual hacemos cotidianamente). Es una cuestión de grado, A sí mismo “para el enfoque cualitativo, al igual que para el cuantitativo, la recolección de datos resulta fundamental, solamente que su propósito no es medir variables para llevar a cabo inferencias y análisis estadístico. Lo que se busca en un estudio cualitativo es obtener datos (que se convertirán en información) de personas, seres vivos, comunidades, situaciones o procesos en profundidad; en las propias formas de expresión" (Hernández, 2014, p. 396).

Análisis de contenido.

El análisis de contenido en un técnica de sentido amplio, que es como lo vamos a entender en este trabajo, es una técnica de interpretación de textos, ya sean escritos, grabados, pintados, filmados..., u otra forma diferente donde puedan existir toda clase de registros de datos, trascripción de entrevistas, discursos, protocolos de observación, documentos, videos, el denominador común de todos estos materiales es su capacidad para albergar un contenido que leído e interpretado adecuadamente nos abre las puertas al conocimientos de diversos aspectos y fenómenos de la vida social (Dauster y Carter, 1960).

Así mismo el análisis de contenido se basa en la lectura (textual o visual) como instrumento de recogida de información, No obstante, lo característico del análisis de contenido y que le distingue de otras técnicas de investigación sociológica, es que se trata de una técnica que combina intrínsecamente, y de ahí su complejidad, la observación y producción de los datos, y la interpretación o análisis de los datos.

Según Bardín (2002, pág. 90), la categorización, "es una operación de clasificación de elementos constitutivos de un conjunto por diferenciación, tras la agrupación por género (analogía), a partir de criterios previamente definidos. Las categorías son secciones o clases que reúnen un grupo de elementos (unidades de registro en el caso del análisis de contenido) bajo un título genérico, reunión efectuada en razón de dos caracteres comunes de estos elementos" (Herrera, 2018).

3.4.4 Instrumento de recolección de datos

El instrumento que se ha utilizado es la guía de observación.

Instrumento N° 01: El instrumento tiene como título "guía de observación de la sesión de funciones cuadráticas", y consta de 9 ítems cuya fuente de elaboración, son artículos de investigación del EOS, los cuales nos permitió elaborar dicho instrumento (Anexo 1).

Procedimiento de la elaboración del instrumento

El proceso de elaboración del instrumento se ha organizado de la siguiente forma:

- Primera etapa: Comprendió la revisión sistemática de la bibliografía y se inició con la búsqueda de la literatura científica, en la base de datos citadas: sobre el EOS y antecedentes.
- Segunda etapa: Se ha inicia con la selección, organización de las categorías que presenta el EOS en base a objetos y procesos matemáticos de la instrucción matemática, que permitió generar la elaboración de la guía de observación y sus respectivos reactivos de observación, en base y respaldo de la valoración de la idoneidad didáctica del proceso de instrucción (Godino, Batanero y Font, 2007).

Instrumento N° 02: El instrumento recae en la categorización para su respectivo análisis de contenido de la sesión de funciones cuadráticas.

3.5 PROCEDIMIENTO DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

El proceso de recolección de la información se ha organizado en tres etapas:

- Primera etapa: Comprendió la revisión sistemática de la bibliografía y se inició con la búsqueda de la literatura científica, en la base de datos citados sobre el EOS.

- Segunda etapa: Se ha iniciado con la selección, organización y análisis del método en cuestión, que permitió generar la codificación y categorización de análisis previas, lo que ha orientado al diseño y elaboración de la guía de observación.
- Tercera etapa: Comprendió el trabajo de campo y la selección de participantes. Para llevar a cabo este proceso, se ha considerado los siguientes criterios: condición laboral (docente nombrado), tiempo de servicio (más de 5 años) y reconocida por la institución educativa como generadora de buenas clases de matemáticas.
- Cuarta etapa: Se ha procesado la información observada de los aspectos más importantes que intervinieron y emergen los objetos y procesos matemáticos desarrollados en la sesión de clases de funciones cuadráticas.

3.6 PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS DE LOS OBJETOS Y PROCESOS MATEMÁTICOS

El análisis de contenido es un conjunto de procedimientos interpretativos de productos comunicativos (mensajes, textos o discursos) que proceden de procesos singulares de comunicación previamente registrados, y que, basados en técnicas de medida, como cuantitativas (estadísticas basadas en el recuento de unidades) y cualitativas (lógicas basadas en la combinación de categorías) tienen por objeto elaborar y procesar datos relevantes sobre las condiciones mismas en que se han producido aquellos textos, o sobre las condiciones que puedan darse para su empleo posterior (Piñuel, 2002).

El análisis de contenido no debe perseguir otro objetivo que el de lograr la emergencia de aquel sentido latente que procede de las prácticas sociales y cognitivas que instrumentalmente recurren a la comunicación para facilitar la interacción que subyace a los actos comunicativos concretos y subtiende la superficie material del texto. Así mismo comprende analizar el material simbólico o “cualitativo”. Donde gran parte de la investigación moderna se realiza mediante tareas de clasificar, ordenar, cuantificar e interpretar los productos evidentes de la conducta de los individuos o de los grupos. El análisis es la actividad de convertir los “fenómenos simbólicos” registrados, en “datos científicos”. Es tarea del análisis cualitativo el poder describir los elementos de ciertas conductas, registrarlos de forma ordenada, clasificarlos o categorizarlos (Herrera, 2018).

En la cual los procedimientos básicos para el análisis de contenido son:

- Primera etapa: Elección de la unidad de análisis para su respectiva categorización.
- Segunda etapa: Elección y elaboración del conjunto de categorías. Para lo cual tiene un sustento teórico del EOS de la cognición y la instrucción matemática que comprende el segundo nivel de análisis de la configuración de objetos primarios y procesos matemáticos.
- Tercera etapa: Elaboración de un fundamento lógico de componentes y reactivos que sirva como guía para colocar las respuestas en cada categoría para su respectiva identificación de objetos y procesos matemáticos, categorización, codificación e interpretación.

El análisis de contenido, en nuestra investigación, tiene carácter cualitativo puesto que el objetivo es analizar los objetos y procesos matemáticos.

IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 RESULTADOS

En este trabajo hemos aplicado un modelo que permite realizar un análisis de contenido didáctico sistemático para presentar los resultados de la descripción, identificación, categorización, codificación e interpretación de la sesión de clase de funciones cuadráticas, en la cual el análisis penetra en la estructura interna de la clase desarrollado, resaltando aspectos y matices importantes que, si bien pueden parecer obvios después de haber sido encontrados, se hallan ocultos ante una mirada general y prematuramente valorativa de estas práctica matemática.

Procesos o fases de la presentación de resultados.

En la cual se ha observado las sesiones de funciones cuadráticas, para su respectiva de análisis de contenido de la siguiente manera:

Primero: Se realizó la descripción de los aspectos más importantes de las sesiones observadas de funciones cuadráticas.

Segundo: Se ha identificado para su respectiva categorización de los objetos y procesos matemáticos tomando como referencia el segundo nivel de análisis de EOS, donde se ha hecho un análisis sistemático para su respectiva categorización que comprende identificar los objetos y procesos matemáticos intervinientes en las sesiones de clases de funciones cuadráticas.

Tercero: Se ha codificado las categorías de análisis, mediante códigos.

Cuarto: Por último, se ha realizado la interpretación de los objetos y procesos matemáticos intervinientes en las sesiones de clases desarrolladas de funciones cuadráticas.

4.1.1 Descripción de las sesiones observadas de funciones cuadráticas

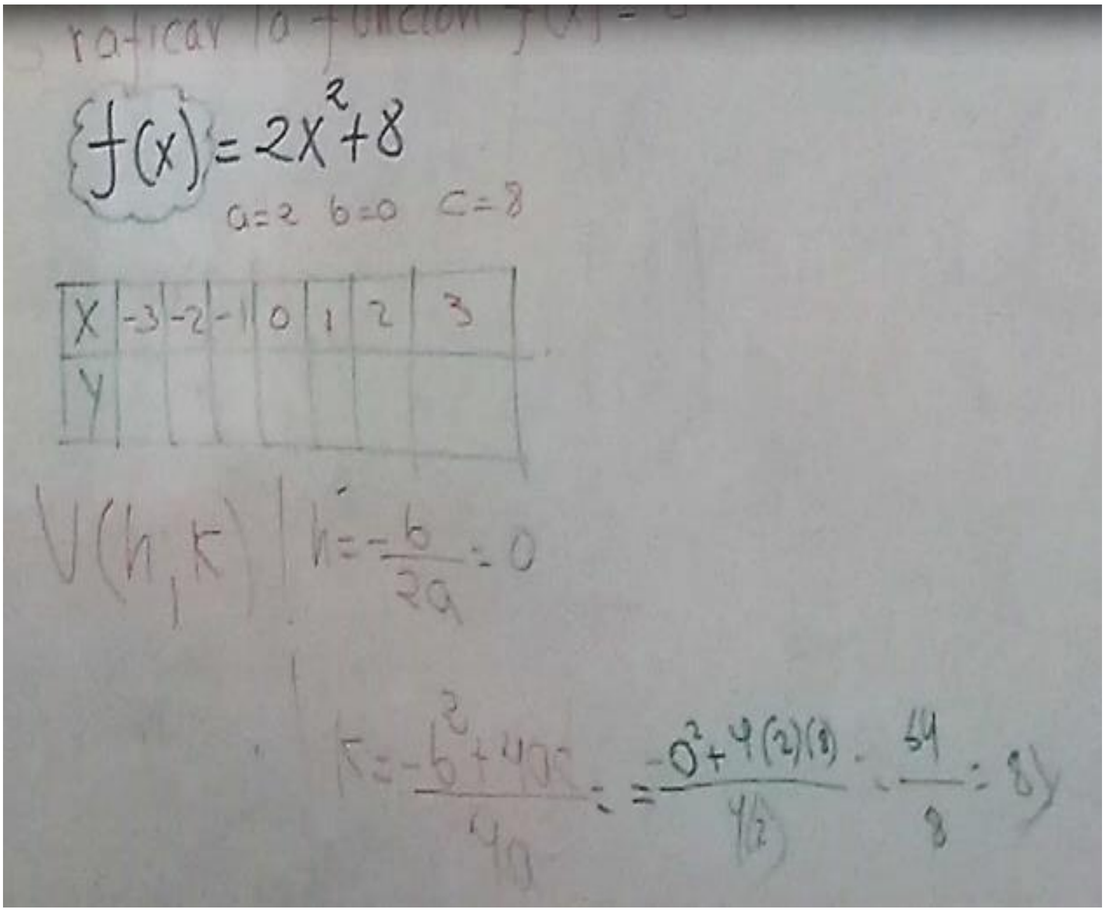
La ejecución de la investigación está localizada en la IES. "José Carlos Mariátegui" Aplicación UNA PUNO, en las sesiones de funciones cuadráticas desarrolladas por el docente Fredy Gallegos Flores quien tiene muchos años de experiencia laboral y en dicha investigación se llamará (Fredh) y con una cantidad de 32 estudiantes aproximadamente del cuarto grado.

Sesión N° 01 (S1) - Fecha 27/08/2019

El docente inicia la sesión mediante un saludo a los estudiantes, de la siguiente forma: señoritas y jóvenes tengan ustedes muy buenos días, el día de hoy desarrollaremos en la sesión de clase las funciones cuadráticas en seguida el docente hace la siguiente interrogante ¿Cómo o de qué forma es la gráfica de una función cuadrática?, los estudiantes responden de forma parabólica luego el docente hace la siguiente pregunta ¿Qué es una función cuadrática? En seguida el docente mismo responde. Se llama función cuadrática a la función matemática que se puede expresar como una ecuación que tiene la siguiente forma: $\mathrm{f\,(x) = ax^2 + bx + c}$; Las letras a, b y c se llaman coeficientes de la función.

En seguida el docente plantea un ejercicio de la siguiente forma: graficar la función $\mathrm{f(x)} = 2x^2 + 8$; así mismo hace la siguiente pregunta a los estudiantes, ¿qué necesito para hacer mi gráfica? Y los estudiantes responden necesito la recta numérica en forma de cometer el desorden luego se responde el docente mismo. Me dijeron fácil pues profesor primero se tabula, en seguida el docente inicia tabular de la siguiente manera dando valores a x, también indica que toda esta expresión $\mathrm{f(x)} = 2x^2 + 8$; es igual a $\mathrm{y} = 2x^2 + 8$.

Luego el docente indica si hago este tipo de trabajo no le va dar el grafico adecuadamente. Entonces indica primero partir encontrando el vértice de la función y es igual V= (h, k) donde $h = \frac{-b}{2a}$, $K = \frac{-b^2+4ac}{4a}$. Así mismo también indica para encontrar los valores de a, b, c se tiene que ordenar la expresión de mayor grado a menor grado del exponente y una vez encontrado los valores de a, b, c; donde a=2, b=0, c=8; luego el docente saca a la pizarra a un estudiante para calcular el vértice de la función, luego el estudiante inicia a reemplazar los valores para encontrar el vértice en la ecuación de la siguiente forma:



X	-3	-2	-1	0	1	2	3
Y							

Figura 3 Ejercicio de función cuadrática

Fuente: *Anexo 1- S1*

Luego el docente indica a otro estudiante para graficar la parábola, el estudiante grafica de la siguiente forma:

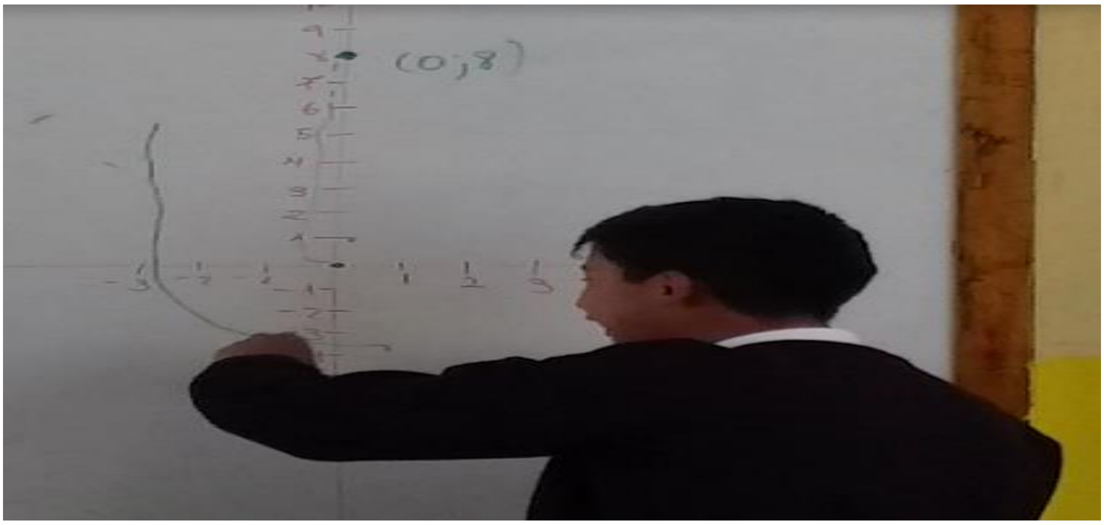


Figura 4 Gráfica del estudiante

Fuente: *Anexo 1- S1*

En seguida el docente pide a un voluntario de los estudiantes y hace la siguiente gráfica:

