

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO
FACULTAD DE INGENIERÍA ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA



**ELECCIÓN DEL MEJOR MODELO ENTRE EL LOGÍSTICO,
GOMPERTZ Y BRODY PARA EL INCREMENTO DE PESO VIVO
SEGÚN SEXO EN ALPACAS SURI DEL CENTRO DE
INVESTIGACIÓN Y PRODUCCIÓN
QUIMSACHATA, INIA - PUNO 2019**
TESIS

PRESENTADA POR:

Bach. MARIA MARLENY ROMERO QUISPE

PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:

INGENIERO ESTADÍSTICO E INFORMÁTICO

PUNO – PERÚ

2019

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO
FACULTAD DE INGENIERÍA ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA ESTADÍSTICA E INFORMÁTICA

**ELECCIÓN DEL MEJOR MODELO ENTRE EL LOGÍSTICO, GOMPERTZ Y
 BRODY PARA EL INCREMENTO DE PESO VIVO SEGÚN SEXO EN
 ALPACAS SURI DEL CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y
 PRODUCCIÓN QUIMSACHATA, INIA - PUNO 2019**

TESIS PRESENTADA POR:

Bach. MARIA MARLENY ROMERO QUISPE

PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:

INGENIERO ESTADÍSTICO E INFORMÁTICO

APROBADO POR EL JURADO REVISOR CONFORMADO POR:



PRESIDENTE:

 Mg. EMMA ORFELINDA AZAÑERO DE AGUIRRE

PRIMER MIEMBRO:

 M.Sc. LEONID ALEMÁN GONZALES

SEGUNDO MIEMBRO:

 M.Sc. CESAR ENRIQUE YUPANQUI BENDITA

DIRECTOR/ASESOR:

 Dr. EDGAR ELOY CARPIO VARGAS

Área: Estadística
Tema: Regresión No Lineal

Fecha de Sustentación: 27 de noviembre del 2019

DEDICATORIA

Al Divino creador por darme la vida y bendición, otorgándome la oportunidad de vivir y por estar conmigo en cada paso que doy y alcanzar mis metas trazadas.

A mis queridos padres Pascacio Romero Balboa (+) y Gladys Quispe Fernández, por haberme formado y crecer como persona e inculcado en mí el ímpetu para salir adelante y alcanzar mis metas, apoyándome incondicionalmente.

A Roxana, Yony, Javier, Nélica, Betzabe y Evelyn mis hermanos por su aliento, apoyo y comprensión que me brindaron. Por motivarme a cumplir con cada objetivo trazado y estar pendiente siempre de mí.

A mis compañeros estudiantes de la Escuela Profesional de Ingeniería Estadística e Informática del área de estadística quienes podrían leerlo, el presente trabajo de investigación.

A los docentes de la facultad de Ingeniería Estadística e Informática, por apoyarme en mi formación profesional y humanística.

AGRADECIMIENTO

A Dios, guía y compañero incondicional hasta en los momentos sesgados de mi vida.

Quiero agradecer a mi familia, por comprenderme, apoyarme y motivarme en cada instante de mi vida.

A la Universidad Nacional del Altiplano – Puno, Facultad de Ingeniería Estadística e Informática, Escuela Profesional de Estadística e Informática, por acogerme en sus aulas y por haberme formado como profesional.

Agradezco al Instituto Nacional de Innovación Agraria (INIA), Illpa, Puno, al Dr. Ruben Herberht Mamani Cato por haberme brindado las facilidades de la obtención de datos para la ejecución de esta investigación.

Agradezco a mi director de tesis al Dr. Edgar Eloy Carpio Vargas, por la asesoría brindada permitiendo un buen aprovechamiento en el trabajo realizado y que estas tesis llegara a buen termino.

Agradezco a mis jurados Mg. Emma O. Azañero Aguirre, Mg. Leonid Alemán Gonzales y Cesar E. Yupanqui Bendita que aportaron a travez de sus observaciones y con su dirección hicieron posible la conclusión de la presente investigación.

A los docentes de la Facultad, por cuyas enseñanzas pude entender que cada día se puede mejorar.

Mis compañeros de la carrera, por todos los momentos inolvidables.

Finalmente, agradezco a todas aquellas personas que de una u otra forma contribuyeron en la realización de la presente investigación.

¡MUCHAS GRACIAS A TODOS!

ÍNDICE GENERAL

| | Pág. |
|--|-----------|
| ÍNDICE DE FIGURAS | |
| ÍNDICE DE TABLAS | |
| ÍNDICE DE ACRÓNIMOS | |
| RESUMEN | 12 |
| ABSTRACT | 13 |
| CAPÍTULO I | |
| INTRODUCCIÓN | |
| 1.1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA..... | 16 |
| 1.2. JUSTIFICACIÓN..... | 17 |
| 1.3. OBJETIVOS..... | 18 |
| 1.3.1. Objetivo general..... | 18 |
| 1.3.2. Objetivos específicos..... | 19 |
| 1.4. HIPÓTESIS | 19 |
| CAPÍTULO II | |
| REVISIÓN DE LITERATURA | |
| 2.1. ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN | 20 |
| 2.1.1. Antecedentes Internacionales..... | 20 |
| 2.1.2. En el Perú | 21 |
| 2.1.3. En la región Puno | 22 |
| 2.2. MARCO TEÓRICO | 22 |
| 2.2.1. Modelo..... | 22 |
| 2.2.2. Modelos No Lineales | 23 |
| 2.2.3. Modelos de la curva de crecimiento | 23 |
| 2.2.4. Modelo logístico..... | 26 |
| 2.2.5. Modelo Gompertz. | 34 |
| 2.2.6. Modelo Brody..... | 41 |
| 2.2.7. Coeficiente de determinación R^2 | 43 |
| 2.2.8. Crecimiento animal | 44 |

| | | |
|---------|---|----|
| 2.2.9. | Factores que influyen en el crecimiento | 47 |
| 2.2.10. | Curva sigmoidea del crecimiento..... | 48 |
| 2.2.11. | La alpaca y su importancia..... | 50 |
| 2.2.12. | ¿Qué es la proporción sexual?..... | 51 |
| 2.2.13. | Factores que influyen en el crecimiento | 51 |
| 2.2.14. | Operacionalización de variables..... | 52 |

CAPÍTULO III

MATERIALES Y MÉTODOS

| | | |
|-------------|---|-----------|
| 3.1. | POBLACIÓN..... | 53 |
| 3.2. | MUESTRA..... | 53 |
| 3.3. | MÉTODO DE RECOPIACIÓN DE DATOS..... | 53 |
| 3.4. | METODOLOGÍA DE PROCESAMIENTO DE INVESTIGACIÓN..... | 54 |
| 3.4.1. | Modelo Logístico..... | 54 |
| 3.4.2. | Modelo de Gompertz | 55 |
| 3.4.3. | Modelo de Brody..... | 55 |

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

| | | |
|-------------|--|-----------|
| 4.1. | OBTENCIÓN DE LOS PARÁMETROS DE CRECIMIENTO DE ALPACAS SURI MACHO. | 56 |
| 4.1.1. | Utilizando el Modelo No Lineal Logístico | 56 |
| 4.1.2. | El Modelo No Lineal Gompertz | 57 |
| 4.1.3. | El Modelo No Lineal Brody | 59 |
| 4.2. | OBTENCIÓN DE LOS PARÁMETROS DE CRECIMIENTO DE ALPACAS SURI HEMBRAS..... | 61 |
| 4.2.1. | El Modelo No Lineal Logístico | 61 |
| 4.2.2. | El Modelo No Lineal Gompertz | 62 |
| 4.2.3. | El Modelo No Lineal Brody | 64 |
| 4.3. | PARÁMETROS ESTIMADOS PARA LOS DIFERENTES MODELOS DE CRECIMIENTO | 66 |
| 4.4. | ANÁLISIS DE PESOS CORPORALES DE ALPACAS SURI. | 67 |
| | CONCLUSIONES | 71 |

| | |
|---|-----------|
| RECOMENDACIONES | 73 |
| REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... | 74 |
| ANEXOS | 77 |
| Anexo 01: Datos originales del peso vivo de alpacas Suri del centro de investigación y producción del INIA – Puno del año 2017. | 77 |
| Anexo 02: Modelo no lineal de Logístico, fase de iteración en alpacas suri del centro de investigación y producción Quimsachata, sexo macho. | 90 |
| Anexo 03: Modelo no lineal de Logístico, fase de iteración en alpacas suri del centro de investigación y producción Quimsachata, sexo hembras. | 91 |
| Anexo 04: Modelo no lineal de Gompertz, fase de iteración en alpacas suri del centro de investigación y producción Quimsachata, sexo macho. | 92 |
| Anexo 05: Modelo no lineal de Gompertz, fase de iteración en alpacas suri del centro de investigación y producción Quimsachata, sexo hembras. | 93 |
| Anexo 06: Modelo no lineal de Brody, fase de iteración en alpacas suri del centro de investigación y producción Quimsachata, sexo macho. | 93 |
| Anexo 07: Modelo no lineal de Brody, fase de iteración en alpacas suri del centro de investigación y producción Quimsachata, sexo hembra. | 94 |

ÍNDICE DE FIGURAS

| | Pág. |
|---|------|
| Figura N° 1: Curva del modelo logístico | 28 |
| Figura N° 2: Curva de Modelo Gompertz | 35 |
| Figura N° 3: Curva de Modelo Brody | 42 |
| Figura N° 4: Curva sigmoidea del crecimiento de los animales desde la concepción hasta la madurez o año de edad..... | 49 |
| Figura N° 5: Pesos corporales predichos (kg.) en función a la edad (días) obtenido con el modelo de crecimiento de Logístico. | 57 |
| Figura N° 6: Pesos corporales predichos (kg.) en función a la edad (días) obtenido con el modelo de crecimiento de Gompertz. | 58 |
| Figura N° 7: Pesos corporales predichos (kg.) en función a la edad (días) obtenido con el modelo de crecimiento de Brody. | 60 |
| Figura N° 8: Pesos corporales predichos (kg.) en función a la edad (días) obtenido con el modelo de crecimiento de Logístico. | 62 |
| Figura N° 9: Pesos corporales predichos (kg.) en función a la edad (días) obtenido con el modelo de crecimiento de Gompertz. | 63 |
| Figura N° 10: Pesos corporales predichos (kg.) en función a la edad (días) obtenido con el modelo de crecimiento de Brody. | 65 |
| Figura N° 11: Pesos corporales predichos (kg) en función a la edad (días) obtenido con los diferentes modelos de crecimiento en alpacas suri machos..... | 68 |
| Figura N° 12: Pesos corporales predichos (kg) en función a la edad (días) obtenido con los diferentes modelos de crecimiento en alpacas suri hembras. | 69 |

ÍNDICE DE TABLAS

| | Pág. |
|--|------|
| Tabla N° 1: Modelos no lineales utilizados para describir la curva de crecimiento en alpacas suri..... | 25 |
| Tabla N° 2: Operacionalización de variables..... | 52 |
| Tabla N° 3: Análisis de varianza para el modelo no lineal Logístico en alpacas suri machos de CIP - Quimsachata..... | 56 |
| Tabla N° 4: Parámetros estimados para el modelo de crecimiento de logístico en alpacas Suri machos de CIP- Quimsachata..... | 56 |
| Tabla N° 5: Análisis de varianza para el modelo no lineal de Gompertz en alpacas suri machos de CIP - Quimsachata. | 57 |
| Tabla N° 6: Parámetros estimados para el modelo de crecimiento de Gompertz en alpacas Suri machos de CIP - Quimsachata. | 58 |
| Tabla N° 7: Análisis de varianza para el modelo no lineal de Brody en alpacas suri machos de CIP - Quimsachata..... | 59 |
| Tabla N° 8: Parámetros estimados para el modelo de crecimiento de Brody en alpacas Suri machos de CIP - Quimsachata..... | 59 |
| Tabla N° 9: Tabla Resumen de F-Valor y Coeficientes de Determinación | 60 |
| Tabla N° 10: Análisis de varianza para el modelo no lineal Logístico en alpacas suri hembras de CIP - Quimsachata..... | 61 |
| Tabla N° 11: Parámetros estimados para el modelo de crecimiento de Logístico en alpacas Suri hembras de CIP - Quimsachata. | 61 |
| Tabla N° 12: Análisis de varianza para el modelo no lineal Gompertz en alpacas suri hembras de CIP - Quimsachata. | 62 |
| Tabla N° 13: Parámetros estimados para el modelo de crecimiento de Gompertz en alpacas Suri hembras de CIP - Quimsachata..... | 63 |
| Tabla N° 14: Análisis de varianza para el modelo no lineal Brody en alpacas suri hembras de CIP - Quimsachata. | 64 |
| Tabla N° 15: Parámetros estimados para el modelo de crecimiento de Brody en alpacas Suri hembras de CIP - Quimsachata. | 64 |
| Tabla N° 16: Tabla Resumen de F-Valor y Coeficientes de Determinación | 65 |

| | |
|---|----|
| Tabla N° 17: Parámetros estimados (los errores estándares están en paréntesis) para los diferentes modelos de crecimiento de alpacas Suri..... | 66 |
| Tabla N° 18: Pesos corporales en Kg. Según edad de alpacas suri machos del CIP - Quimsachata..... | 67 |
| Tabla N° 19: Pesos corporales en Kg. Según edad de alpacas suri hembras del CIP - Quimsachata..... | 68 |

ÍNDICE DE ACRÓNIMOS

- INIA** : Instituto Nacional de Innovación Agraria
- CIP** : Centro de Investigación y Producción
- EEA** : Estación Experimental Agraria
- Y** : Variable dependiente Peso
- A** : Representa el peso vivo al año de edad
- B** : Constante de integración relaciona el peso inicial del animal.
- K** : El cambio del peso vivo en relación con el peso al año de edad.
- SCT** : Suma de Cuadrados del Total
- SCE** : Suma de Cuadrados del Error
- NLIN** : No Lineal
- CV** : Coeficiente de Variabilidad

RESUMEN

El objetivo del presente estudio fue determinar el mejor modelo de crecimiento de alpacas suri al año de edad en machos y hembras, para lo cual se han utilizado 3 modelos de crecimientos no lineales (Modelo Logístico, modelo Gompertz y Modelo Brody), el tipo de investigación fue regresión no lineal, el diseño fue descriptivo y la muestra estuvo conformada por pesos corporales individuales de 21 alpacas machos y 25 alpacas hembras de la variedad suri. Los datos fueron obtenidos del centro de investigación y producción Quimsachata de la Estación Experimental Agraria Illpa, del Instituto Nacional de Innovación Agraria (INIA) localizado entre los distritos de Santa Lucía y Cabanillas de las provincias de Lampa y San Román, departamento de Puno, Perú, a una latitud de 4190 msnm en la zona agroecológica de puna seca del periodo 2017. Para el análisis estadístico se usó los modelos no lineales Logístico, Gompertz y Brody, para ver el ajuste de los modelos según sexo, se usó el coeficiente de determinación ajustado (R^2 ajustado). Finalmente, se concluye que el modelo de crecimiento no lineal de Gompertz es ligeramente mejor al logístico para el peso vivo en alpacas Suri en el Centro de Investigación y Producción Quimsachata del INIA-Puno en ambos sexos.

$$y_{machos} = 26.7901 * \exp(-1.4502 * \exp^{-0.0124 * t})$$

$$y_{hembras} = 29.4474 * \exp(-1.4909 * \exp^{-0.0111 * t})$$

Palabras Clave: alpaca, curva de crecimiento, Modelos no lineales.

ABSTRACT

The objective of the present study was to determine the best growth model of alpacas suri at one year of age in males and females, for which 3 non-linear growth models have been used (Logistic Model, Gompertz Model and Brody Model), the type of The research was non-linear regression, the design was descriptive and the sample consisted of individual body weights of 21 male alpacas and 25 female alpacas of the suri variety. The data were obtained from the Quimsachata research and production center of the Illpa Agricultural Experiment Station, of the National Institute of Agrarian Innovation (INIA) located between the districts of Santa Lucía and Cabanillas of the provinces of Lampa and San Román, department of Puno, Peru, at a latitude of 4190 meters above sea level in the dry zone agroecological zone of the 2017 period. For the statistical analysis, the non-linear models Logistic, Gompertz and Brody were used, to see the adjustment of the models according to sex, the coefficient of determination was used adjusted (R^2 adjusted). Finally, it is concluded that Gompertz's non-linear growth model is slightly better than the logistic for live weight in Suri alpacas at the INIA-Puno Quimsachata Research and Production Center in both sexes.

$$y_{machos} = 26.7901 * \exp(-1.4502 * \exp^{-0.0124 * t})$$

$$y_{hembras} = 29.4474 * \exp(-1.4909 * \exp^{-0.0111 * t})$$

Keywords: alpaca, growth curve, non-linear models.

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

La crianza de Camélidos Sudamericanos en el Perú está concentrada en el sur andino en dos zonas agroecológicas debidamente definidas, puna húmeda y puna seca (Huanca et al., 2013). El crecimiento animal puede ser descrito por medio de modelos no lineales que predicen el desempeño de la evolución de peso vivo, dichos modelos permiten realizar evaluaciones sobre el nivel de producción de una raza específica para una zona determinada (Parks, 1982) también permiten calcular los valores máximos de los crecimientos medio y corriente pudiendo determinar las edades de sacrificio que permitan obtener el máximo beneficio económico. Además, proveen información que permite realizar programaciones de alimentación, de capacidad de caga y medir cambios genéticos de una generación a otra que estén relacionados con el nivel de producción las funciones que más se han usado son las propuestas por Gompertz en 1845 (Compertz, 1925), Brody en 1945 (Brody, 1945) y (Verhulst , 1838) conocido como Logístico. El desconocimiento de las curvas de crecimiento y de parámetros productivos de interés económico, ha limitado la implementación de programas de mejoramiento zootécnico que permitan aumentar la productividad, como lo son la velocidad de crecimiento, la tasa de madurez a diferentes edades y la edad al sacrificio. Estos factores se pueden analizar con base en la información zootécnica de los animales siendo indispensable para ello contar con registros de producción. Es necesario realizar trabajos que permitan identificar las funciones matemáticas que mejor se ajustan a las condiciones locales, así como conocer los parámetros genéticos para realizar procesos de selección de los mejores animales (Agudelo Gómez, 2008)

Las funciones que normalmente se usan para evaluar el crecimiento son elegidas en forma empírica y su elección se hace con base a la habilidad de la función de ajustarse a los datos, y en ocasiones los parámetros obtenidos en dichas funciones no tienen una interpretación biológica. Sin embargo, la información sobre modelación de curvas de crecimiento en alpacas Suri es escasa. La mayoría de las investigaciones se limitan a la predicción del peso vivo por medición del cuerpo (Wurzinger et al., 2005; Llacsá et al., 2007), Riek y Gerken (2007) estimaron curvas de crecimiento en llamas usando tanto la regresión lineal simple y la ecuación de Gompertz. Los autoestimados informaron coeficientes de determinación (R^2) DE 0,999 Y 0,998 para la regresión lineal simple y la función de Gompertz, respectivamente, indicando que el uso de la regresión lineal simple puede ser adecuado para describir el desarrollo del peso corporal desde el nacimiento hasta 27 semanas después del parto. El objetivo del estudio fue describir el crecimiento de alpacas Suri machos y hembras desde el nacimiento hasta los y 365 días de edad respectivamente, mediante la aplicación de tres modelos de crecimientos no lineales.

La presente investigación consta de seis capítulos donde en el primer capítulo se especifica la formulación y definición del problema, los objetivos y la hipótesis, el segundo capítulo consiste en la definición del marco teórico, el tercer capítulo trata de materiales y métodos que se utilizaron en la presente investigación, en el cuarto capítulo se realiza el análisis de resultados y discusión, el quinto capítulo presenta las conclusiones que se obtuvieron en el análisis de los datos y en el sexto capítulo se mencionan las recomendaciones y sugerencias de la presente investigación.

1.1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

El anexo Experimental Quimsachata del INIA-Puno, cuenta con la mayor población de cabezas de alpaca suri (Mamani, 2009), pero que dicha institución no cuenta con una documentación que permita tomar referencias sobre variaciones del incremento de peso vivo a esto surge el interés por ver el comportamiento de dichas variables.