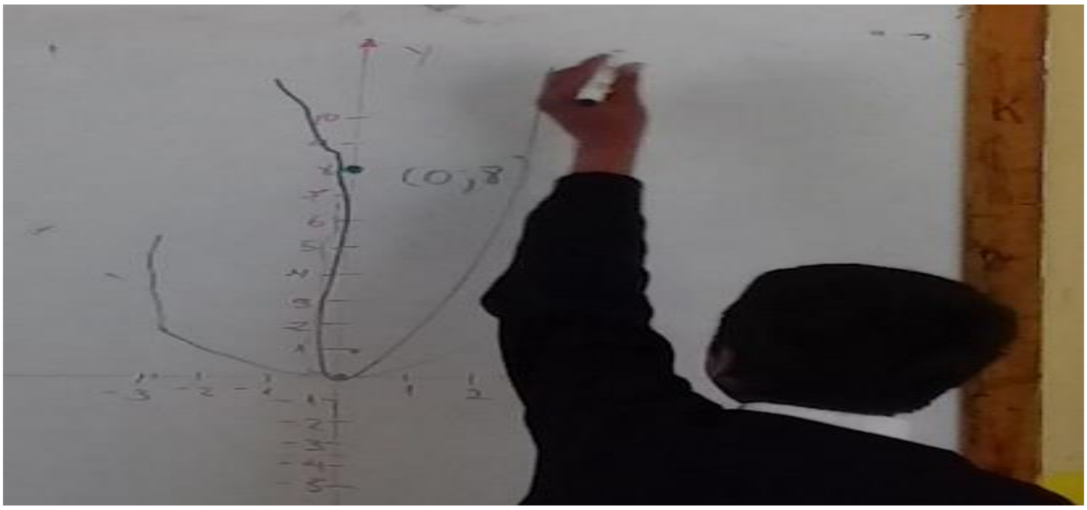


Figura 5 Gráfica del estudiante

Fuente: *Anexo 1- S1*

En seguida el docente pregunta a los estudiantes en base a las gráficas lo siguiente ¿es correcto o no la gráfica que hizo sus compañeros? Los estudiantes no respondieron, luego el docente inicia a graficar de la siguiente forma:

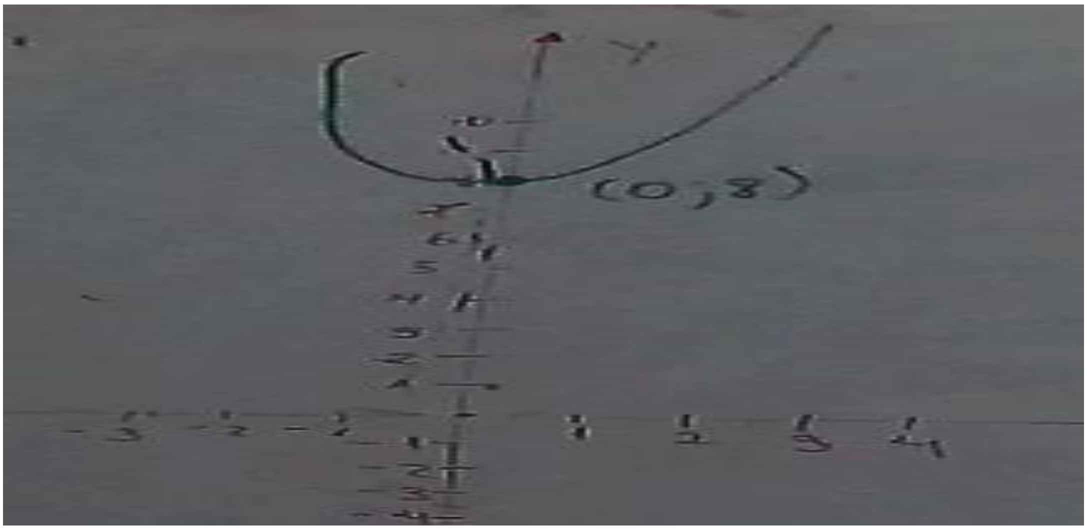


Figura 6 Gráfica del docente

Fuente: *Anexo 1-S1*

Luego completa con la tabulación y rectifica la gráfica mostrada.

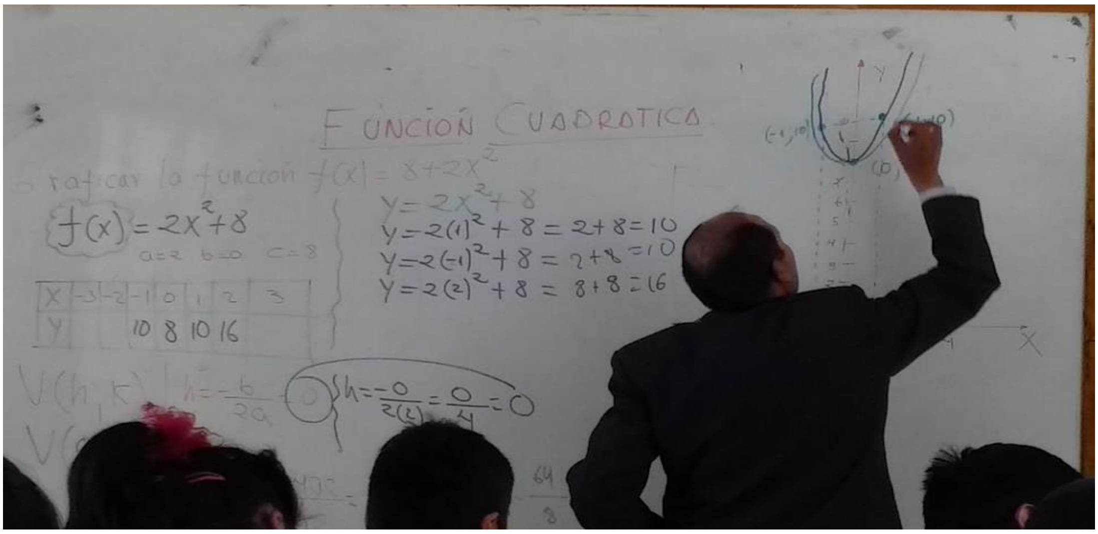


Figura 7 Gráfica del docente

Fuente: *Anexo 1- S1*

Después de terminar de resolver el docente indica calcula el dominio y rango de la función y anota en la pizarra indicando que el dominio de una función se expresa así: Df(x), si hablamos de ello estamos hablando del eje de las abscisas (x) y el rango se expresa de la siguiente forma R(fx) y si hablamos de ello estamos hablando del eje de las ordenadas (y). Luego el docente anota lo siguiente: $\mathbf{Df}(\mathbf{x}), =]-\infty, +\infty[$; $\mathbf{R}(\mathbf{fx}) = [\mathbf{8}, +\infty[$, una vez desarrollado el docente da por finalizado la sesión.

Sesión N° 02 (S2) -Fecha 03/09/2019

El docente inicia la sesión mediante un saludo a los estudiantes, señoritas y jóvenes tengan ustedes muy buenos días, a continuación el docente da algunas reflexiones a los estudiantes luego indica que el día de hoy continuaremos con el desarrollo de la sesión de funciones cuadráticas e iniciaremos con esta pregunta ¿Cómo o de qué forma es la gráfica de una función cuadrática?, los estudiantes responden de forma parabólica, en seguida el docente formula tres ejercicios de la siguiente manera: $\mathrm{f(x)} = -2\mathrm{x}^2 + 2$, $\mathrm{f(x)} = 2\mathrm{x}^2 - 2\mathrm{x}$, $\mathrm{f(x)} = 2 - \mathrm{x}^2$; y también hace la siguiente pregunta ¿en qué sentido van la gráfica de cada uno de las funciones? Y responde el docente mismo, indicando depende del signo que tiene el de mayor exponente, si es negativo la parábola es abierta hacia abajo y si es positivo es abierta hacia arriba, en seguida indica el docente formar grupos de 7 integrantes para desarrollar un problema del libro de Ministerio de Educación, que titula la práctica de béisbol e indica lo siguiente: un grupo de amigos juegan en un campo deportivo. En un momento del juego, cesar dio un golpe tan fuerte a la pelota que esta realizó una trayectoria vertical, cuyo desplazamiento en metros a partir del impacto está determinado por la expresión $\mathrm{d\ (t)} = 16\mathrm{t} - 2\mathrm{t}^2$, donde t es el tiempo de segundos, ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota? ¿En qué intervalo de tiempo la pelota asciende y desciende? En seguida los estudiantes trabajan en grupos durante 30 minutos luego los estudiantes del primer grupo salen a la pizarra a demostrar la práctica realizada a acompañado de un papelote y respondiendo las siguientes interrogantes:

1. **¿Qué datos se conocen?**

   $d\ (t) = 16t - 2t^2$=t=tiempo

2. **¿de qué depende la altura que alcanza la pelota en un determinado momento?**

   De la fuerza de la trayectoria.

3. **¿Qué tipo de gráfica representa el recorrido de la pelota?**

   Parabólica, plano cartesiano.

4. **¿Qué tienes que averiguar?**

   La altura máxima que alcanza la pelota en que asciende y desciende.

5. **¿Qué aras primero?**

   Plantear los datos principales.

6. **¿qué procedimiento seguirás para calcular la altura máxima de la pelota?**

   La función cuadrática.

7. **¿Porque después de un tiempo determinado el objeto empieza a descender?**

   A mayor fuerza mayor distancia.

8. **Si se conoce el momento en que la pelota alcanza su máxima altura. ¿cómo se puede hallar dicha altura?**

   Según su método.

9. ¿el tiempo que asciende la pelota es diferente al tiempo que desciende?

Si, según la fuerza se define.

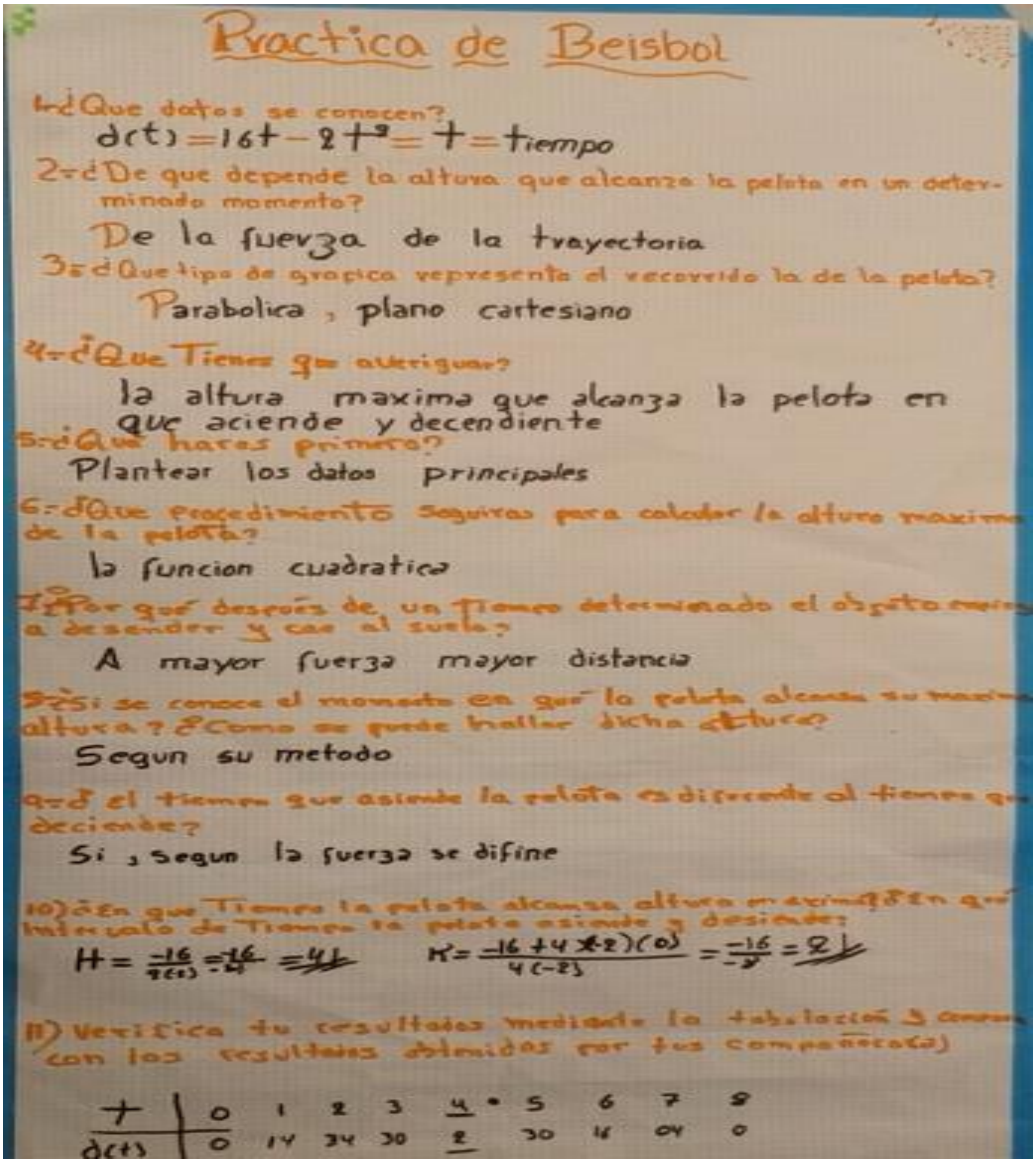
10. ¿en qué tiempo la pelota alcanza su máxima altura? ¿en qué intervalo de tiempo la pelota asciende y desciende? Muestra su proceso.

$$\mathrm{H} = \frac{-16}{2(-2)} = \frac{-16}{-4} = 4 \quad \mathrm{k} = \frac{-16+4(-2)\,(0)}{4(-2)} = \frac{-16}{-8} = 2$$

11. Verifica tus resultados mediante la tabulación y compara con los resultados obtenidos por sus compañeros.

T	0	1	2	3	4	5	6	7	8
d(t)	0	14	34	30	2	30	16	04	0

Luego al terminar de presentar el primer grupo el docente indica presentar el trabajo con sus respectivos nombres ya que es cambio de hora y así dio por terminado la sesión el docente.



Practica de Beisbol

1.-¿Que datos se conocen?

$d(t)=16t-2t^2=t=$ tiempo

2.-¿De que depende la altura que alcanza la pelota en un determinado momento?

De la fuerza de la trayectoria

3.-¿Que tipo de grafica representa el recorrido la de la pelota?

Parabolica, plano cartesiano

4.-¿Que Tienes que averiguar?

la altura maxima que alcanza la pelota en que aciende y decendiente

5.-¿Que haras primero?

Plantear los datos principales

6.-¿Que procedimiento seguiras para calcular la altura maxima de la pelota?

la funcion cuadratica

7.-¿Por qué después de un tiempo determinado el objeto empieza a descender y cae al suelo?

A mayor fuerza mayor distancia

8.-¿Si se conoce el momento en que la pelota alcanza su maxima altura? ¿Como se puede hallar dicha altura?

Segun su metodo

9.-¿el tiempo que asiende la pelota es diferente al tiempo que deciende?

Si, segun la fuerza se difine

10) ¿En que Tiempo la pelota alcanza altura maxima? ¿En que intervalo de Tiempo la pelota asiende y desiende?