La predicción es uno de los instrumentos que permite obtener valores futuros que ha de ocurrir, en función al pasado de las variables cuyo comportamiento interesa describir a través de tiempo, para tomar precauciones sobre sucesos en el futuro.

El desconocimiento de las curvas de crecimiento y de parámetros productivos de interés económico, ha limitado la implementación de programas de mejoramiento zootécnico que permitan aumentar la productividad, como la velocidad de crecimiento. Siendo indispensable para ello contar con registros de producción.

La razón del trabajo, fue encontrar un modelo de regresión no lineal que ajuste mejor entre Logístico, Gompertz y Brody según sexo.

El crecimiento animal puede ser descrito por medio de funciones estadísticas no lineales que predicen el desempeño de la evolución de peso vivo, dichas funciones permiten realizar evaluaciones sobre el nivel de producción en las empresas ganaderas, pudiendo clasificar de forma sencilla la productividad de una raza específica de una zona determinada (Parks, 1982) para ello es necesario encontrar un modelo de regresión no lineal para determinar el peso ideal.

¿Cuál es el modelo que mejor ajusta el incremento de peso vivo en alpacas suri en el Centro de Investigación y Producción Quimsachata del INIA-Puno, según sexo?

1.2. JUSTIFICACIÓN

Números estudios, en especial los relacionados con técnicas agronómicas, analizan las curvas de crecimiento para ajustar los valores de su realidad empírica. La investigación del crecimiento es fundamental en la producción animal, sobre todo desde el punto de vista económico. (Vallejo, 2009).

La crianza de alpaca constituye una importante actividad económica de gran importancia del poblador alto andino a nivel de comunidades campesinas y pequeños criadores alpaqueros que requieren reconocer el comportamiento futuro de ciertos fenómenos con el fin de la selección de alpacas según peso vivo para la comercialización de la carne.

Los principales productos que se derivan de las especies domésticas son: la fibra, carne, pieles y cueros. (Fernández-Baca, 1991). Los efectos maternos son una fuente frecuente y, a menudo, problemática, de parecido ambiental, particularmente en mamíferos. Las crías están sujetas al ambiente materno durante las primeras etapas de su vida, y esto influye sobre los valores fenotípicos de muchos caracteres métricos, incluso aunque se midan en adultos.

Los modelos Gompertz, Logístico, Richards, Bertalanffy y Brody Son los modelos de crecimiento más frecuentemente utilizados para describir el crecimiento de plantas animales y órganos. Estos modelos presentan tres parámetros con interpretación biológica y uno definido como constante. El

parámetro A corresponde al peso al peso asintótico o peso adulto, representa la estimativa del peso a la madurez. El parámetro K corresponde al índice de madurez o a la estimativa de precocidad de madurez (Nobre et al, 1987). Cuanto mayor sea el valor de este parámetro más precoz es el animal y viceversa (Brown et al, 1976). El parámetro B es denominado parámetro de integración y no posee significado biológico. (Noguera, 2008), la curva de Brody es perfectamente válida como modelo de crecimiento para animales adultos en cobayas (*Cavia porcellus*) pero tiende a sobrestimar el peso y a subestimar la tasa de crecimiento. Sin embargo se han obtenido mejores resultados con otras curvas: Von Bertalanffy, Gompertz y Logística, aunque las diferencias son mínimas. El crecimiento animal puede ser descrito por medio de funciones matemáticas que predicen el desempeño de la evolución del peso vivo, dichas funciones permiten realizar evaluaciones sobre el nivel de producción, pudiendo clasificar de forma sencilla la productividad de una raza específica. En este sentido nuestro objetivo fue evaluar el peso al nacimiento hasta año de edad y la curva de crecimiento de alpacas suri cría nacidas en el año 2017.

1.3. OBJETIVOS

1.3.1. Objetivo general

Determinar el mejor modelo entre el Logístico, Gompertz y Brody para el pronóstico de peso vivo en alpacas suri en el Centro de Investigación y Producción Quimsachata INIA-Puno, según sexo.

1.3.2. Objetivos específicos

- ✓ Determinar el modelo Logístico del peso vivo en alpacas suri en el Centro de Investigación y Producción Quimsachata del INIA-Puno, según sexo.
- ✓ Determinar el modelo de Gompertz del peso vivo en alpacas suri en el Centro de Investigación y Producción Quimsachata del INIA-Puno, según sexo.
- ✓ Determinar el modelo de Brody del peso vivo en alpacas suri en el Centro de Investigación y Producción Quimsachata del INIA-Puno, según sexo.

1.4. HIPÓTESIS

El mejor modelo que ajusta el incremento de peso vivo en alpaca Suri en el Centro de Investigación y Producción Quimsachata del INIA Puno, según sexo es el modelo de Brody.

CAPÍTULO II

REVISIÓN DE LITERATURA

2.1. ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

2.1.1. Antecedentes Internacionales

(Silva, Rocha, Guimarães, Pereira, Oliveira, & Araujo, 2011); el trabajo concluye que la curva de crecimiento de caprinos mestizos Boer x Anglonubiano, nacidos entre 2006 y 2010, por medio de ajustes de funciones no lineales. Los datos utilizados proceden de 399 animales criados en la microrregión de Teresina, Piauí. Se utilizaron registros de pesos de cabritos, machos y hembras, siendo: pesos al nacimiento, a los 30 días, el destete, además de pesajes periódicos en la fase post-destete cada 15 días, aproximadamente. Se han ajustado los modelos no lineales de Gompertz, Brody, Logístico, Von Bertalanffy y Richards, donde los parámetros para cada modelo fueron estimados por el método de Gauss Newton modificado por medio del procedimiento NLIN del SAS. La ecuación de Gompertz presentó una superioridad en el ajuste, siendo el modelo más adecuado para describir el crecimiento de caprinos mestizos Boer x Anglonubiano creados en la microrregión de Teresina, PI, bajo sistema general de cría extensiva. Las medias para los pesos estimados a partir del modelo de Gompertz en las diferentes edades fueron inferiores a las encontradas en la literatura.

(Lima Silva, Barreto Mourao, Ribeiro de Freitas, Mello de Alencar, & Umberto Packer, 2010); El trabajo se concluye que al comparar modelos no lineales de crecimiento en cuanto al ajuste de datos de peso-edad de

hembras Nelore y cruzadas. Se utilizaron 3.523 datos de pesos recogidos en 316 hembras, del nacimiento hasta 100 meses de edad, nacidas en diferentes épocas. Las hembras nacidas en el otoño, después del destete, recibieron 0,0 kg y 3,0 kg de concentrado por animal.día-1. Las hembras nacidas en la primavera, después del destete recibieron 1,5 kg y 3,0 kg de concentrado por animal. día1. Se ajustaron los modelos no lineales Brody y Von Bertalanffy, considerando la ponderación de los pesos a lo largo del tiempo, por el inverso de las respectivas varianzas. Los modelos Brody y Von Bertalanffy ponderados fueron adecuados para ajustar el crecimiento de los animales Nelore.

(Malhado, Ramos, Carneiro, Souza, Wechsler, Eler, Azevêdo, & Sereno, 2008), El trabajo se concluye al analizar modelos no lineales para describir el crecimiento en bufalinos. Fueron utilizados datos de 18 pesajes (bimestrales), del nacimiento hasta los 40 meses de edad, de 236 búfalos de la raza Murrah. Los modelos no lineales utilizados fueron: Brody, Von Bertalanffy, Richards, logístico y Gompertz. El modelo logístico, Gompertz y Von Bertalanffy se mostraron adecuados para describir el crecimiento de los animales.

2.1.2. En el Perú

(Parés Casanova & Irina Kucherova, 2014); El presente trabajo se concluye que las curvas de crecimiento de machos y hembras de la población «Cabra Catalana». Se evaluó la capacidad de ajuste de tres modelos de crecimiento (Logístico, von Bertalanffy y Gompertz) a los datos de peso de 77 animales (21 machos y 56 hembras de diversas edades). Los

modelos presentaron valores diferentes en cuanto a los criterios de bondad de ajuste, donde el modelo logístico tuvo una mejor descripción de las curvas de crecimiento en los machos, y el de von Bertalanffy para las hembras. Aun así, el modelo logístico tiende a sobrestimar el peso inicial de los animales.

2.1.3. En la región Puno

(Mamani Cato, Huanca, Mamani, & Condori Rojas, 2015); El estudio concluye que el modelo de crecimiento no lineal de Brody es el que mejor describe la curva de crecimiento de llamas Q'ara machos y para las hembras el mejor modelo es el de Richards.

2.2. MARCO TEÓRICO

2.2.1. Modelo

Un modelo es un elemento que pretende asemejar a la realidad pero que no es en si la realidad misma.

Los modelos de crecimiento son modelos específicos que simulan como se desarrolla la población.

Los datos generados durante el crecimiento de organismos vivos requieren del uso de modelos estadísticos adecuados que permiten representarlos con pocos parámetros, de tal modo que se obtenga un buen ajuste y que los parámetros muestren las características del crecimiento. En el crecimiento de poblaciones interesa el incremento en el número de individuos a través del tiempo.

2.2.2. Modelos No Lineales

Un modelo se puede definir como una ecuación o conjunto de ecuaciones que describen el comportamiento del crecimiento de un animal. La teoría estadística dedicada a los modelos lineales en los parámetros es muy amplia, debido en gran parte a sus múltiples aplicaciones.

Los modelos no lineales Logístico, de Gompertz y de Brody son algunas de las funciones de crecimiento frecuentemente utilizadas para describir el crecimiento de plantas, animales y órganos (Priestley, 1988). El requisito básico es obtener una expresión que dé el tamaño (en longitud o en peso) de los animales a una edad determinada cualquiera, donde esa expresión debe estar de acuerdo con los datos observados sobre tamaños o pesos a ciertas edades, y debe tener una forma para que pueda ser incorporada con suficiente facilidad en el modelo elegido. Estrictamente, la mayoría de los análisis zootécnicos están más enfocados en las tasas de crecimiento ponderal; es decir, en el aumento en peso por unidad de tiempo, que en el tamaño a diferentes edades. Esto se debe en parte a que muchos de los problemas que se plantean en la evaluación de las ganaderías son esencialmente problemas de comparación del peso del ganado, más que de la talla.

2.2.3. Modelos de la curva de crecimiento

Los crecimientos a lo largo de la vida de los animales han sido estudiados teniendo en cuenta la relación peso-edad, en los últimos años los estudios tienen efecto en el uso de los modelos no lineales, generando diferentes modelos de crecimiento (Beltran et al., 1992). Los modelos han sido

evaluados según su eficiencia de ajuste, la interpretación biológica de los parámetros, la dificultad de aplicación computacional y la evaluación de los parámetros ambientales (Brown et al., 1976).

Un modelo apropiado de crecimiento debe ofrecer información sobre las cuantificaciones que pueden ser interpretadas.

Existe una enorme cantidad de reportes sobre ecuaciones de crecimiento, que pueden ser ajustadas para representar el comportamiento de la evolución del peso vivo, cada una de ellas creada a partir de argumentos biológicos distintos. En la práctica casi todas las curvas propuestas ajustan muy bien a los datos experimentales, lo que resulta un tanto desconcertante, pues se basan en leyes diferentes, por lo que la elección de un modelo debe basarse en conveniencias de tipo práctico más que en deseos de averiguar cuál es la ley que rige el crecimiento de esos animales. Sin embargo, las funciones habitualmente utilizadas para describir el crecimiento animal son: funciones de Brody, Von Bertalanffy, Richards, Logística y Gompertz.

Los modelos, funciones o ecuaciones de crecimiento describen las variaciones que representan el tamaño de un organismo o una población con la edad. El crecimiento biológico es el resultado de un gran número de procesos complejos y que puede ser descrito exponiendo la evolución del peso, sin que sea necesario realizar ajustes de las medidas tomadas.

Probabilidades de la Curva de Crecimiento

Tabla N° 1: Modelos no lineales utilizados para describir la curva de crecimiento en alpacas suri.

| Modelo | Función de Probabilidad |
|-----------|-----------------------------|
| Logística | $y = a/(1 + b \exp(-kx))$; |
| Brody | $y = a(1 - b \exp(-Kt))$; |
| Gompertz | $y = ae^{be^{[-Kt]}}$; |

Fuente: (Trinidad Bello, 2014)

y = representa el peso corporal a la edad t (días); a = representa al peso corporal asintótico, esto es interpretado como el peso al año de edad; y b = es la constante de integración que relaciona al peso inicial del animal; k = es la tasa de maduración, el cual es interpretado como el cambio del peso en relación con el peso al año de edad.

El segundo paso es ajustar los datos a un polinomio, sea una ecuación cubica o potencias superiores; sin embargo, no es aconsejable por tres razones: la primera porque nunca siempre los coeficientes tienen una interpretación biológica; la segunda porque el comportamiento de la ecuación puede ser ilógico al quedar fuera de la concentración de puntos (la predicción del peso adulto podría disminuir con el tiempo lo que no ocurre con las ecuaciones de curvas de crecimiento). La tercera razón es que el ajuste de polinomio es arbitrario.

Otros factores limitantes para el uso de los polinomios son: multicolinealidad, desuniformidad a lo largo de la curva, dependencia del comportamiento de la función en las áreas de mayor concentración de los puntos, además los polinomios de grados elevados son de difícil interpretación biológica (Agudelo-Gomez et al., 2007).

2.2.4. Modelo logístico

Según (Trinidad Bello, 2014), una de las críticas al modelo de Malthus radica en que supone que los recursos del medio son inagotables y la población puede crecer de manera indefinida. Con un sentido más realista, puede decirse que efectivamente los recursos están limitados y que las poblaciones de ninguna manera pueden crecer indefinidamente al ritmo malthusiano. Quetelet y su pupilo Verhulst enfocaron sus estudios a este problema y dedujeron un nuevo modelo a partir del modelo de Malthus.

Consideraron que la tasa de crecimiento intrínseca, r , depende de dos parámetros b_1 y d_1 . El primero determina el peso corporal asintótico, el cual es interpretado como peso a la madurez de la alpaca suri y el otro es una constante de integración, relacionada a los pesos iniciales del animal y sin interpretación biológica de la alpaca suri, esto es:

$$\frac{dN(t)}{dt} = (b_1 - d_1)N(t),$$

donde, a su vez, b_1 y d_1 dependen linealmente del tamaño de la población al tiempo t , donde el pesos inicial de alpaca suri decrece y el peso corporal asintótico de la alpaca suri crece conforme el tamaño de la población:

$$b_1 = b - aN(t)$$

$$d_1 = d + cN(t).$$

Aquí se tiene que a , b , c , d , b_1 y d_1 son números positivos y para los efectos anteriores se necesita que la población sea pequeña y se genere un mínimo del crecimiento de la población, de pesos iniciales y los pesos corporales asintóticos van a estar comportadas como densos dependientes.

Incorporando la diferencia de b_1 y d_1 , se puede escribir el modelo como:

$$\frac{dN(t)}{dt} = [(b - aN(t)) - (d + cN(t))]N(t)$$

Con una reagrupación de términos tenemos que:

$$\frac{dN(t)}{dt} = (b - d)N(t) \left[\frac{(b - d)}{(b - d)} - \frac{(a + c)}{(b - d)}N(t) \right],$$

Ahora se considera a $K = b - d$ y $A = \frac{(b-d)}{(a+c)}$ para obtener:

$$\frac{dN(t)}{dt} = KN(t) \left[1 - \frac{N(t)}{A} \right] \quad (1.1)$$

Llegando a este punto, es importante hacer unas observaciones:

- Cabe destacar que un nuevo parámetro hace acto de presencia en la ecuación logística si se compara con el modelo Malthusiano $N''(t) = KN(t)$. Se trata de la constante positiva A que se refiere al crecimiento máximo de la población, y a grandes rasgos representa el número máximo de individuos admisible. (Nótese que en esta constante aparecen resumidas un buen número de circunstancias que influyen de manera decisiva en el modo de desarrollo de la población, a saber: factores climatológicos, disponibilidad de nutrientes, recursos del medio etcétera.)
- Comparando de nuevo con la ecuación de Malthus, en el caso logístico la *tasa de crecimiento* definida como:

$$\text{Tasa de crecimiento} = \frac{N'(t)}{N(t)}$$

deja de ser constante para pasar a autorregularse según el tamaño de la población en cada instante. En efecto, ahora se tiene que:

$$\text{Tasa de crecimiento} = K \left[1 - \frac{N(t)}{A} \right]$$

- La solución explícita de la ecuación diferencial (1.1) está dada por la siguiente expresión conocido como modelo logístico:

$$N(t) = \frac{A}{1 + B e^{-Kt}}, \quad (1.2)$$

donde:

- B es cualquier número real positivo que depende de la condición inicial $N(0)$,
- A es el valor del crecimiento máximo de la población,
- K es la tasa de crecimiento intrínseco.

La grafica que representa el modelo logístico está representada por la siguiente figura:

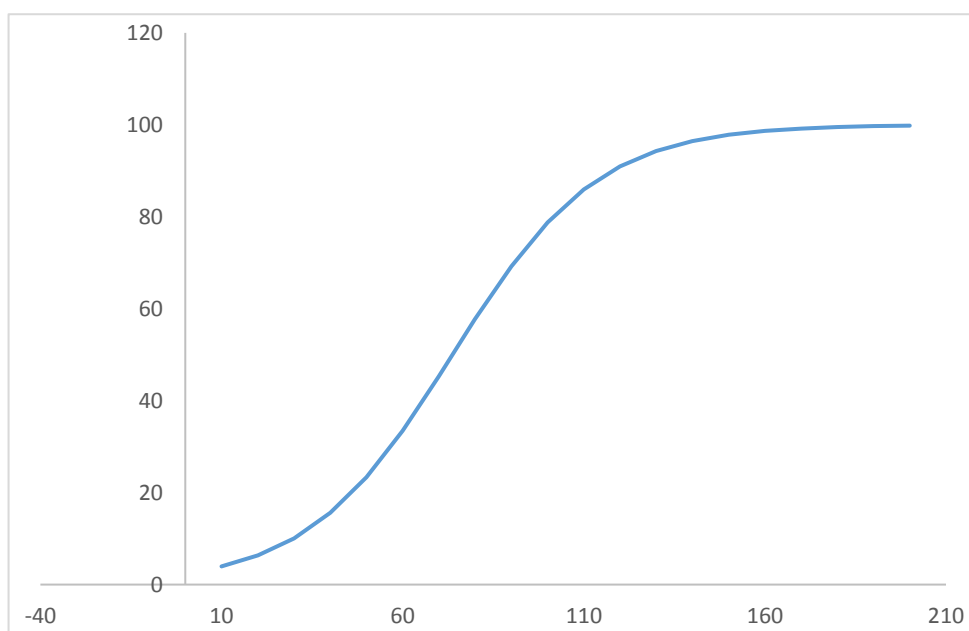


Figura N° 1: Curva del modelo logístico

Fuente: Trinidad Bello, 2014

2.2.4.1. Análisis de la curva del modelo logístico.

1.- Etapa: *Calculo de los puntos de equilibrio [21] de la ecuación logística.*

Se trata de encontrar todas las soluciones cuya derivada es igual a cero. Por lo tanto, se tiene que:

$$N'(t) = KN(t) \left[1 - \frac{N(t)}{A} \right] = 0$$

$$\rightarrow N(t) = 0$$

O bien:

$$N(t) = A$$

Entonces los dos únicos puntos de equilibrio de la ecuación logística son:

$$N(t) = 0 \text{ y } N(t) = A.$$

2.- Etapa: *Estudio del crecimiento de las soluciones.* En este caso, los dos puntos de equilibrio de la ecuación logística dividen el plano en tres regiones: R_1 (valores de $N(t)$ por encima de A , en cuyo caso se dice que la situación es de sobre población), R_2 (para tamaños poblacionales $N(t)$ entre 0 y A , que es el caso biológico estándar), R_3 (para tamaños poblacionales $N(t) < 0$) donde la ecuación carece de sentido biológico.

Dada la ecuación (1.1), el interior de la región R_2 la derivada no puede cambiar de signo, dado que $0 < N(t) < A$, entonces se tiene que, $\left[1 - \frac{N(t)}{A} \right] > 0$ y $KN(t) \left[1 - \frac{N(t)}{A} \right] > 0$, lo cual $N(t)$ ha de ser creciente en R_2 .

3.- Etapa: *Estudio de la concavidad de las soluciones*. La información la proporciona en este caso la derivada de segundo orden de $N(t)$. Para la ecuación logística se obtiene la siguiente expresión de $N''(t)$:

$$\begin{aligned} N''(t) &= \left[KN(t) \left(1 - \frac{N(t)}{A} \right) \right]' = KN'(t) \left(1 - \frac{N(t)}{A} \right) + KN(t) \left(-\frac{N'(t)}{A} \right) \\ &= KN'(t) \left(1 - 2\frac{N(t)}{A} \right) = K^2 N(t) \left(1 - \frac{N(t)}{A} \right) \left(1 - 2\frac{N(t)}{A} \right) = 0 \end{aligned}$$

que únicamente se anula cuando $N(t) = 0$, $N(t) = A$, o bien $N(t) = \frac{A}{2}$. Las dos primeras opciones no conducen a candidatos a punto de inflexión, pues no son más que los puntos de equilibrio del modelo. Por tanto, de existir algún punto de inflexión éste habría de ser $N(t) = \frac{A}{2}$.

Por otra parte, para estudiar el signo de $N''(t)$ en R_2 y poder concluir de ese modo si $N(t) = \frac{A}{2}$ es o no un punto de inflexión, basta con elegir un punto cualquiera entre 0 y $\frac{A}{2}$. (por ejemplo, $N(t) = \frac{A}{4}$), otro entre $\frac{A}{2}$ y A (por ejemplo, $N(t) = \frac{3A}{4}$), evaluar $N''(t)$ en ambos puntos y verificar si se produce o no un cambio de signo. Caso de producirse, podríamos ya asegurar que en $\frac{A}{2}$ hay en efecto un punto de inflexión y se tiene que:

$$N''(t) = K^2 \frac{A}{4} \left(1 - \frac{1}{4} \right) \left(1 - \frac{2}{4} \right) = \frac{3K^2 A}{32} > 0 \text{ si } N(t) = \frac{A}{4}$$

$$N''(t) = K^2 \frac{3A}{4} \left(1 - \frac{3}{4} \right) \left(1 - \frac{6}{4} \right) = \frac{3K^2 A}{32} < 0 \text{ si } N(t) = \frac{3A}{4}$$

luego en el nivel $N(t) = \frac{A}{2}$ la solución pasa de ser convexa ($N''(t) > 0$) a ser cóncava ($N''(t) < 0$), por lo que $\frac{A}{2}$ es un punto de inflexión.

2.2.4.2. Obtención del modelo logístico.

La ecuación diferencial logística viene dada por la siguiente expresión:

$$\frac{dN(t)}{dt} = KN(t) \left(1 - \frac{N(t)}{A} \right),$$

dado que $N(t) \left(1 - \frac{N(t)}{A} \right) \neq 0$ y usando el método de separación de variables

[19], se tiene que:

$$\frac{1}{N(t) \left(1 - \frac{N(t)}{A} \right)} \frac{dN(t)}{dt} = K, \quad (1.3)$$

integrando ambos lados de la ecuación (1.3) con respecto a t , se tiene:

$$\int \frac{1}{N(t) \left(1 - \frac{N(t)}{A} \right)} \frac{dN(t)}{dt} dt = \int K dt, \quad (1.4)$$

realizando un cambio de variable para la integral del lado izquierdo de la ecuación (1.4), se tiene que: $W=N(t)$,

$$dW = \frac{dN(t)}{dt} dt,$$

sustituyendo los valores W y dW en la integral, se obtiene:

$$\int \frac{dW}{W \left(1 - \frac{W}{A} \right)} = \int K dt, \quad (1.5)$$

Para resolver la integral del lado izquierdo se utilizó el método de fracciones parciales obteniendo así:

$$\frac{1}{W\left(1 - \frac{W}{A}\right)} = \frac{P}{W} + \frac{Q}{1 - \frac{W}{A}} \Rightarrow P\left(1 - \frac{W}{A}\right) + QW = 1$$

para que dos polinomios del mismo grado sean iguales deben de tener todos sus coeficientes iguales, por lo cual para el polinomio de W se tiene que:

$$\begin{aligned} \left(Q - \frac{P}{A}\right)W + P &= 1 \Rightarrow P = 1 \quad \left(Q - \frac{P}{A}\right) = 0, \\ \Rightarrow P &= 1 \quad y \quad Q = \frac{1}{A}, \end{aligned}$$

sustituyendo el valor de P y Q la integral toma la siguiente forma y resolviendo se tiene que:

$$\Rightarrow \int \frac{dW}{W\left(1 - \frac{W}{A}\right)} = \int \left(\frac{1}{W} + \frac{\frac{1}{A}}{1 - \frac{W}{A}}\right) dW = \int \frac{dW}{W} + \int \frac{\frac{1}{A}}{1 - \frac{W}{A}} dW,$$

la solución para la primera integral es:

$$\int \frac{dW}{W} = \ln(W) + C_1,$$

para la segunda integral se tiene que:

$$\int \frac{\frac{1}{A}}{1 - \frac{W}{A}} dW \tag{1.6}$$

haciendo un cambio de variable se obtiene que:

$$U = 1 - \frac{W}{A}, \quad dU = -\frac{1}{A} dW,$$

se sustituyen los valores de U y dU en la integral (1.6) y resolviendo, se tiene que:

$$-\int \frac{dU}{U} = -\ln(U) + C_2, \tag{1.7}$$

dato que $U = 1 - \frac{W}{A}$, entonces la solución es:

$$\begin{aligned}
 -\ln(U) + C_2 &= -\ln\left(\frac{A-W}{A}\right) + C_2 \\
 &= -\ln(A-W) + \ln(A) + C_2 \\
 &= -\ln(A-W) + C_2
 \end{aligned}$$

donde C_1, C_2 y $C_3 = \ln(A) + C_2$ son constantes de integración.

Entonces se tiene la solución de las integrales:

$$\begin{aligned}
 \int \frac{dW}{W} + \int \frac{\frac{1}{A}}{1 - \frac{W}{A}} dW &= \ln(W) - \ln(A-W) + C_4 \\
 &= \ln\left(\frac{W}{A-W}\right) + C_4, \tag{1.8}
 \end{aligned}$$

donde $C_4 = C_1 + C_3$, constante de integración.

La solución de la integral del lado derecho de la ecuación (1.5) es:

$$\int K dt = Kt + C_6, \tag{1.9}$$

donde C_6 es una constante de integración, ya obteniendo las soluciones (1.8) y (1.9), se llega a la solución para la ecuación diferencial logística, que está dada por:

$$\ln\left(\frac{W}{A-W}\right) = Kt + C_7 \tag{1.10}$$

donde $C_7 = C_4 + C_6$, es una constante de integración.

Aplicando la función exponencial de ambos lados de la ecuación (1.10) se obtiene:

$$\frac{N}{A-N} = C_8 e^{Kt},$$

donde $C_8 = e^{C_7}$, es una constante de integración y ahora despejando W se tiene que:

$$W = \frac{A}{\frac{1}{C_8 e^{Kt}} + 1}$$

haciendo $B = \frac{1}{C_8}$ se tiene:

$$W = \frac{A}{1 + B e^{-Kt}}$$

dado que $W = N(t)$, entonces se tiene la solución de la ecuación logística como:

$$N(t) = \frac{A}{1 + B e^{-Kt}}$$

empezando con el modelo logístico el cual tiene tres parámetros (A, B, K) , este modelo presenta un punto de inflexión en el valor $\frac{A}{2}$, lo cual implica que la velocidad de crecimiento va en aumento conforme pasa el tiempo hasta llegar a la velocidad máxima dada en el punto de inflexión y conforme avanza el tiempo la velocidad empieza a decrecer hasta que alcanza el valor del crecimiento máximo dada por el valor de A .

2.2.5. Modelo Gompertz.

Según (Trinidad Bello, 2014), la ecuación diferencial de Gompertz viene dada por la siguiente expresión:

$$\frac{dN(t)}{dt} = KN(t) \ln\left(\frac{A}{N(t)}\right), \quad (1.1)$$

que incluye los mismos parámetros biológicos que el modelo logístico, la tasa intrínseca de crecimiento K y A como el crecimiento máximo. La tasa de crecimiento del modelo, definida como:

$$\text{Tasa de crecimiento} = K \ln \left(\frac{A}{N(t)} \right),$$

es, por tanto, de orden logarítmico. La ecuación diferencial de Gompertz puede resolverse explícitamente y sus soluciones son:

$$N(t) = Ae^{-Be^{-Kt}},$$

Donde:

- ✓ $N(t)$ es el tamaño de la población al tiempo t ,
- ✓ A es el valor del máximo crecimiento y además determina un punto de inflexión en $\frac{A}{e}$,
- ✓ B número positivo que desplaza el modelo a la izquierda o derecha.
- ✓ K establece la tasa intrínseca de crecimiento.

La curva que representa el modelo de Gompertz está representada por la siguiente figura:

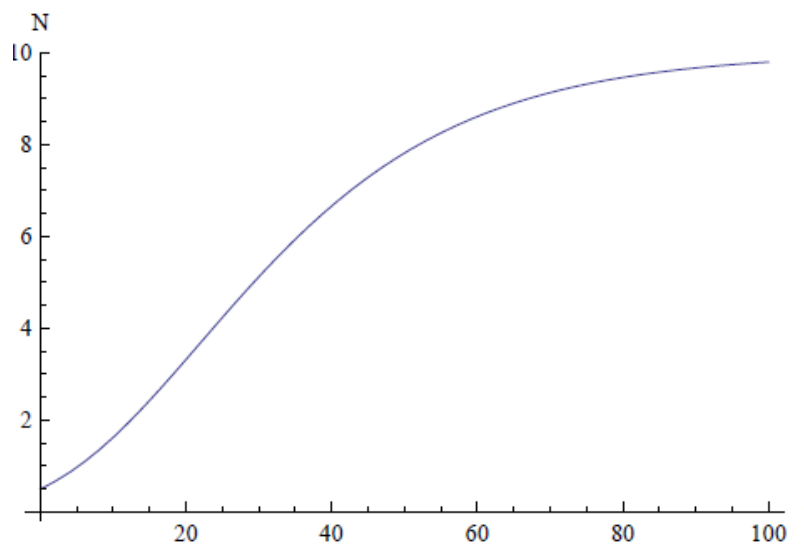


Figura N° 2: Curva de Modelo Gompertz

Fuente: Trinidad Bello, 2014

2.2.5.1. Análisis de la curva del modelo de Gompertz.

Se realiza un análisis cualitativo de las soluciones de la ecuación de Gompertz.

haciendo uso de la ecuación diferencial (1.1). Se supone que $K > 0$ (en caso contrario los razonamientos son completamente análogos a los que a continuación se exponen) y procede de la siguiente manera:

1. Etapa: *Calculo de los puntos de equilibrio de la ecuación de Gompertz.*

Basta con resolver la ecuación:

$$\frac{dN(t)}{dt} = KN(t) \ln\left(\frac{A}{N(t)}\right) = 0$$

Procediendo con ligereza se afirmarí que los dos únicos puntos de equilibrio de la ecuación de Gompertz son $N(t) = 0$ y $N(t) = A$. Sin embargo, para poder afirmar que $N(t) = 0$ lo es, se hace imprescindible un análisis algo más sutil. La razón estriba en el hecho de que la función $f(N(t)) = N(t) \ln\left(\frac{A}{N(t)}\right)$ no está definida en $N(t) = 0$, pues el cociente $\frac{A}{N(t)}$ genera una indeterminación.

Usando la regla de L'Hopital [25], según la cual $f(N(t))$, puede escribirse como un cociente de la siguiente forma:

$$f(N(t)) = N(t) \ln\left(\frac{A}{N(t)}\right) = \frac{\ln\left(\frac{A}{N(t)}\right)}{\frac{1}{N(t)}} = \frac{\ln(A) - \ln(N(t))}{\frac{1}{N(t)}}$$

aplicando la regla de L'Hópital se tiene que:

$$\lim_{N(t) \rightarrow 0} f(N(t)) = \lim_{N(t) \rightarrow 0} \frac{(\ln(A) - \ln(N(t)))'}{\left(\frac{1}{N(t)}\right)'} = \lim_{N(t) \rightarrow 0} \frac{\frac{-1}{N(t)}}{\frac{-1}{N(t)^2}} = 0$$

en consecuencia, la cantidad $f(0)$ que parecía una indeterminación resulta no serlo ya que en cero se comporta igual que lo hace $N(t)$, es decir, $f(0) = 0$.

2. Etapa: *Estudio del crecimiento de las soluciones*. Como en el caso de la ecuación logística, los dos puntos de equilibrio ($N(t) = 0$ y $N(t) = A$) dividen el plano cartesiano en tres regiones: R_1 , para valores de tamaños poblacionales $N(t)$ por encima de A ; R_2 , para tamaños poblacionales $N(t)$ entre 0 y A ; R_3 , para valores negativos de $N(t)$ que carece de significado biológico.

Haciendo análisis de ecuación diferencial (1.1), en el interior de la región R_2 , la derivada no puede cambiar de signo, si $0 < N(t) < A$, entonces se tiene que $\frac{A}{N(t)} > 1$, por lo tanto $\ln\left(\frac{A}{N(t)}\right) > 0$ y $KN(t) \ln\left(\frac{A}{N(t)}\right) > 0$, lo que implica que $N(t)$ debe ser creciente en R_2 .

3. Etapa: *Estudio de la concavidad de las soluciones*. Para conocer la concavidad del modelo de Gompertz se hace uso del criterio de la segunda derivada de $N''(t)$:

$$\begin{aligned} N''(t) &= \left[KN'(t)\ln\left(\frac{A}{N(t)}\right)\right]' = KN'(t)\ln\left(\frac{A}{N(t)}\right) + KN(t)\left((\ln(A))' - (\ln(N(t)))'\right) \\ &= KN'(t)\ln\left(\frac{A}{N(t)}\right) - KN(t)\left(\frac{N'(t)}{N(t)}\right) = KN'(t)\left(\ln\left(\frac{A}{N(t)}\right) - 1\right) \\ &= K^2N(t)\ln\left(\frac{A}{N(t)}\right)\left(\ln\left(\frac{A}{N(t)}\right) - 1\right) \end{aligned}$$

esta expresión se anula cuando $N(t) = 0$, $N(t) = A$ o bien $N(t) = \frac{A}{e}$, donde e es el número de Euler. Las dos primeras opciones no conducen a candidatos a puntos de inflexión, pues son los puntos de equilibrio del modelo. Por tanto, de existir algún nivel de inflexión este habría de ser $N(t) = \frac{A}{e}$. Para estudiar el signo de $N(t)$ en la región R_2 y poder concluir de ese modo si $N(t) = \frac{A}{e}$ es o no un punto de inflexión, basta con elegir un punto cualquiera entre 0 y $\frac{A}{e}$ (por ejemplo, $N(t) = \frac{A}{2e}$) y otro entre $\frac{A}{e}$ y A , (por ejemplo, $N(t) = \frac{A}{2}$) y evaluar $N(t)$ en ambos puntos para verificar si se produce o no un cambio de signo. Caso de producirse, podría asegurarse que en $\frac{A}{e}$ es un punto de inflexión.

Se realiza el análisis y se tiene que:

$$N''(t) = K^2 \frac{A}{2e} \ln(2e) (\ln(2e) - 1) > 0 \quad \text{si } N(t) = \frac{A}{2e}$$

$$N''(t) = K^2 \frac{A}{2} \ln(2) (\ln(2) - 1) < 0 \quad \text{si } N(t) = \frac{A}{2}$$

dado que hay un cambio de signo en la segunda derivada, en el punto $N(t) = \frac{A}{e}$

la solución pasa de ser cóncava ($N''(t) > 0$) a ser convexa ($N''(t) < 0$).

2.2.5.2. Obtención del modelo de Gompertz.

La ecuación diferencial de Gompertz viene dada por la siguiente expresión:

$$\frac{dN(t)}{dt} = KN(t) \ln\left(\frac{A}{N(t)}\right),$$

para encontrar la solución analítica de la ecuación diferencial se procede a utilizar el método de separación de variables[19], dado que $N(t) \ln\left(\frac{A}{N(t)}\right) \neq 0$ se tiene que:

$$\frac{1}{N(t) \ln\left(\frac{A}{N(t)}\right)} \frac{dN(t)}{dt} = K, \quad (1.2)$$

integrando ambos lados de la ecuación (1.2) con respecto a t , se tiene:

$$\int \frac{1}{N(t) \ln\left(\frac{A}{N(t)}\right)} \frac{dN(t)}{dt} dt = \int K dt, \quad (1.3)$$

realizando un cambio de variable para la integral del lado izquierdo de la ecuación (1.3), se tiene que:

$$\begin{aligned} W &= N(t), \\ dW &= \frac{dN(t)}{dt} dt, \end{aligned}$$

sustituyendo los valores W y dW en la integral, se obtiene:

$$\int \frac{dW}{W \ln\left(\frac{A}{W}\right)} = \int K dt. \quad (1.4)$$

Usando el método de cambio de variable [25] en la integral de la izquierda de la ecuación (1.4), se obtiene que:

$$U = \ln\left(\frac{A}{W}\right), \quad dU = -\frac{1}{W} dW,$$

ahora sustituyendo el valor de U y dU en la integral izquierda de (1.4) y resolviendo se obtiene:

$$-\int \frac{dU}{U} = -\ln(U) + C_1,$$

se tiene C_1 como constante de integración y ahora sustituyendo lo que vale U en la solución anterior se tiene que:

$$\int \frac{dW}{W \ln\left(\frac{A}{W}\right)} = -\ln\left(\ln\left(\frac{A}{W}\right)\right) + C_1 \quad (1.5)$$

La solución de la integral del lado derecho de la ecuación (1.3) es:

$$\int K dt = Kt + C_2, \quad (1.6)$$

con C_2 como constante de integración, ya obteniendo las soluciones (1.5) y (1.6), se llega a la solución para la ecuación diferencial de Gompertz, que está dada por:

$$\ln\left(\ln\left(\frac{A}{W}\right)\right) = -Kt + C_3, \quad (1.7)$$

donde $C_3 = C_1 + C_2$, es la constante de integración y ahora aplicando la función exponencial de ambos lados de la ecuación (1.7) se obtiene:

$$\ln\left(\frac{A}{W}\right) = C_4 e^{-Kt}, \quad (1.8)$$

con $C_4 = e^{C_3} = e^{C_3}$ como constante de integración, ahora aplicando de nuevo la función exponencial de ambos lados de la ecuación (1.8), se tiene que:

$$\frac{A}{W} = e^{C_4 e^{-Kt}}, \quad (1.9)$$

si $B = C_4$ se tiene:

$$\frac{A}{W} = e^{B e^{-Kt}},$$

despejando a W se obtiene la solución de la ecuación diferencial de Gompertz (1.1) que es conocida como modelo de Gompertz:

$$W = A e^{B e^{-Kt}},$$

dado que $W = N(t)$ entonces se obtiene:

$$N(t) = A e^{B e^{-Kt}}$$

El modelo de Gompertz tiene tres parámetros (A , B , K). Este es el único modelo que tiene un parámetro de desplazamiento representado por el valor de B , que desplaza al modelo hacia la izquierda o derecha según se presenten las observaciones al tiempo $t = 0$.

También presenta en punto de inflexión que está representado por el valor de $\frac{A}{e}$, lo cual implica que la velocidad de crecimiento va en aumento conforme pasa el tiempo hasta llegar a una velocidad máxima dada en el punto de inflexión y conforme avanza el tiempo la velocidad empieza a decrecer hasta que alcanza el valor que representa el crecimiento máximo A .

2.2.6. Modelo Brody

Según (Trinidad Bello, 2014), la ecuación diferencial de Brody considera que la velocidad de crecimiento en peso es proporcional al crecimiento que falta para llegar al peso máximo, se tiene:

$$P'(t) = K(A - P(t))$$

e integrando, se obtiene el modelo de Brody:

$$P(t) = A(1 - Be^{-Kt}),$$

Donde:

- ✓ $P(t)$ representa el peso inicial del animal al tiempo t .
- ✓ A representa el peso corporal asintótico cuando t tiende al infinito.
- ✓ B es un parámetro de ajuste cuando $t = 0$ y representa una proporción del peso corporal asintótico.
- ✓ K es el índice de madurez que da la rapidez de crecimiento hacia el valor del peso máximo, esto significa que cuanto más grande es el valor de K este representa un crecimiento explosivo y entre más pequeño sea el valor de K representa un crecimiento retardado.