$H=\frac{-16}{2(-2)}=\frac{-16}{-4}=4$ $K=\frac{-16+4(-2)(0)}{4(-2)}=\frac{-16}{-8}=2$

11) Verifica tu resultados mediante la tabulación y compara con los resultados obtenidos por tus compañeros(as)

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8
d(t)	0	14	34	30	2	30	16	04	0

Figura 8 Trabajo grupal de los estudiantes

Fuente: *Anexo 1- S2*

Sesión N° 03 (S3) - fecha 110/09/2019

El docente entra al salón de clase lo primero que hace es saludarles a los estudiantes de la siguiente forma, señoritas y jóvenes tengas ustedes muy buenos día en seguida indica que continuaran resolviendo problemas de las funciones cuadráticas para lo cual plantea 4 ejercicios en la pizarra de la siguiente forma:

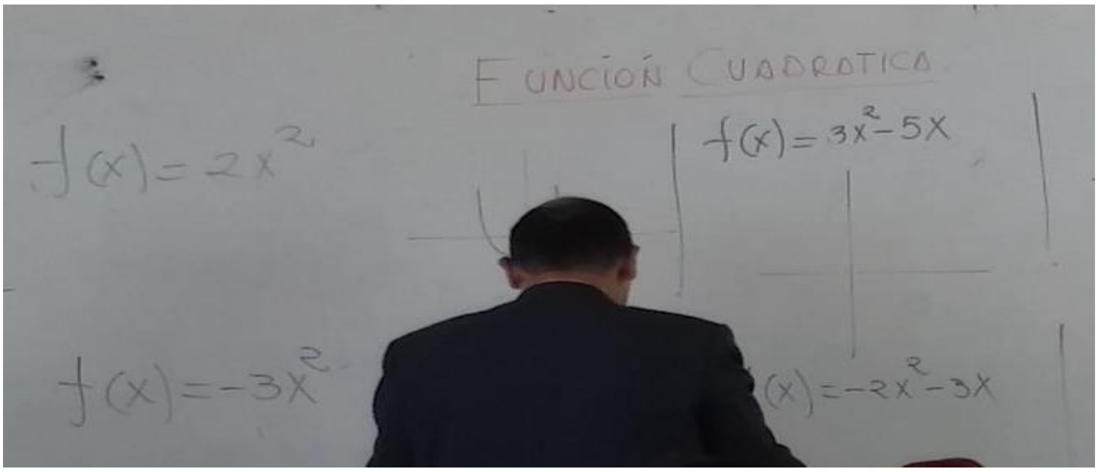


Figura 9 Gráfica del docente

Fuente: *Anexo 1- S2*

Al plantear el docente hace la siguiente pregunta: ¿en qué dirección va la gráfica de cada una de las funciones? En seguida participa un estudiante y dice lo siguiente: la gráfica de la función depende del signo que lleva el coeficiente del término cuadrático, si es positivo la parábola es abierta hacia arriba, si fuera negativo la parábola es abierta hacia abajo. En seguida el docente le dijo muy bien luego el docente grafica cada una de las parábolas de la siguiente forma:

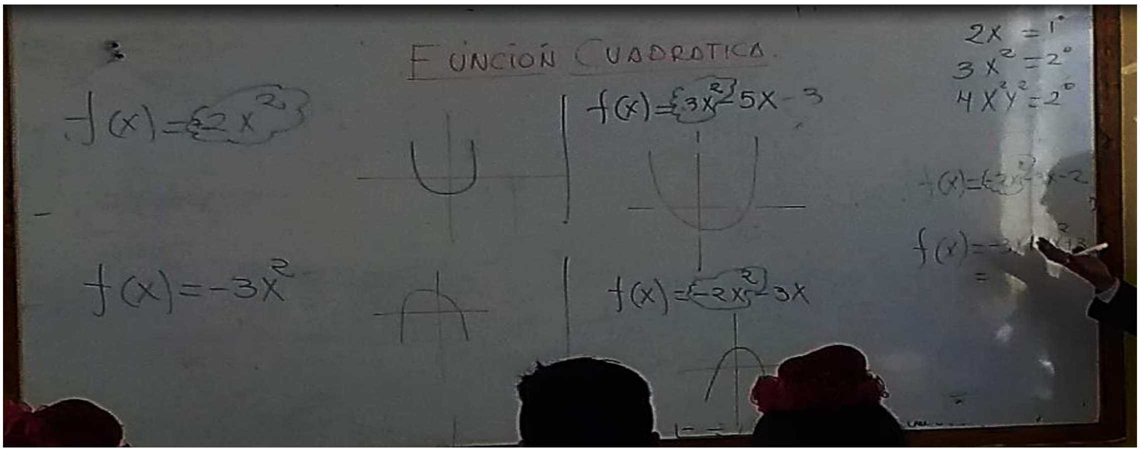


Figura 10 Gráfica del docente

Fuente: *Anexo 1- S2*

En seguida el docente indica que desarrollan un problema como práctica calificada de forma individual en sus cuádrenos, si tienen dudas preguntaran al docente las dudas, inquietudes, etc. indicando que revisara solo al que completo o termino de resolver el problema, en el tiempo que quede para el cambio de hora y el problema está dada de la siguiente forma:

Un delfín realiza un salto talque su trayectoria parabólica está dada por la función cuadrática $\mathrm{f(t)} = -\mathrm{t}^2 + 6\mathrm{t}, 0 \leq \mathrm{t} \leq 6,$ donde t representa el tiempo en segundo f(t) la altura en metros que alcanza el delfín en determinado instante.

a) Grafique el salta del delfín.

b) Calcule la altura que alcanza el delfín a los 2 segundos de haber saltado.

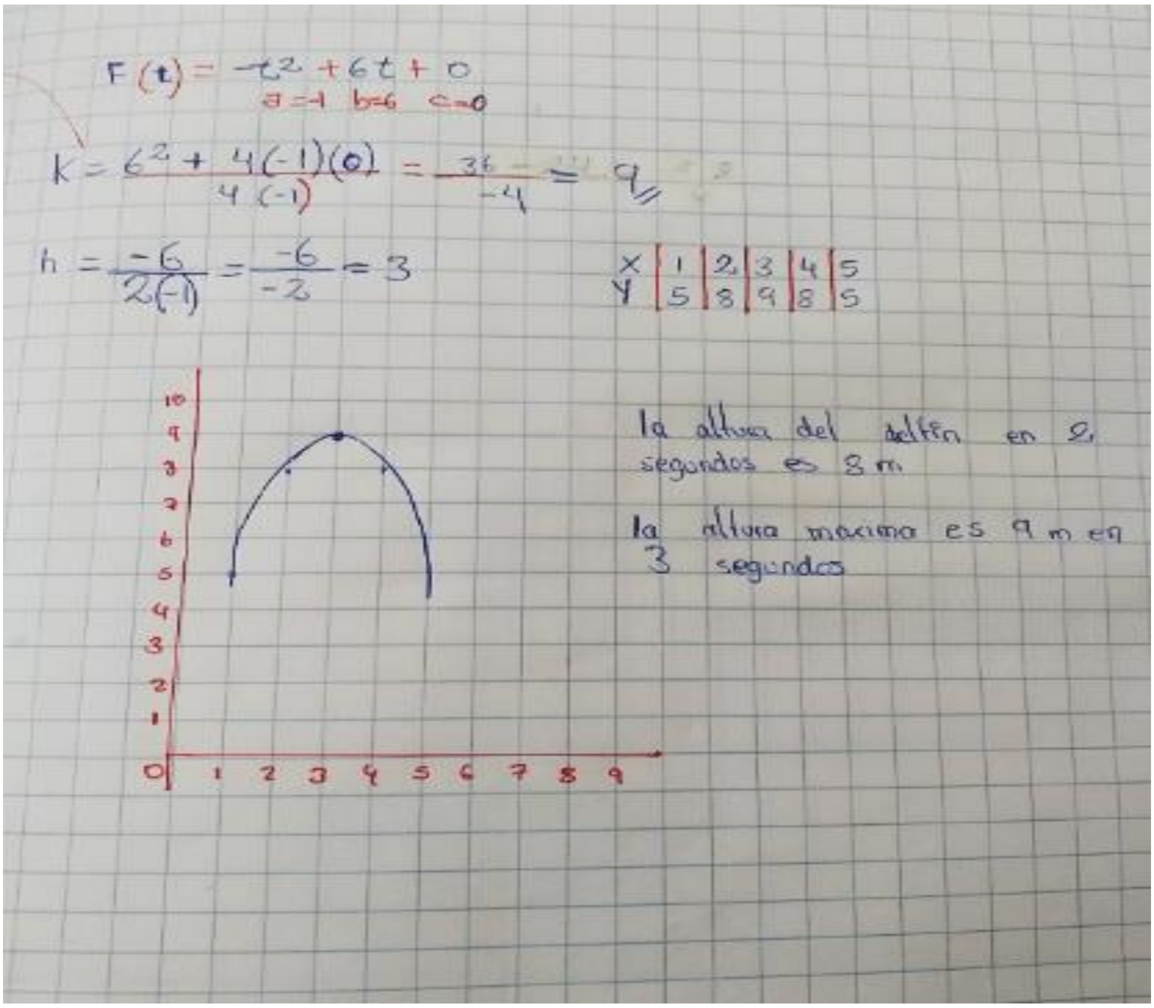
c) Calcula la altura máxima que alcanza el delfín y en que instante.

Los estudiantes empiezan a desarrollar en sus cuadernos el problema, luego el docente indica presentar su cuaderno el que resolvió el problema y levanta la mano, en seguida un estudiante levanta la mano y se acercó hacia el docente, en seguida el docente le pregunta que procedimiento hiciste para resolver el problema. El estudiante dijo lo siguiente: primero identifiqué los valores que tiene a, b, c donde: a= -1, b= 6, c= 0, en seguida reemplace a la ecuación donde $\mathrm{k} = \frac{6^2+4\,(-1)\,(0)}{4(-1)} = \frac{36}{-4} = 9, \ \mathrm{H} = \frac{-6}{2(-1)} = \frac{-6}{-2} = 3$ en seguida una vez encontrado el vértice inicie a tabular de la siguiente forma:

X	1	2	3	4	5
Y	5	8	9	8	5

Y por último grafique la función. Luego el estudiante indica responde las preguntas dadas del problema, lo siguiente.

a) grafique el salta del delfín.



$F(t) = -t^2 + 6t + 0$

$a = -1 \quad b = 6 \quad c = 0$

$K = \frac{6^2 + 4(-1)(0)}{4(-1)} = \frac{36}{-4} = 9$

$h = \frac{-6}{2(-1)} = \frac{-6}{-2} = 3$

X	1	2	3	4	5
Y	5	8	9	8	5

la altura del delfín en 2 segundos es 8 m

la altura maxima es 9 m en 3 segundos

Figura 11 Solución del problema de un estudiante

Fuente: *Anexo 1- S2*

b) Calcule la altura que alcanza el delfín en 2 segundos de haber saltado. La respuesta del estudiante es lo siguiente: La altura del delfín en 2 segundos es 8m.

c) Calcula la altura máxima que alcanza el delfín y en que instante. La altura máxima es 9m en 3 segundos, luego una vez terminado de revisar, dio por finalizado la sesión el docente.

4.1.2 Identificación, categorización y codificación de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos

En este apartado nos centraremos en el análisis de los objetos y procesos matemáticos emergentes e intervinientes en el tema matemático específico de “funciones cuadráticas” del cuarto grado de la IES. “José Carlos Mariátegui” Aplicación UNA puno, que previamente hemos seleccionado y descrito. Los partes más importantes del desarrollo de cada sesión de clases. Es decir, haremos la categorización, codificación e interpretación de los objetos matemáticos que intervienen en el desarrollo de funciones cuadráticas.

La finalidad es interpretar los resultados de dicho análisis, de las configuraciones matemáticas.

Tabla 1

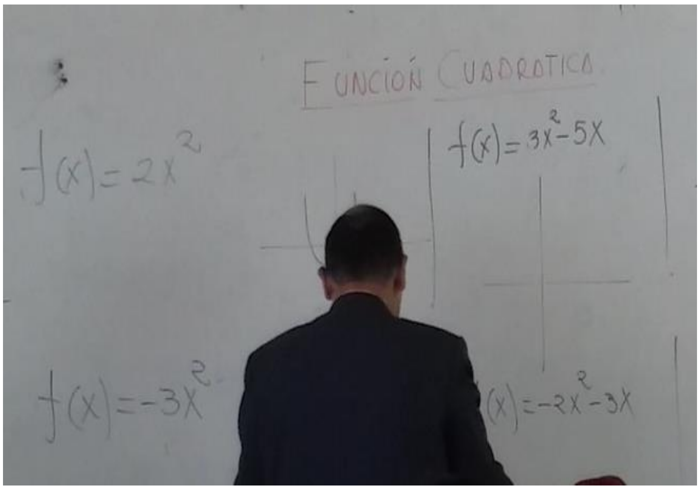
Configuración del objeto matemático: Lenguaje

Categorías	Codificación	Identificación de objetos matemáticos
Lenguajes	**L**	**S1: Representación verbal.** El docente hace la siguiente interrogante ¿Cómo o de qué forma es la gráfica de una función cuadrática?, los estudiantes responden de forma parabólica. **S2: representación verbal.** ¿Cómo o de qué forma es la gráfica de una función cuadrática?, los estudiantes responden de forma parabólica, también hace la siguiente pregunta ¿en qué sentido van la gráfica de cada uno de las

funciones? Y responde el docente mismo, indicando depende del signo que tiene el de mayor exponente, si es negativo la parábola es abierta hacia abajo y si es positivo es abierta hacia arriba.

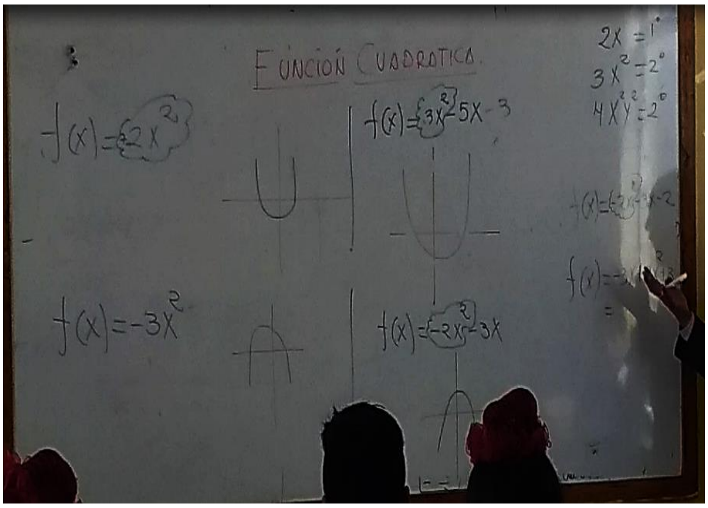
Representación simbólica. En seguida el docente formula tres ejercicios de la siguiente manera: $f(x) = -2x^2 + 2$, $f(x) = 2x^2 - 2x$, $f(x) = 2 - x^2$;

S3: Representación simbólica.



Representación verbal. Al plantear el docente hace la siguiente pregunta: ¿en qué dirección va la gráfica de cada una de las funciones? En seguida participa un estudiante y dice lo siguiente: la gráfica de la función depende del signo que lleva el coeficiente del término cuadrático, si es positivo la parábola es abierta hacia arriba, si fuera negativo la parábola es abierta hacia abajo. En seguida el docente le dijo muy bien.

Representación simbólica y gráfica. El docente grafica cada una de las parábolas de la siguiente forma:



Fuente: *Anexo 1*

Tabla 2

Configuración del objeto matemático: Situaciones- problemas

Categorías	Codificación	Identificación de objetos matemáticos
Situaciones-problemas	**S-P**	**S1: Situación de ejercicio.** El docente plantea un ejercicio de la siguiente forma: Graficar la función $f(x) = 2\,x^2 + 8$; así mismo hace la siguiente pregunta a los estudiantes, ¿qué necesito para hacer mi gráfica? Y los estudiantes responden necesito la recta numérica en forma

de cometer el desorden luego se responde el docente mismo. Me dijeron fácil pues profesor primero se tabula,

S2: Situación de aplicación. Práctica de béisbol e indica lo siguiente: un grupo de amigos juegan en un campo deportivo. En un momento del juego, cesar dio un golpe tan fuerte a la pelota que esta realizó una trayectoria vertical, cuyo desplazamiento en metros a partir del impacto está determinado por la expresión $d\,(t) = 16t - 2t^2$, donde t es el tiempo de segundos, ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota? ¿En qué intervalo de tiempo la pelota asciende y desciende?

S3: Situación de aplicación. Un delfín realiza un salto talque su trayectoria parabólica está dada por la función cuadrática $f(t) = -t^2 + 6t, 0 \leq t \leq 6,$ donde t representa el tiempo en segundo f(t) la altura en metros que alcanza el delfín en determinado instante.

a) Grafique el salta del delfín.

b) Calcule la altura que alcanza el delfín a los 2 segundos de haber saltado.

c) Calcula la altura máxima que alcanza el delfín y en que instante.

Fuente: *Anexo 1*

Tabla 3

Configuración del objeto matemático: Reglas

Categorías	Codificación	Identificación de objetos matemáticos
Reglas(conceptos, Definiciones, proposiciones, procedimientos)	C-D-P-P	**S1: Concepto.** ¿Qué es una función cuadrática? **Definición.** Se llama función cuadrática a la función matemática que se puede expresar como una ecuación que tiene la siguiente forma: $f(x) = ax^2 + bx + c$; Las letras a, b y c se llaman coeficientes de la función; **Proposición.** El docente hace la siguiente pregunta a los estudiantes, ¿qué necesito para hacer mi gráfica? los estudiantes responden necesito la recta numérica en forma de cometer el desorden luego se responde el docente mismo. Me dijeron fácil pues profesor primero se tabula, **Enunciado.** Después de terminar de resolver el docente indica calcula el dominio y rango de la función y anota en la pizarra indicando que el dominio de una función se expresa así: Df(x), si hablamos de ello estamos hablando del eje de las abscisas (x) y el rango se expresa de la siguiente forma R(fx) y si hablamos de ello estamos hablando del eje de las ordenadas (y). luego el docente

anota lo siguiente: $\mathbf{Df}(\mathbf{x}), =]-\infty, +\infty[$; $\mathbf{R}(\mathbf{fx}) = [8, +\infty[$

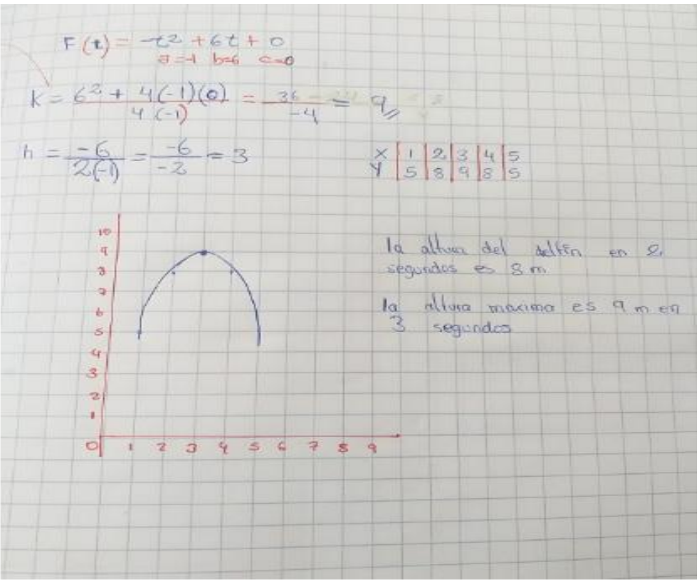
S2: Enunciado El docente formula tres ejercicios de la siguiente manera: $\mathrm{f(x)} = -2\mathrm{x}^2 + 2$, $\mathrm{f(x)} = 2\mathrm{x}^2 - 2\mathrm{x}$, $\mathrm{f(x)} = 2 - \mathrm{x}^2$; luego hace la siguiente pregunta ¿en qué sentido van la gráfica de cada uno de las funciones? Así mismo responde, indicando depende del signo que tiene el de mayor exponente, si es negativo la parábola es abierta hacia abajo y si es positivo es abierta hacia arriba

S3: Procedimiento. Los estudiantes empiezan a desarrollar en sus cuadernos el problema, luego el docente indica presentar su cuaderno el que resolvió el problema y levanta la mano y se acercó un estudiante hacia el docente, en seguida el docente le pregunta que procedimiento hiciste para resolver el problema. El estudiante dijo lo siguiente: primero identifique los valores que tiene a, b, c donde: a= -1, b= 6, c= 0, en seguida reemplace a la ecuación donde $\mathrm{k} = \frac{6^2+4\,(-1)\,(0)}{4(-1)} = \frac{36}{-4} = 9$, $\mathrm{H} = \frac{-6}{2(-1)} = \frac{-6}{-2} = 3$, en seguida una vez encontrado el vértice inicie a tabular de la siguiente forma:

X	1	2	3	4	5
Y	5	8	9	8	5

Y por último grafique la función. Luego el estudiante indica responde las preguntas dadas del problema, lo siguiente:

a) grafique el salta del delfín.



$F(t) = -t^2 + 6t + 0$

$a = -1 \quad b = 6 \quad c = 0$

$k = \frac{6^2 + 4(-1)(0)}{4(-1)} = \frac{36}{-4} = 9$

$h = \frac{-6}{2(-1)} = \frac{-6}{-2} = 3$

X	1	2	3	4	5
Y	5	8	9	8	5

la altura del delfín en 2 segundos es 8 m.

la altura maxima es 9 m en 3 segundos

b) calcule la altura que alcanza el delfín en 2 segundos de haber saltado. La respuesta del estudiante es lo siguiente: La altura del delfín en 2 segundos es 8m.

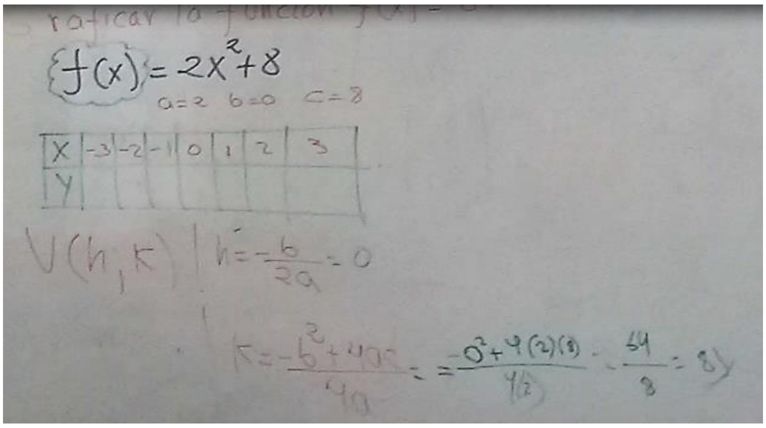
c) Calcula la altura máxima que alcanza el delfín y en que instante. La altura máxima es 9m en 3 segundos.

Fuente: *Anexo 1*

Tabla 4

Configuración del objeto* matemático*: Argumentos

<table>
<tr><th>Categorías</th><th>Codificación</th><th>Identificación de objetos matemáticos</th></tr>
<tr><td>Argumentos</td><td>A</td><td>
<p>S1: El docente inicia tabular de la siguiente manera dando valores a x, también indica que toda esta expresión $f(x) = 2x^2 + 8$; es igual a $y = 2x^2 + 8$.</p>
<table>
<tr><td>X</td><td>-3</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Y</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
<p>Luego el docente indica si hago este tipo de trabajo no le va dar el grafico adecuadamente. Entonces indica primero partir encontrando el vértice de la función y es igual V= (h, k) donde $h = \frac{-b}{2a}, K = \frac{-b^2+4ac}{4a}$. Así mismo también indica para encontrar los valores de a, b, c; se tiene que ordenar la expresión de mayor grado a menor grado del exponente y una vez encontrado los valores de a, b, c; donde a=2, b=0, c=8; luego el docente saca a la pizarra a un estudiante para calcular el vértice de la función, luego el estudiante inicia a reemplazar los valores para encontrar el vértice en la ecuación de la siguiente forma:</p>
</td></tr>
</table>



raficar la funcion

$f(x) = 2x^2+8$

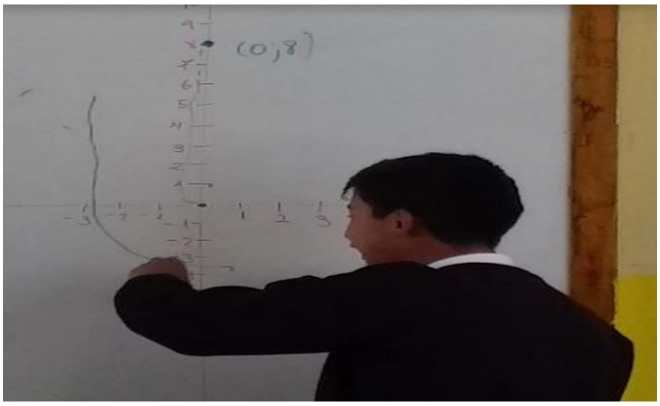
$a=2 \quad b=0 \quad c=8$

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
Y							

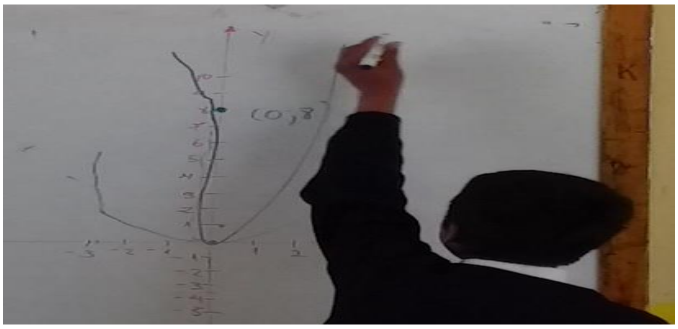
$V(h,k) \; \Big| \; h = -\frac{b}{2a} = 0$

$k = \frac{-b^2+4ac}{4a} = \frac{-0^2+4(2)(8)}{4(2)} = \frac{64}{8} = 8$

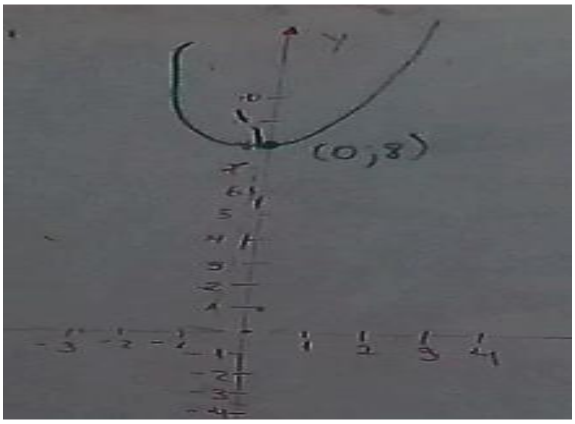
Luego el docente indica a otro estudiante para graficar la parábola, el estudiante grafica de la siguiente forma:



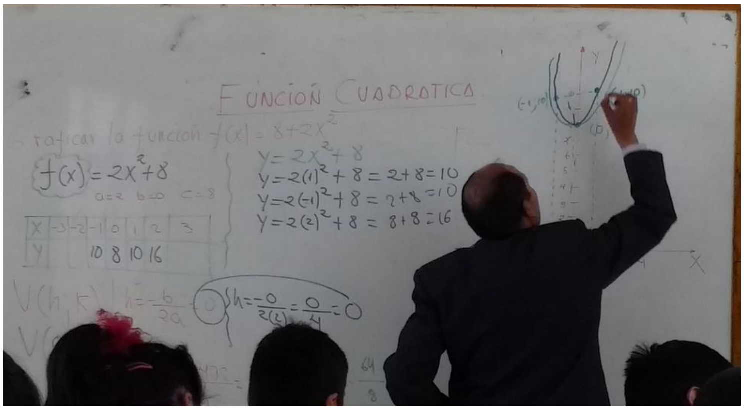
en seguida el docente pide a un voluntario de los estudiantes y hace la siguiente gráfica:



En seguida el docente pregunta a los estudiantes en base a las gráficas lo siguiente ¿es correcto o no la gráfica que hizo sus compañeros? Los estudiantes no respondieron, luego el docente inicia a graficar de la siguiente forma:



Luego completa con la tabulación y rectifica la gráfica mostrada



S2: Los estudiantes trabajan en grupos durante 30 minutos luego los estudiantes del primer grupo salen a la pizarra a demostrar la práctica realizada a acompañado de un papelote y respondiendo las siguientes interrogantes:

1. **¿Qué datos se conocen?** $d\ (t) = 16t - 2t^2$=t=tiempo

2. **¿de qué depende la altura que alcanza la pelota en un determinado momento?** De la fuerza de la trayectoria.

3. **¿Qué tipo de gráfica representa el recorrido de la pelota? P**arabólica, plano cartesiano.

4. **¿Qué tienes que averiguar?** La altura máxima que alcanza la pelota en que asciende y desciende.

5. **¿Qué aras primero? p**lantear los datos principales.

6. **¿qué procedimiento seguirás para calcular la altura máxima de la pelota?** La función cuadrática.

7. **¿Porque después de un tiempo determinado el objeto empieza a descender?** A mayor fuerza mayor distancia.

8. **Si se conoce el momento en que la pelota alcanza su máxima altura. ¿cómo se puede hallar dicha altura?** Según su método.

9. **¿el tiempo que asciende la pelota es diferente al tiempo que desciende?** Si, según la fuerza se define.

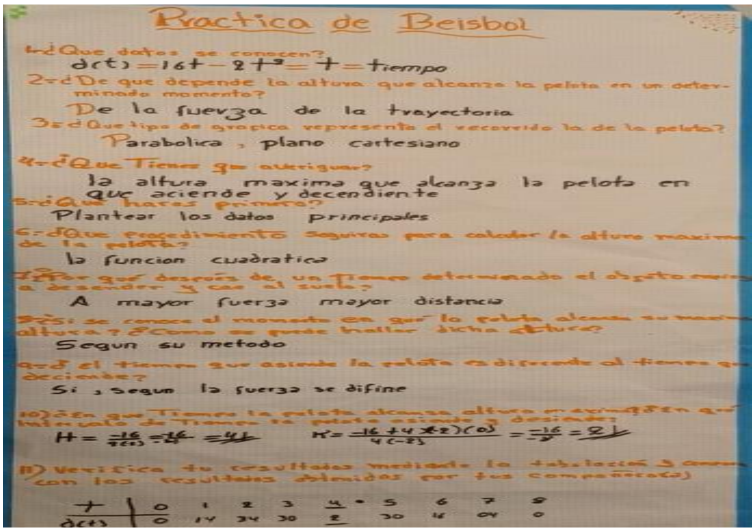
10. **¿en qué tiempo la pelota alcanza su máxima altura? ¿en qué intervalo de tiempo la pelota asciende y desciende? Muestra su proceso.**

$$H = \frac{-16}{2(-2)} = \frac{-16}{-4} = 4 \quad k = \frac{-16+4(-2)\,(0)}{4(-2)} = \frac{-16}{-8} = 2$$

11. Verifica tus resultados mediante la tabulación y compara con los resultados obtenidos por sus compañeros.

T	0	1	2	3	4	5	6	7	8
d(t)	0	14	34	30	2	30	16	04	0

Luego al terminar de presentar el primer grupo el docente indica presentar el trabajo con sus respectivos nombres ya que es cambio de hora y así dio por terminado la sesión el docente.



Practica de Beisbol

1.-¿Que datos se conocen?

d(t) = 16t − 2t² = t = tiempo

2=¿De que depende la altura que alcanza la pelota en un determinado momento?

De la fuerza de la trayectoria

3=¿Que tipo de grafica representa el recorrido la de la pelota?