La curva que representa el modelo de Brody se muestra en el siguiente gráfico:

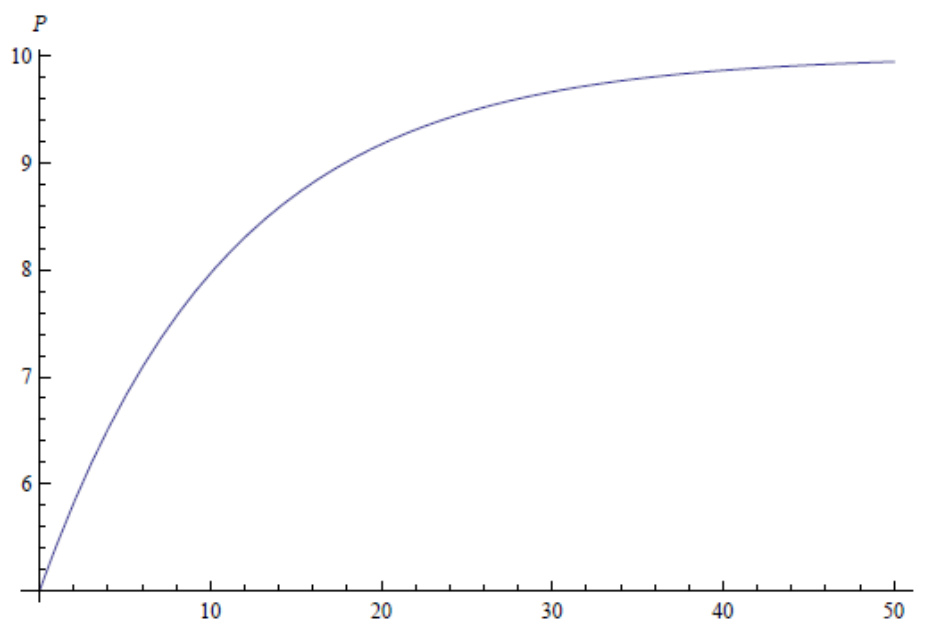


Figura N° 3: Curva de Modelo Brody

Fuente: Trinidad Bello, 2014

El análisis cualitativo y la obtención del modelo Brody se realiza de manera similar que el modelo de Bertalanffy.

El modelo de Brody tiene tres parámetros (A , B , K). Tiene una condición inicial muy particular dada por $P(0) = A(1 - B)$, donde el valor de A representa el crecimiento máximo y $0 < B < 1$, lo cual implica que $P(0)$ es una porción del crecimiento máximo.

El modelo de Brody (1945), considera la velocidad de crecimiento proporcional al crecimiento que queda por efectuar, así las tasas de crecimiento disminuyen a medida que aumenta el peso y edad. Este modelo fue propuesto para describir el crecimiento, después el punto de inflexión. En este modelo el parámetro de inflexión que establece el grado de madurez "m" asume el valor 1. La mayoría de los trabajos que utilizan

este modelo consideran el nacimiento como el punto de inflexión pudiendo así ser utilizado para describir el crecimiento post natal (Paz, 2002)

La representación gráfica de crecimiento en términos de peso corporal fue discutida ya con mucha anticipación por Brody (1945), en el que se indica hasta tres maneras por medio de las cuales el crecimiento puede ser representado. Así se plantea: 1) curva de velocidad; 2) curva acumulativa representando a las sumas de todas las ganancias y 3) curva de tasas relativas; reconociendo a la curva acumulativa como la de mayor uso.

2.2.7. Coeficiente de determinación R^2

Una vez estimados los parámetros que aparecen en el modelo, es conveniente obtener una medida sobre la bondad del ajuste realizado. Un estadístico que facilita esta medida

es el coeficiente de determinación R^2 , el cual se define como:

$$R^2 = 1 - \frac{SCE}{SCT}$$

A la diferencia que existe en la observación i , entre el valor observado de la variable dependiente y_i y el valor estimado de la media de la variable dependiente \bar{y}_i , se llama residual i . Por lo tanto, para la observación i , el residual es $y_i - \bar{y}_i$.

La suma de los cuadrados de estos residuales o errores es la cantidad que se minimiza empleando el método de Levenberg-Marquardt. Esta cantidad también conocida como *suma de cuadrados debida al error*, se denota por **SCE** y se define como:

$$SCE = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2$$

A la suma de las diferencias que existe entre en valor observado de la variable dependiente y_i y la media \bar{y} se le llama *suma de cuadrados totales*, se denota por **SCT** y se define Como:

$$SCT = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2$$

El coeficiente de determinación es un número que esta entre $0 \leq R^2 \leq 1$ y no tiene unidades. Para valores más cercanos a 1 esto nos indica que la curva estimada se encuentra más cerca de los datos y que el ajuste es mejor.

Este coeficiente es un criterio para poder seleccionar entre varios modelos propuestos para una misma base de datos observados. El valor de R^2 indica la proporción de la variación de Y que es explicada por el modelo.

2.2.8. Crecimiento animal

El crecimiento es un proceso fisiológico que tiene inicio a partir de la etapa pre natal y termina cuando el organismo alcanza el peso adulto de cada especie animal y, dentro de cada especie, ellas dependen de la raza. En actividades pecuarias el término de crecimiento es utilizado frecuentemente como un periodo en que el animal aumenta de tamaño y gana peso. (Mamani Paredes, 2009)

Los procesos de crecimiento y desenvolvimiento, a pesar de ser íntimamente ligados, son individualizados, no debiendo ser confundidos y

utilizados de forma equivocada. Por lo tanto, durante la fase de crecimiento del animal se verifican dos fenómenos:

- a. El aumento del propio peso hasta llegar a las dimensiones de la edad adulta, el que es llamado de crecimiento.
- b. La modificación de la propia conformación corporal y las varias funciones, el que indica el desenvolvimiento.

Según (Biffani, 1997), el crecimiento puede ser expresado a través de términos cuantitativos (ganancia de peso, aumento de tamaño y del cuerpo), en cambio el desenvolvimiento es determinado tomando en cuenta las modificaciones cualitativas, sea en la conformación o en la fisiología de los diferentes tejidos. Fisiológicamente el aumento de masa de los tejidos se realiza a través del acumulo del ácido desoxirribonucleico (ADN), que lleva a un aumento del número de las células (hiperplasia) y el aumento de la cantidad de proteína por unidad de ADN, que aumenta las dimensiones de las células (hipertrofia).

El aumento del peso vivo a lo largo de la vida del animal es un fenómeno complejo que depende del genotipo del animal, de factores ambientales como la alimentación, el manejo, el estado de salud y efectos climatológicos, que tienen mayor impacto en las épocas iniciales del crecimiento, algunos de estos factores persisten como el tiempo y generan un efecto variable como la edad y el desenvolvimiento del animal; otros por el contrario, pueden afectar sólo en periodos cortos (Agudelo-Gómez et al., 2007).

Los factores genotípicos inciden sobre el desenvolvimiento fetal y se manifiestan desde el nacimiento hasta la fase adulta; la cría crece de forma lenta durante el primer mes post parto, después inicia una fase de un rápido crecimiento hasta alcanzar la pubertad, después de la cual disminuye la velocidad de crecimiento hasta llegar a la estabilización en la edad adulta.

(González & Pereda, 2004), sostienen que, en animales, el crecimiento puede definirse, en forma simple, como la acumulación neta y progresiva de nutrientes y sus metabolitos en el organismo. Esto se inicia con la formación del cigoto y se mantiene mientras el abastecimiento de nutrientes sea mayor a lo requerido para el metabolismo de oxidación y para la regeneración de células.

(Brody, 1945), indica que dos conjuntos principales de factores determinan el crecimiento: genéticos y ambientales. Los factores genéticos fijan el máximo de la tasa y extensión del crecimiento que puede tener un organismo animal. Los factores ambientales, principalmente nutricionales y climáticos, condicionan el crecimiento del animal dentro de los límites fijados genéticamente.

(Shimada, 2003), asevera que no hay una definición completa y precisa de crecimiento, por lo cual parece más importante establecer que sus principales aspectos biológicos son los siguientes: incremento en peso vivo hasta alcanzar a la madurez; producción de nuevas unidades bioquímicas debido a división y agrandamiento de las células, e incorporación de componentes desde el ambiente; síntesis de compuestos orgánicos con alto peso molecular, en especial proteínas; reproducción idéntica

intracelular efectuada por unidades bioquímicas básicas, como los genes; la información genética regula los procesos celulares, en especial la síntesis de compuestos orgánicos; el crecimiento celular se debe a hiperplasia e hipertrofia de las células, y por la síntesis celular neta y el crecimiento celular causa el crecimiento de tejidos y órganos y, por tanto, del organismo animal.

Por lo tanto, la vida biológica, es un caso de extrema complejidad y un organismo animal se desarrolla a través de diversas y numerosas interacciones entre una gran cantidad de componentes. Estos componentes, o subsistemas, están formados, a su vez de moléculas más pequeñas con un comportamiento dinámico independiente, como es la capacidad para catalizar reacciones químicas. Además, cuando se combinan en unidades funcionales mayores, como los tejidos, emergen nuevas propiedades como movimientos, cambios de formas y crecimiento. La biología del crecimiento y desarrollo es también muy compleja, todavía no se conoce en forma completa y es la base de la vida animal (González y Pereda, 2004).

2.2.9. Factores que influyen en el crecimiento

El crecimiento ocurre principalmente en virtud de la influencia de factores de medio externo a los cuales son sometidos los animales como alimentación, condiciones climáticas y sanitarias de la región donde vive y de las características inherentes a la raza, sexo, peso y edad. Todos esos factores sean ellos ambientales o genéticos, actúan sobre eventos

metabólicos que regulan el crecimiento y que llevan a la formación de los tejidos y a la producción del calor o termogénesis (Biffani, 1997).

Se puede decir que el fenotipo del animal es el resultado del efecto de dos componentes: el componente genético y el componente ambiente, entendiéndose por componente ambiente todo lo que no es por genético. En verdad los diferentes factores que influyen el crecimiento actúan con intensidad diferenciada a lo largo de la vida del animal.

2.2.10. Curva sigmoidea del crecimiento

Francesch et al. (1998), asevera que la curva de crecimiento es una herramienta útil para registrar y evaluar el crecimiento físico de los animales a través de los años. Esto tiene el propósito de que el técnico y los productores alpaqueros conozcan el ritmo de crecimiento de las alpacas, para que de esa manera puedan ayudarlo a desarrollar su máximo potencial en talla (altura) y a la vez, puedan detectar y corregir oportunamente posibles alteraciones. Cuando hay una desviación importante, se puede sospechar que existe alguna alteración del crecimiento, que puede estar causada simplemente por una mala alimentación, o bien, que los animales tengan un problema de salud que esté afectando su desarrollo.

González y Pereda (2004), señalan que la evolución del aumento de peso vivo a lo largo de la vida de un animal es un fenómeno complejo dependiente de la manifestación de los genes del animal (genotipo), de efectos ambientales que persisten a lo largo del tiempo y que tienen un efecto variable con la edad y el desarrollo del animal, y de variaciones

aleatorias puntuales que pueden afectar sólo a periodos cortos de tiempo, además, indican que desde la formación del huevo o cigoto hasta la fase de madurez, el crecimiento en rumiantes se puede representar mediante una curva sigmoidea asintótica.

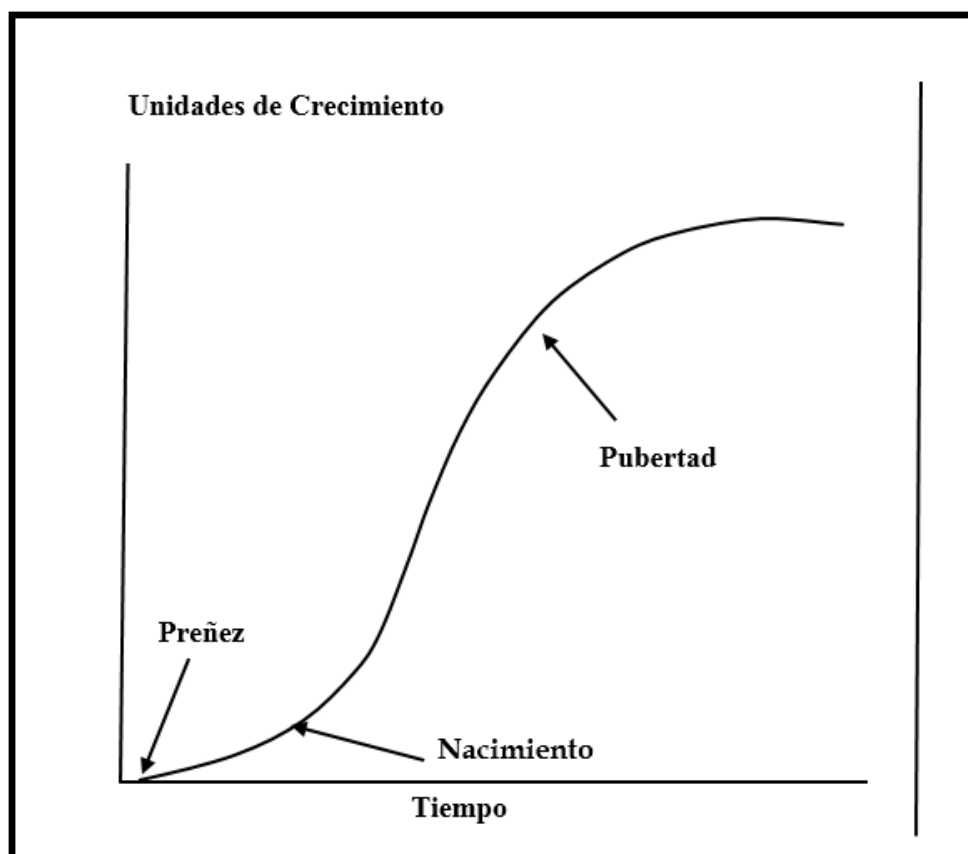


Figura N° 4: Curva sigmoidea del crecimiento de los animales desde la concepción hasta la madurez o año de edad.

Fuente: Gonzales y Pereda, 2004.

Algunas veces una variable en particular parece incrementar (o disminuir) lentamente, luego se acelera hasta llegar a estable. Si estas observaciones se ubican en una gráfica con referencia al tiempo, se mostrará una curva en forma de "s". En una curva de crecimiento tipo sigmoideo, el eje de las abscisas representa el tiempo; mientras que la ordenada representa el crecimiento y puede ser descrito en términos de número de células, el

tamaño o peso de un animal. Esta curva se divide en tres partes: el periodo de fase inicial (lag), durante el cual las células se preparan para crecer; el periodo de crecimiento o de fase exponencial y el periodo estacionario en el cual el crecimiento se detiene (Brody, 1945).

Diversos investigadores a través de sus estudios reportaron gráficamente el crecimiento del animal y observaron que este tiene una conformación de una curva, al cual dieron el nombre de curva de crecimiento, esta curva tiene una forma sigmoide y presenta este comportamiento en todos los animales. Este tipo de curva puede ser aplicado tanto al animal como un todo, como a cualquier tejido o región del cuerpo de un individuo.

2.2.11. La alpaca y su importancia

Los Camélidos Sudamericanos, patrimonio nacional del Perú, constituyen un recurso natural renovable de gran importancia y significación para los peruanos; la Alpaca, Llama, Vicuña y Guanaco, cuyo población, crianza y explotación son de interés nacional que deben manejarse y conservarse con criterio técnico y racional (Solis, 1997).

Su población mundial se estima en 3.7 millones (FAO, 2005), encontrándose el 80% de ellas en zonas alto andinas de Perú, de los que alrededor del 86% son de color blanco (Brenes *et al.*, 2001), y el remanente en Bolivia y Chile, aunque se han introducido con éxito en Australia, Canadá, Inglaterra, Francia, Nueva Zelanda y Estados Unidos (Lupton *et al.*, 2006), así mismo Italia, Alemania y España poseen una reducida población.

2.2.12. ¿Qué es la proporción sexual?

La proporción de sexo se refiere a la cantidad de machos con respecto a las hembras que se encuentran en una población en un espacio y tiempo determinado.

2.2.13. Factores que influyen en el crecimiento

El crecimiento ocurre principalmente en virtud de la influencia de factores de medio extremo a los cuales son sometidos los animales como alimentación, condiciones climáticas y sanitarias de la región donde vive y de las características inherentes a la raza, sexo, peso y edad. Todos estos factores sean ellos ambientales o genéticos, actúan sobre eventos metabólicos que regulan el crecimiento y que llevan a la formación de los tejidos y a la producción del calor o termogénesis (Biffani, 1997).

Se puede decir que el fenotipo del animal es el resultado del efecto de dos componentes: el componente genético y el componente ambiente, entendiéndose por componente ambiente todo lo que no es por genético (Falconer, 1989). En verdad los diferentes factores que influyen el crecimiento actúan con intensidad deferencia da a lo largo de la vida del animal.

2.2.14. Operacionalización de variables

Tabla N° 2: Operacionalización de variables

| Variable | Indicador | Índice |
|---------------------------------|------------------|---------------|
| Variable Dependiente | | |
| Peso | Peso Vivo | Kg. |
| Variables Independientes | | |
| Edad | Meses | 0 – 12 Meses |

Fuente: Elaboración Propia

Variable de comparación: Sexo.

CAPÍTULO III

MATERIALES Y MÉTODOS

3.1. POBLACIÓN

Para la presente investigación, la población estuvo conformada por la totalidad de alpacas Suri desde el nacimiento al año de edad del Centro de Investigación y Producción Quimsachata (INIA) – Puno.

3.2. MUESTRA

La muestra queda definida por toda la población de alpacas Suri desde el nacimiento al año de edad de 21 alpacas machos y 25 alpacas hembras del Centro de Investigación y Producción Quimsachata (INIA) – Puno Nacidos en el año 2017.

3.3. MÉTODO DE RECOPIACIÓN DE DATOS

La información estadística para realizar el presente trabajo de investigación fue extraída del Centro de Investigación y Producción Quimsachata, de la Estación Experimental Illpa del Instituto Nacional de Innovación Agraria (INIA), ubicado entre los distritos de Santa Lucia y Cabanillas de las Provincias de Lampa y San Román, respectivamente, en la región Puno; Perú. La estación experimental Quimsachata está a una altitud de 4190 m, 15°47'43" latitud sur, 70°37'22" longitud oeste, donde la temperatura va desde -5° C y 18 °C con una precipitación pluvial de 700 mm/año. Los pesos corporales individuales son obtenidos desde enero del 2017 hasta diciembre del año 2017.

3.4. METODOLOGÍA DE PROCESAMIENTO DE INVESTIGACIÓN

Para determinar la trayectoria del incremento del peso vivo en alpacas suri, se usó los modelos de crecimiento no lineales: Logístico, Gompertz y Brody para machos y hembras. Los parámetros de la curva de crecimiento para el i-esimo animal son:

A, es el peso corporal asintótico, el cual es interpretado como peso al año de edad.

B, es una constante de integración, relacionado a los pesos iniciales del animal y sin interpretación biológica.

K, es la tasa de maduración que es interpretado como el cambio del peso en relación al peso de año de edad.

3.4.1. Modelo Logístico

Se utilizaron datos de pesos corporales de 21 alpacas machos y 25 alpacas hembras de la variedad suri. Los datos fueron obtenidos del centro de investigación y producción Quimsachata de la Estación Experimental Agraria Illpa, del Instituto Nacional de Innovación Agraria (INIA) localizado entre los distritos de Santa Lucía y Cabanillas de las provincia de Lampa y San Román, departamento de Puno, Perú, y los parámetros del modelo fue estimado por el método iterativo de Gauss Newton, para saber si el modelo tiene un buen ajuste se usó los siguientes estadísticos: Coeficiente de determinación ajustado (R^2 ajustado).

3.4.2. Modelo de Gompertz

De la misma forma que el modelo logístico se utilizó datos de pesos corporales de 21 alpacas machos y 25 alpacas hembras de la variedad suri. Los datos fueron obtenidos del centro de investigación y producción Quimsachata de la Estación Experimental Agraria Illpa, del Instituto Nacional de Innovación Agraria (INIA) localizado entre los distritos de Santa Lucía y Cabanillas de las provincias de Lampa y San Román, departamento de Puno, Perú, y los parámetros del modelo fueron estimados por el método iterativo de Gauss Newton. Para saber si el modelo tiene un buen ajuste se usó los siguientes estadísticos: Coeficiente de determinación ajustado (R^2 ajustado).