Parabolica , plano cartesiano

4-¿Que Tienes que averiguar?

la altura maxima que alcanza la pelota en que aciende y decendiente

Plantear los datos principales

la funcion cuadratica

A mayor fuerza mayor distancia

Segun su metodo

Si , segun la fuerza se difine

$H = \frac{-16}{2(-2)} = \frac{-16}{-4} = 4$ $K = \frac{-16+4(-2)(0)}{4(-2)} = \frac{-16}{-8} = 2$

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8
d(t)	0	14	34	30	2	30	16	04	0

S3: En seguida participa un estudiante y dice lo siguiente: la gráfica de la función depende del signo que lleva el coeficiente del término cuadrático, si es positivo la parábola es abierta hacia arriba, si fuera negativo la parábola es abierta hacia abajo.

Fuente: Anexo 1

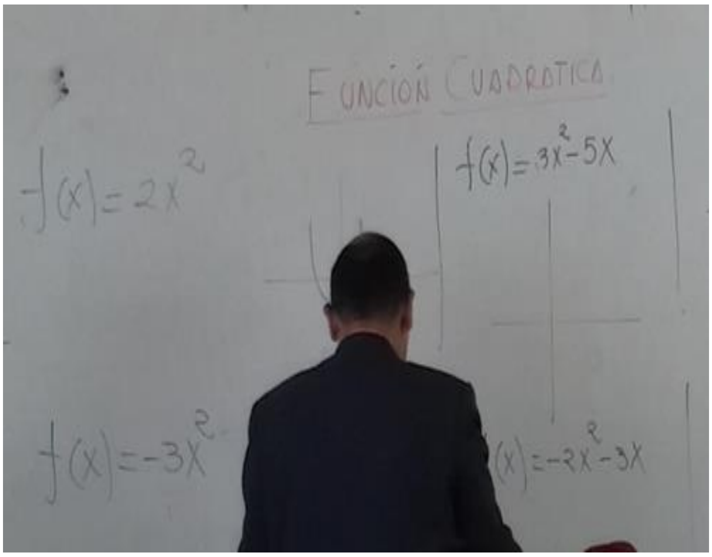
Tabla 5

Configuración de procesos matemáticos: Materialización-idealización

Categorías	Codificación	Identificación de procesos matemáticos intervinientes
Materialización-idealización	M-I	**S1: Objeto obstensivo.** $\mathrm{f}\,(\mathrm{x}) = \mathrm{ax}^2 + \mathrm{bx} + \mathrm{c}$; donde las letras a, b y c se llaman coeficientes de la función; **Objeto no obstensivo.** $\mathrm{f}(\mathrm{x}) = 2x^2 + 8$; es igual a $\mathrm{y} = 2x^2 + 8$. El dominio de una función se expresa así: Df(x), si hablamos de ello estamos hablando del eje de las abscisas (x) y el rango se expresa de la siguiente forma R(fx) y si hablamos de ello estamos hablando del eje de las ordenadas (y). Luego el docente anota lo siguiente: $\mathbf{Df}(\mathbf{x}), =]-\infty, +\infty[$; $\mathbf{R}(\mathbf{fx}) = [\mathbf{8}, +\infty[$, **S2: Objeto obstensivo.** $\mathrm{f}(\mathrm{x}) = -2\mathrm{x}^2 + 2$, $\mathrm{f}(\mathrm{x}) = 2\mathrm{x}^2 - 2\mathrm{x}$, $\mathrm{f}(\mathrm{x}) = 2 - \mathrm{x}^2$; $\mathrm{d}\,(\mathrm{t}) = 16\mathrm{t} - 2\mathrm{t}^2$, donde t es el tiempo de segundos **Objeto no obstensivo.** ¿Cómo o de qué forma es la gráfica de una función cuadrática?, los estudiantes responden de forma parabólica, en seguida el docente formula tres ejercicios de la siguiente manera: $\mathrm{f}(\mathrm{x}) =$

$-2x^2 + 2$, $f(x) = 2x^2 - 2x$, $f(x) = 2 - x^2$; y también hace la siguiente pregunta ¿en qué sentido van la gráfica de cada uno de las funciones? Y responde el docente mismo, indicando depende del signo que tiene el de mayor exponente, si es negativo la parábola es abierta hacia abajo y si es positivo es abierta hacia arriba,

S3: Objeto obstensivo



Objeto no obstensivo. Al plantear el docente hace la siguiente pregunta: ¿en qué dirección va la gráfica de cada una de las funciones? En seguida participa un estudiante y dice lo siguiente: la gráfica de la función depende del signo que lleva el coeficiente del término cuadrático, si es positivo la parábola es abierta hacia arriba, si fuera negativo la parábola es abierta hacia abajo

Fuente: *Anexo 1*

Tabla 6

Configuración de procesos matemáticos: Particularización-generalización

Categorías	**Codificación**	**Identificación de procesos matemáticos intervinientes**
Particularización-generalización	**P-G**	**S1**: **Generalización.** No sea identificado **S2: Generalización.** No sea identificado **S3: Particularización.** Un delfín realiza un salto talque su trayectoria parabólica está dada por la función cuadrática $f(t) = -t^2 + 6t, 0 \leq t \leq 6$,donde t representa el tiempo en segundo f(t) la altura en metros que alcanza el delfín en determinado instante.

Fuente: *Anexo 1*

Tabla 7

Configuración de procesos matemáticos: Descomposición-reificación

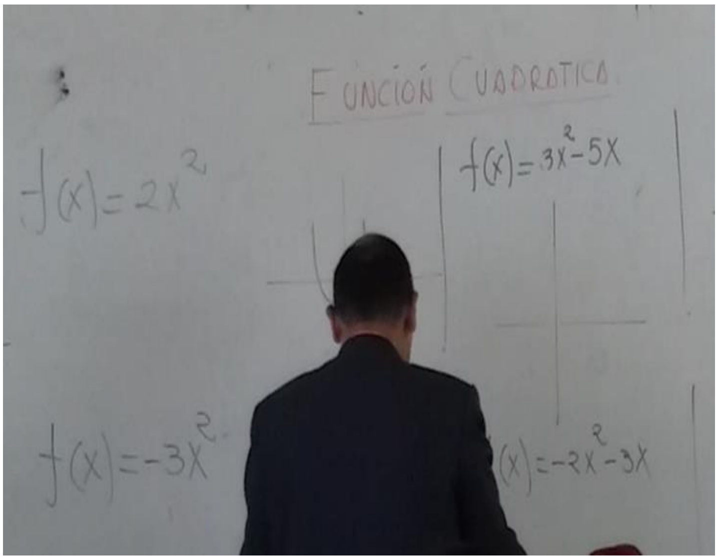
Categorías	Codificación	Identificación de procesos matemáticos intervinientes
Descomposición-reificación	D-R	**S1: Reificación.** $f(x) = ax^2 + bx + c$; $f(x) = 2x^2 + 8$; V= (h, k) donde $h = \frac{-b}{2a}$, $K = \frac{-b^2+4ac}{4a}$. **Descomposición.** Se llama función cuadrática a la función matemática que se puede expresar como una ecuación que tiene la siguiente forma: $f(x) = ax^2 + bx + c$; Las letras a, b y c se llaman coeficientes de la función El docente indica si hago este tipo de trabajo no le va dar el grafico adecuadamente. Entonces indica primero partir encontrando el vértice de la función y es igual V= (h, k) donde $h = \frac{-b}{2a}$, $K = \frac{-b^2+4ac}{4a}$. Así mismo también indica para encontrar los valores de a, b, c se tiene que ordenar la expresión de mayor grado a menor grado del exponente y

una vez encontrado los valores de a, b, c; donde a=2, b=0, c=8

S2: Reificación. $d\ (t) = 16t - 2t^2$,

Descomposición. En un momento del juego, cesar dio un golpe tan fuerte a la pelota que esta realizó una trayectoria vertical, cuyo desplazamiento en metros a partir del impacto está determinado por la expresión $d\ (t) = 16t - 2t^2$, donde t es el tiempo en segundos.

S3: Reificación.

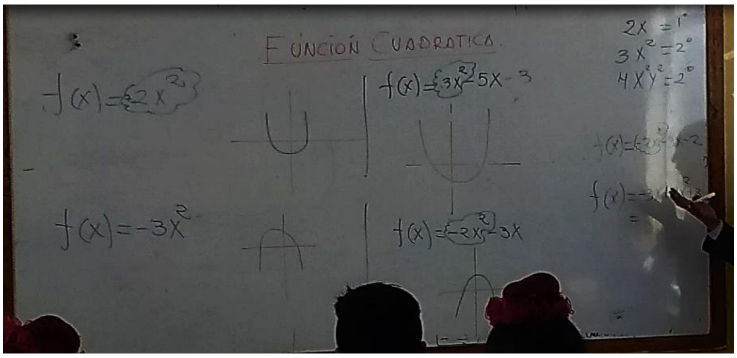


Descomposición. La gráfica de la función depende del signo que lleva el coeficiente del término cuadrático, si es positivo la parábola es abierta hacia arriba, si fuera negativo la parábola es abierta hacia abajo.

Fuente: *Anexo 1*

Tabla 8

Configuración de procesos matemáticos: Representación-significación

Categorías	Codificación	Identificación de procesos matemáticos intervinientes
Representación -significación	R-S	**S1: Representación.** V= (h, k) donde $h = \frac{-b}{2a}, K = \frac{-b^2+4ac}{4a}.$ **Significación.** Vértice **S2:** No se mostró **S3: Representación.**  **Significación.** La gráfica de la función depende del signo que lleva el coeficiente del término cuadrático, si es positivo la parábola es abierta hacia arriba, si fuera negativo la parábola es abierta hacia abajo.

Fuente: *Anexo 1*

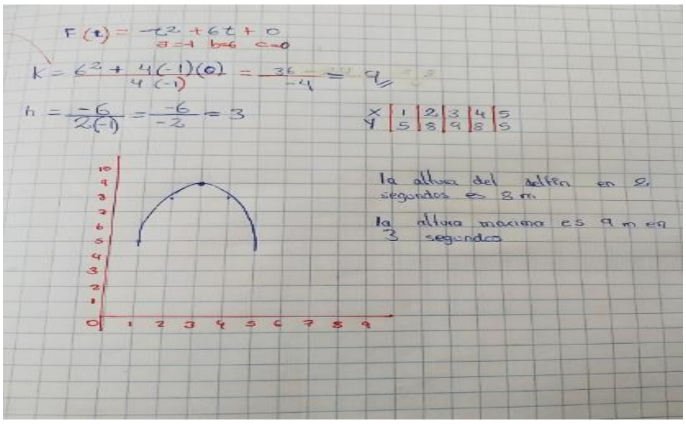
Tabla 9

Configuración de procesos: Personalización-institucionalización

<table>
<tr><th>Categorías</th><th>Codificación</th><th>Identificación de procesos matemáticos intervinientes</th></tr>
<tr><td>Personalización-institucionalización</td><td>P-I</td><td>S1: Institucionalización. No sea identificado.
Personalización. No sea identificado.
S2: Institucionalización. No sea identificado.
Personalización. No sea identificado.
S3: Institucionalización. No sea identificado.
Personalización. En seguida un estudiante levanta la mano y se acercó hacia el docente, en seguida el docente le pregunta que procedimiento hiciste para resolver el problema. El estudiante dijo lo siguiente: prime ro identifique los valores que tiene a, b, c donde: a= -1, b= 6, c= 0, en seguida reemplace a la ecuación donde $k = \frac{6^2+4\,(-1)\,(0)}{4(-1)} = \frac{36}{-4} = 9, \quad H = \frac{-6}{2(-1)} = \frac{-6}{-2} = 3$ en seguida una vez encontrado el vértice inicie a tabular de la siguiente forma:
<table>
<tr><td>X</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>Y</td><td>5</td><td>8</td><td>9</td><td>8</td><td>5</td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

Y por último grafique la función. Luego el estudiante indica responde las preguntas dadas del problema, lo siguiente

a) Grafique el salta del delfín.



$F(t) = -t^2 + 6t + 0$

$a=-1 \quad b=6 \quad c=0$

$k = \frac{6^2 + 4(-1)(0)}{4(-1)} = \frac{36}{-4} = 9$

$h = \frac{-6}{2(-1)} = \frac{-6}{-2} = 3$

x	1	2	3	4	5
y	5	8	9	8	5

la altura del delfin en 2 segundos es 8 m

la altura maxima es 9 m en 3 segundos

b) Calcule la altura que alcanza el delfín en 2 segundos de haber saltado. La respuesta del estudiante es lo siguiente: La altura del delfín en 2 segundos es 8m.

c) Calcula la altura máxima que alcanza el delfín y en que instante. La altura máxima es 9m en 3 segundos, luego una vez terminado de revisar, dio por finalizado la sesión el docente.

Fuente: *Anexo 1*

4.1.3 Interpretación de la configuración de objetos y procesos matemáticos intervinientes del desarrollo de la sesión de clases de funciones cuadráticas

Lenguajes matemáticos: *En la sesión S1 se identifica objetos verbales de forma interrogativa por ejemplo ¿Cómo o de qué forma es la gráfica de una función cuadrática?, los estudiantes responden de forma parabólica.*

En S2 se observa lenguaje verbal y representación simbólica de los objetos matemáticos, por ejemplo $f(x) = 2 - x^2$*, es una representación simbólica.*

En S3 de la misma forma se observa que el docente hace el uso del lenguaje verbal, simbólico y gráfico.

En las tres sesiones observadas se hace un análisis minucioso donde se identifican objetos de representaciones verbales, gráficas y simbólicas. Pero sin embargo no son usados los objetos matemáticos de manera predetermina y adecuada porque el docente demuestra un lenguaje coloquial.

Situaciones- problemas: *En S1 no se adecua la situación problemática de acuerdo a lo que propone el EOS.*

En S2 se observa una situación de aplicación de la práctica de béisbol, pero, sin embargo, no representa una situación contextualizada.

En S3 se observa situación de aplicación de las funciones cuadráticas, pero esto no muestra una situación contextualizada al nivel educativo.

En las tres sesiones observadas se identificó situaciones de ejercitación y aplicación, pero no se observó una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización.

Reglas (conceptos, Definiciones, proposiciones, procedimientos): *En S1 se ha identificado objetos matemáticos de conceptos, definiciones, proposiciones y enunciados por ejemplo la palabra función cuadrática es un concepto matemático.*

En S2 se observa de la misma forma conceptos matemáticos y enunciados por ejemplo un enunciado es el dominio de una función y se expresa de la siguiente manera: Df(x), si hablamos de ello estamos hablando del eje de las abscisas (x) y el rango se expresa de *la siguiente forma R(fx) y si hablamos de ello estamos hablando del eje de las ordenadas (y).*

En S3 se ha identificado procedimiento adecuada y articulada de un estudiante al resolver problema de funciones cuadráticas pero sin embargo hay objetos matemáticos de usos inadecuados como por ejemplo donde $k = \frac{6^2+4\,(-1)\,(0)}{4(-1)} = \frac{36}{-4} = 9$ *al respecto no indico nada el docente.*

En las tres sesiones observadas se identificado algunos objetos y no se observa un procedimiento adecuado en S1 y S2.

Argumentos: *En S1 el docente argumenta en el desarrollo del ejercicio* $f(x) = 2x^2 + 8$ *pero sin embargo no se muestra una argumentación y justificación adecuada por lo tanto los estudiantes desconocen por completo graficar la función cuadrática e identificar los objetos previos al desarrollo.*

En la S2 la argumentación y justificación es inadecuada porque no reconocen los objetos matemáticos y se hace el uso inadecuado, donde el docente no hizo intervención al caso.

En la S3 la argumentación es poco adecuada y articulada.