3.4.3. Modelo de Brody

Se utilizaron datos de pesos corporales de 21 alpacas machos y 25 alpacas hembras de la variedad suri. Los datos fueron obtenidos del centro de investigación y producción Quimsachata de la Estación Experimental Agraria Illpa, del Instituto Nacional de Innovación Agraria (INIA) localizado entre los distritos de Santa Lucía y Cabanillas de las provincias de Lampa y San Román, departamento de Puno, Perú, y los parámetros del modelo fueron estimados por el método iterativo de Gauss Newton, para saber si el modelo tiene un buen ajuste se usó los siguientes estadísticos: Coeficiente de determinación ajustado (R^2 ajustado). Los modelos descritos poseen distintos parámetros en común, y, aunque existan variaciones.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. OBTENCIÓN DE LOS PARÁMETROS DE CRECIMIENTO DE ALPACAS

SURI MACHO.

4.1.1. Utilizando el Modelo No Lineal Logístico

Tabla N° 3: Análisis de varianza para el modelo no lineal Logístico en alpacas suri machos de CIP - Quimsachata.

| Fuente | DF | Suma de cuadrados | Cuadrados medios | F-Valor | Aprox Pr > F |
|---------------------------|-----|-------------------|------------------|---------|--------------|
| Modelo | 3 | 122636 | 40878.7 | 4495.15 | <.0001 |
| Error | 269 | 2446.3 | 9.094 | | |
| Total no corregido | 272 | 125082 | | | |

Fuente: elaborado por el investigador

En la tabla N° 3 se presenta el análisis de varianza (ANOVA) observándose que existe una relación estadísticamente significativa con un F-Valor de 4495.15 y con $p(0.0001) < \alpha(0.05)$. El coeficiente de determinación R^2 ajustada es 0.9902 y el coeficiente de determinación es:

$$R^2 = 1 - \frac{SCE}{SCT} = 1 - \frac{2446.3}{125082} = 0.98044$$

Tabla N° 4: Parámetros estimados para el modelo de crecimiento de logístico en alpacas Suri machos de CIP- Quimsachata.

| Parámetro | Estimador | Error std | Límites de confianza | |
|-----------|-----------|------------|----------------------|---------|
| | | aproximado | 95% aproximados | |
| A | 26.1407 | 0.3677 | 25.4167 | 26.8646 |
| K | 0.0172 | 0.00117 | 0.0149 | 0.0195 |
| B | 2.7547 | 0.2252 | 2.3113 | 3.1981 |

Fuente: elaborado por el investigador

La función estimada de modelo Logístico para alpacas suri macho es:

$$y = \frac{26.1407}{1 + 2.7547 * \exp^{-0.0172*t}}$$

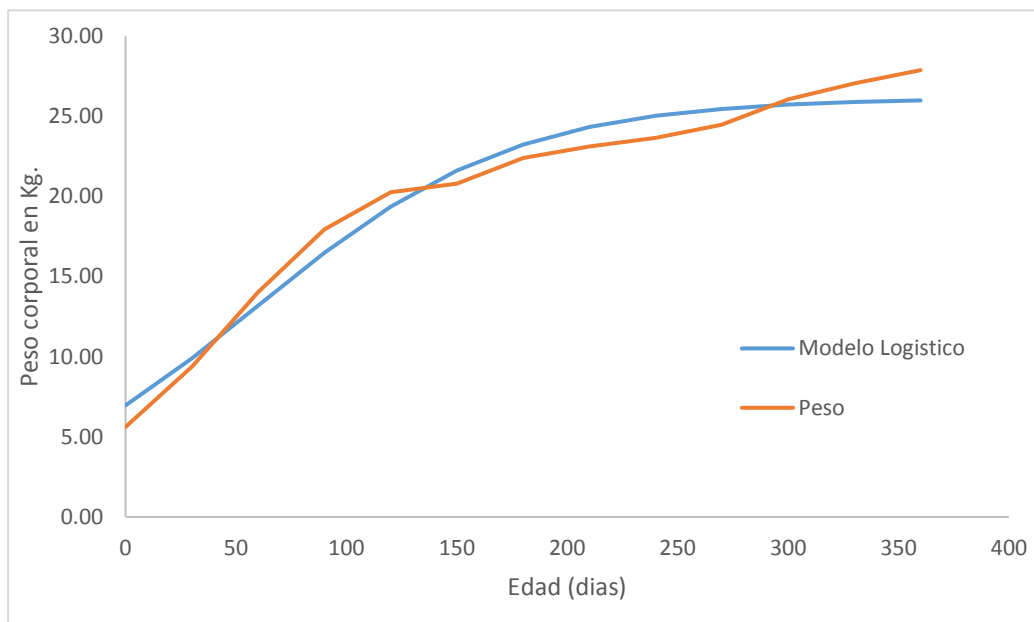


Figura N° 5: Pesos corporales predichos (kg.) en función a la edad (días) obtenido con el modelo de crecimiento de Logístico.

Fuente: Elaboración propia

4.1.2. El Modelo No Lineal Gompertz

Tabla N° 5: Análisis de varianza para el modelo no lineal de Gompertz en alpacas suri machos de CIP - Quimsachata.

| Fuente | DF | Suma de cuadrados | Cuadrados medios | F-Valor | Aprox Pr > F |
|---------------------------|-----|-------------------|------------------|---------|--------------|
| Modelo | 3 | 122755 | 40918.4 | 4729.7 | <.0001 |
| Error | 269 | 2327.2 | 8.6514 | | |
| Total no corregido | 272 | 125082 | | | |

Fuente: elaborado por el investigador

En la tabla N° 05 se presenta el análisis de varianza (ANOVA) observándose que existe una relación estadísticamente significativa con un

F-Valor de 4729.7, con $p(0.0001) < \alpha(0.05)$ y un coeficiente de determinación R^2 ajustada de 0.9907 y un coeficiente de determinación de:

$$R^2 = 1 - \frac{SCE}{SCT} = 1 - \frac{2327.2}{125082} = 0.98139$$

Tabla N° 6: *Parámetros estimados para el modelo de crecimiento de Gompertz en alpacas Suri machos de CIP - Quimsachata.*

| Parámetro | Estimador | Error std | Límites de confianza | |
|-----------|-----------|------------|----------------------|---------|
| | | aproximado | 95% aproximados | |
| A | 26.7901 | 0.4433 | 25.9174 | 27.6628 |
| B | -1.4502 | 0.0707 | -1.5894 | -1.3111 |
| K | 0.0124 | 0.000883 | 0.0107 | 0.0142 |

Fuente: elaborado por el investigador

La función estimada de modelo Gompertz para alpacas suri macho es:

$$y = 26.7901 * \exp(-1.4502 * \exp^{-0.0124 * t})$$

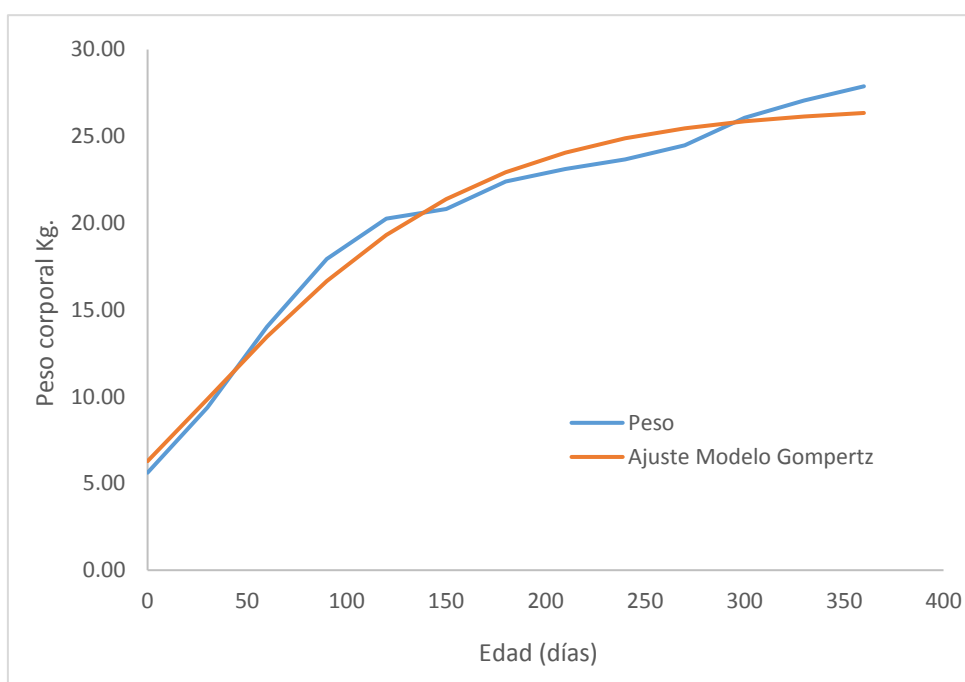


Figura N° 6: *Pesos corporales predichos (kg.) en función a la edad (días) obtenido con el modelo de crecimiento de Gompertz.*

Fuente: Elaboración propia

Tabla N° 7: Análisis de varianza para el modelo no lineal de Brody en alpacas suri machos de CIP - Quimsachata.

| Fuente | DF | Suma de cuadrados | Cuadrados medios | F-Valor | Aprox Pr > F |
|-----------------|-----|-------------------|------------------|---------|--------------|
| Modelo | 2 | 11531.1 | 5765.5 | 633.71 | <.0001 |
| Error | 269 | 2447.4 | 9.098 | | |
| Total corregido | 271 | 13978.5 | | | |

Fuente: elaborado por el investigador

En la tabla N° 7 se presenta el análisis de varianza (ANOVA) observándose que el modelo en su conjunto es estadísticamente significativo con un F-Valor de 633.71, con $p(0.0001) < \alpha(0.05)$ y un coeficiente de determinación R^2 ajustada de 0.9082 y un coeficiente de determinación de:

$$R^2 = 1 - \frac{SCE}{SCT} = 1 - \frac{2447.4}{13978.5} = 0.8249$$

4.1.3. El Modelo No Lineal Brody

Tabla N° 8: Parámetros estimados para el modelo de crecimiento de Brody en alpacas Suri machos de CIP - Quimsachata.

| Parámetro | Estimador | Error std aproximado | Límites de confianza 95% aproximados | |
|-----------|-----------|----------------------|--------------------------------------|---------|
| A | 28.291 | 0.6673 | 26.9773 | 29.6048 |
| B | 0.805 | 0.0177 | 0.77 | 0.8399 |
| K | 0.00768 | 0.000656 | 0.00639 | 0.00897 |

Fuente: elaborado por el investigador

La función estimada de modelo Brody para alpacas suri macho es:

$$y = 28.2910(1 - 0.8050 \exp^{(0.00768t)})$$

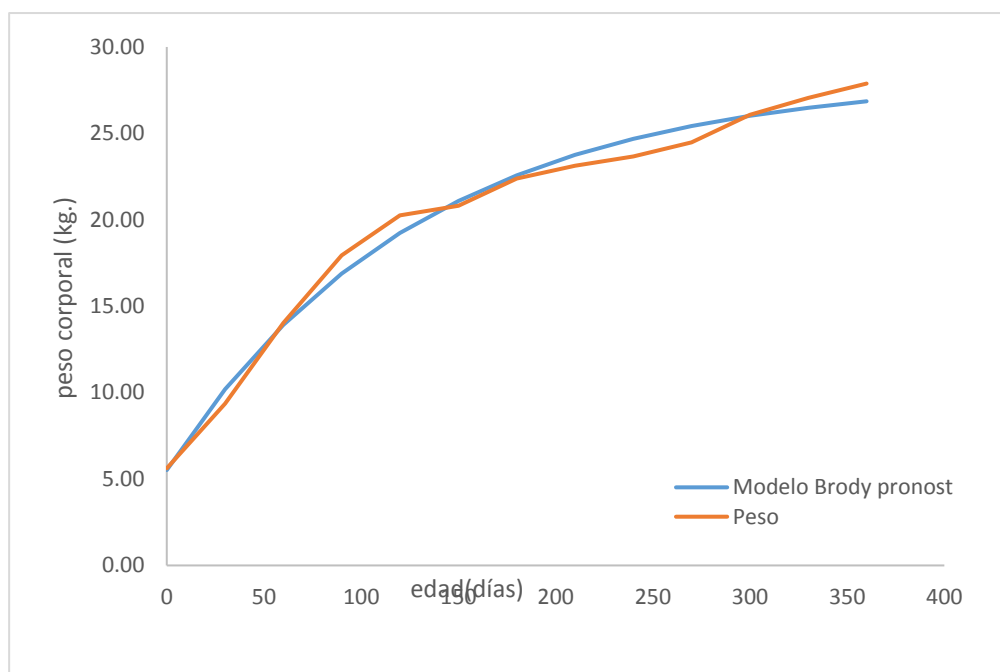


Figura N° 7: Pesos corporales predichos (kg.) en función a la edad (días) obtenido con el modelo de crecimiento de Brody.

Fuente: Elaboración propia

Tabla N° 9: Tabla Resumen de F-Valor y Coeficientes de Determinación

| Modelo | Coeficiente de determinación | Error | F-Valor | Aprox Pr > F |
|-----------|------------------------------|-------|---------|--------------|
| Logístico | 0.98044 | 3.015 | 4495.15 | 0.0001 |
| Gompertz | 0.98139 | 2.941 | 4729.7 | 0.0001 |
| Brody | 0.8249 | 3.016 | 633.71 | 0.0001 |

Fuente: elaborado por el investigador

El modelo de Gompertz es ligeramente mejor con un F-Valor de 4729.7 con $p(0.0001) < \alpha(0.05)$ y un coeficiente de determinación de 0.98139 seguido por el modelo Logístico con un F-Valor de 4495.15 con $p(0.0001) < \alpha(0.05)$ y un coeficiente de determinación de 0.98044 y por último se encuentra el modelo brody con un F-Valor de 633.71, con $p(0.0001) < \alpha(0.05)$ y un coeficiente de determinación de 0.8249.

4.2. OBTENCIÓN DE LOS PARÁMETROS DE CRECIMIENTO DE ALPACAS SURI HEMBRAS.

4.2.1. El Modelo No Lineal Logístico

Tabla N° 10: Análisis de varianza para el modelo no lineal Logístico en alpacas suri hembras de CIP - Quimsachata.

| Fuente | DF | Suma de cuadrados | Cuadrados medios | F-Valor | Aprox Pr > F |
|---------------------------|-----|-------------------|------------------|---------|--------------|
| Modelo | 3 | 164832 | 54944.1 | 3896.99 | <.0001 |
| Error | 322 | 4539.9 | 14.0991 | | |
| Total no corregido | 325 | 169372 | | | |

Fuente: elaborado por el investigador

En la tabla N° 10 se presenta el análisis de varianza (ANOVA) observándose que existe una relación estadísticamente significativa con un F-Valor de 3896.99 con $p(0.0001) < \alpha(0.05)$ y un coeficiente de determinación R^2 ajustada de 0.9865 y un coeficiente de determinación de:

$$R^2 = 1 - \frac{SCE}{SCT} = 1 - \frac{4539.9}{169372} = 0.97319$$

Tabla N° 11: Parámetros estimados para el modelo de crecimiento de Logístico en alpacas Suri hembras de CIP - Quimsachata.

| Parámetro | Estimador | Error std aproximado | Límites de confianza 95% aproximados | |
|-----------|-----------|----------------------|--------------------------------------|---------|
| A | 28.5951 | 0.4817 | 27.6474 | 29.5428 |
| K | 0.0155 | 0.00111 | 0.0133 | 0.0177 |
| B | 2.8631 | 0.2353 | 2.4001 | 3.3261 |

Fuente: elaborado por el investigador

La función estimada de modelo logístico para alpacas suri hembras es:

$$y = \frac{28.5951}{1 + 2.8631 * \exp^{-0.0155*t}}$$

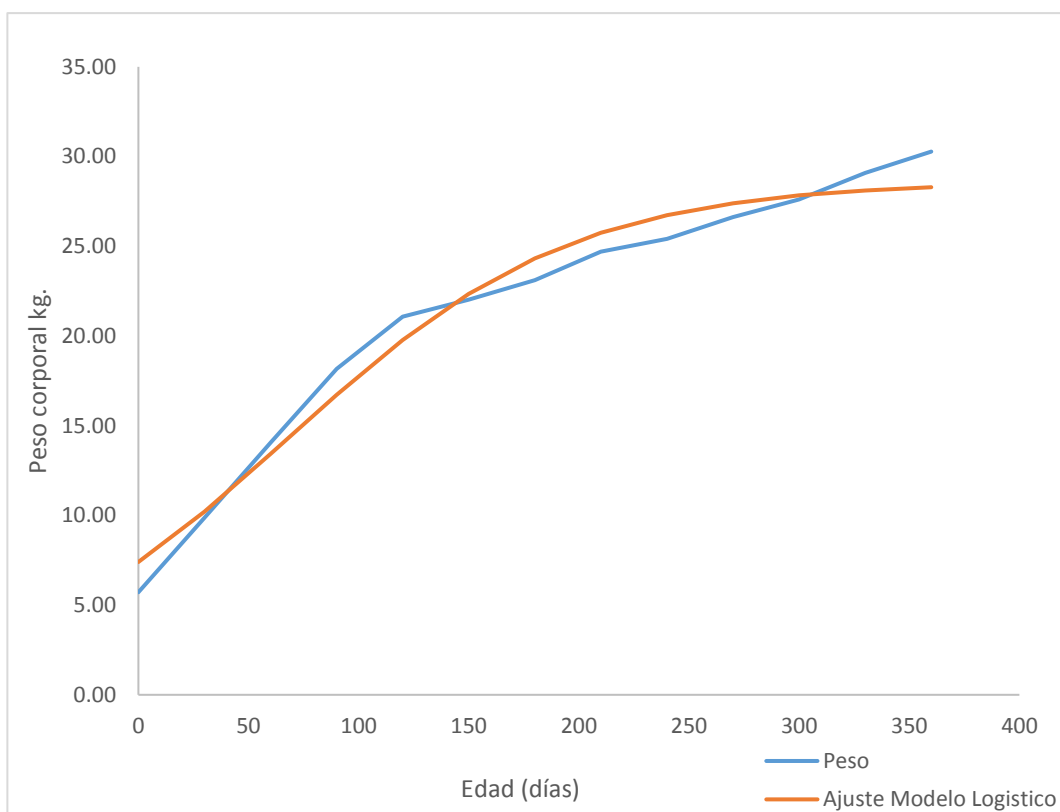


Figura N° 8: Pesos corporales predichos (kg.) en función a la edad (días) obtenido con el modelo de crecimiento de Logístico.