Proceso de materialización-idealización: *En las sesiones observadas se ha identifica los objetos ostensivos donde se muestra algunos objetos simbólicos como por ejemplo* $f\,(x) = ax^2 + bx + c$*; donde las letras a, b y c se llaman coeficientes de la función; y estos intervienen en los objetos no ostensivos de materialización y también se observa en S3 el proceso de idealización de objeto no ostensivo. Al plantear el docente hace la siguiente pregunta: ¿en qué dirección va la gráfica de cada una de las funciones? En seguida participa un estudiante y dice lo siguiente: la gráfica de la función depende del* *signo que lleva el coeficiente del término cuadrático, si es positivo la parábola es abierta hacia arriba, si fuera negativo la parábola es abierta hacia debajo de la misma forma se observa el proceso de materialización. En este proceso está relacionado de manera sistemática con los objetos de lenguaje.*

Proceso de particularización-generalización: *En las sesiones observadas se muestra algunos procesos de particularización por ejemplo, en S3 se identificó el proceso de particularización de la siguiente forma: Un delfín realiza un salto talque su trayectoria parabólica está dada por la función cuadrática* $f(t) = -t^2 + 6t, 0 \leq t \leq 6$, *donde t representa el tiempo en segundo f(t) la altura en metros que alcanza el delfín en determinado instante, pero sin embargo no se muestra el proceso de generalización.*

Proceso de descomposición-reificación: *En las sesiones observadas se ha identificado los procesos de reificación como: su forma general* $f(x) = ax^2 + bx + c$; *vértice V= (h, k) donde* $h = \frac{-b}{2a}$, $K = \frac{-b^2+4ac}{4a}$, *también se ha identificado el proceso de descomposición por ejemplo "se llama función cuadrática a la función matemática que se puede expresar como una ecuación que tiene la siguiente forma* $f(x) = ax^2 + bx + c$; *Las letras a, b y c se llaman coeficientes de la función".*

Proceso de representación-significación: *En las sesiones observadas se hace una representación, simbólica y gráfica, por ejemplo. V= (h, k) donde;* $h = \frac{-b}{2a}$, $K = \frac{-b^2+4ac}{4a}$, *es una representación simbólica y se identificó asignación de significados matemáticos de la siguiente forma la gráfica de la función depende del signo que lleva el coeficiente del término cuadrático, si es positivo la parábola es abierta hacia arriba, si fuera negativo la parábola es abierta hacia abajo.*

Proceso de personalización-institucionalización: *En las sesiones observadas se a identificados algunos procesos de personalización en donde el estudiante participaba y no se ha observado el proceso de institucionalización, así mismo en su mayoría se ha observado la falta de compromiso al aprender la resolución de funciones cuadráticas.*

4.2 DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Para la discusión de resultados se tomó en cuenta antecedentes sobre el EOS como artículos y trabajos de investigación con referente a nuestra investigación.

El EOS ha resultado ser una herramienta valiosa para entender las complejidades de los procesos de enseñar y aprender matemáticas como afirma Torres (2011), así mismo los diferentes niveles o categorías de análisis permiten diferenciar todo lo que está involucrado en una clase de matemáticas como: situación problema, lenguaje, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos, interacciones y procesos matemáticos; donde se observan conflictos semióticos que están relacionados con dificultades de los estudiantes, también han sido documentados en otras investigaciones realizado por Pochulu y Font (2011), Markiewicz y Etchegaray (2017). De la cual en las sesiones de clases observadas de funciones cuadráticas se evidenciaron un bajo grado de idoneidad epistémica vale decir las configuraciones de los objetos y procesos matemáticos no son articuladas, puesto que no cumplen con la mayoría de los componentes de las categorías propuestos y referenciados por el EOS, tal como lo detallamos en el análisis a partir de la tabla N° 1. De donde se puede apreciar la ausencia de situaciones de problemas contextualizadas y escaso uso de lenguaje gráfico y lenguaje algebraico, falta de argumentos, procedimientos matemáticos, relaciones articuladas y escaso uso de propiedades adecuadas. Así mismo también no se han identificado con claridad los procesos matemáticos planteado por el EOS, esto quiere decir el docente usa sus propios procesos matemáticos en la cual se presenta determinadas dificultades en la enseñanza y aprendizaje de la matemática. De la cual podemos afirmar que los estudiantes tienen problemas para entender la resolución de problemas de funciones cuadráticas desde el punto de vista de la institución matemática, generan el bajo grado de idoneidad epistémica.

Por una parte, consideramos que este bajo grado de idoneidad epistémica de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos intervinientes en la sesión de clases, es uno de los factores que influye en el hecho que, cuando los estudiantes egresan de la educación secundaria pública e ingresan inmediatamente en la educación superior, encuentran muchas dificultades para desarrollar las tareas matemáticas contextualizadas. Así mismo también se evidencian en las evaluaciones censales de educación básica regular un bajo nivel de aprendizaje en las matemáticas. Por otra parte, como se afirma en Font et al. (2010), Pochulu y Font (2011), el modelo de análisis didáctico aplicado en este trabajo puede ser útil para el colectivo de profesores interesados en reflexionar sobre su propia práctica donde permitieron realizar un análisis didáctico sistemático para la descripción, explicación y valoración de episodios de clases de matemáticas.

Así mismo, en el trabajo realizado por Torres (2016), el resultado obtenido de la investigación permite analiza la actividad de modificación de problemas y fue motivadora para los estudiantes, donde permitió un mejor desempeño en el desarrollo de la sesión de clase, y la metodología utilizada en esta investigación es de tipo cualitativa, diseño de investigación estudio de casos. En conclusión, el trabajo con profesores en servicio mediante talleres de creación de problemas provee más sesiones de trabajo para que los participantes estén mejor familiarizados con las nociones del análisis didáctico propuestas por el EOS, en particular con la elaboración de configuraciones de objetos y el análisis de la práctica matemática.

En consecuencia, el docente de educación secundaria, debe tener una competencia matemática, para resolver los problemas de situaciones reales de forma sistemática y articulada. Desde el punto de vista de la enseñanza y aprendizaje, el docente debe ser capaz de analizar la actividad matemática al resolver los problemas, identificando los objetos y procesos matemáticos que intervienen en el desarrollo de la sesión de clase, así mismo el análisis de los propios conocimientos matemáticos, implica adoptar una visión amplia que reconozca el papel central de la resolución de problemas en la generación del conocimiento. Por lo que es necesario tener un conocimiento sistemático.

V. CONCLUSIONES

PRIMERA: Los diferentes niveles de análisis permitieron diferenciar todo lo que está involucrado en una clase de matemáticas (situación problema, lenguaje, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos, interacciones y procesos matemáticos) donde se observan conflictos semióticos que están relacionados con dificultades de los estudiantes, así mismo también han sido documentados en otras investigaciones realizado por Pochulu y Font (2011). De la cual en las sesiones de clases observadas de funciones cuadráticas se evidenciaron un bajo grado de idoneidad epistémica vale decir las configuraciones de los objetos y procesos matemáticos no son articuladas, puesto que no cumplen con la mayoría de los componentes de las categorías propuestos y referenciados por el EOS.

SEGUNDA: Se ha realizado una descripción sistemática y articulada de los aspectos más importantes del desarrollo de las sesiones de funciones cuadráticas, como los objetos y procesos matemáticos que intervinieron en el desarrollo de las sesiones son: situación problema, lenguaje, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos, y procesos matemáticos; de donde se puede apreciar la ausencia de situaciones de problemas contextualizadas y escaso uso de lenguaje gráfico y lenguaje algebraico, falta de argumentos, procedimientos matemáticos, relaciones articuladas y escaso uso de propiedades adecuadas. Así mismo también no se han identificado con claridad y carecen de las configuraciones de los procesos matemáticos planteado por el EOS, así mismo se observaron conflictos semióticos que están relacionados con dificultades en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, para ello se ha usado una metodología de observación, que ha consistido en aplicar los constructos del marco teórico adoptado. Dicho marco nos ha servido de guía y proporcionado las herramientas para observar los objetos y procesos matemáticos, desde la perspectiva ontosemiótica.

TERCERA: Se ha identificado los objetos y procesos matemáticos que intervinieron en el desarrollo de las sesiones de funciones cuadráticas como las situaciones problema, lenguaje, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos, y procesos matemáticos; donde se observan conflictos semióticos y lo detallamos en el análisis a partir de la tabla N° 1. De donde se evidencian carencias de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos en el desarrollo de la sesión de clase.

CUARTA: El análisis que hemos llevado a cabo, además de identificar y categorizar es interpretar los diversos objetos y procesos matemáticos, en la cual se presentaron determinadas dificultades en la enseñanza y aprendizaje, tal como afirmar muestra la investigación sobre el desarrollo de las funciones cuadráticas, que los estudiantes tienen problemas para entender la resolución de funciones cuadráticas y se observan, entre otras evidencias, a través de las configuraciones semióticas descritos en el análisis de la descripción falta la aplicación y conocimiento de propuestas metodologías en el desarrollo de las sesiones de clases que evidencian conflictos semióticos parecidos que no son resueltos y generarán dificultades.

VI. RECOMENDACIONES

PRIMERA: Se sugiere realizar investigaciones en base al análisis didáctico que propone el EOS, aplicado en este trabajo. Ya que es útil para la investigación sobre la práctica docente de los profesores de matemática, también puede ser útil para hacer la reflexión sobre su propi práctica, porque es un problema persistente en la educación el aprendizaje de la matemática.

SEGUNDA: Se sugiere realizar una investigación de esta índole y realizar una descripción sistemática y aplicar los constructos del marco teórico del EOS. Dicho marco sirve de guía y proporciona las herramientas para observar los objetos y procesos matemáticos, desde la perspectiva ontosemiótico.

TERCERA: Se sugiere realizar investigación en marco al EOS y realizar su respectiva categorización de los objetos y procesos matemáticos para identificar y analizar los conflictos semióticos que están relacionados con dificultades en la enseñanza y aprendizaje de la matemática.

CUARTA: Se sugiere realizar una investigación sistemática para poder interpretar minuciosamente sobre el desarrollo de las funciones cuadráticas, ya que los estudiantes tienen problemas para entender la resolución de funciones cuadráticas y se observan, entre otras evidencias, a través de las configuraciones semióticas descritos en esta investigación. Así mismo podemos afirmar que la falta de aplicación de conocimiento y la falta de propuestas metodologías de las matemáticas trae como consecuencia dificultades en el aprendizaje de la matemática ya que existen conflictos semióticos parecidos que no son resueltos y generarán dificultades.

VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Álvarez Cortes, R. (2012). Incidencia de las mediaciones pedagógicas en los procesos de enseñanza y aprendizaje del concepto de función cuadrática - Incidence of pedagogical mediations in teaching and learning processes of quadratic function concept. 86. Recuperado de http://bdigital.unal.edu.co/9102/1/8410501.2012.pdf

Aznar, M., Moler, E. y Pesa, M. (2017). Conversiones de representaciones de números complejos desde la perspectiva del Enfoque Ontosemiótico. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos. Recuperado de* http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos/aznar.pdf

Dauster, F., y Carter, B. G. (1960). Las técnicas de Análisis de Contenido: *Una revisión actualizada. Hispania, 43(2), 296. Recuperado de* https://perio.unlp.edu.ar/tesis/sites/perio.unlp.edu.ar.tesis/files/S200103-Las%20t%C3%A9cnicas%20de%20An%C3%A1lisis%20de%20Contenido%20-%20Una%20revisi%C3%B3n%20actualizada.pdf

D´amore, B. (2005). *Fases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la didáctica de la matemática*. Reberté ediciones, S. A. México.

Font, V. y Rubio, N. V. (2017). Procesos matemáticos en el Enfoque Ontosemiótico. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos. Recuperado de* file:///C:/Users/PC08/Downloads/fontciveos.pdf

Giacomone, B., Danilo Díaz-Levicoy, D., y Godino, J. (2018) Análisis Ontosemiótico de Tareas que Involucran Gráficos Estadísticos en Educación Primaria. *Derechos Reservados ©. Revista digital Matemática, Educación e Internet*.n. 1, v. 18. Recuperado de http://revistas.tec.ac.cr/index.php/matematica/article/view/3256/2956

Godino, J. D. (2012). Origen Y Aportaciones De La Perspectiva Ontosemiótica De Investigación En Didáctica Matemática. Investigación En Educación Matemática XVI, 49–68. *Recuperado de* https://www.ugr.es/~jgodino/eos/origen_EOS_Baeza_2012.pdf

Godino, J. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Este trabajo corresponde a una conferencia paralela dictada en la XIII CIAEM, celebrada en Recife, Brasil el año 2011. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. V. 8. Número 11. P. 111-132. Costa Rica. *Recuperado de* https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/download/14720/13965

Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2007). Un Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *The onto-semiotic approach to research in mathematics education. ZDM. The International Journal on Mathematics Education, 39 (1-2), 127-135. Recuperado de* http://funes.uniandes.edu.co/558/1/sintesis_eos_10marzo08.pdf

Godino, J., Giacomone, B., Batanero, C., y Font, V. (2017). Enfoque Ontosemiótico de los Conocimientos y Competencias del Profesor de Matemáticas: Onto-Semiotic Approach to Mathematics Teacher's Knowledge and Competences. Bolema, *Rio Claro (SP),* v. 31, n. 57, p. 90 – 113. *Recuperado de* http://www.scielo.br/pdf/bolema/v31n57/0103-636X-bolema-31-57-0090.pdf

Hernández, S., R. (2014). *Metodología de la investigación*, mcgraw-hill / INTERAMERICANA EDITORES, S.A. México.

Herrera, C. D. (2018). Investigación cualitativa y análisis de contenido temático. Orientación intelectual. Revista General de Información y Documentación, 28(1), 119–142. Recuperado de file:///C:/Users/ASUS/Downloads/60813-Texto%20del%20art%C3%ADculo-4564456553017-5-10-20180720%20(1).pdf

Jiménez, V. y Chaves, Comet, C. (2016). Los estudios de casos como enfoque metodológico -Case studies as a methodological approach. *ACADEMO Revista de Investigación en Ciencias Sociales y Humanidades*, Vol. 3 Nro. 2. *Recuperado de* file:///C:/Users/ASUS/Downloads/Dialnet-LosEstudiosDeCasosComoEnfoqueMetodologico-5757749.pdf

Markiewicz, M. E. y Etchegaray, S. C. (2017). Análisis de objetos, procesos y conflictos semióticos en prácticas algebraicas de primer año de la universidad. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M.M. Gea, B. Giacomone y M. M. López (Eds.), *Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos. Recuperado de* http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos/markiewicz.pdf

Parra-Urrea, Y. y Pino-Fan, L. (2017). Análisis Ontosemiótico de los libros de texto chilenos: el caso de la noción de función. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Recuperado de http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos/parra.pdf

Piñuel Raigada, J. L. (2002). Epistemología, metodología y técnicas del análisis de contenido. Estudios de Sociolinguística, 3(1), 1–42. Recuperado de https://www.ucm.es/data/cont/docs/268-2013-07-29-Pinuel_Raigada_AnalisisContenido_2002_EstudiosSociolinguisticaUVigo.pdf

PISA, (2015). Resultados Clave © OCDE 2016 *recuperado de* https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus-ESP.pdf

Pochulu, M., Font, V. (2011). Análisis del funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 14 (3), 361-394. *Recuperado de* http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v14n3/v14n3a5.pdf

Prueba Pisa (2015). ¿Cómo le fue a Perú respecto al resto de América? *Recuperado de* http://rpp.pe/politica/estado/pisa-2015-como-quedo-el-peru-en-comparacion-con-otros-paises-evaluados-noticia-1014665

Rojas, T., A. y Rojas, B. (2009). Perspectivas teóricas y epistemológicas de la investigación cualitativa en educación: ideas básicas para su comprensión. Educare volumen 13 Nº 1 ISSN: 13166212. *Recuperado de* file:///C:/Users/ASUS/Downloads/219-587-1-PB%20(3).pdf

Rojas, P. J. (2015). Objetos matemáticos, representaciones semióticas y sentidos. Enseñanza de las Ciencias, 33.1, pp. 151- 165. *Recuperado de* https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/viewFile/288576/376859

Torres, W. (2011). El Enfoque Ontosemiótico para la investigación en educación matemática: Una reflexión crítica. *Cuaderno de investigación en la educación,* ISSN 1540-0786, n. 26, p. 54-69. *Recuperado de* file:///C:/Users/ASUS/Downloads/13317-12964-1-PB.pdf

Torres, N., C. (2016). Creación de problemas sobre funciones cuadráticas por profesores en servicio, mediante una estrategia que integra nociones del análisis didáctico. *Recuperado de* file:///c:/users/dos/downloads/torres_ninahuanca_carlos_creacion_de_problemas.pdf

ANEXOS

Anexo 1

Guía de observación de la sesión de funciones cuadráticas

Paradigma: hermenéutico interpretativo, enfoque: cualitativo, tipo o diseño: estudio de casos, técnica: observación e instrumento: ficha de observación

Docente observado: ……………………………………………………………

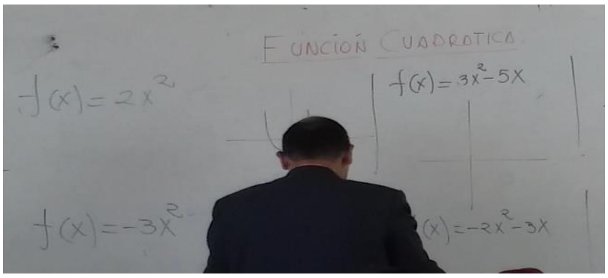
Sesión de aprendizaje observada: ………………………………………………

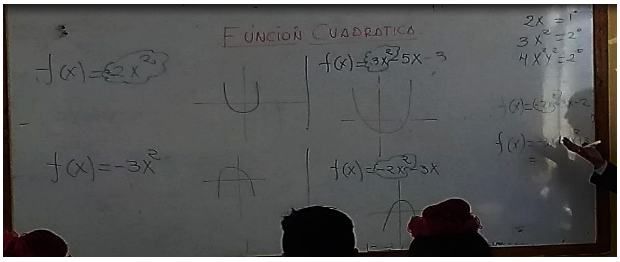
Categorías	**ITEMS o Reactivos de observación**
Lenguajes	¿El docente usa diferentes expresiones algebraicas como representaciones verbales, gráficas, tabulares y simbólicas de funciones cuadráticas?
Situaciones-problemas	¿El docente formula problemas contextuales de la aplicación de funciones cuadráticas?
Reglas(conceptos, Definiciones, proposiciones, procedimientos)	¿El docente demuestra conocimientos adaptado al nivel educativo como las definiciones, conceptos y procedimientos de funciones cuadráticas? ¿El docente presenta los enunciados y procedimientos fundamentales de ecuaciones cuadráticas? ¿El docente promueve la generación del nuevo conocimiento de los estudiantes en definiciones proposiciones y procedimientos matemáticos?
Argumentos	¿El docente justifica y adecúa las explicaciones, comprobaciones y demostraciones al nivel educativo que se dirige?

	¿El docente promueve la argumentación de los estudiantes de las expresiones matemáticas?
Proceso de materialización-idealización	¿El docente representa objetos ostensivos como símbolos gráficos y representaciones matemáticas de las funciones cuadráticas? ¿El docente representa objetos no ostensivos como conceptos proposiciones de las funciones cuadráticas, etc.?
Proceso de particularización-generalización	¿El docente propone un problema específico de funciones cuadráticas, a partir de ello generaliza un conjunto de objetos matemáticos?
Proceso de descomposición-reificación	¿El docente presenta un problema global donde puede descomponerse y redificar es decir, vistos como objetos unitarios a fin de ser aplicados a la resolución de nuevos problemas de funciones cuadráticas?
Proceso de representación-significación	¿El docente representa atribuye significados a las expresiones de funciones cuadráticas de las representaciones de objetos y procesos matemáticos?
Proceso de personalización-institucionalización	¿El docente promueve lograr que los estudiantes asuman resolver problemas de funciones cuadráticas y promover la institucionalización de los objetos personales?

Anexo 2

Descripción en base a las categorías del análisis de contenido de las sesiones de clases de funciones cuadráticas

Categorías	**Descripción**
Lenguajes	**S1: Representación verbal.** El docente hace la siguiente interrogante ¿Cómo o de qué forma es la gráfica de una función cuadrática?, los estudiantes responden de forma parabólica. **S2: Representación verbal.** ¿Cómo o de qué forma es la gráfica de una función cuadrática?, los estudiantes responden de forma parabólica, también hace la siguiente pregunta ¿en qué sentido van la gráfica de cada uno de las funciones? Y responde el docente mismo, indicando depende del signo que tiene el de mayor exponente, si es negativo la parábola es abierta hacia abajo y si es positivo es abierta hacia arriba. **Representación simbólica.** En seguida el docente formula tres ejercicios de la siguiente manera: $f(x) = -2x^2 + 2$, $f(x) = 2x^2 - 2x$, $f(x) = 2 - x^2$; **S3: Representación simbólica.** 

	Representación verbal. Al plantear el docente hace la siguiente pregunta: ¿en qué dirección va la gráfica de cada una de las funciones? En seguida participa un estudiante y dice lo siguiente: la gráfica de la función depende del signo que lleva el coeficiente del término cuadrático, si es positivo la parábola es abierta hacia arriba, si fuera negativo la parábola es abierta hacia abajo. En seguida el docente le dijo muy bien. **Representación simbólica y gráfica.** El docente grafica cada una de las parábolas de la siguiente forma: 
Situaciones-problemas	**S1: Situación de ejercicio.** El docente plantea un ejercicio de la siguiente forma: Graficar la función $f(x) = 2x^2 + 8$; así mismo hace la siguiente pregunta a los estudiantes, ¿qué necesito para hacer mi gráfica? Y los estudiantes responden necesito la recta numérica en forma de cometer el desorden luego se responde el docente mismo. Me dijeron fácil pues profesor primero se tabula, **S2: Situación de aplicación.** Práctica de béisbol e indica lo siguiente: un grupo de amigos juegan en un campo deportivo. En

	un momento del juego, cesar dio un golpe tan fuerte a la pelota que esta realizó una trayectoria vertical, cuyo desplazamiento en metros a partir del impacto está determinado por la expresión $d\ (t) = 16t - 2t^2$, donde t es el tiempo de segundos, ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota? ¿En qué intervalo de tiempo la pelota asciende y desciende? **S3: Situación de aplicación**. Un delfín realiza un salto talque su trayectoria parabólica está dada por la función cuadrática $f(t) = -t^2 + 6t, 0 \leq t \leq 6$, donde t representa el tiempo en segundo f(t) la altura en metros que alcanza el delfín en determinado instante. a) Grafique el salta del delfín. b) Calcule la altura que alcanza el delfín a los 2 segundos de haber saltado. c) Calcula la altura máxima que alcanza el delfín y en que instante.
Reglas(conceptos, Definiciones, proposiciones, procedimientos)	**S1: Concepto.** ¿Qué es una **función cuadrática**? **Definición.** Se llama función cuadrática a la función matemática que se puede expresar como una ecuación que tiene la siguiente forma: $f\ (x) = ax^2 + bx + c$; Las letras a, b y c se llaman coeficientes de la función.

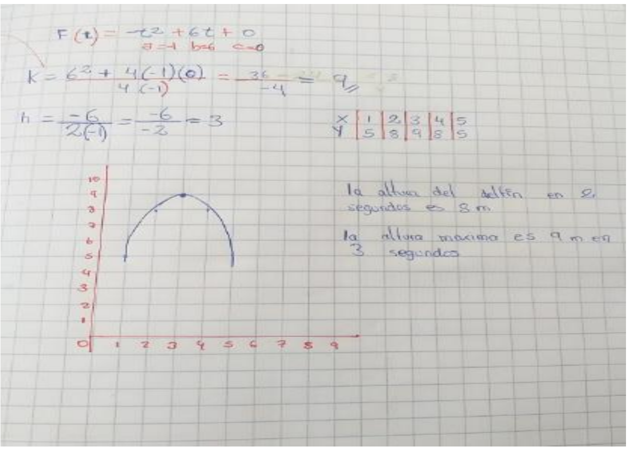
	Proposición. El docente hace la siguiente pregunta a los estudiantes, ¿qué necesito para hacer mi grafica? los estudiantes responden necesito la recta numérica en forma de cometer el desorden luego se responde el docente mismo. Me dijeron fácil pues profesor primero se tabula. **Enunciado.** Después de terminar de resolver el docente indica calcula el dominio y rango de la función y anota en la pizarra indicando que el dominio de una función se expresa así: Df(x), si hablamos de ello estamos hablando del eje de las abscisas (x) y el rango se expresa de la siguiente forma R(fx) y si hablamos de ello estamos hablando del eje de las ordenadas (y). luego el docente anota lo siguiente: $\mathbf{Df}(\mathbf{x}),=]-\infty,+\infty[$; $\mathbf{R}(\mathbf{fx})=[8,+\infty[$ **S2: Enunciado** El docente formula tres ejercicios de la siguiente manera: $f(x)=-2x^2+2$, $f(x)=2x^2-2x$, $f(x)=2-x^2$; luego hace la siguiente pregunta ¿en qué sentido van la gráfica de cada uno de las funciones? Así mismo responde, indicando depende del signo que tiene el de mayor exponente, si es negativo la parábola es abierta hacia abajo y si es positivo es abierta hacia arriba. **S3: Procedimiento**. Los estudiantes empiezan a desarrollar en sus cuadernos el problema, luego el docente indica presentar su cuaderno el que resolvió el problema y levanta la mano y se

acercó un estudiante hacia el docente, en seguida el docente le pregunta que procedimiento hiciste para resolver el problema. El estudiante dijo lo siguiente: primero identifique los valores que tiene a, b, c donde: a= -1, b= 6, c= 0, en seguida reemplace a la ecuación donde $\mathrm{k} = \frac{6^2+4\,(-1)\,(0)}{4(-1)} = \frac{36}{-4} = 9$, $\mathrm{H} = \frac{-6}{2(-1)} = \frac{-6}{-2} = 3$, en seguida una vez encontrado el vértice inicie a tabular de la siguiente forma:

X	1	2	3	4	5
Y	5	8	9	8	5

Y por último grafique la función. Luego el estudiante indica responde las preguntas dadas del problema, lo siguiente

a) Grafique el salta del delfín.



$F(t) = -t^2 + 6t + 0$
$a=-1 \quad b=6 \quad c=0$

$k = \frac{6^2 + 4(-1)(0)}{4(-1)} = \frac{36}{-4} = 9$

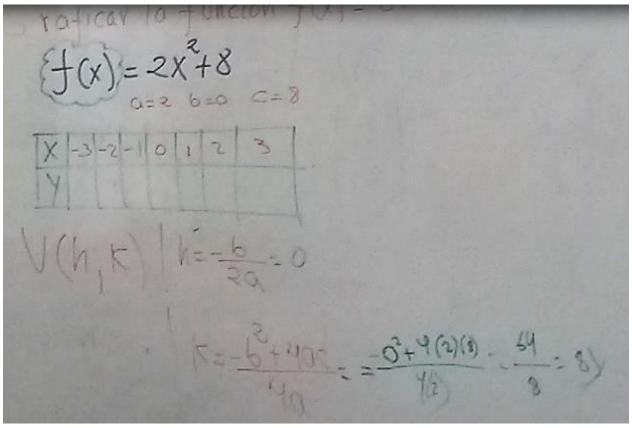
$h = \frac{-6}{2(-1)} = \frac{-6}{-2} = 3$

x	1	2	3	4	5
y	5	8	9	8	5

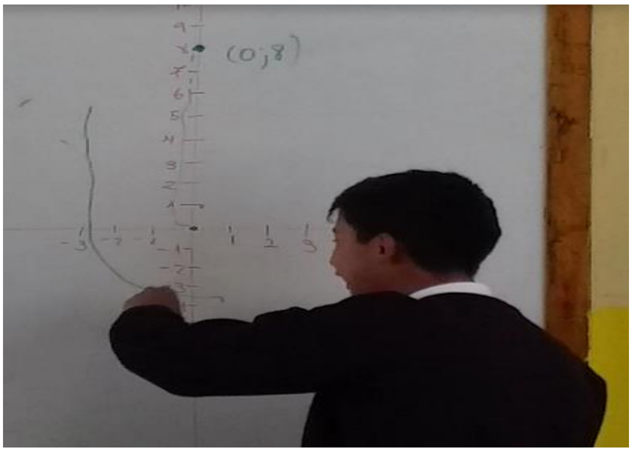
la altura del delfín en 2 segundos es 8 m

la altura maxima es 9 m en 3 segundos

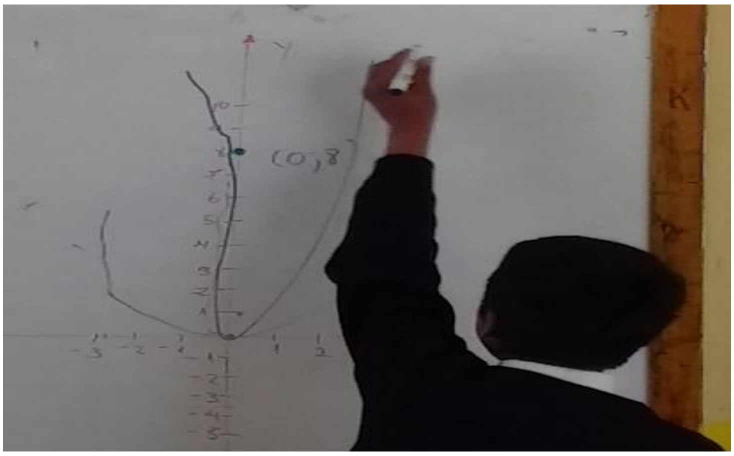
<table>
<tr>
<td></td>
<td>
<p>b) Calcule la altura que alcanza el delfín en 2 segundos de haber saltado. La respuesta del estudiante es lo siguiente: La altura del delfín en 2 segundos es 8m.</p>
<p>c) Calcula la altura máxima que alcanza el delfín y en que instante. La altura máxima es 9m en 3 segundos.</p>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Argumentos</td>
<td>
<p>S1: El docente inicia tabular de la siguiente manera dando valores a x, también indica que toda esta expresión f(x) $= 2x^2 + 8$; es igual a y $= 2x^2 + 8$.</p>
<table>
<tr><td>X</td><td>-3</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Y</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
<p>Luego el docente indica si hago este tipo de trabajo no le va dar el grafico adecuadamente. Entonces indica primero partir encontrando el vértice de la función y es igual V= (h, k) donde $h = \frac{-b}{2a}, K = \frac{-b^2+4ac}{4a}$. Así mismo también indica para encontrar los valores de a, b, c; se tiene que ordenar la expresión de mayor grado a menor grado del exponente y una vez encontrado los valores de a, b, c; donde a=2, b=0, c=8; luego el docente saca a la pizarra a un estudiante para calcular el vértice de la función, luego el estudiante inicia a reemplazar los valores para encontrar el vértice en la ecuación de la siguiente forma:</p>
</td>
</tr>
</table>