Fuente: Elaboración propia

4.2.2. El Modelo No Lineal Gompertz

Tabla N° 12: Análisis de varianza para el modelo no lineal Gompertz en alpacas suri hembras de CIP - Quimsachata.

| Fuente | DF | Suma de cuadrados | Cuadrados medios | F-Valor | Aprox Pr > F |
|---------------------------|-----|-------------------|------------------|---------|--------------|
| Modelo | 3 | 164998 | 54999.5 | 4049.06 | <.0001 |
| Error | 322 | 4373.8 | 13.5833 | | |
| Total no corregido | 325 | 169372 | | | |

Fuente: elaborado por el investigador

En la tabla N° 12 se presenta el análisis de varianza (ANOVA) observándose que existe una relación estadísticamente significativa con un

F-Valor de 4049.06 con $p(0.0001) < \alpha(0.05)$ y un coeficiente de determinación R^2 ajustada de 0.9870 y un coeficiente de determinación de:

$$R^2 = 1 - \frac{SCE}{SCT} = 1 - \frac{4373.8}{169372} = 0.97418$$

Tabla N° 13: Parámetros estimados para el modelo de crecimiento de Gompertz en alpacas Suri hembras de CIP - Quimsachata.

| Parámetro | Estimador | Error std | Límites de confianza | |
|-----------|-----------|------------|----------------------|---------|
| | | aproximado | 95% aproximados | |
| A | 29.4474 | 0.6037 | 28.2598 | 30.6351 |
| B | -1.4909 | 0.073 | -1.6346 | -1.3472 |
| K | 0.0111 | 0.000862 | 0.00942 | 0.0128 |

Fuente: elaborado por el investigador

La función estimada de modelo Gompertz para alpacas suri hembras es:

$$y = 29.4474 * \exp(-1.4909 * \exp^{-0.0111 * t})$$

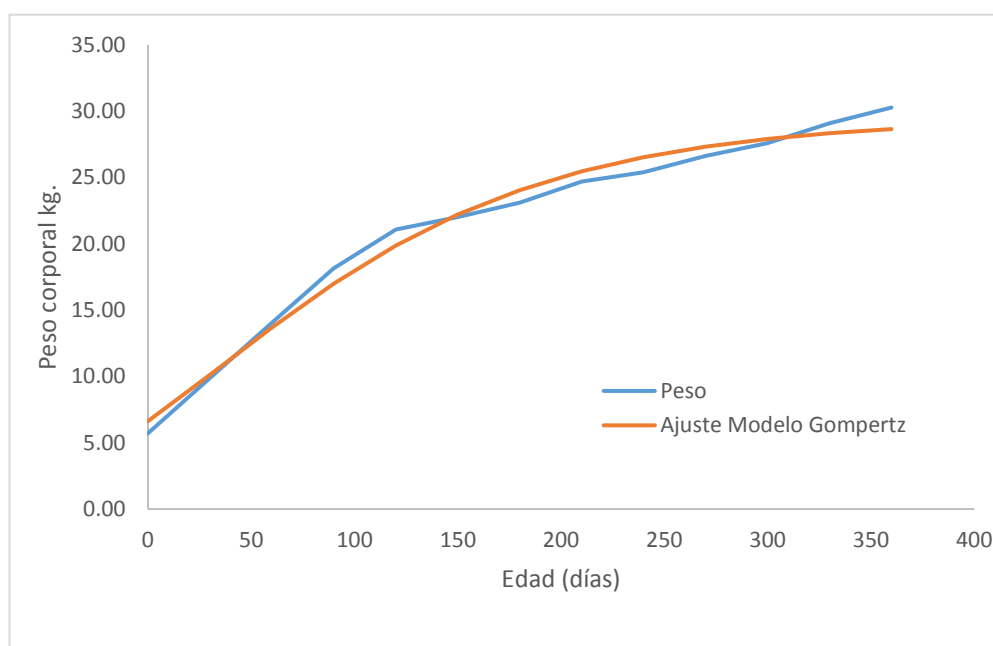


Figura N° 9: Pesos corporales predichos (kg.) en función a la edad (días) obtenido con el modelo de crecimiento de Gompertz.

Fuente: Elaboración propia

4.2.3. El Modelo No Lineal Brody

Tabla N° 14: Análisis de varianza para el modelo no lineal Brody en alpacas suri hembras de CIP - Quimsachata.

| Fuente | DF | Suma de cuadrados | Cuadrados medios | F-Valor | Aprox Pr > F |
|------------------------|-----|-------------------|------------------|---------|--------------|
| Modelo | 2 | 16797.50 | 8398.8 | 590.55 | <.0001 |
| Error | 322 | 4579.48 | 14.222 | | |
| Total corregido | 324 | 21376.98 | | | |

Fuente: elaborado por el investigador

En la tabla N° 14 se presenta el análisis de varianza (ANOVA) observándose que existe una relación estadísticamente significativa con un F-Valor de 590.55 con $p(0.0001) < \alpha(0.05)$ y un coeficiente de determinación R^2 ajustada de 0.8864 y un coeficiente de determinación

$$R^2 = 1 - \frac{SCE}{SCT} = 1 - \frac{4579.48}{21376.98} = 0.7858$$

Tabla N° 15: Parámetros estimados para el modelo de crecimiento de Brody en alpacas Suri hembras de CIP - Quimsachata.

| Parámetro | Estimador | Error std | Límites de confianza | |
|-----------|-----------|------------|----------------------|---------|
| | | aproximado | 95% aproximados | |
| A | 31.5733 | 0.9782 | 29.6489 | 33.4978 |
| B | 0.8183 | 0.0176 | 0.7836 | 0.8529 |
| K | 0.00661 | 0.000654 | 0.00532 | 0.00789 |

Fuente: elaborado por el investigador

La función estimada de modelo brody para alpacas suri hembras es:

$$y = 31.5733(1 - 0.8183\exp^{(0.00661*t)})$$

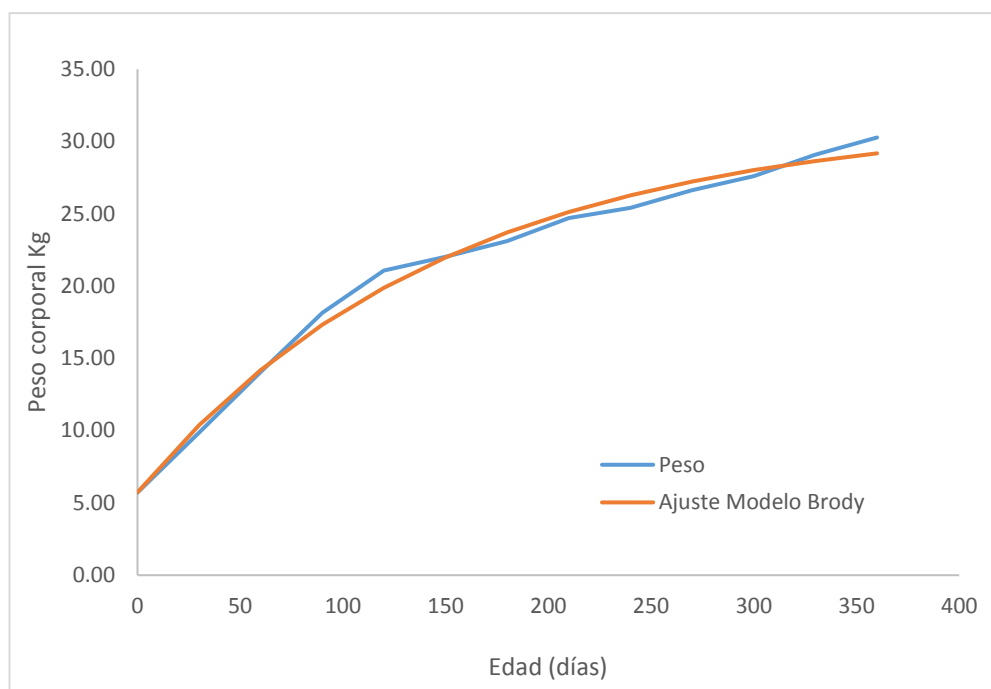


Figura N° 10: Pesos corporales predichos (kg.) en función a la edad (días) obtenido con el modelo de crecimiento de Brody.

Fuente: Elaboración propia

Tabla N° 16: Tabla Resumen de F-Valor y Coeficientes de Determinación

| Modelo | Coeficiente de determinación | Error | F-Valor | Aprox Pr > F |
|-----------|------------------------------|-------|---------|--------------|
| Logístico | 0.97319 | 3.75 | 3896.99 | 0.0001 |
| Gompertz | 0.97418 | 3.69 | 4049.06 | 0.0001 |
| Brody | 0.7858 | 3.77 | 590.55 | 0.0001 |

Fuente: elaborado por el investigador

El modelo de Gompertz es ligeramente mejor con un F-Valor de 4049.06 con $p(0.0001) < \alpha(0.05)$ y un coeficiente de determinación de 0.97418 seguido por el modelo Logístico con un F-Valor de 3896.99 con $p(0.0001) < \alpha(0.05)$ y un coeficiente de determinación de 0.97319 y por último se encuentra el modelo Brody con un F-Valor de 590.55 con $p(0.0001) < \alpha(0.05)$ y un coeficiente de determinación de 0.7858.

4.3. PARÁMETROS ESTIMADOS PARA LOS DIFERENTES MODELOS DE CRECIMIENTO

Tabla N° 17: *Parámetros estimados (los errores estándares están en paréntesis) para los diferentes modelos de crecimiento de alpacas Suri.*

| Sexo | Parámetro | Modelo | | |
|--------|-----------|-----------------------|---------------------|----------------------|
| | | Brody | Logístico | Gompertz |
| Macho | a | 28.291 (0.6673) | 26.1407 (0.3677) | 26.7901 (0.4433) |
| | b | 0.805 (0.0177) | 2.7547 (0.00117) | -1.4502 (0.0707) |
| | k | 0.00768 (0.000656) | 0.0172 (0.2252) | 0.0124 (0.000883) |
| Hembra | a | 31.5733 (0.9782) | 28.5951 (0.4817) | 29.4474 (0.6037) |
| | b | 0.8183 (0.0176) | 2.8631 (0.00111) | -1.4909 (0.073) |
| | k | 0.00661 (0.000654) | 0.0155 (0.2352) | 0.0111 (0.000862) |

Fuente: elaborado por el investigador

Los parámetros de la curva de crecimiento de los modelos de crecimiento no lineales se muestran en la Tabla 17. Al analizar el peso corporal asintótico (*a*) de las alpacas suri machos fue mayor en el modelo Brody (28.291 kg) y menor para el modelo Logístico (26.1407 kg); la estimación del parámetro (*b*) fue menor para el modelo Brody (0.805), mientras que el modelo Logístico presentó el mayor valor (2.7547); la tasa de maduración (*k*) tuvo valores que fueron desde 0.000654 hasta 0.2352, mostrando que la tasa de maduración es más precoz en el modelo Logístico a diferencia de los otros modelos. Cuando se analizó el peso corporal asintótico (*a*) de las alpacas suri hembras éste fue mayor para el modelo Brody (31.5733 kg) y menor para el modelo Logístico (28.5951 kg); el parámetro (*b*) fue menor para el modelo Brody (0.8183), siendo el modelo Logístico el que presentó

el mayor valor (2.8631); la tasa de maduración (k) tuvo valores que fueron desde 0.000661 hasta 0.0155, mostrando que la tasa de maduración de las alpacas suri hembras es más precoz en el modelo Logístico en comparación a los otros modelos.

4.4. ANÁLISIS DE PESOS CORPORALES DE ALPACAS SURI.

Se presenta en la tabla N° 18 el promedio de los pesos corporales en kg. Cada 30 días de alpacas suri del CIP - Quimsachata, de la Estación Experimental Illpa del Instituto Nacional de Innovación Agraria (INIA)-Puno

Tabla N° 18: Pesos corporales en Kg. Según edad de alpacas suri machos del CIP - Quimsachata.

| EDAD (días) | PESO | GOMPERTZ |
|-------------|-------|----------|
| 0 | 5.62 | 6.28 |
| 30 | 9.37 | 9.86 |
| 60 | 14.03 | 13.45 |
| 90 | 17.94 | 16.66 |
| 120 | 20.26 | 19.31 |
| 150 | 20.8 | 21.38 |
| 180 | 22.4 | 22.93 |
| 210 | 23.12 | 24.06 |
| 240 | 23.66 | 24.88 |
| 270 | 24.49 | 25.46 |
| 300 | 26.06 | 25.86 |
| 330 | 27.06 | 26.15 |
| 360 | 27.88 | 26.35 |

Fuente: Anexo experimental Quimsachata de la EEA-Illpa-Puno.
Elaboración propia

En la tabla N° 18 se observa que las alpacas suri macho nacen con un promedio de 5.6 (Kg.) y al año de edad presentan con un promedio de 27.8 (kg.) de peso vivo.

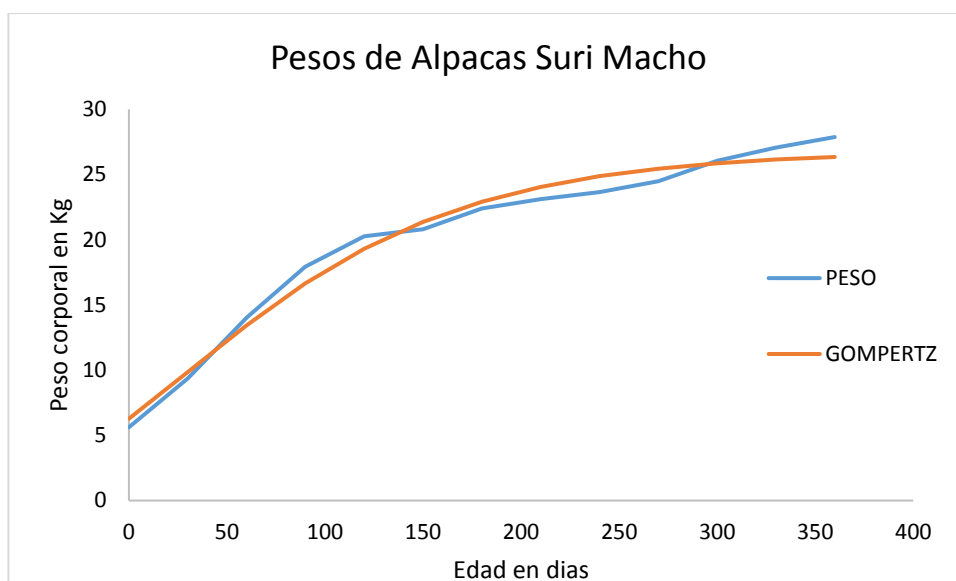


Figura N° 11: Pesos corporales predichos (kg) en función a la edad (días) obtenido con los diferentes modelos de crecimiento en alpacas suri machos.

Fuente: Elaboración propia.

Tabla N° 19: Pesos corporales en Kg. Según edad de alpacas suri hembras del CIP - Quimsachata.

| EDAD (días) | PESO | GOMPERTZ |
|-------------|-------|----------|
| 0 | 5.72 | 6.63 |
| 30 | 9.87 | 10.11 |
| 60 | 14.05 | 13.69 |
| 90 | 18.16 | 17.01 |
| 120 | 21.07 | 19.87 |
| 150 | 22.02 | 22.21 |
| 180 | 23.11 | 24.06 |
| 210 | 24.71 | 25.47 |
| 240 | 25.41 | 26.54 |
| 270 | 26.63 | 27.33 |
| 300 | 27.61 | 27.92 |
| 330 | 29.09 | 28.34 |
| 360 | 30.28 | 28.65 |

Fuente: Anexo experimental Quimsachata de la EEA-IIIpa-Puno.
Elaboración propia

En la tabla N° 19 se observa que las alpacas suri hembras nacen con un promedio de 5.72 (kg.) y al año de edad presentan con un promedio de 30.2 (kg.) de peso vivo.

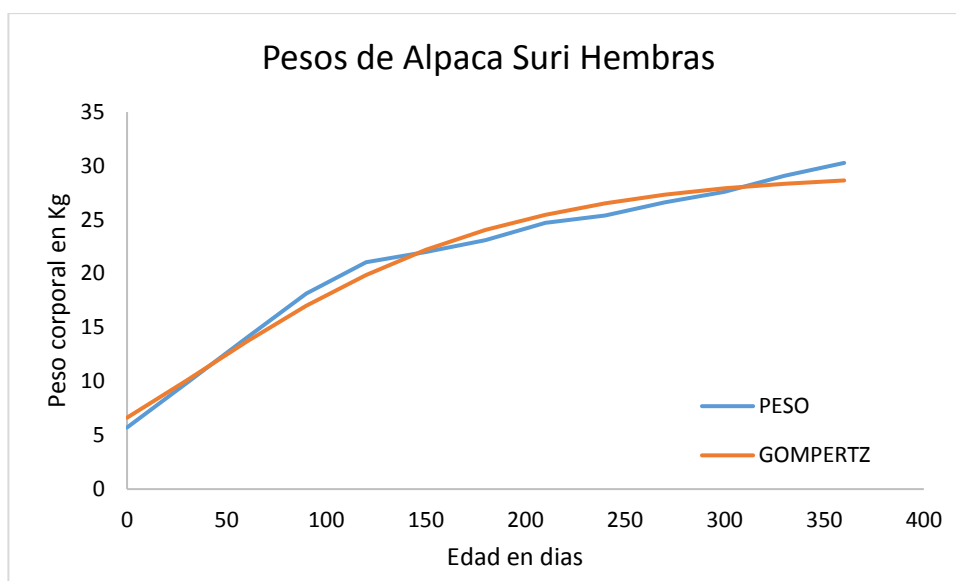


Figura N° 12: Pesos corporales predichos (kg) en función a la edad (días) obtenido con los diferentes modelos de crecimiento en alpacas suri hembras.

Fuente: Elaboración propia.

Cato et. al (2015), El estudio concluyó que el modelo de crecimiento no lineal de Brody es el que mejor describe la curva de crecimiento de llamas Q'ara machos y para las hembras el mejor modelo es el de Richards.

Malhado et. al (2008), El trabajo concluye que los modelos no lineales que describe el crecimiento en bufalinos, es el modelo logístico, Gompertz y Von Bertalanffy para describir el crecimiento de los animales.

Silva et. al (2011); el trabajo concluye que la curva de crecimiento caprinos mestizos Boer x Anglonubiano, es la ecuación de Gompertz que presentó una superioridad en el ajuste, siendo el modelo más adecuado para describir el crecimiento de caprinos mestizos Boer x Anglonubiano

Lima et. Al (2010) El trabajo concluye que los modelos no lineales Brody y Von Bertalanffy ajustan mejor a Nelore y cruzadas hembras.

Pere y Irina (2014), El presente trabajo concluye el modelo logístico tuvo una mejor descripción de las curvas de crecimiento en los machos, y el de von Bertalanffy para las hembras de la población «Cabra Catalana».

Los textos citados anteriormente comparan las diferentes curvas entre sí, llegando como conclusión en el presente trabajo, que el modelo Gompertz es el modelo que mejor ajusta con un coeficiente de determinación mayor a comparación de los modelos logísticos y brody en alpacas suri de Centro de Investigación y Producción Quimsachata - INIA. El modelo es:

$$y_{machos} = 26.7901 * \exp(-1.4502 * \exp^{-0.0124 * t})$$

$$y_{hembras} = 29.4474 * \exp(-1.4909 * \exp^{-0.0111 * t})$$

CONCLUSIONES

PRIMERA. El modelo de crecimiento logístico según el peso vivo en alpacas Suri en el Centro de Investigación y Producción Quimsachata del INIA Puno es:

$$y_{machos} = \frac{26.1407}{1 + 2.7547 * \exp^{-0.0172*t}}$$

$$y_{hembras} = \frac{28.5951}{1 + 2.8631 * \exp^{-0.0155*t}}$$

Con un coeficiente determinación de 98.044% y 97.319% respectivamente, con F significativo.

SEGUNDA. El modelo de crecimiento de Gompertz según el peso vivo en alpacas Suri en el Centro de Investigación y Producción Quimsachata del INIA Puno, es:

$$y_{machos} = 26.7901 * \exp^{(-1.4502 * \exp^{-0.0124*t})}$$

$$y_{hembras} = 29.4474 * \exp^{(-1.4909 * \exp^{-0.0111*t})}$$

Con un coeficiente determinación 98.139% y 97.418% respectivamente, con F significativo.

TERCERA. El modelo de crecimiento de Brody según el peso vivo en alpacas Suri en el Centro de Investigación y Producción Quimsachata del INIA Puno, es:

$$y_{machos} = 28.2910(1 - 0.8050 \exp^{(0.00768*t)})$$

$$y_{hembras} = 31.5733(1 - 0.8183 \exp^{(0.00661*t)})$$

Con un coeficiente determinación 82.49% y 78.58% respectivamente, con F significativo.

CUARTA. Se rechaza la hipótesis propuesta siendo las pruebas F significativas en los 3 modelos no lineales. El modelo de Gompertz es ligeramente mejor con un coeficiente de determinación de 98.139% y 97.418% seguido por el modelo Logístico con un coeficiente de determinación de 98.044% y 97.319% y por último se encuentra el modelo Brody con un coeficiente de determinación de 82.49% y 78.58% en alpacas suri machos y hembras respectivamente en el Centro de Investigación y Producción Quimsachata del INIA-Puno.

RECOMENDACIONES

- PRIMERA.** Se recomienda utilizar los resultados obtenidos como referencia, para describir el crecimiento de peso vivo de alpacas suri machos y hembras.
- SEGUNDA.** Para el CIP Quimsachata se recomienda hacer estudios similares incluyendo variables cuantitativos peso vivo al destete, peso vivo al año de edad y peso vivo a la edad adulta para escoger alpacas con peso vivo adecuado para la comercialización de carne.
- TERCERA.** Se recomienda a los docentes de la Escuela Profesional de Ingeniería Estadística e Informática agregar en la curricula y profundizar estos temas de modelos no lineales que sirven para futuras investigaciones.
- CUARTA.** Las predicciones deben considerarse de mucha importancia, porque dan una visión de lo que puede suceder a futuro con las variables analizadas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Agudelo Gomez, D. A., Cerón Muñoz, M., & Restrepo, L. (2007). *Modelación de funciones de crecimiento aplicadas a la producción animal*. puno.
- Agudelo Gómez, D., Cerón Muñoz, M., & Restrepo Betancur, L. (2008). Modelación de funciones de crecimiento aplicadas a la producción animal. *Rev. Colomb Cienc Pecu*, 21:39-58.
- Biffani, S. (1997). *Influencia de los factores ambientales sobre el crecimiento de bovinos de raza Nellore y estimación de parametros geneticos por los metodos de Henderson 3 y REML*. Fortaleza - Brasil: Tesis de Maestria. Univerisdad Federal de Ceara.
- Brenes, E., Perez, F., & Valladares, K. (2001). *el cluster de los camélidos en Perú: Diagnostico competitivo y recomendaciones estrategias*. Instituto Centroamericano de Administración de Empresas.
- Brody, S. (1945). *Bioenergetics and growth; with special reference to the efficiency complex in domestic animals*. New York: Reinhold Publication.
- Brown, J., Fitzhung, j., & and Cartwright, T. (1976). *A comparisión of nonlinear models for describing weight age relationships in cattle*. J. Anim. Sci.
- Castillo, M., & Ojeda, R. (1994). *Principios de la estadística no paramétrica*. Mexico.
- Falconer, D. (1989). *Introduction to quantitative genetics*. Longman Scientific and Technical.
- FAO, A. (2005). *Situación Actual de los Camelidos Sudamericanos en Perú. Proyecto de Cooperación Técnica en apoyo a la crianza y aprovechamiento de los Camelidos Sudamericanos en la Región Andina TCP/RLA/2914*. Lima, Perú.
- Gompertz, B. (1925). *On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and on a new Mode of determining the value of life Contingencies*. Phil Trans Royal Soc London.

- González, S., & Pereda, M. (2004). *Crecimiento y desarrollo en rumiantes Programa de ganadería*. Facultad de Medicina Veterinaria y Zootecnia. : Universidad Juárez del Estado de Durango - Mexico.
- León Hanco, E. T. (2014). *Evaluación del efecto de la temperatura sobre el crecimiento de cultivos iniciadores durante la maduración del queso tipo edam*. Puno: Tesis de pregrado de la Universidad Nacional del Altiplano.
- Lima Silva, F. d., Barreto Mourao, G., Ribeiro de Freitas, A., Mello de Alencar, M., & Umberto Packer, I. (2010). *Curva de crecimiento de vacas Nelore e cruzadas*. Brasil.
- Malhado, C., Ramos, A., Carneiro, P., Suza, J., Wechsler, F., Eler, J., . . . Sereno, J. (2008). *Modelos no lineales para describir el crecimiento de bufalinos de la raza murrah*. Brasil: Archivos de zootecnia vol 57.
- Mamani Cato, R., Huanca, T., Mamani, G., & Condori Rojas. (2015). *Modelación de curvas de crecimiento de llamas Q'ara utilizando modelos de crecimiento no lineales*. Puno.
- Mamani Paredes, J. (2009). *Desempeño productivo y Periodo de recuperación de capital en alpacas madres del CIP Quimsachata, INIA Illpa Puno*. Puno - Perú: Universidad Nacional del Altiplano Escuela de Post - Grado.
- Nobre, P., Rosa, A., Silva , L., & and Evangelistas, S. (1987). *Curvas de crecimiento de gado Nelore ajustadas para diferentes frecuencias de pesagens*. Brasileira: Pesquisa Agropecuaria.
- Noguera, R. (2008). *Comparación de modelos no lineales para describir curvas de crecimiento en cuyes (Cavia porcellus) desde el nacimiento hasta la edad de sacrificio*. Livestock Research for Rural Development.
- Parés Casanova, P. M., & Irina Kucherova. (2014). *Comparación de modelos no lineales para describir curvas de crecimiento en la cabra catalana*. Perú: Rev Inv Vet Perú.
- Parks, J. (1982). *Theory of feeding and growth function for empirical use*. . Berlín: Springer-Verlag.

- Quispe Miranda, E. (2017). *Proporción de sexo en alpacas al nacimiento, destete y año de edad del centro de investigación y producción Quimsachata INIA Puno*. Puno: Tesis de pregrado de la Universidad Nacional del Altiplano.
- Shimada, A. (2003). *Nutrición animal*. Mexico: Trillas.
- Silva Figueiredo Filho, L. A., Rocha Sarmiento, J. L., Guimaraes Campelo, J. E., Silva Santos, N. P., Olivera O., A., & Rego Neto, A. A. (2011). *Curva de crecimiento de caprinos mesticos criados na microrregiao de Teresina, Piaui*. Brasil: Belém - PA.
- Solis, R. (1997). *Producción de Camelidos Sudamericanos*. UNDAC - Cerro de Pasco - Perú.
- Trinidad Bello, A. (2014). *Modelos de crecimiento en biología, su significado biologico y selección del modelo por su ajuste*. Mexico: Universidad Autonoma Metropolitana Iztapalapa División de Ciencias Basicas e Ingenierías.
- Vallejo, M. (2009). *Estudio preliminar de la curva de crecimiento de la raza bovina marismeña en cebadero convencional*. . FEAGAS.
- Verhulst , P. (1838). *Notice sur la loi que la population poursuit dans son accroissement*. Corresp Math Phys.

ANEXOS

Anexo 01: Datos originales del peso vivo de alpacas Suri del centro de investigación y producción del INIA – Puno del año 2017.

| N° de Alpacas | EDAD | SEXO | PESO |
|---------------|------|------|-------|
| 1 | 0 | 1 | 4.00 |
| | 30 | 1 | 9.00 |
| | 60 | 1 | 13.00 |
| | 90 | 1 | 15.00 |
| | 120 | 1 | 20.00 |
| | 150 | 1 | 22.00 |
| | 180 | 1 | 30.00 |
| | 210 | 1 | 24.00 |
| | 240 | 1 | 27.00 |
| | 270 | 1 | 28.00 |
| | 300 | 1 | 28.00 |
| | 330 | 1 | 30.00 |
| | 360 | 1 | 30.00 |
| 2 | 0 | 2 | 5.00 |
| | 30 | 2 | 9.00 |
| | 60 | 2 | 13.00 |
| | 90 | 2 | 15.00 |
| | 120 | 2 | 17.00 |
| | 150 | 2 | 21.00 |
| | 180 | 2 | 25.00 |
| | 210 | 2 | 26.00 |
| | 240 | 2 | 29.00 |
| | 270 | 2 | 26.00 |
| | 300 | 2 | 29.00 |
| | 330 | 2 | 29.96 |
| | 360 | 2 | 31.48 |
| 3 | 0 | 2 | 4.50 |
| | 30 | 2 | 8.00 |
| | 60 | 2 | 14.00 |
| | 90 | 2 | 16.00 |
| | 120 | 2 | 19.00 |
| | 150 | 2 | 18.00 |
| | 180 | 2 | 18.00 |
| | 210 | 2 | 22.00 |
| | 240 | 2 | 24.00 |
| | 270 | 2 | 30.00 |
| | 300 | 2 | 25.00 |
| | 330 | 2 | 28.00 |
| | 360 | 2 | 30.00 |

| | | | |
|---|-----|---|-------|
| 4 | 0 | 2 | 5.00 |
| | 30 | 2 | 8.50 |
| | 60 | 2 | 12.00 |
| | 90 | 2 | 21.00 |
| | 120 | 2 | 23.94 |
| | 150 | 2 | 25.47 |
| | 180 | 2 | 27.00 |
| | 210 | 2 | 24.00 |
| | 240 | 2 | 23.00 |
| | 270 | 2 | 26.00 |
| | 300 | 2 | 27.00 |
| | 330 | 2 | 27.89 |
| | 360 | 2 | 27.95 |
| 5 | 0 | 2 | 6.00 |
| | 30 | 2 | 10.50 |
| | 60 | 2 | 15.00 |
| | 90 | 2 | 20.00 |
| | 120 | 2 | 26.22 |
| | 150 | 2 | 24.61 |
| | 180 | 2 | 23.00 |
| | 210 | 2 | 31.00 |
| | 240 | 2 | 32.00 |
| | 270 | 2 | 34.00 |
| | 300 | 2 | 37.00 |
| | 330 | 2 | 38.22 |
| | 360 | 2 | 38.61 |
| 6 | 0 | 1 | 5.00 |
| | 30 | 1 | 8.00 |
| | 60 | 1 | 11.00 |
| | 90 | 1 | 18.00 |
| | 120 | 1 | 20.52 |
| | 150 | 1 | 20.76 |
| | 180 | 1 | 21.00 |
| | 210 | 1 | 19.50 |
| | 240 | 1 | 21.00 |
| | 270 | 1 | 19.00 |
| | 300 | 1 | 21.00 |
| | 330 | 1 | 21.69 |
| | 360 | 1 | 22.35 |
| 7 | 0 | 2 | 5.00 |
| | 30 | 2 | 9.50 |
| | 60 | 2 | 14.00 |
| | 90 | 2 | 19.00 |
| | 120 | 2 | 26.22 |
| | 150 | 2 | 25.61 |

| | | | |
|----|-----|---|-------|
| | 180 | 2 | 25.00 |
| | 210 | 2 | 26.00 |
| | 240 | 2 | 27.50 |
| | 270 | 2 | 29.00 |
| | 300 | 2 | 30.00 |
| | 330 | 2 | 30.99 |
| | 360 | 2 | 33.00 |
| 8 | 0 | 1 | 4.00 |
| | 30 | 1 | 7.50 |
| | 60 | 1 | 11.00 |
| | 90 | 1 | 19.00 |
| | 120 | 1 | 20.50 |
| | 150 | 1 | 22.00 |
| | 180 | 1 | 23.00 |
| | 210 | 1 | 25.00 |
| | 240 | 1 | 25.50 |
| | 270 | 1 | 26.00 |
| | 300 | 1 | 28.00 |
| | 330 | 1 | 28.92 |
| | 360 | 1 | 29.46 |
| 9 | 0 | 1 | 5.00 |
| | 30 | 1 | 9.00 |
| | 90 | 1 | 14.00 |
| | 120 | 1 | 20.00 |
| | 150 | 1 | 21.00 |
| | 180 | 1 | 22.00 |
| | 210 | 1 | 24.00 |
| | 240 | 1 | 24.00 |
| | 270 | 1 | 25.00 |
| | 300 | 1 | 27.00 |
| | 330 | 1 | 28.00 |
| | 360 | 1 | 29.00 |
| 10 | 0 | 2 | 5.50 |
| | 30 | 2 | 9.00 |
| | 60 | 2 | 12.00 |
| | 90 | 2 | 17.00 |
| | 120 | 2 | 22.00 |
| | 150 | 2 | 25.00 |
| | 180 | 2 | 22.00 |
| | 210 | 2 | 27.00 |
| | 240 | 2 | 28.00 |
| | 270 | 2 | 27.00 |
| | 300 | 2 | 26.00 |
| | 330 | 2 | 29.00 |
| | 360 | 2 | 31.00 |

| | | | |
|-----|-----|-------|-------|
| 11 | 0 | 2 | 5.00 |
| | 30 | 2 | 9.00 |
| | 60 | 2 | 10.00 |
| | 90 | 2 | 13.00 |
| | 120 | 2 | 16.00 |
| | 150 | 2 | 20.00 |
| | 180 | 2 | 20.00 |
| | 210 | 2 | 20.00 |
| | 240 | 2 | 21.00 |
| | 270 | 2 | 21.00 |
| | 300 | 2 | 23.00 |
| | 330 | 2 | 24.00 |
| | 360 | 2 | 28.00 |
| 12 | 0 | 1 | 7.00 |
| | 30 | 1 | 9.00 |
| | 60 | 1 | 15.00 |
| | 90 | 1 | 19.00 |
| | 120 | 1 | 22.00 |
| | 150 | 1 | 19.00 |
| | 180 | 1 | 26.00 |
| | 210 | 1 | 28.00 |
| | 240 | 1 | 28.00 |
| | 270 | 1 | 28.00 |
| | 300 | 1 | 29.00 |
| | 330 | 1 | 30.00 |
| 360 | 1 | 28.00 | |
| 13 | 0 | 2 | 6.00 |
| | 30 | 2 | 10.00 |
| | 60 | 2 | 14.00 |
| | 90 | 2 | 20.00 |
| | 120 | 2 | 25.50 |
| | 150 | 2 | 27.00 |
| | 180 | 2 | 30.00 |
| | 210 | 2 | 31.00 |
| | 240 | 2 | 31.00 |
| | 270 | 2 | 31.00 |
| | 300 | 2 | 31.50 |
| | 330 | 2 | 34.75 |
| 360 | 2 | 38.00 | |
| 14 | 0 | 1 | 6.00 |
| | 30 | 1 | 9.50 |
| | 60 | 1 | 13.00 |
| | 90 | 1 | 17.00 |
| | 120 | 1 | 20.00 |
| | 150 | 1 | 23.00 |

| | | | |
|----|-----|---|-------|
| | 180 | 1 | 20.00 |
| | 210 | 1 | 24.00 |
| | 240 | 1 | 23.00 |
| | 270 | 1 | 25.00 |
| | 300 | 1 | 25.40 |
| | 330 | 1 | 25.20 |
| | 360 | 1 | 25.00 |
| 15 | 0 | 1 | 6.00 |
| | 30 | 1 | 9.50 |
| | 60 | 1 | 13.00 |
| | 90 | 1 | 18.00 |
| | 120 | 1 | 25.00 |
| | 150 | 1 | 29.00 |
| | 180 | 1 | 28.00 |
| | 210 | 1 | 27.00 |
| | 240 | 1 | 26.00 |
| | 270 | 1 | 29.00 |
| | 300 | 1 | 29.46 |
| | 330 | 1 | 29.73 |
| | 360 | 1 | 30.00 |
| 16 | 0 | 1 | 4.50 |
| | 30 | 1 | 6.25 |
| | 60 | 1 | 8.00 |
| | 90 | 1 | 15.00 |
| | 120 | 1 | 17.00 |
| | 150 | 1 | 19.00 |
| | 180 | 1 | 18.00 |
| | 210 | 1 | 20.00 |
| | 240 | 1 | 19.00 |
| | 270 | 1 | 21.00 |
| | 300 | 1 | 21.34 |
| | 330 | 1 | 22.67 |
| | 360 | 1 | 24.00 |
| 17 | 0 | 2 | 6.00 |
| | 30 | 2 | 9.50 |
| | 60 | 2 | 13.00 |
| | 90 | 2 | 17.00 |
| | 120 | 2 | 24.00 |
| | 150 | 2 | 25.00 |
| | 180 | 2 | 27.00 |
| | 210 | 2 | 32.00 |
| | 240 | 2 | 32.00 |
| | 270 | 2 | 34.00 |
| | 300 | 2 | 34.54 |
| | 330 | 2 | 35.77 |

| | | | |
|----|-----|---|-------|
| | 360 | 2 | 37.00 |
| 18 | 0 | 2 | 5.00 |
| | 30 | 2 | 12.00 |
| | 60 | 2 | 14.50 |
| | 90 | 2 | 17.00 |
| | 120 | 2 | 22.50 |
| | 150 | 2 | 26.00 |
| | 180 | 2 | 23.00 |
| | 210 | 2 | 26.00 |
| | 240 | 2 | 24.00 |
| | 270 | 2 | 34.00 |
| | 300 | 2 | 34.54 |
| | 330 | 2 | 33.27 |
| | 360 | 2 | 32.00 |
| 19 | 0 | 2 | 7.00 |
| | 30 | 2 | 14.00 |
| | 60 | 2 | 17.00 |
| | 90 | 2 | 20.00 |
| | 120 | 2 | 27.50 |
| | 150 | 2 | 31.00 |
| | 180 | 2 | 31.00 |
| | 210 | 2 | 34.00 |
| | 240 | 2 | 34.00 |
| | 270 | 2 | 33.00 |
| | 300 | 2 | 33.53 |
| | 330 | 2 | 34.26 |
| | 360 | 2 | 35.00 |
| 20 | 0 | 1 | 6.00 |
| | 30 | 1 | 14.00 |
| | 60 | 1 | 15.50 |
| | 90 | 1 | 17.00 |
| | 120 | 1 | 21.00 |
| | 150 | 1 | 21.00 |
| | 180 | 1 | 33.00 |
| | 210 | 1 | 24.00 |
| | 240 | 1 | 26.00 |
| | 270 | 1 | 28.00 |
| | 300 | 1 | 28.45 |
| | 330 | 1 | 28.72 |
| | 360 | 1 | 29.00 |
| 21 | 0 | 2 | 5.00 |
| | 30 | 2 | 11.00 |
| | 60 | 2 | 14.00 |
| | 90 | 2 | 18.00 |
| | 120 | 2 | 19.00 |

| | | | |
|----|-----|---|-------|
| | 150 | 2 | 20.00 |
| | 180 | 2 | 23.00 |
| | 210 | 2 | 22.00 |
| | 240 | 2 | 23.00 |
| | 270 | 2 | 24.00 |
| | 300 | 2 | 24.38 |
| | 330 | 2 | 26.19 |
| | 360 | 2 | 28.00 |
| 22 | 0 | 1 | 5.50 |
| | 30 | 1 | 12.00 |
| | 60 | 1 | 18.00 |
| | 90 | 1 | 20.00 |
| | 120 | 1 | 20.50 |
| | 150 | 1 | 21.00 |
| | 180 | 1 | 21.00 |
| | 210 | 1 | 23.00 |
| | 240 | 1 | 21.00 |
| | 270 | 1 | 21.00 |
| | 300 | 1 | 21.34 |
| | 330 | 1 | 25.17 |
| | 360 | 1 | 29.00 |
| 23 | 0 | 2 | 4.00 |
| | 30 | 2 | 12.00 |
| | 60 | 2 | 17.00 |
| | 90 | 2 | 21.00 |
| | 120 | 2 | 23.50 |
| | 150 | 2 | 22.00 |
| | 180 | 2 | 24.00 |
| | 210 | 2 | 26.00 |
| | 240 | 2 | 31.00 |
| | 270 | 2 | 28.00 |
| | 300 | 2 | 28.45 |
| | 330 | 2 | 31.22 |
| | 360 | 2 | 34.00 |
| 24 | 0 | 1 | 6.00 |
| | 30 | 1 | 9.00 |
| | 60 | 1 | 19.00 |
| | 90 | 1 | 22.80 |
| | 120 | 1 | 23.40 |
| | 150 | 1 | 24.00 |
| | 180 | 1 | 24.50 |
| | 210 | 1 | 26.00 |
| | 240 | 1 | 27.00 |
| | 270 | 1 | 26.00 |
| | 300 | 1 | 26.42 |

| | | | |
|-----|-----|---|-------|
| | 330 | 1 | 28.71 |
| | 360 | 1 | 31.00 |
| 25 | 0 | 2 | 6.00 |
| | 30 | 2 | 11.00 |
| | 60 | 2 | 15.00 |
| | 90 | 2 | 20.40 |
| | 120 | 2 | 22.20 |
| | 150 | 2 | 24.00 |
| | 180 | 2 | 23.32 |
| | 210 | 2 | 24.16 |
| | 240 | 2 | 25.00 |
| | 270 | 2 | 25.00 |
| | 300 | 2 | 25.40 |
| | 330 | 2 | 26.70 |
| | 360 | 2 | 28.00 |
| | 26 | 0 | 2 |
| 30 | | 2 | 12.00 |
| 60 | | 2 | 17.00 |
| 90 | | 2 | 24.00 |
| 120 | | 2 | 23.50 |
| 150 | | 2 | 23.00 |
| 180 | | 2 | 24.50 |
| 210 | | 2 | 23.00 |
| 240 | | 2 | 26.00 |
| 270 | | 2 | 30.00 |
| 300 | | 2 | 30.48 |
| 330 | | 2 | 31.24 |
| 360 | | 2 | 32.00 |
| 27 | | 0 | 1 |
| | 30 | 1 | 10.00 |
| | 60 | 1 | 18.00 |
| | 120 | 1 | 20.00 |
| | 90 | 1 | 21.00 |
| | 150 | 1 | 22.00 |
| | 180 | 1 | 23.00 |
| | 210 | 1 | 24.00 |
| | 240 | 1 | 24.00 |
| | 270 | 1 | 24.00 |
| | 300 | 1 | 27.00 |
| | 330 | 1 | 28.00 |
| | 360 | 1 | 29.00 |
| | 28 | 0 | 2 |
| 30 | | 2 | 10.60 |
| 60 | | 2 | 15.20 |
| 90 | | 2 | 17.60 |