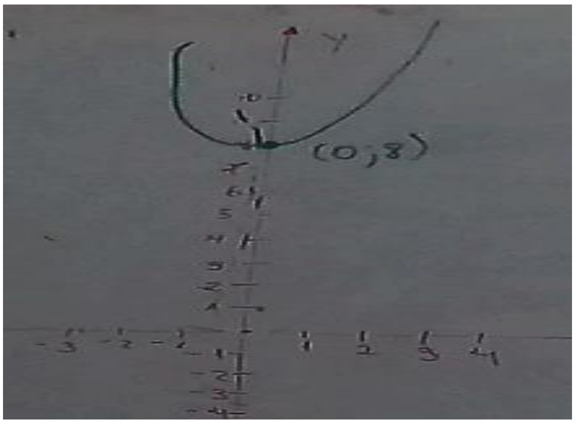
Luego el docente indica a otro estudiante para graficar la parábola, el estudiante grafica de la siguiente forma:



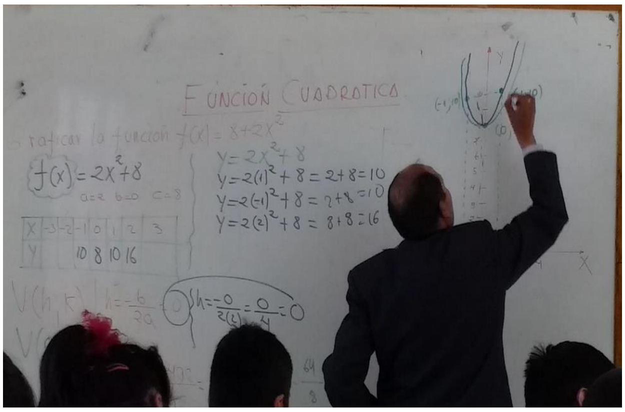
en seguida el docente pide a un voluntario de los estudiantes y hace la siguiente gráfica:



En seguida el docente pregunta a los estudiantes en base a las gráficas lo siguiente ¿es correcto o no la gráfica que hizo sus compañeros? Los estudiantes no respondieron, luego el docente inicia a graficar de la siguiente forma:



Luego completa con la tabulación y rectifica la gráfica mostrada



S2: Los estudiantes trabajan en grupos durante 30 minutos luego los estudiantes del primer grupo salen a la pizarra a demostrar la práctica realizada a acompañado de un papelote y respondiendo las siguientes interrogantes:

12. **¿Qué datos se conocen?** $d\ (t) = 16t - 2t^2$=t=tiempo
13. **¿de qué depende la altura que alcanza la pelota en un determinado momento?** De la fuerza de la trayectoria.
14. **¿Qué tipo de gráfica representa el recorrido de la pelota? P**arabólica, plano cartesiano.
15. **¿Qué tienes que averiguar?** La altura máxima que alcanza la pelota en que asciende y desciende.
16. **¿Qué aras primero? p**lantear los datos principales.
17. **¿qué procedimiento seguirás para calcular la altura máxima de la pelota?** La función cuadrática.

18. **¿Porque después de un tiempo determinado el objeto empieza a descender?** A mayor fuerza mayor distancia.

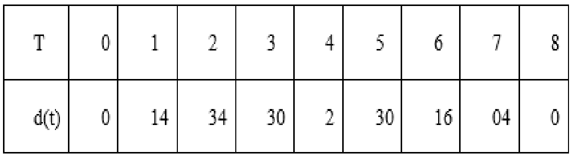
19. **Si se conoce el momento en que la pelota alcanza su máxima altura. ¿cómo se puede hallar dicha altura?** Según su método.

20. **¿el tiempo que asciende la pelota es diferente al tiempo que desciende?** Si, según la fuerza se define.

21. **¿en qué tiempo la pelota alcanza su máxima altura? ¿en qué intervalo de tiempo la pelota asciende y desciende? Muestra su proceso.**

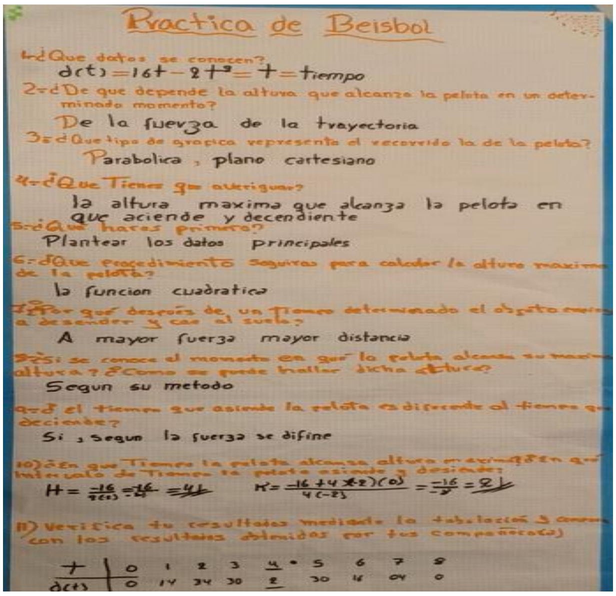
$$\mathrm{H} = \frac{-16}{2(-2)} = \frac{-16}{-4} = 4 \quad \mathrm{k} = \frac{-16+4(-2)\,(0)}{4(-2)} = \frac{-16}{-8} = 2$$

1. **Verifica tus resultados mediante la tabulación y compara con los resultados obtenidos por sus compañeros.**



T	0	1	2	3	4	5	6	7	8
d(t)	0	14	34	30	2	30	16	04	0

Luego al terminar de presentar el primer grupo el docente indica presentar el trabajo con sus respectivos nombres ya que es cambio de hora y así dio por terminado la sesión el docente.

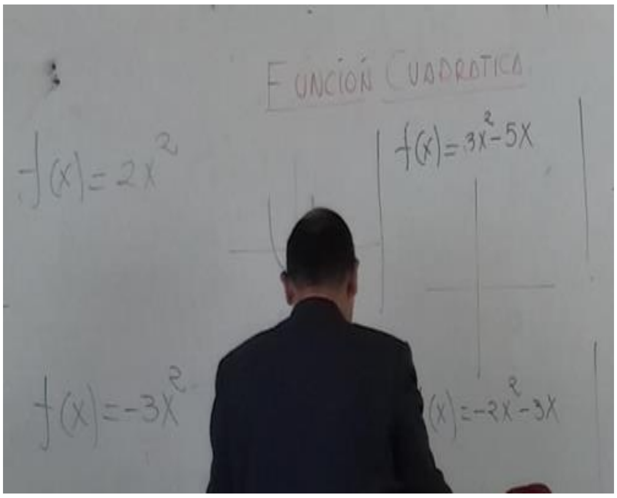
	 Practica de Beisbol 1.-¿Que datos se conocen? d(t) = 16t – 2t² = t = tiempo 2.-¿De que depende la altura que alcanza la pelota en un determinado momento? De la fuerza de la trayectoria 3.-¿Que tipo de grafica representa el recorrido la de la pelota? Parabolica, plano cartesiano 4.-¿Que Tienes que averiguar? la altura maxima que alcanza la pelota en que aciende y decendiente 5.-¿Que haras primero? Plantear los datos principales 6.-¿Que procedimiento seguiras para calcular la altura maxima de la pelota? la funcion cuadratica A mayor fuerza mayor distancia Segun su metodo Si, segun la fuerza se difine **S3:** En seguida participa un estudiante y dice lo siguiente: la gráfica de la función depende del signo que lleva el coeficiente del término cuadrático, si es positivo la parábola es abierta hacia arriba, si fuera negativo la parábola es abierta hacia abajo.
Proceso de materialización-idealización	**S1: Objeto obstensivo.** $f(x) = ax^2 + bx + c$; donde las letras a, b y c se llaman coeficientes de la función; **Objeto no obstensivo.** $f(x) = 2x^2 + 8$; es igual a $y = 2x^2 + 8$. El dominio de una función se expresa así: Df(x), si hablamos de ello estamos hablando del eje de las abscisas (x) y el rango se expresa de la siguiente forma R(fx) y si hablamos de ello estamos hablando del eje de las ordenadas (y). Luego el docente anota lo siguiente: $\mathbf{Df}(\mathbf{x}),=]-\infty,+\infty[\,;\ \mathbf{R}(\mathbf{fx}) = [\mathbf{8},+\infty[$

S2: Objeto obstensivo. $f(x) = -2x^2 + 2$, $f(x) = 2x^2 - 2x$, $f(x) = 2 - x^2$;

$d\ (t) = 16t - 2t^2$, donde t es el tiempo de segundos.

Objeto no obstensivo. ¿Cómo o de qué forma es la gráfica de una función cuadrática?, los estudiantes responden de forma parabólica, en seguida el docente formula tres ejercicios de la siguiente manera: $f(x) = -2x^2 + 2$, $f(x) = 2x^2 - 2x$, $f(x) = 2 - x^2$; y también hace la siguiente pregunta ¿en qué sentido van la gráfica de cada uno de las funciones? Y responde el docente mismo, indicando depende del signo que tiene el de mayor exponente, si es negativo la parábola es abierta hacia abajo y si es positivo es abierta hacia arriba.

S3: Objeto obstensivo



Objeto no obstensivo. Al plantear el docente hace la siguiente pregunta: ¿en qué dirección va la gráfica de cada una

	de las funciones? En seguida participa un estudiante y dice lo siguiente: la gráfica de la función depende del signo que lleva el coeficiente del término cuadrático, si es positivo la parábola es abierta hacia arriba, si fuera negativo la parábola es abierta hacia abajo.
Proceso de particularización-generalización	**S1**: **Generalización.** No sea identificado **S2: Generalización.** No sea identificado **S3: Particularización.** Un delfín realiza un salto talque su trayectoria parabólica está dada por la función cuadrática $\mathrm{f(t)} = -\mathrm{t}^2 + 6\mathrm{t}, 0 \le \mathrm{t} \le 6$,donde t representa el tiempo en segundo f(t) la altura en metros que alcanza el delfín en determinado instante.
Proceso de descomposición-reificación	**S1: Reificación.** $\mathrm{f\,(x)} = \mathrm{ax}^2 + \mathrm{bx} + \mathrm{c};$ $\mathrm{f\,(x)} = 2\mathrm{x}^2 + 8;$ V= (h, k) donde $h = \frac{-b}{2a},$ $K = \frac{-b^2+4ac}{4a}.$ **Descomposición.** Se llama función cuadrática a la función matemática que se puede expresar como una ecuación que tiene

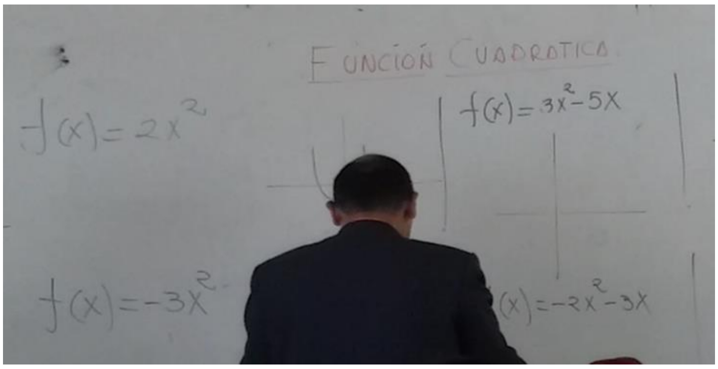
la siguiente forma: $f(x) = ax^2 + bx + c$; Las letras a, b y c se llaman coeficientes de la función.

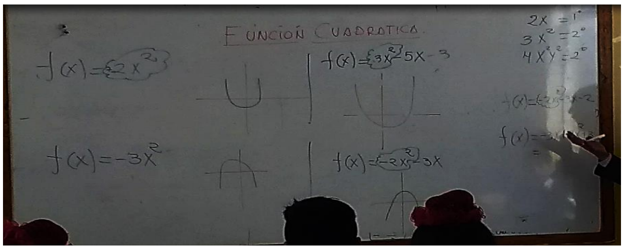
El docente indica si hago este tipo de trabajo no le va dar el grafico adecuadamente. Entonces indica primero partir encontrando el vértice de la función y es igual V= (h, k) donde $h = \frac{-b}{2a}$, $K = \frac{-b^2+4ac}{4a}$. Así mismo también indica para encontrar los valores de a, b, c se tiene que ordenar la expresión de mayor grado a menor grado del exponente y una vez encontrado los valores de a, b, c; donde a=2, b=0, c=8

S2: Reificación. $d(t) = 16t - 2t^2$,

Descomposición. En un momento del juego, cesar dio un golpe tan fuerte a la pelota que esta realizó una trayectoria vertical, cuyo desplazamiento en metros a partir del impacto está determinado por la expresión $d(t) = 16t - 2t^2$, donde t es el tiempo de segundos.

S3: Reificación.



	Descomposición. la gráfica de la función depende del signo que lleva el coeficiente del término cuadrático, si es positivo la parábola es abierta hacia arriba, si fuera negativo la parábola es abierta hacia abajo.
Proceso de representación-significación	**S1: Representación.** V= (h, k) donde $h = \frac{-b}{2a}, K = \frac{-b^2+4ac}{4a}$. **Significación.** Vértice **S2:** (no se mostró) **S3: Representación.**  **Significación.** La gráfica de la función depende del signo que lleva el coeficiente del término cuadrático, si es positivo la parábola es abierta hacia arriba, si fuera negativo la parábola es abierta hacia abajo.
Proceso de personalización-institucionalización	**S1: Institucionalización.** No sea identificado. **Personalización.** No sea identificado.

S2: Institucionalización. No sea identificado.

Personalización. No sea identificado.

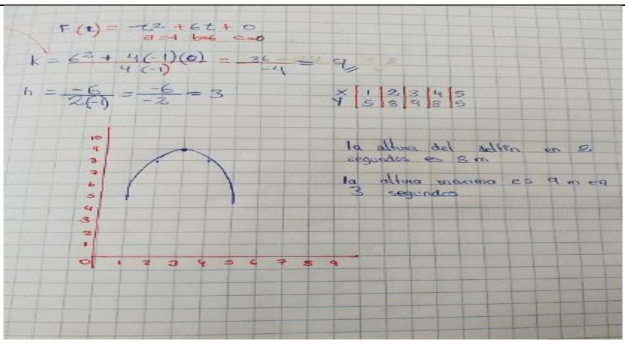
S3: Institucionalización. No sea identificado.

Personalización. En seguida un estudiante levanta la mano y se acercó hacia el docente, en seguida el docente le pregunta que procedimiento hiciste para resolver el problema. El estudiante dijo lo siguiente: prime ro identifique los valores que tiene a, b, c donde: a= -1, b= 6, c= 0, en seguida reemplace a la ecuación donde $k = \frac{6^2+4\,(-1)\,(0)}{4(-1)} = \frac{36}{-4} = 9$, $H = \frac{-6}{2(-1)} = \frac{-6}{-2} = 3$ en seguida una vez encontrado el vértice inicie a tabular de la siguiente forma:

X	1	2	3	4	5
Y	5	8	9	8	5

Y por último grafique la función. Luego el estudiante indica responde las preguntas dadas del problema, lo siguiente

a) Grafique el salta del delfín.

	 $F(t) = -t^2 + 6t + 0$ $a=-1 \quad b=6 \quad c=0$ $k = \frac{6^2 + 4(-1)(0)}{4(-1)} = \frac{36}{-4} = 9$ $h = \frac{-6}{2(-1)} = \frac{-6}{-2} = 3$ x: 1, 2, 3, 4, 5 y: 5, 8, 9, 8, 5 la altura del delfin en 2 segundos es 8 m la altura maximo es 9 m en 3 segundos **b) Calcule la altura que alcanza el delfín en 2 segundos de haber saltado.** La respuesta del estudiante es lo siguiente: La altura del delfín en 2 segundos es 8m. **c) Calcula la altura máxima que alcanza el delfín y en que instante.** La altura máxima es 9m en 3 segundos, luego una vez terminado de revisar, dio por finalizado la sesión el docente.