| | | | |
|-----|-----|-------|-------|
| | 120 | 2 | 20.00 |
| | 150 | 2 | 21.00 |
| | 180 | 2 | 22.00 |
| | 210 | 2 | 23.00 |
| | 240 | 2 | 24.00 |
| | 270 | 2 | 24.00 |
| | 300 | 2 | 24.38 |
| | 330 | 2 | 27.69 |
| | 360 | 2 | 31.00 |
| 29 | 0 | 1 | 7.50 |
| | 30 | 1 | 14.00 |
| | 60 | 1 | 18.00 |
| | 90 | 1 | 26.40 |
| | 120 | 1 | 25.20 |
| | 150 | 1 | 25.00 |
| | 180 | 1 | 28.00 |
| | 210 | 1 | 28.50 |
| | 240 | 1 | 29.00 |
| | 270 | 1 | 30.00 |
| | 300 | 1 | 30.48 |
| | 330 | 1 | 30.24 |
| 360 | 1 | 30.00 | |
| 30 | 0 | 2 | 4.00 |
| | 30 | 2 | 7.00 |
| | 60 | 2 | 11.00 |
| | 90 | 2 | 14.50 |
| | 120 | 2 | 16.00 |
| | 150 | 2 | 15.00 |
| | 180 | 2 | 15.00 |
| | 210 | 2 | 15.00 |
| | 240 | 2 | 15.00 |
| | 270 | 2 | 15.00 |
| | 300 | 2 | 15.24 |
| | 330 | 2 | 17.12 |
| 360 | 2 | 19.00 | |
| 31 | 0 | 1 | 5.00 |
| | 30 | 1 | 8.00 |
| | 60 | 1 | 14.00 |
| | 90 | 1 | 17.00 |
| | 120 | 1 | 20.00 |
| | 150 | 1 | 17.00 |
| | 180 | 1 | 19.00 |
| | 210 | 1 | 20.00 |
| | 240 | 1 | 21.00 |
| | 270 | 1 | 22.00 |

| | | | |
|-----|-----|---|-------|
| | 300 | 1 | 22.35 |
| | 330 | 1 | 23.68 |
| | 360 | 1 | 25.00 |
| 32 | 0 | 1 | 6.00 |
| | 30 | 1 | 9.00 |
| | 60 | 1 | 14.00 |
| | 90 | 1 | 18.50 |
| | 120 | 1 | 20.70 |
| | 150 | 1 | 21.80 |
| | 180 | 1 | 22.90 |
| | 210 | 1 | 24.00 |
| | 240 | 1 | 24.70 |
| | 270 | 1 | 25.00 |
| | 300 | 1 | 27.00 |
| | 330 | 1 | 28.00 |
| | 360 | 1 | 29.40 |
| | 33 | 0 | 2 |
| 30 | | 2 | 10.00 |
| 60 | | 2 | 13.00 |
| 90 | | 2 | 18.50 |
| 120 | | 2 | 19.00 |
| 150 | | 2 | 21.00 |
| 180 | | 2 | 25.00 |
| 210 | | 2 | 25.50 |
| 240 | | 2 | 26.00 |
| 270 | | 2 | 27.00 |
| 300 | | 2 | 27.43 |
| 330 | | 2 | 28.72 |
| 34 | 0 | 1 | 4.50 |
| | 30 | 1 | 8.00 |
| | 60 | 1 | 12.00 |
| | 90 | 1 | 14.00 |
| | 120 | 1 | 15.00 |
| | 150 | 1 | 16.00 |
| | 180 | 1 | 18.00 |
| | 210 | 1 | 18.50 |
| | 240 | 1 | 19.00 |
| | 270 | 1 | 21.00 |
| | 300 | 1 | 27.00 |
| | 330 | 1 | 28.00 |
| 35 | 0 | 2 | 5.50 |
| | 30 | 2 | 7.00 |
| | 60 | 2 | 12.00 |

| | | | |
|----|-----|---|-------|
| | 90 | 2 | 15.00 |
| | 120 | 2 | 16.00 |
| | 150 | 2 | 17.00 |
| | 180 | 2 | 19.00 |
| | 210 | 2 | 21.00 |
| | 240 | 2 | 20.00 |
| | 270 | 2 | 20.00 |
| | 300 | 2 | 27.00 |
| | 330 | 2 | 28.00 |
| | 360 | 2 | 29.40 |
| 36 | 0 | 2 | 8.00 |
| | 30 | 2 | 9.00 |
| | 60 | 2 | 14.00 |
| | 90 | 2 | 18.50 |
| | 120 | 2 | 20.00 |
| | 150 | 2 | 19.00 |
| | 180 | 2 | 22.00 |
| | 210 | 2 | 23.00 |
| | 240 | 2 | 24.00 |
| | 270 | 2 | 24.00 |
| | 300 | 2 | 24.38 |
| | 330 | 2 | 26.19 |
| | 360 | 2 | 28.00 |
| 37 | 0 | 2 | 4.50 |
| | 30 | 2 | 8.00 |
| | 60 | 2 | 15.00 |
| | 90 | 2 | 16.00 |
| | 120 | 2 | 17.00 |
| | 150 | 2 | 18.00 |
| | 180 | 2 | 20.00 |
| | 210 | 2 | 22.00 |
| | 240 | 2 | 23.00 |
| | 270 | 2 | 23.23 |
| | 300 | 2 | 23.62 |
| | 330 | 2 | 24.00 |
| | 360 | 2 | 24.00 |
| 38 | 0 | 1 | 6.00 |
| | 30 | 1 | 8.00 |
| | 60 | 1 | 15.00 |
| | 90 | 1 | 18.50 |
| | 120 | 1 | 22.00 |
| | 150 | 1 | 19.00 |
| | 180 | 1 | 16.00 |
| | 210 | 1 | 21.00 |
| | 240 | 1 | 21.00 |

| | | | |
|-----|-----|---|-------|
| | 270 | 1 | 21.21 |
| | 300 | 1 | 24.61 |
| | 330 | 1 | 28.00 |
| | 360 | 1 | 26.00 |
| 39 | 0 | 1 | 6.80 |
| | 30 | 1 | 9.00 |
| | 60 | 1 | 13.40 |
| | 90 | 1 | 16.00 |
| | 120 | 1 | 17.00 |
| | 150 | 1 | 18.00 |
| | 180 | 1 | 19.00 |
| | 210 | 1 | 21.00 |
| | 240 | 1 | 20.00 |
| | 270 | 1 | 22.00 |
| | 300 | 1 | 25.00 |
| | 330 | 1 | 24.00 |
| | 360 | 1 | 27.50 |
| | 40 | 0 | 2 |
| 30 | | 2 | 11.50 |
| 60 | | 2 | 15.00 |
| 90 | | 2 | 19.50 |
| 120 | | 2 | 21.00 |
| 150 | | 2 | 21.00 |
| 180 | | 2 | 26.00 |
| 210 | | 2 | 28.00 |
| 240 | | 2 | 28.00 |
| 270 | | 2 | 28.28 |
| 300 | | 2 | 29.64 |
| 330 | | 2 | 31.00 |
| 360 | | 2 | 28.50 |
| 41 | 0 | 1 | 6.50 |
| | 30 | 1 | 11.00 |
| | 60 | 1 | 12.00 |
| | 90 | 1 | 18.50 |
| | 120 | 1 | 20.70 |
| | 150 | 1 | 21.80 |
| | 180 | 1 | 22.90 |
| | 210 | 1 | 24.00 |
| | 240 | 1 | 24.70 |
| | 270 | 1 | 25.00 |
| | 300 | 1 | 27.00 |
| | 330 | 1 | 28.00 |
| | 360 | 1 | 29.40 |
| 42 | 0 | 2 | 6.80 |
| | 30 | 2 | 10.70 |

| | | | |
|----|-----|---|-------|
| | 60 | 2 | 14.60 |
| | 90 | 2 | 17.00 |
| | 120 | 2 | 17.00 |
| | 150 | 2 | 19.00 |
| | 180 | 2 | 19.00 |
| | 210 | 2 | 22.00 |
| | 240 | 2 | 22.00 |
| | 270 | 2 | 22.22 |
| | 300 | 2 | 24.61 |
| | 330 | 2 | 27.00 |
| | 360 | 2 | 25.50 |
| 43 | 0 | 1 | 6.20 |
| | 30 | 1 | 9.00 |
| | 60 | 1 | 13.60 |
| | 90 | 1 | 16.00 |
| | 120 | 1 | 16.00 |
| | 150 | 1 | 15.00 |
| | 180 | 1 | 14.00 |
| | 210 | 1 | 18.00 |
| | 240 | 1 | 22.00 |
| | 270 | 1 | 25.00 |
| | 300 | 1 | 25.50 |
| | 330 | 1 | 27.00 |
| | 360 | 1 | 28.00 |
| 44 | 0 | 2 | 7.60 |
| | 30 | 2 | 9.00 |
| | 60 | 2 | 16.00 |
| | 90 | 2 | 20.50 |
| | 120 | 2 | 22.00 |
| | 150 | 2 | 20.00 |
| | 180 | 2 | 21.00 |
| | 210 | 2 | 20.00 |
| | 240 | 2 | 18.00 |
| | 270 | 2 | 25.00 |
| | 300 | 2 | 27.00 |
| | 330 | 2 | 28.00 |
| | 360 | 2 | 28.00 |
| 45 | 0 | 2 | 5.00 |
| | 30 | 2 | 9.00 |
| | 60 | 2 | 14.00 |
| | 90 | 2 | 18.50 |
| | 120 | 2 | 20.70 |
| | 150 | 2 | 21.80 |
| | 180 | 2 | 23.00 |
| | 210 | 2 | 24.00 |

| | | | |
|----|-----|---|-------|
| | 240 | 2 | 24.70 |
| | 270 | 2 | 25.00 |
| | 300 | 2 | 27.00 |
| | 330 | 2 | 28.00 |
| | 360 | 2 | 29.50 |
| 46 | 0 | 1 | 5.00 |
| | 30 | 1 | 8.00 |
| | 60 | 1 | 14.00 |
| | 90 | 1 | 16.00 |
| | 120 | 1 | 19.00 |
| | 150 | 1 | 19.50 |
| | 180 | 1 | 21.00 |
| | 210 | 1 | 22.00 |
| | 240 | 1 | 24.00 |
| | 270 | 1 | 23.00 |
| | 300 | 1 | 26.00 |
| | 330 | 1 | 24.50 |
| | 360 | 1 | 25.00 |

Anexo 02: Modelo no lineal de Logístico, fase de iteración en alpacas suri del centro de investigación y producción Quimsachata, sexo macho.

| Fase iterativa | | | | |
|----------------|---------|--------|--------|-------------------|
| Iter | A | K | B | Suma de cuadrados |
| 0 | 41.9501 | 0.0115 | 1.8427 | 37469.8 |
| 1 | 26.1169 | 0.0142 | 2.2291 | 2567.4 |
| 2 | 26.2866 | 0.0165 | 2.6522 | 2449.0 |
| 3 | 26.1951 | 0.0170 | 2.7368 | 2446.5 |
| 4 | 26.1595 | 0.0171 | 2.7484 | 2446.3 |
| 5 | 26.1472 | 0.0172 | 2.7526 | 2446.3 |
| 6 | 26.1429 | 0.0172 | 2.7540 | 2446.3 |
| 7 | 26.1414 | 0.0172 | 2.7545 | 2446.3 |
| 8 | 26.1409 | 0.0172 | 2.7547 | 2446.3 |
| 9 | 26.1407 | 0.0172 | 2.7547 | 2446.3 |
| 10 | 26.1407 | 0.0172 | 2.7547 | 2446.3 |

NOTE: Convergence criterion met.

| Resumen de la estimación | |
|--------------------------|--------------|
| Método | Gauss-Newton |

| Resumen de la estimación | |
|--------------------------|----------|
| Iteraciones | 10 |
| R | 4.357E-6 |
| PPC(K) | 4.556E-6 |
| RPC(K) | 0.000013 |
| Objeto | 2.18E-10 |
| Objetivo | 2446.276 |
| Observaciones leídas | 272 |
| Observaciones usadas | 272 |
| Observaciones ausentes | 0 |

Anexo 03: Modelo no lineal de Logístico, fase de iteración en alpacas suri del centro de investigación y producción Quimsachata, sexo hembras.

| Fase iterativa | | | | |
|----------------|---------|--------|--------|-------------------|
| Iter | A | K | B | Suma de cuadrados |
| 0 | 41.9501 | 0.0115 | 1.8427 | 37456.6 |
| 1 | 28.6396 | 0.0139 | 2.3703 | 4623.8 |
| 2 | 28.6710 | 0.0153 | 2.8160 | 4540.9 |
| 3 | 28.6089 | 0.0155 | 2.8620 | 4539.9 |
| 4 | 28.5990 | 0.0155 | 2.8621 | 4539.9 |
| 5 | 28.5962 | 0.0155 | 2.8628 | 4539.9 |
| 6 | 28.5954 | 0.0155 | 2.8630 | 4539.9 |
| 7 | 28.5951 | 0.0155 | 2.8631 | 4539.9 |
| 8 | 28.5951 | 0.0155 | 2.8631 | 4539.9 |

NOTE: Convergence criterion met.

| Resumen de la estimación | |
|--------------------------|--------------|
| Método | Gauss-Newton |
| Iteraciones | 8 |
| R | 3.282E-6 |
| PPC(K) | 3.906E-6 |
| RPC(K) | 0.000013 |
| Objeto | 1.53E-10 |
| Objetivo | 4539.912 |
| Observaciones leídas | 325 |
| Observaciones usadas | 325 |

| Resumen de la estimación | |
|--------------------------|---|
| Observaciones ausentes | 0 |

Anexo 04: Modelo no lineal de Gompertz, fase de iteración en alpacas suri del centro de investigación y producción Quimsachata, sexo macho.

| Fase iterativa | | | | |
|----------------|---------|---------|---------|-------------------|
| Iter | A | B | K | Suma de cuadrados |
| 0 | 42.8626 | 1.3372 | 0.00943 | 1120848 |
| 1 | 29.2416 | 0.6877 | 0.0129 | 121346 |
| 2 | 27.3982 | -0.1558 | 0.0235 | 22163.0 |
| 3 | 27.1287 | -0.2391 | 0.0101 | 15780.9 |
| 4 | 27.3336 | -0.6159 | 0.00850 | 6068.8 |
| 5 | 27.1257 | -1.1607 | 0.0119 | 2729.2 |
| 6 | 26.8164 | -1.4207 | 0.0124 | 2330.5 |
| 7 | 26.7886 | -1.4509 | 0.0125 | 2327.2 |
| 8 | 26.7894 | -1.4503 | 0.0124 | 2327.2 |
| 9 | 26.7899 | -1.4502 | 0.0124 | 2327.2 |
| 10 | 26.7901 | -1.4502 | 0.0124 | 2327.2 |

NOTE: Convergence criterion met.

| Resumen de la estimación | |
|----------------------------|--------------|
| Método | Gauss-Newton |
| Iteraciones | 10 |
| Subiteraciones | 3 |
| Subiteraciones de promedio | 0.3 |
| R | 4.44E-6 |
| PPC(K) | 5.052E-6 |
| RPC(K) | 0.000023 |
| Objeto | 4.75E-10 |
| Objetivo | 2327.22 |
| Observaciones leídas | 272 |
| Observaciones usadas | 272 |
| Observaciones ausentes | 0 |

Anexo 05: Modelo no lineal de Gompertz, fase de iteración en alpacas suri del centro de investigación y producción Quimsachata, sexo hembras.

| Fase iterativa | | | | |
|----------------|---------|---------|---------|-------------------|
| Iter | A | B | K | Suma de cuadrados |
| 0 | 42.8626 | 1.3372 | 0.00943 | 1321736 |
| 1 | 31.6845 | 0.6324 | 0.0134 | 160043 |
| 2 | 29.3516 | -0.1970 | 0.0265 | 32708.0 |
| 3 | 29.0090 | -0.2773 | 0.0118 | 23596.9 |
| 4 | 29.2789 | -0.6504 | 0.00579 | 8745.7 |
| 5 | 28.2054 | -1.1551 | 0.0115 | 4945.0 |
| 6 | 29.3210 | -1.4693 | 0.0111 | 4376.1 |
| 7 | 29.4392 | -1.4920 | 0.0111 | 4373.8 |
| 8 | 29.4456 | -1.4910 | 0.0111 | 4373.8 |
| 9 | 29.4471 | -1.4909 | 0.0111 | 4373.8 |
| 10 | 29.4474 | -1.4909 | 0.0111 | 4373.8 |

NOTE: Convergence criterion met.

| Resumen de la estimación | |
|----------------------------|--------------|
| Método | Gauss-Newton |
| Iteraciones | 10 |
| Subiteraciones | 3 |
| Subiteraciones de promedio | 0.3 |
| R | 5.931E-6 |
| PPC(K) | 8.005E-6 |
| RPC(K) | 0.000041 |
| Objeto | 1.072E-9 |
| Objetivo | 4373.81 |
| Observaciones leídas | 325 |
| Observaciones usadas | 325 |
| Observaciones ausentes | 0 |

Anexo 06: Modelo no lineal de Brody, fase de iteración en alpacas suri del centro de investigación y producción Quimsachata, sexo macho.

| Fase iterativa | | | | |
|----------------|---------|--------|---------|-------------------|
| Iter | A | B | K | Suma de cuadrados |
| 0 | 46.2368 | 0.7793 | 0.00566 | 33601.4 |

| Fase iterativa | | | | |
|----------------|---------|--------|---------|-------------------|
| Iter | A | B | K | Suma de cuadrados |
| 1 | 27.7691 | 0.7894 | 0.00684 | 2510.1 |
| 2 | 28.2814 | 0.8035 | 0.00764 | 2244.3 |
| 3 | 28.2947 | 0.8049 | 0.00768 | 2243.9 |
| 4 | 28.2914 | 0.8049 | 0.00768 | 2243.9 |
| 5 | 28.2910 | 0.8050 | 0.00768 | 2243.9 |

NOTE: Convergence criterion met.

| Resumen de la estimación | |
|--------------------------|--------------|
| Método | Gauss-Newton |
| Iteraciones | 5 |
| R | 2.869E-6 |
| PPC(K) | 4.016E-6 |
| RPC(K) | 0.000044 |
| Objeto | 1.099E-9 |
| Objetivo | 2243.938 |
| Observaciones leídas | 272 |
| Observaciones usadas | 272 |
| Observaciones ausentes | 0 |

Anexo 07: Modelo no lineal de Brody, fase de iteración en alpacas suri del centro de investigación y producción Quimsachata, sexo hembra.

| Fase iterativa | | | | |
|----------------|---------|--------|---------|-------------------|
| Iter | A | B | K | Suma de cuadrados |
| 0 | 46.2368 | 0.7793 | 0.00566 | 33038.6 |
| 1 | 31.4742 | 0.8042 | 0.00630 | 4290.0 |
| 2 | 31.5904 | 0.8179 | 0.00659 | 4254.3 |
| 3 | 31.5751 | 0.8183 | 0.00661 | 4254.3 |
| 4 | 31.5733 | 0.8183 | 0.00661 | 4254.3 |

NOTE: Convergence criterion met.

| Resumen de la estimación | |
|--------------------------|--------------|
| Método | Gauss-Newton |
| Iteraciones | 4 |

| Resumen de la estimación | |
|---------------------------------|----------|
| R | 9.082E-6 |
| PPC(K) | 0.000016 |
| RPC(K) | 0.000201 |
| Objeto | 1.39E-8 |
| Objetivo | 4254.316 |
| Observaciones leídas | 325 |
| Observaciones usadas | 325 |
| Observaciones ausentes | 0 |